Электромагнетизм

А) Алессандро Вольт Б) Георг Ом В) Андре Ампер

Обращаюсь ко всем – найдите настоящие портреты Андре-Мари Ампера, Георга Ома и других… Надоела

Математические формулы

Скалярное произведение

$a \cdot b = (a,b) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

Векторное

$a \times b = [a,b] = (a_y b_z - a_z b_y,\ a_z b_x - a_x b_z,\ a_x b_y - a_y b_x).$

Замена по кругу $x \to y \to z \to x$

Двойное векторное

$a \times (b \times c) = b(a,c) - c(a,b)$

БАЦ минус ЦАБ

Градиент

$$grad\, \psi \equiv \nabla \psi = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)$$

Дивергенция

$$div\, \vec{\chi} \equiv \nabla \vec{\chi} = \frac{\partial \chi_x}{\partial x} + \frac{\partial \chi_y}{\partial y} + \frac{\partial \chi_z}{\partial z}$$

Рото

$$rot\, \vec{\chi} \equiv \nabla \times \vec{\chi} = \left(\frac{\partial \chi_z}{\partial y} - \frac{\partial \chi_y}{\partial z}, \frac{\partial \chi_x}{\partial z} - \frac{\partial \chi_z}{\partial x}, \frac{\partial \chi_y}{\partial x} - \frac{\partial \chi_x}{\partial y} \right)$$

Оператор Лапласа

$$\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

Градиент по

$$(\vec{a}\nabla)\vec{\chi} = \left(a_x \frac{\partial \chi_x}{\partial x} + a_y \frac{\partial \chi_x}{\partial y} + a_z \frac{\partial \chi_x}{\partial z}, a_x \frac{\partial \chi_y}{\partial x} + a_y \frac{\partial \chi_y}{\partial y} + a_z \frac{\partial \chi_y}{\partial z}, a_x \frac{\partial \chi_z}{\partial x} + a_y \frac{\partial \chi_z}{\partial y} + a_z \frac{\partial \chi_z}{\partial z} \right)$$

