



# ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

8 класс

# Ключевые слова

- алгебра логики
- высказывание
- логическая операция
- конъюнкция
- дизъюнкция
- отрицание
- логическое выражение
- таблица истинности
- законы логики



# Логика



**Аристотель** (384-322 до н.э.).  
Основоположник формальной логики (понятие, суждение, умозаключение).



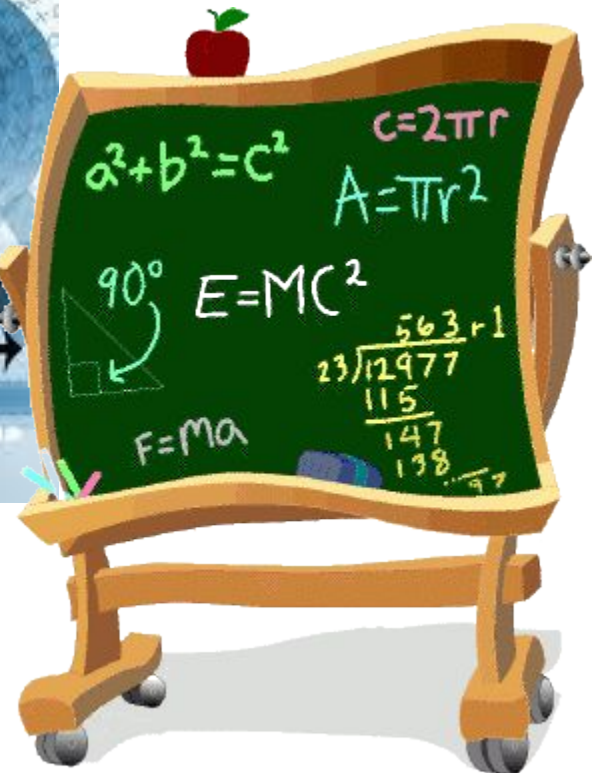
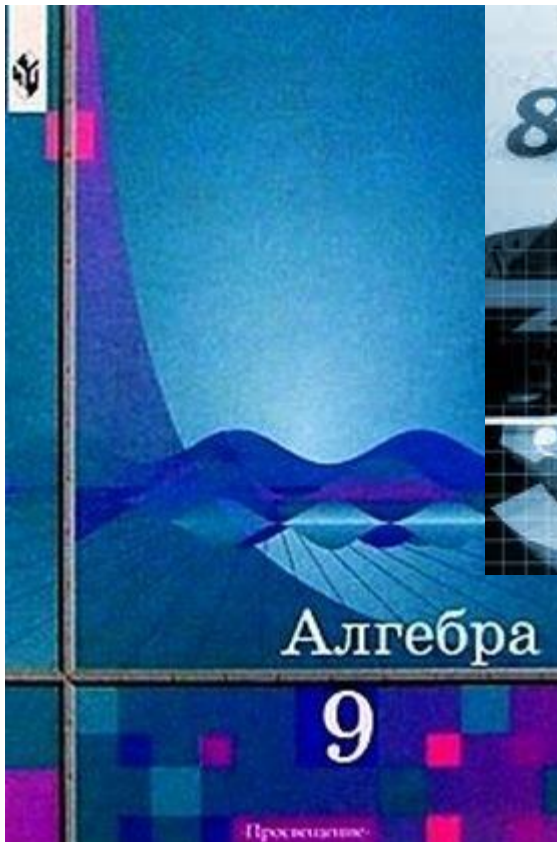
**Джордж Буль** (1815-1864). Создал новую область науки - Математическую логику (Булеву алгебру или Алгебру высказываний).



**Клод Шеннон** (1916-2001). Его исследования позволили применить алгебру логики в вычислительной технике

# Алгебра

**Алгебра** - наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над разнообразными математическими объектами – числами, многочленами, векторами и др.



