

# Теория фракталов

# Математическое выражение самоподобия:

◊ Степенные законы:

$$f(x) = cx^\alpha,$$

$$c, \alpha = \text{const}$$

Если преобразовать  $x$ , то

$$f(x) \propto x^\alpha$$

# История фрактальной геометрии

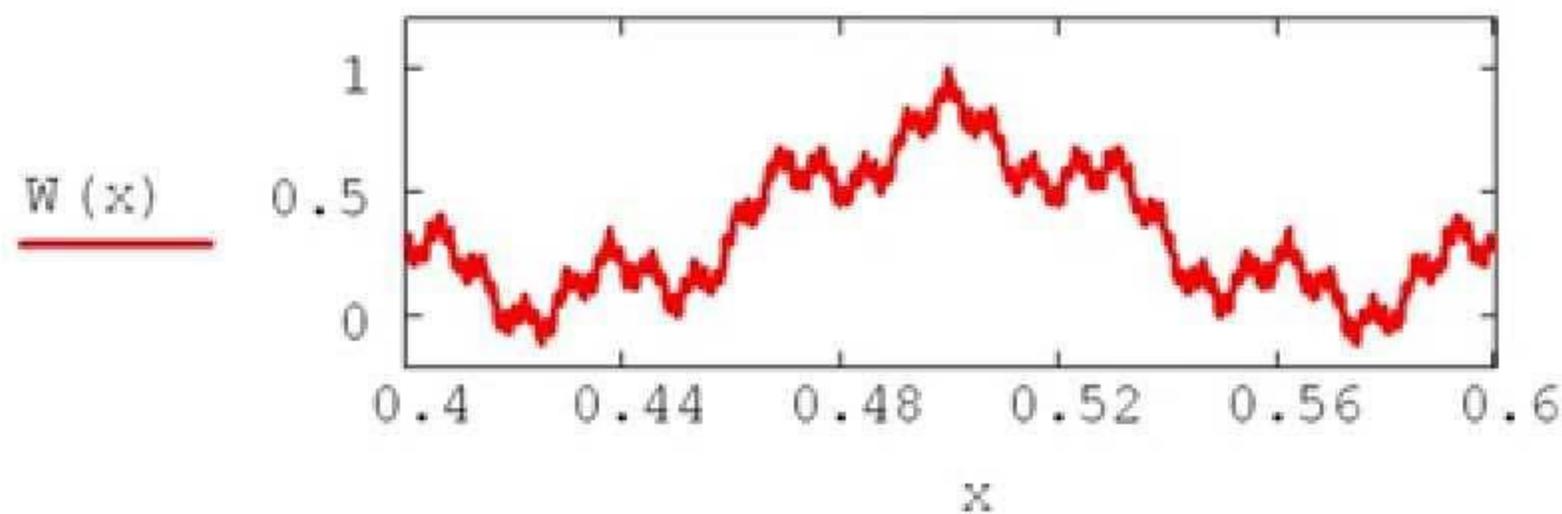
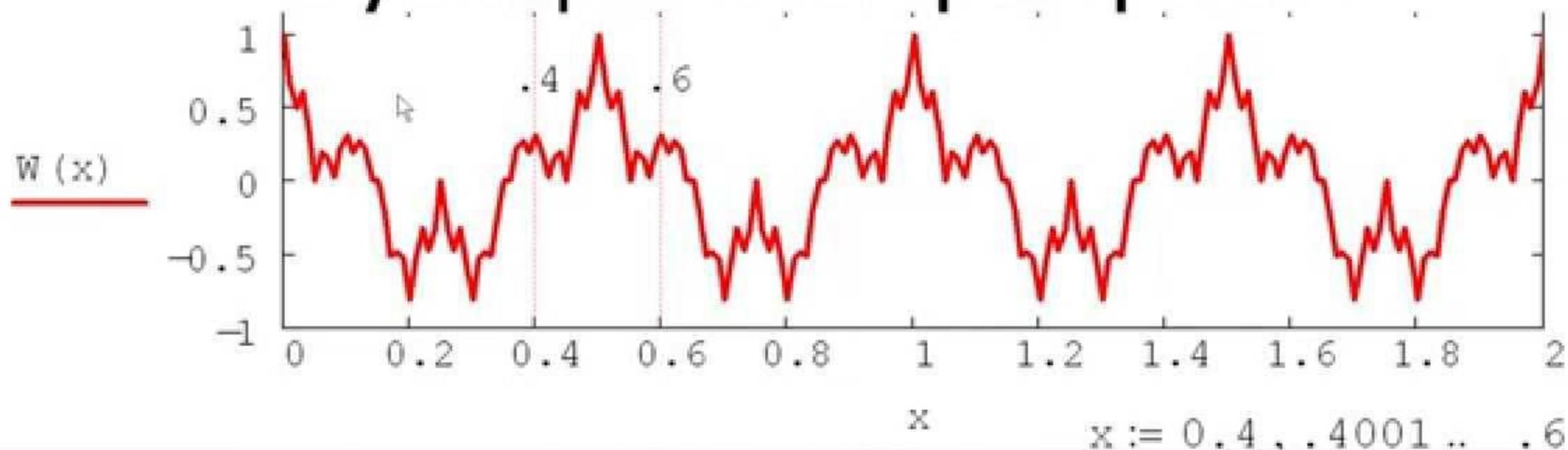
Связана с именами таких математиков, как Вейерштрасс, Кантор, Пеано, Хаусдорф, Безикович, Кох, Серпинский и др.