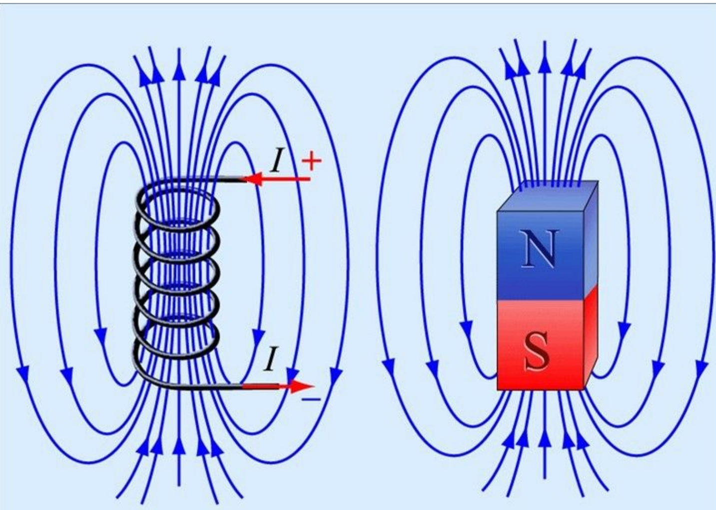
Тождества

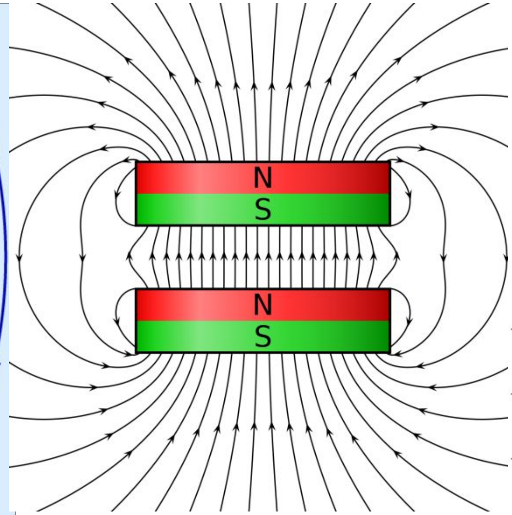
rot grad u = 0

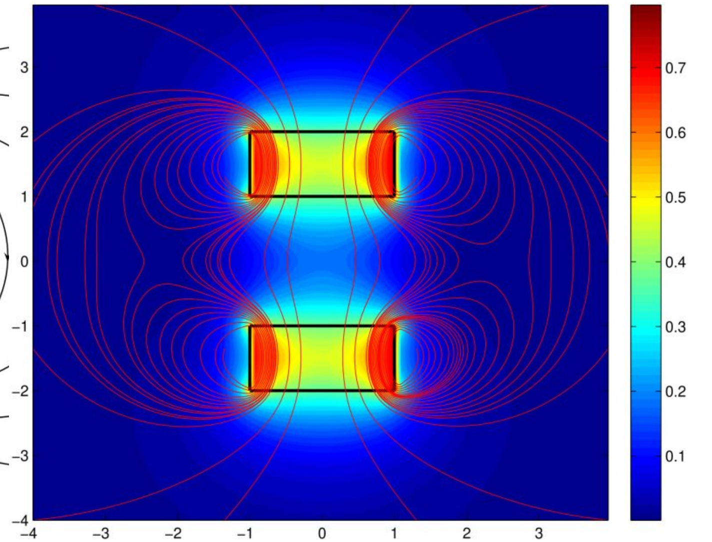
div rot b = 0

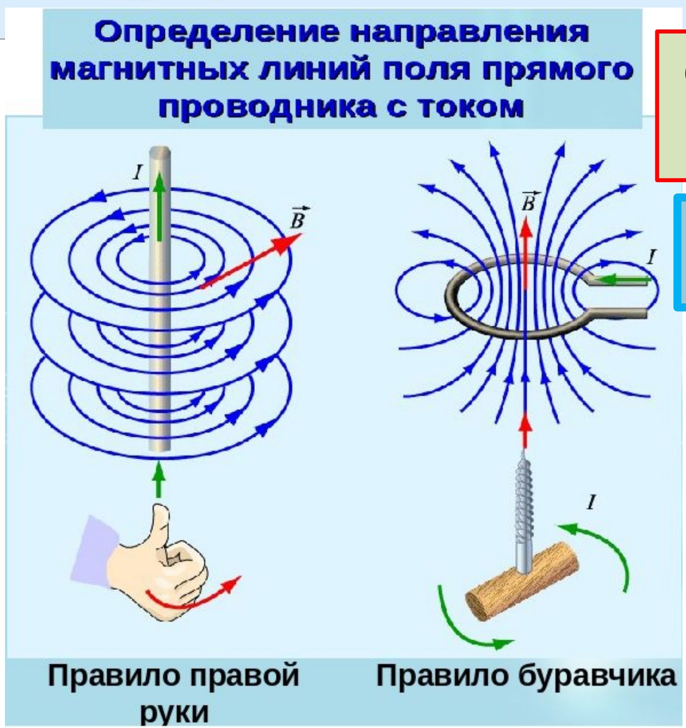
rot(rot ψ) = grad div ψ –Δψ

Магнитное поле





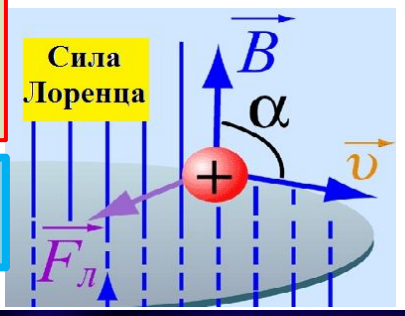


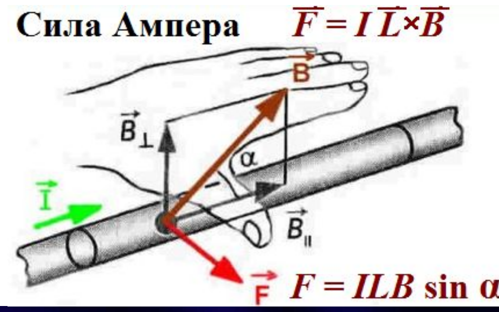


Сила Лоренца