# Высказывание

**Высказывание** - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

*Земля вращается вокруг Солнца.  
Москва - столица.*

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:

*Это высказывание ложное.*

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

*Без стука не входите!  
Откройте учебники.  
Ты выучил стихотворение?*

# Высказывание или нет?

- ✓ Зимой идет дождь.
- ✓ Снегири живут в Крыму.

Кто к нам пришел?

- ✓ У треугольника 5 сторон.

Как пройти в библиотеку?

Переведите число в десятичную систему.

Запишите домашнее задание

# Алгебра логики

**Алгебра логики** определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ( **$A = 1$** ), а если ложно - нулём ( **$B = 0$** ).

**0** и **1** называются **логическими значениями**.

# Простые и сложные высказывания

Высказывания бывают простые и сложные.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

**Сложные** (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

| Название логической операции | Логическая связка      |
|------------------------------|------------------------|
| Конъюнкция                   | «и»; «а»; «но»; «хотя» |
| Дизъюнкция                   | «или»                  |
| Инверсия                     | «не»; «неверно, что»   |



# Логические операции

**Конъюнкция** - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

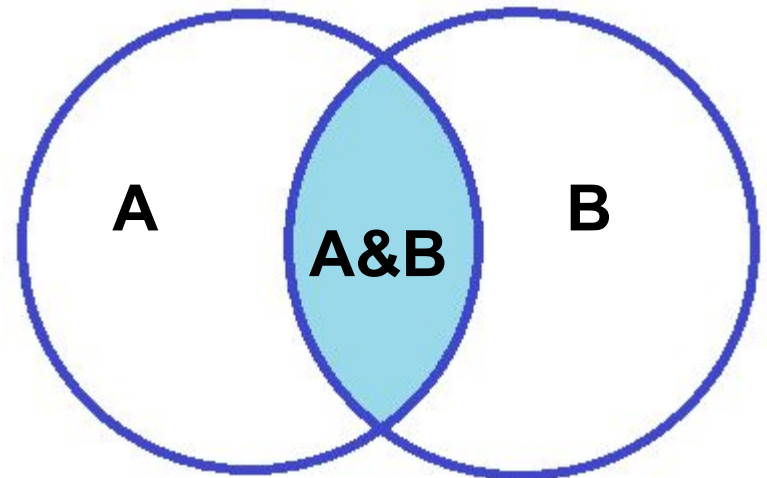
Другое название: **логическое умножение**.

Обозначения:  $\wedge$ ,  $\times$ ,  $\&$ , И.

Таблица истинности:

| A | B | A&B |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0   |
| 0 | 1 | 0   |
| 1 | 0 | 0   |
| 1 | 1 | 1   |

Графическое представление



# Логические операции

**Дизъюнкция** - логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

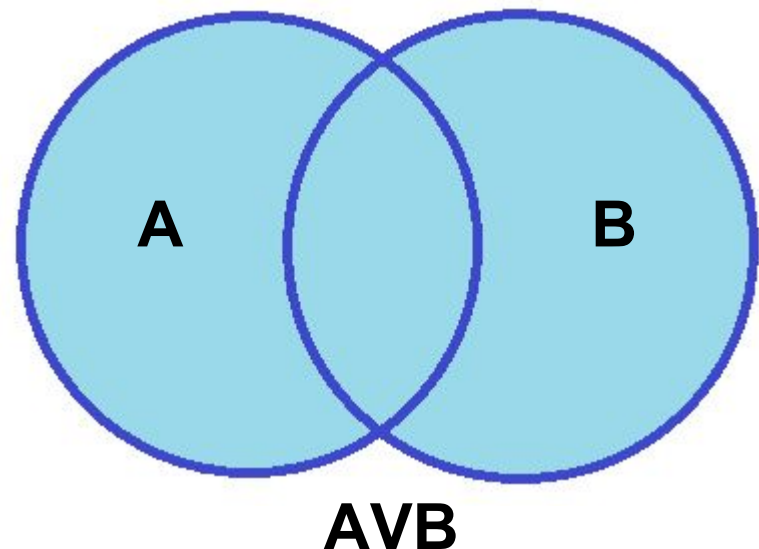
Другое название: **логическое сложение**.