Вейерштрасс впервые ввёл в обращение непрерывную, но нигде не дифференцируемую функцию в 1872 году.

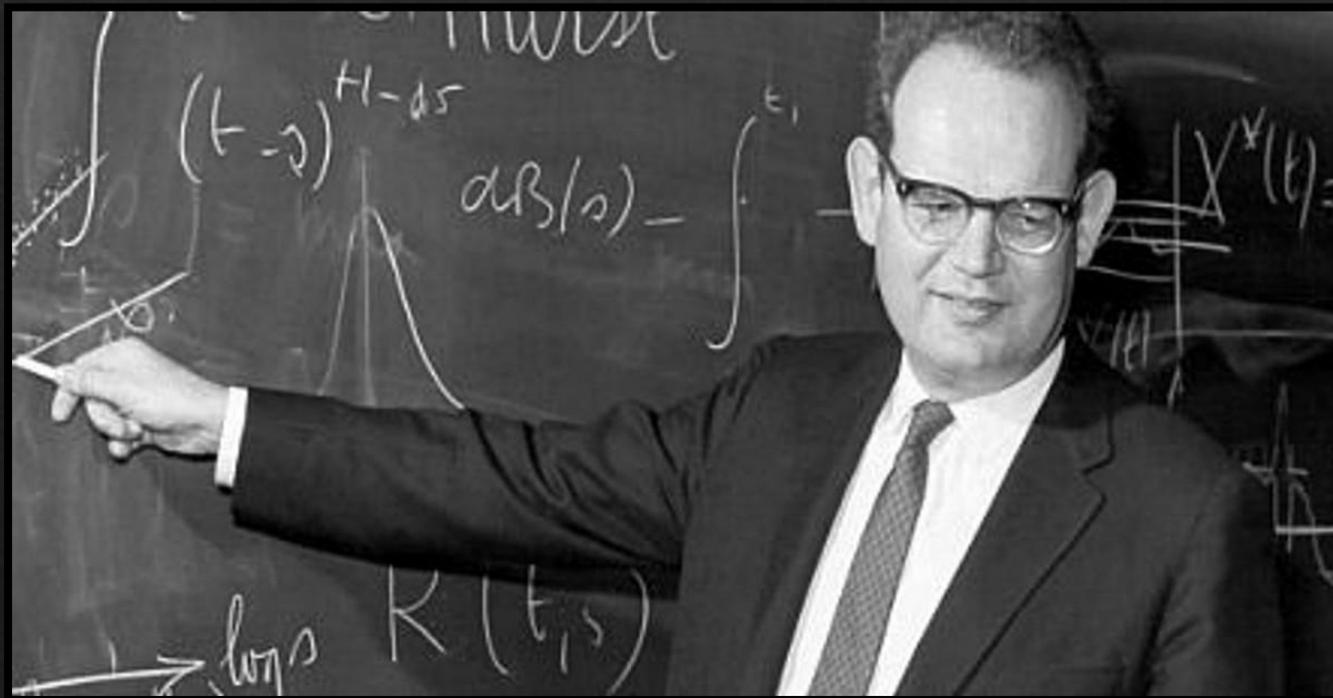
Гастон Жюлиа описал в 1918 году динамические фракталы.