$\mathbf{F} = q\, \mathbf{v} \times \mathbf{B}$

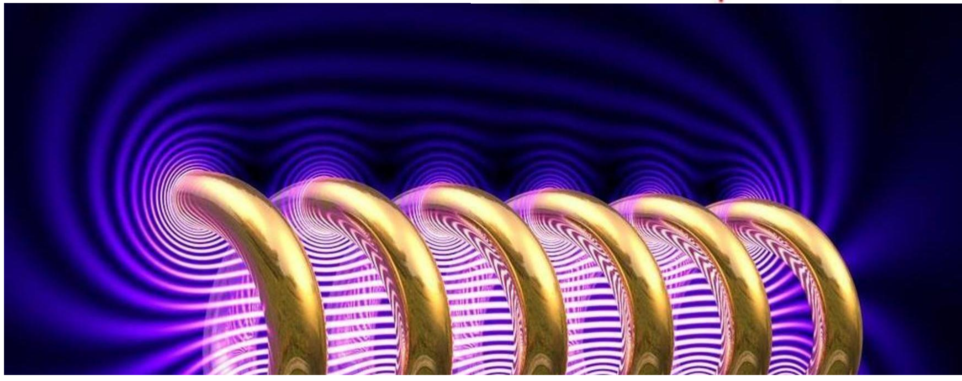
Закон Био-Савара-Лапласа



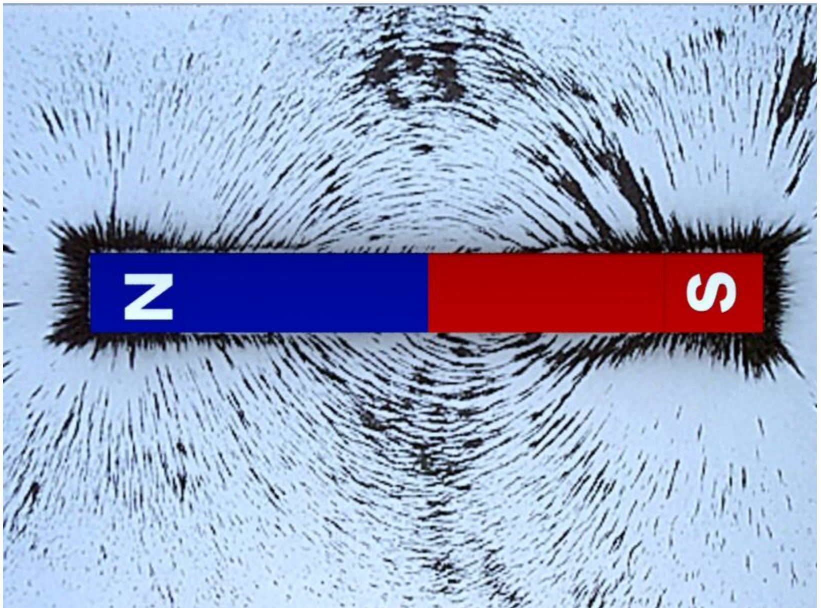


$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

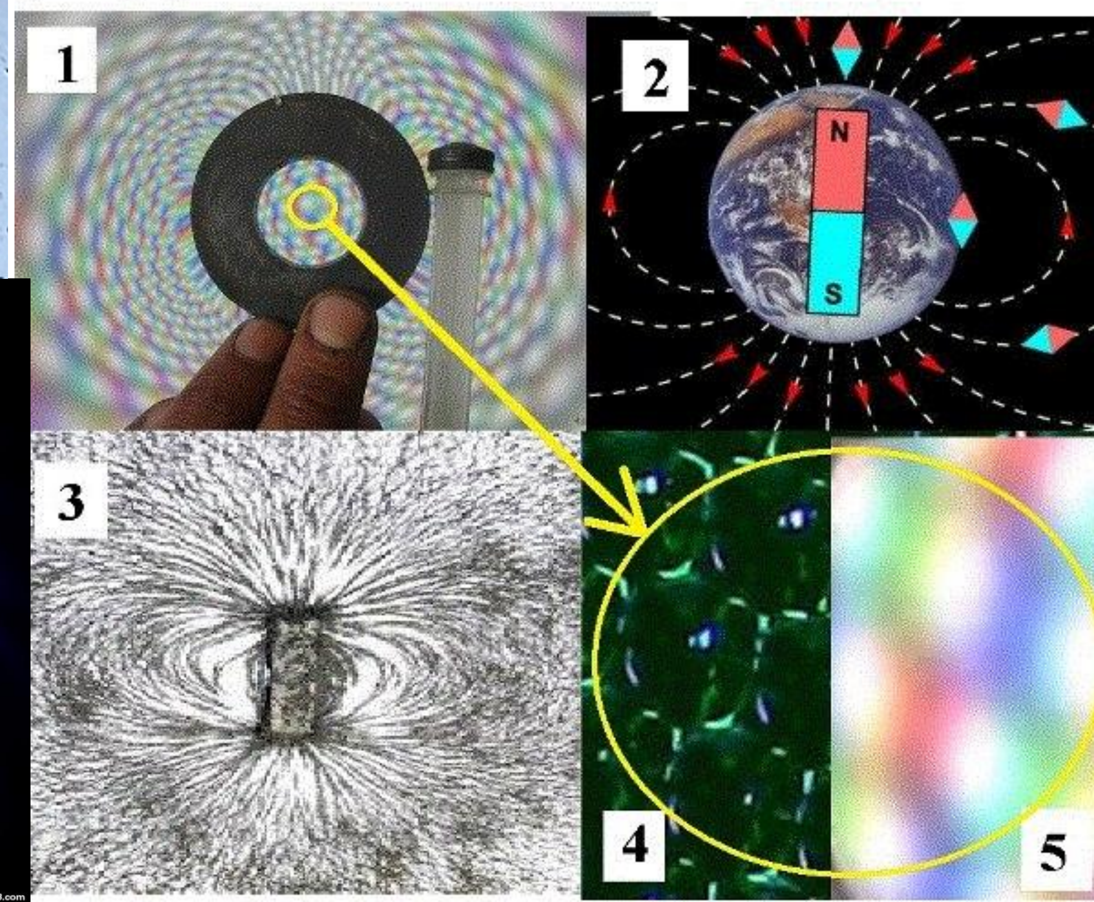
$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, \vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