Обозначения:  **$\vee$ ,  $|$ , ИЛИ,  $+$** .

Таблица истинности:

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0          |
| 0 | 1 | 1          |
| 1 | 0 | 1          |
| 1 | 1 | 1          |

Графическое представление



# Логические операции

**Инверсия** - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

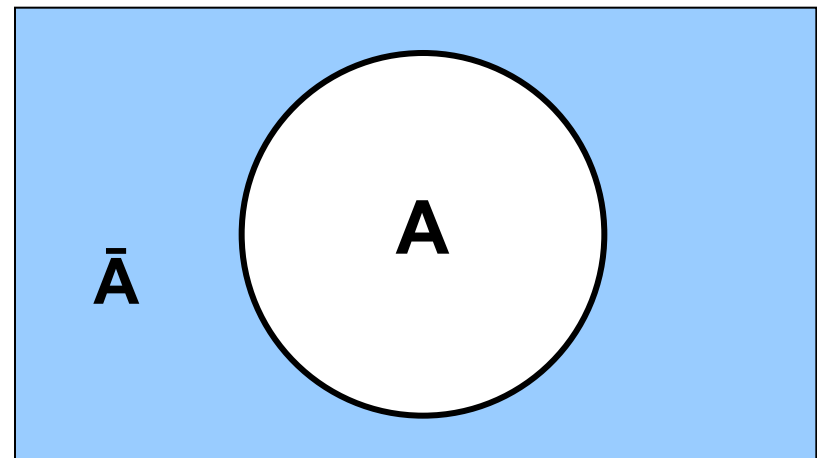
Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**,  $\neg$ ,  $\bar{\phantom{A}}$ .

Таблица истинности:

| A | $\bar{A}$ |
|---|-----------|
| 0 | 1         |
| 1 | 0         |

Графическое представление



Логические операции имеют следующий приоритет:  
**инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.**

# Решаем задачу

Пусть  $A$  = «На Web-странице встречается слово "крейсер"»,  $B$  = «На Web-странице встречается слово "линкор"».

В некотором сегменте сети Интернет 5000000 Web-страниц. В нём высказывание  $A$  истинно для 4800 страниц, высказывание  $B$  - для 4500 страниц, а высказывание  $A \vee B$  - для 7000 страниц.