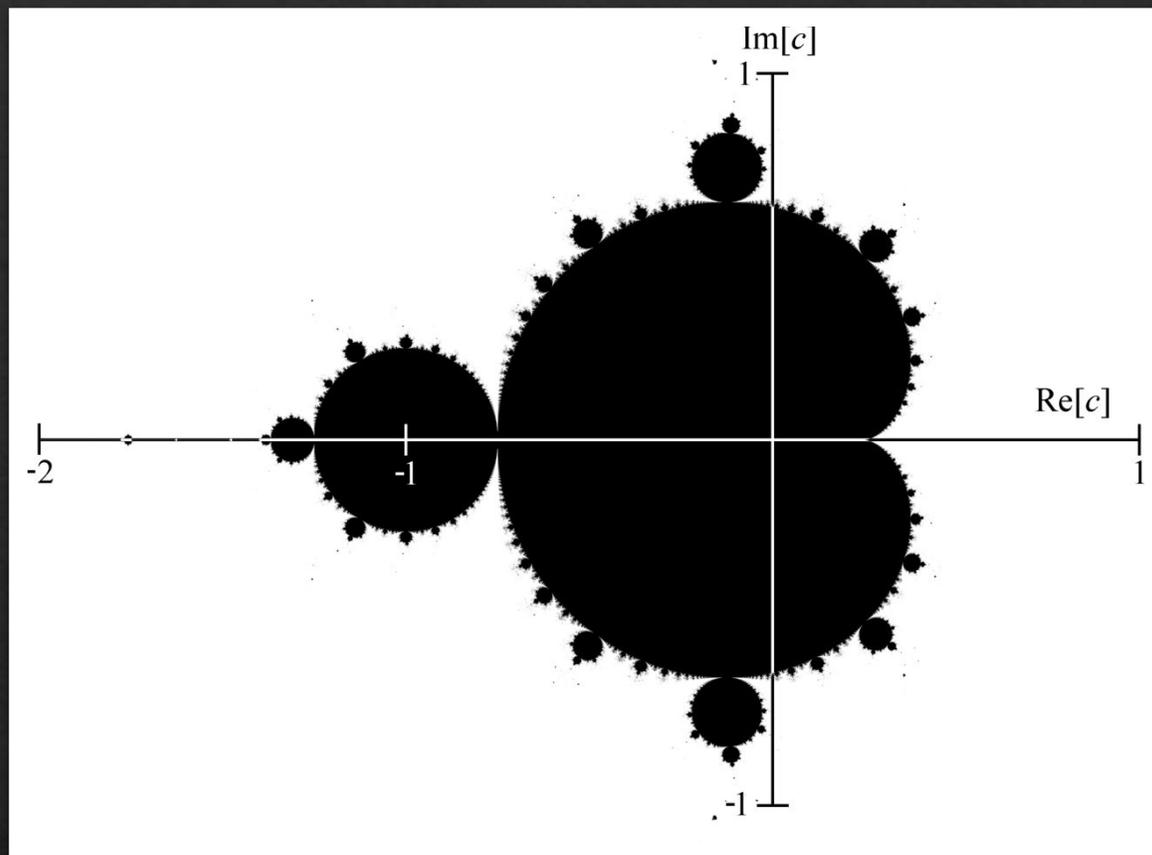
Хаусдорф в 1919 году ввёл понятие о дробной размерности множеств и привёл первые примеры таких множеств.