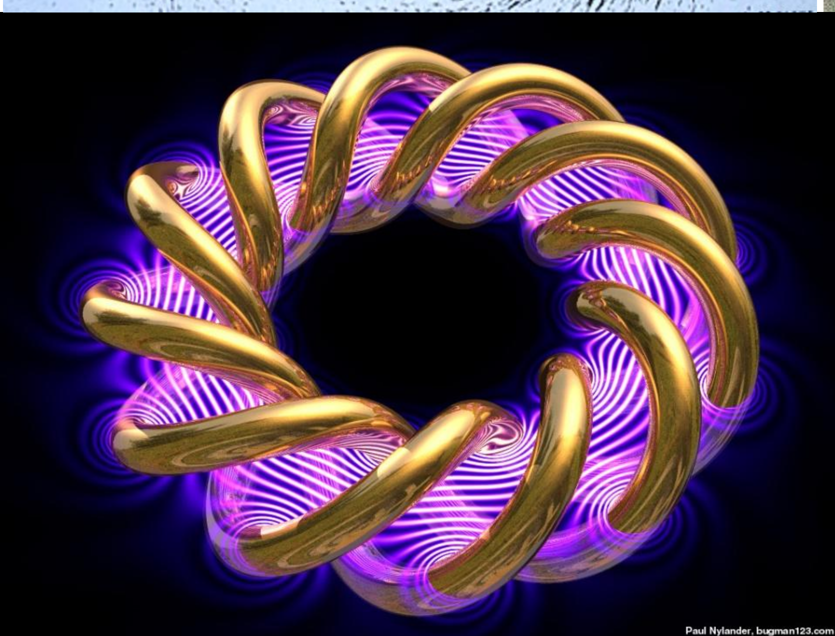


Визуализация поля



1 - структура магнитного поля визуализаированная с помощью кинескопа. 2 - линейная струкутра магнитного поля Земли. 3 - структура магнитного поля с помощью сухих опилок. 4 - структура магнитного поля с помощью жидкого магнита. (магнитной жидкости). 5 - центр фотографии "1".





Сведения из СТО

Преобразование Лоренца

$$(ct',x',y',z')=\left(\frac{ct-\frac{v}{c}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},y,z\right)$$

$$E_x=E'_x\,,\quad E_y=\frac{E'_y+vB'_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,,\quad E_z=\frac{E'_z-vB'_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$B_x=B'_x\,,\quad B_y=\frac{B'_y-vE'_z/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,,\quad B_z=\frac{B'_z+vE'_y/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Могут быть представлены через 4-векторный потенциал (ф,**A**):

E = –grad ф –∂**A**/∂t **B** = rot **A.**

Инварианты $\mathbf{E}^2-c^2\mathbf{B}^2$ и **E•H**

4-вектор координат (ct, x,y,z)

Инвариант $s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$

4-вектор скорости

$$v^{(IV)}=\left(\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\frac{v_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\frac{v_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\frac{v_z}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(c,\vec{v}\right)$$