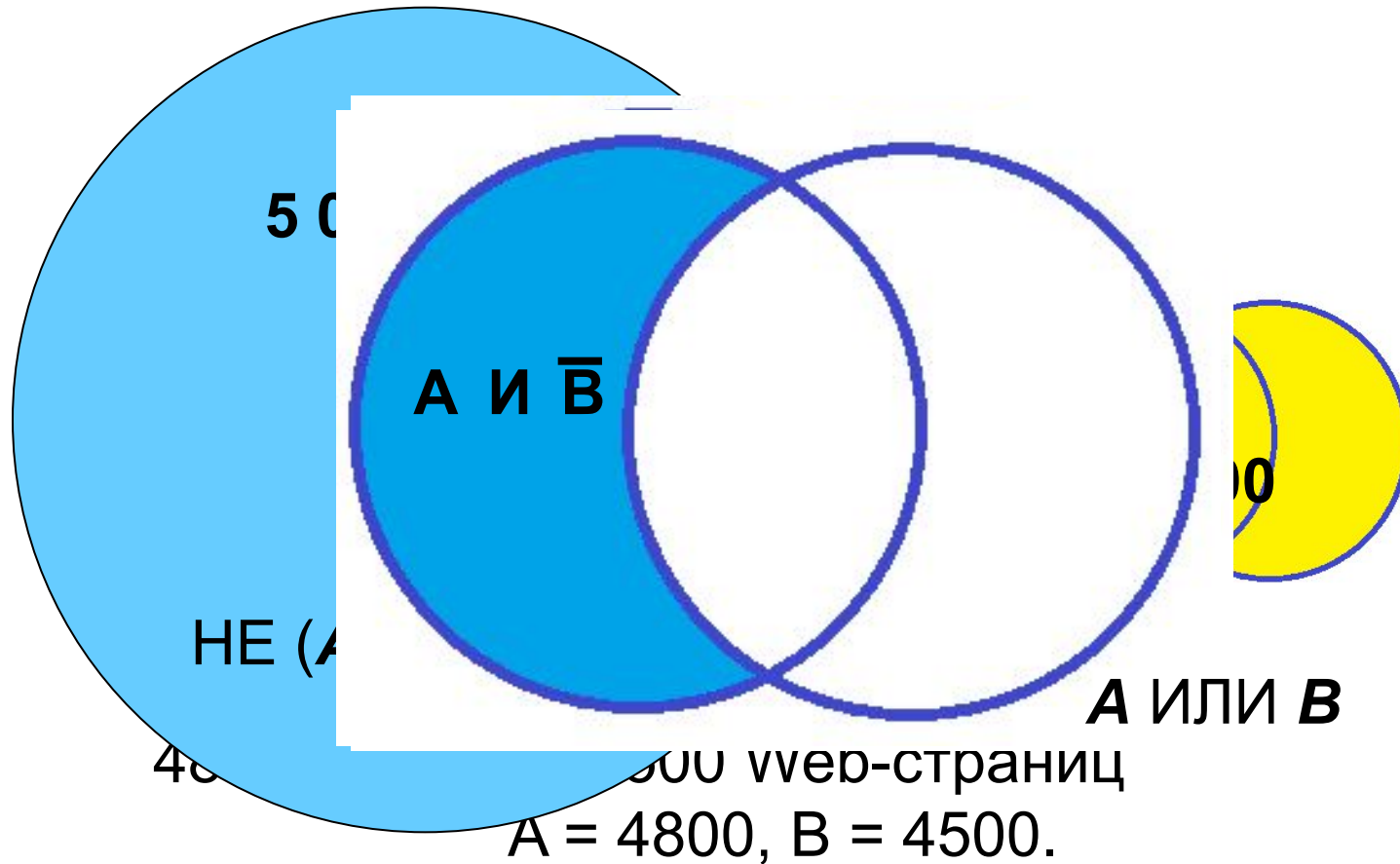
Для какого количества Web-страниц в этом случае будут истинны следующие выражения и высказывание?

а) **НЕ (A ИЛИ B)**;

б) **A & B**;

в) *На Web-странице встречается слово "крейсер" И НЕ встречается слово "линкор"*.

Представим условие задачи графически:



Сегмент Web-страниц  
 На 2500 Web-страницах встречается слово "пинкор"  
 На 2000 Web-страницах встречается слово "пинкор"  
 И НЕ встречается слово "пинкор"  
 $9300 - 7000 = 2300$  Web-страниц A&B