# Функция Вейерштрасса

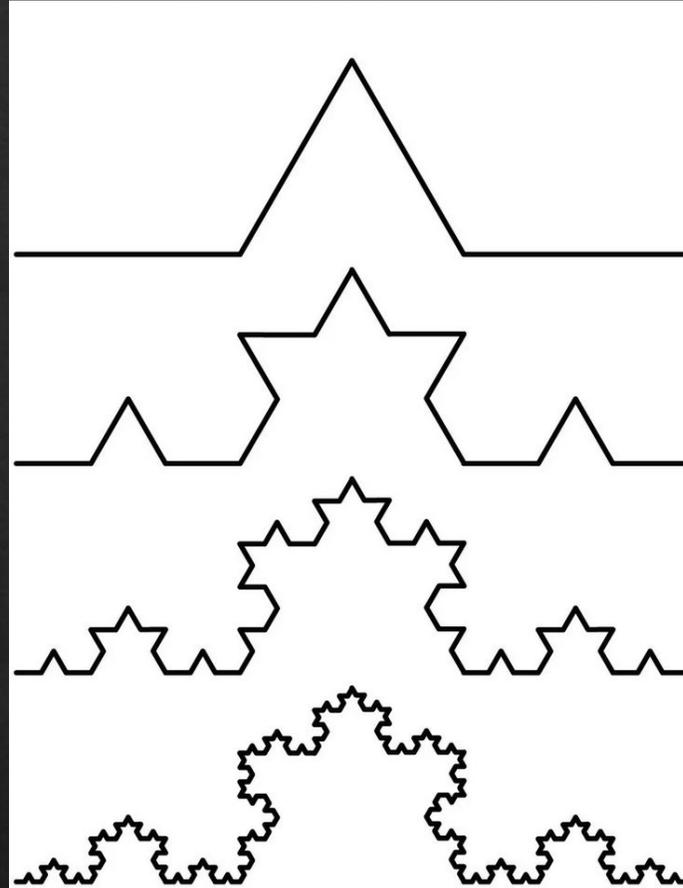


Термин «фрактал» был введён в 1975 году Бенуа Мандельбротом. Один из его самых важных трудов—«Фрактальная геометрия природы».