собств.время $d\tau=(1-v^2/c^2)^{1/2}dt$

4-вектор ускорения

$$a^{(IV)}=\frac{\left(\frac{\vec{v}\vec{a}}{c},\frac{\left(\vec{v}\vec{a}\right)\vec{v}}{c^2}+\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\vec{a}\right)}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^2}$$

4-вектор энергии-импульса (*E* , ***p****c*);

Для частицы $p^{(IV)} = mv^{(IV)}$

Инвариант $E^2 - \boldsymbol{p}^2c^2$ $(=m^2c^4)$

В однородном **E** заряд движется по катеноиде

$(qEx)^2 = Э_o^{\,2} + (cqEt)^2$, $qEx = Э_o\,\mathrm{ch}(qEy/p_0c)$

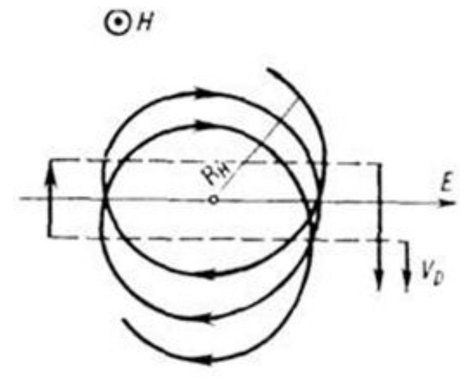
В однородном **B** – по винтовой линии.

Ларморова частота $\omega = (qB/m)\,(1-v^2/c^2)^{1/2}$.

Взаимодействие с магнитным полем

Эффект Холла E = –[v,B] – противод. движению зарядов за счет создающейся на границе проводника разности потенциалов

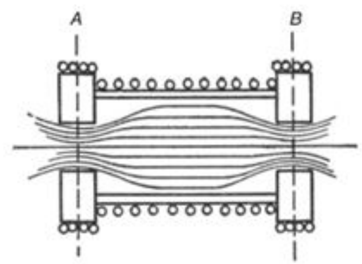
Движение в скрещенных полях **E** и **B**.=> Дрейф со скоростью E/B (если << c) в направлении [**E**,**B**] (т.е. в бок)



Если есть трение **F** = –α**v** , то при больших **B** частицы дрейфуют вдоль силовых линий магнитного поля.

Дрейф в область более слабого магнитного поля.

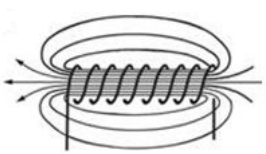
Магнитные ловушки. Проблемы удержания плазмы.



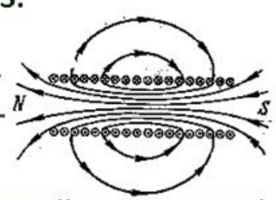
Центробежный (в случае изогнутых силовых линий магн.поля) и гравитационный дрейф

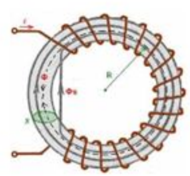
Теорема о циркуляции магнитного поля Ц(**B**) = μ_o***I***. $\oint H\,dl = \iint j\,dS$ $rot\,B = \mu_o\left(j + \frac{\partial D}{\partial t}\right)$

Поле провода B = μ_o***I*/2πr**, плоского проводника ширины S с током ***I*** : **B = μ_o*I*/2S.**



$$B_{\text{сол}} = \frac{\mu_0 N I}{l}$$





$$B_{\text{тор}} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

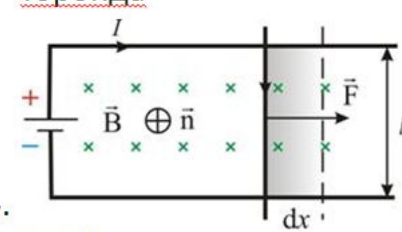
Поле соленоида (Точный расчет поля) и тороида

Ток смещения: в случае разрыва провода непрерывен (***I***+***I***$_{\text{см}}$)

Сферически симметр. ток не может создать магнитное поле.

Поток магнитного поля. Отсутствие магнитных зарядов.