# Самое главное

**Высказывание** — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

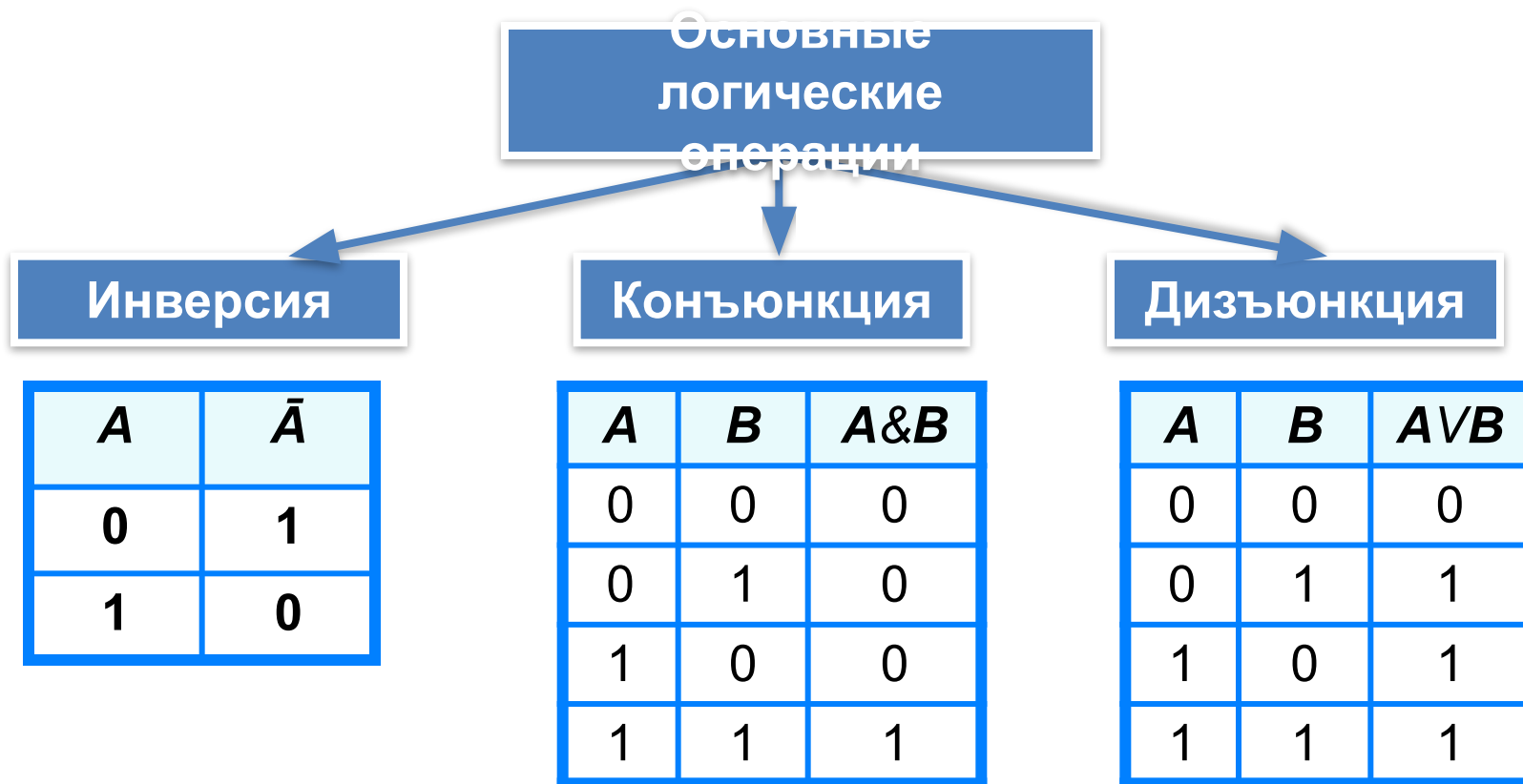
| Ос<br>выс | <b>A</b> | <b><math>\bar{A}</math></b> | Лог<br>операция           | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>A&amp;B</b> | <b>A∨B</b> |
|-----------|----------|-----------------------------|---------------------------|----------|----------|----------------|------------|
| 0         | <b>0</b> | <b>1</b>                    | «и», «а», «но»,<br>«хотя» | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>0</b>       | <b>0</b>   |
| 1         | <b>1</b> | <b>0</b>                    | «или»                     | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b>       | <b>1</b>   |
|           |          |                             | «не»                      | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b>       | <b>1</b>   |
|           |          |                             | «или»                     | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b>       | <b>1</b>   |

При вычислении логических выражений сначала выполняются действия в скобках. Приоритет выполнения логических операций: **¬, &, ∨**.



# Опорный конспект

*Высказывание – это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.*



*Приоритет выполнения логических операций:  $\neg$ ,  $\&$ ,  $\vee$ .*

# Электронные образовательные ресурсы

1. <http://school-collection.edu.ru/catalog/res/9e997f40-f285-4369-aa7d-88b892beca45/?interface=catalog&class=51&subject=19> – Элементарные логические операции