Фрактал Мандельброта

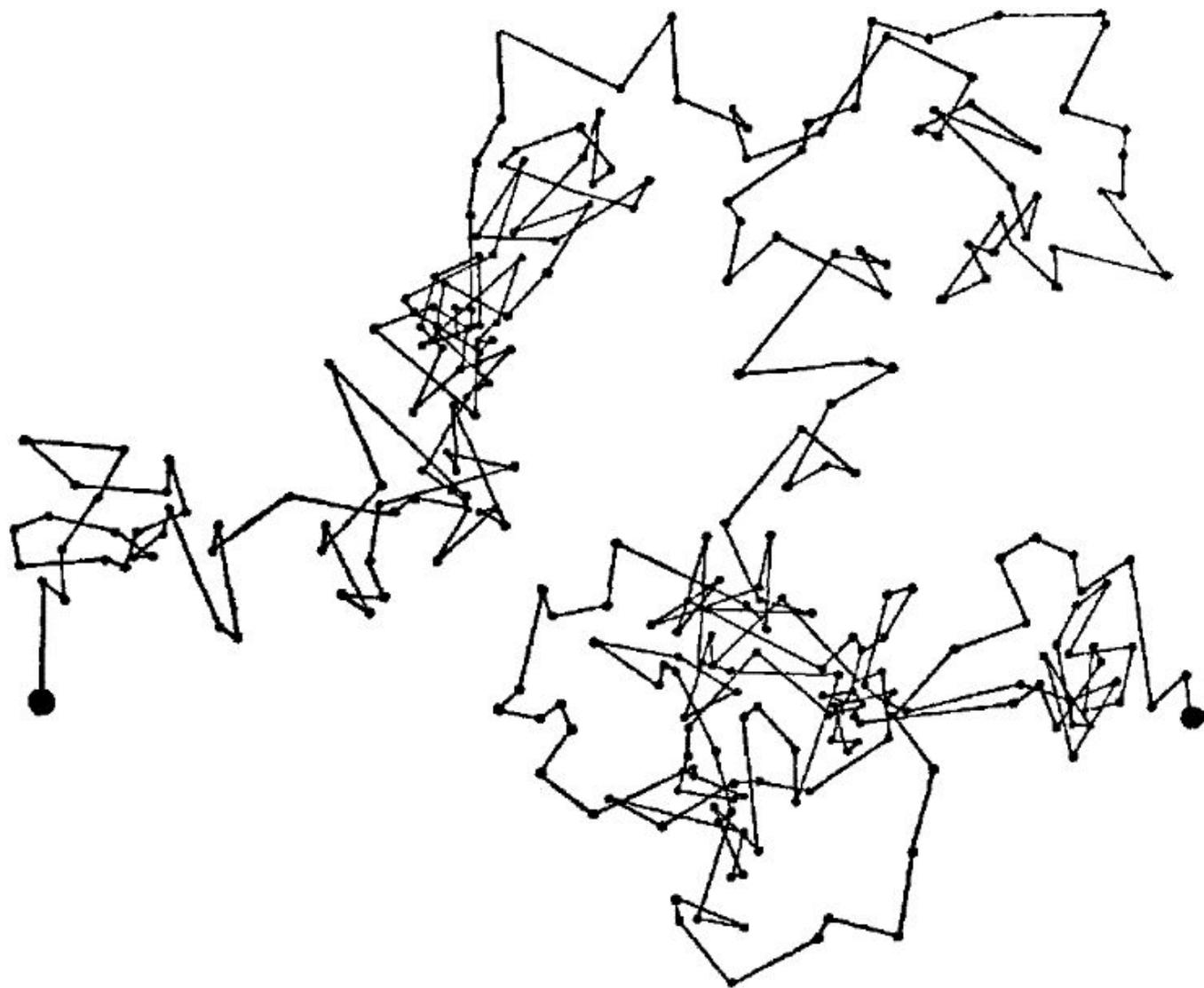


Построение кривой Коха

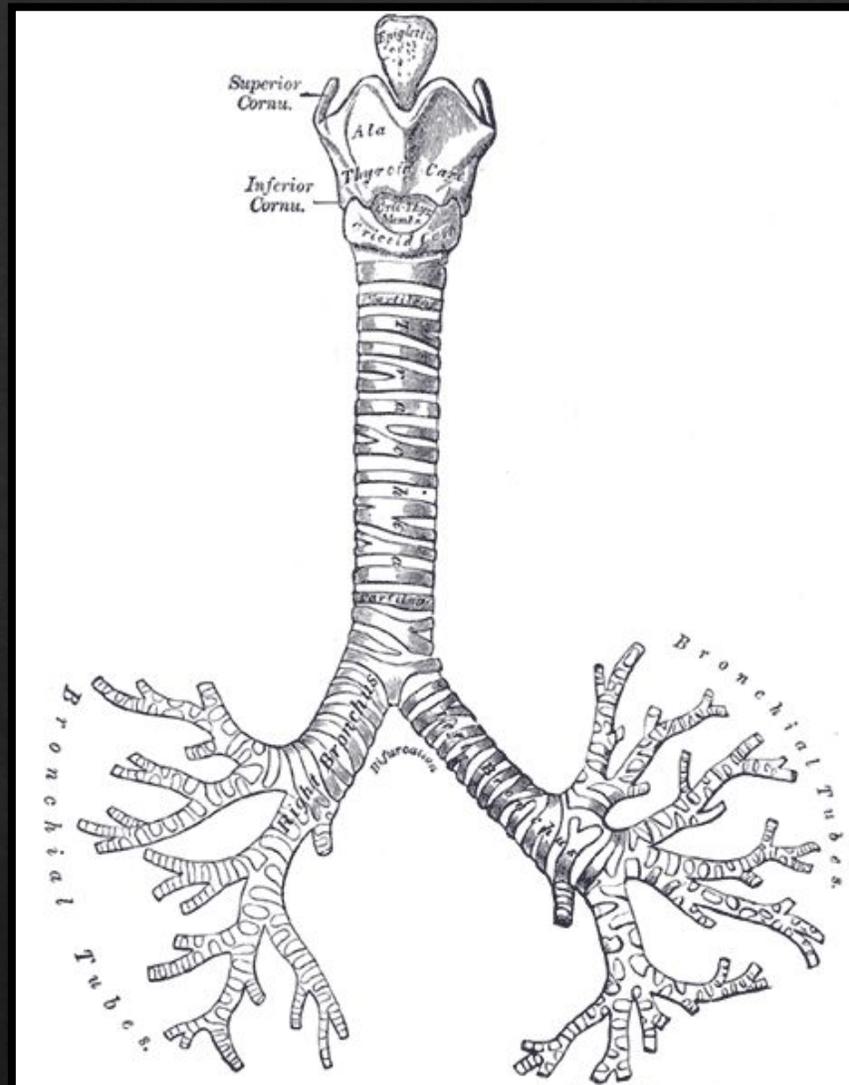
# Фрактал (от лат. fractus — дробный)