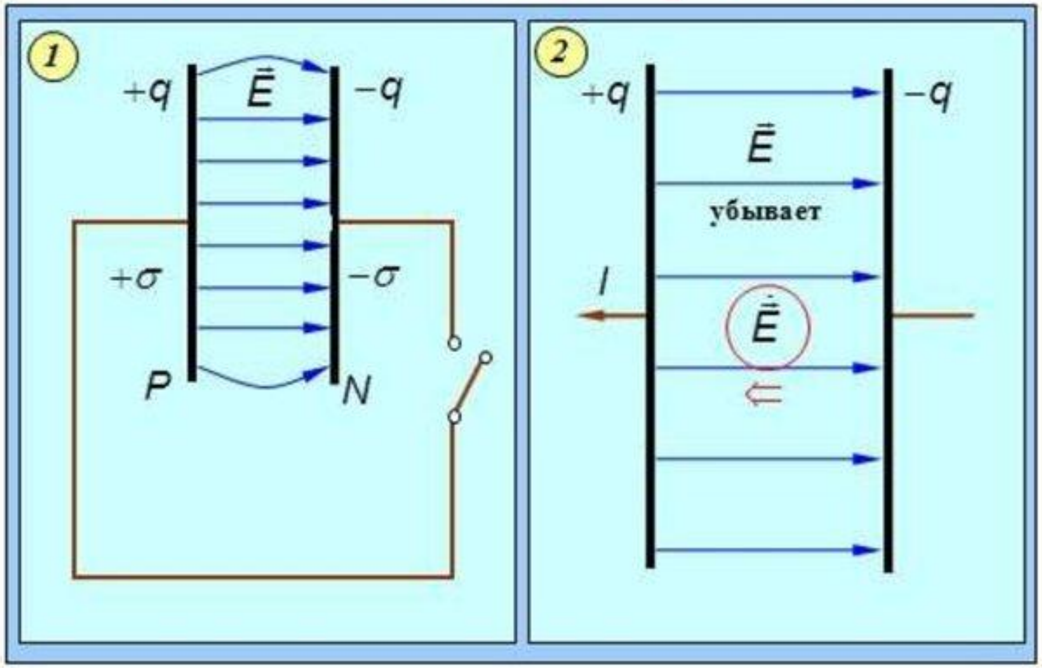
Точный расчет поля



div B=0 Магнитный монополь Дирака и магнитные трубки $Dy_2Ti_2O_7$.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле. **A = *I* ΔΦ**

ТОК СМЕЩЕНИЯ

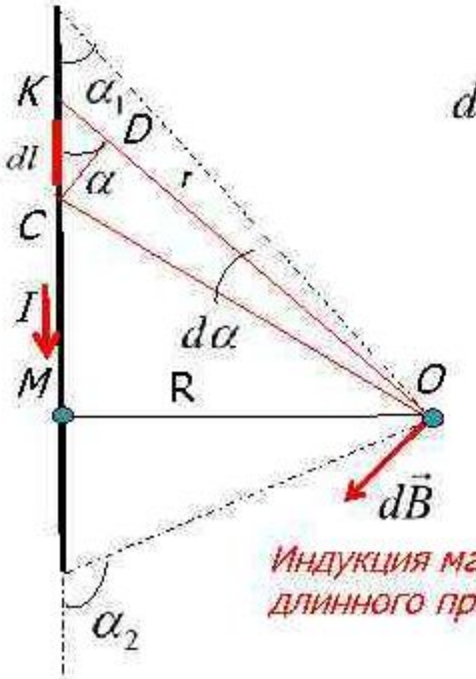


Между обкладками конденсатора линии тока проводимости обрываются и ток как бы «исчезает в никуда» и «появляется из ничего», что противоречит закону сохранения. Поэтому логично предположить, что линии тока проводимости в конденсаторе переходят в линии другого тока. Этот другой ток назвали током смещения, его плотность равна:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Магнитное поле прямого тока

Вычислим магнитную индукцию, создаваемую участком AB прямолинейного проводника с током I.



$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$$

Индукция магнитного поля бесконечно длинного проводника

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}$$

Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Первое уравнение показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

Это – постулат Максвелла, выражающий закон создания электрических полей действием зарядов в произвольных средах.

$$\oint_S \vec{B}dS = 0$$

Магнитное поле не имеет стоков и истоков, линии поля не имеют ни начала ни конца. Магнитное поле называют соленоидальным или вихревым.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

- Эти уравнения часто используются для решения практических задач

$$rot\mathrm{E} = -\mu_a \frac{\partial H}{\partial t} = -j\omega\mu H$$

$$rot\mathrm{H} = \sigma\mathrm{E} + \varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial t} = \sigma\mathrm{E} + \mathrm{j}\omega\varepsilon_a E$$

- К уравнениям Максвелла также относят еще два вспомогательных уравнения:

$$div\mathrm{E} = \rho/\varepsilon \qquad div\mathrm{H} = 0$$