Множество  $F$  является фракталом, если:

- 1) Имеет тонкую структуру, т.е. детали произвольно малых масштабов
- 2) Является слишком нерегулярным для того, чтобы описываться традиционной геометрией, как локально, так и глобально
- 3) Обладает некоторым самоподобием, возможно приближительным или статистическим
- 4) Фрактальная размерность  $F$  больше, чем её топологическая размерность
- 5) Во многих интересных случаях определяется очень просто, возможно рекурсивно



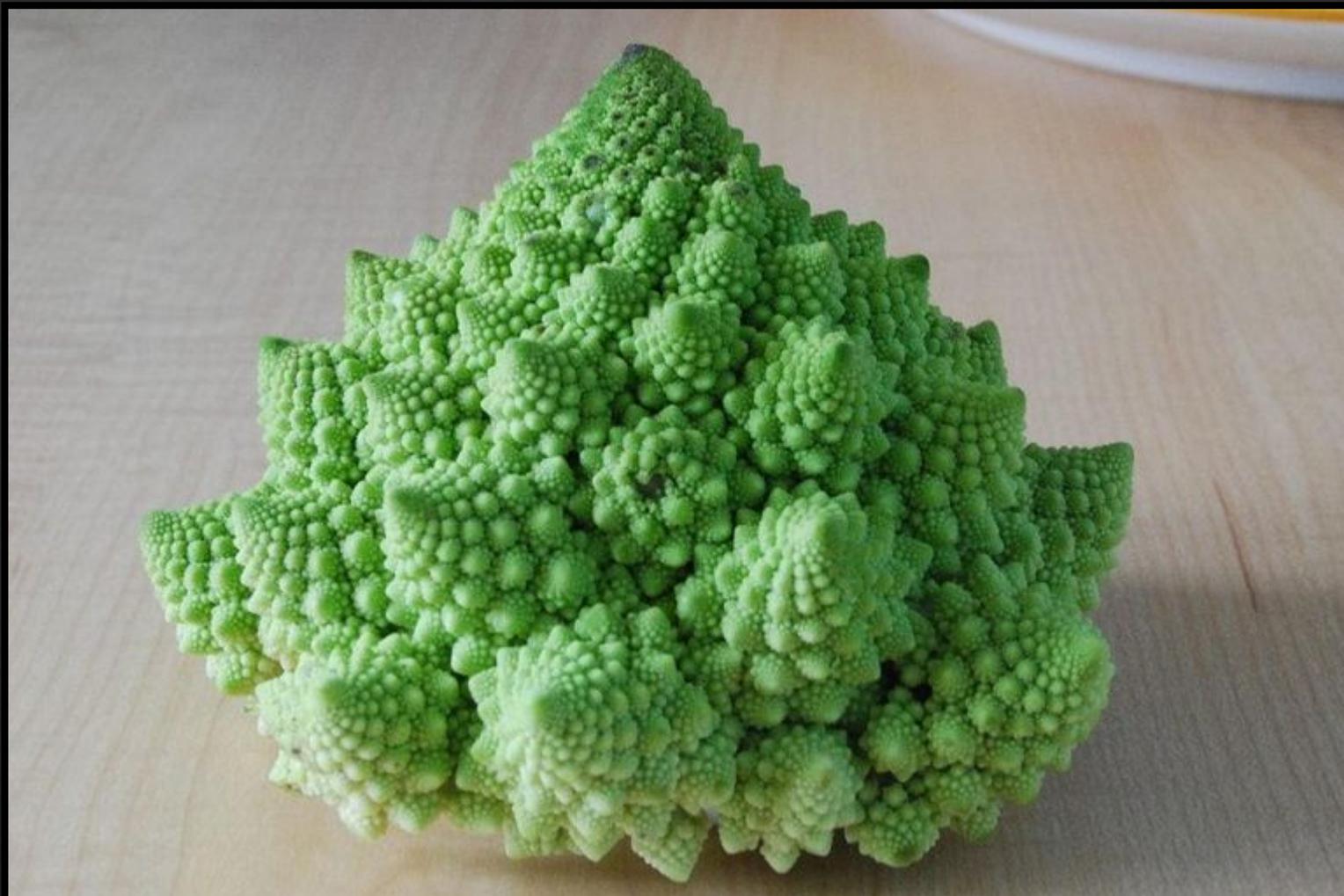
Броуновское движение частицы гуммигута в воде. Мелкими точками отмечены положения частицы через каждые 30 сек. (По Перрену.)



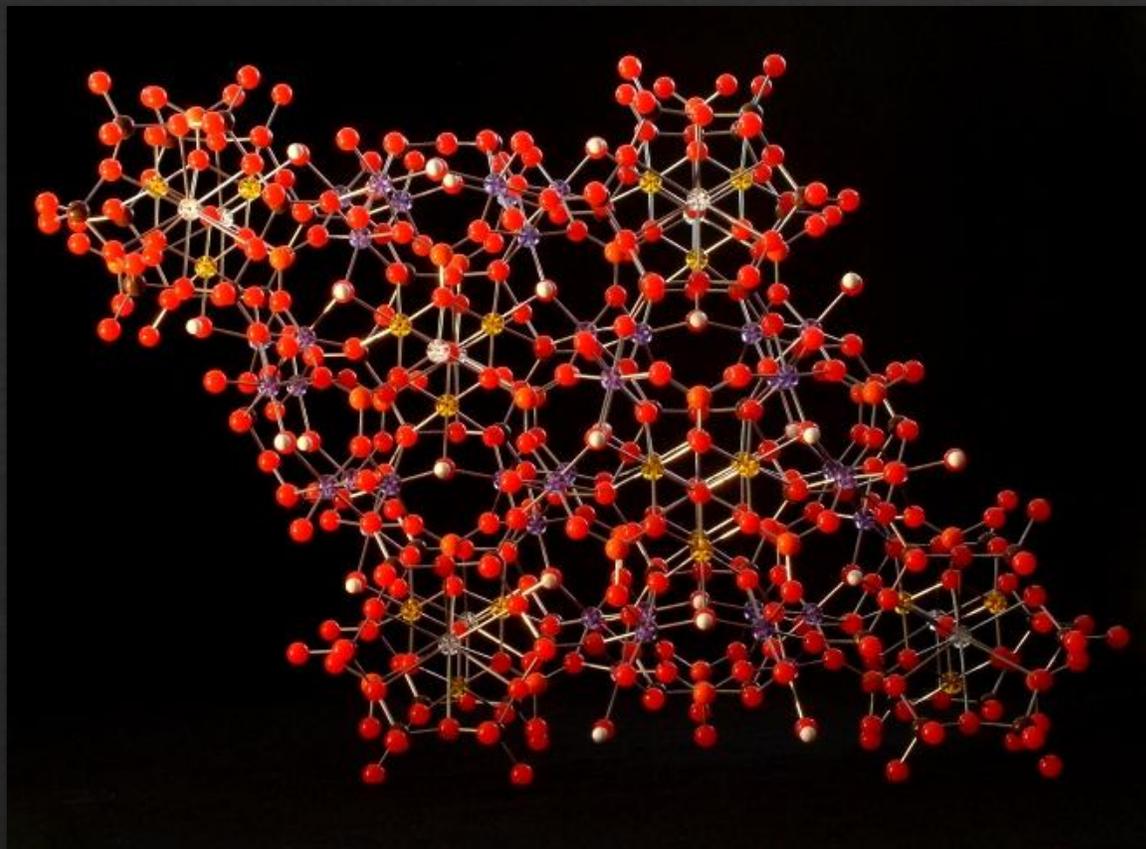
Бронхи



Застенчивая крона деревьев



Капуста Романеско (*Brassica oleracea*)



Кристаллическая структура минерала турмалина

