

Министерство образования и молодежной политики Свердловской области  
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
Свердловской области  
**«Уральский колледж технологий и предпринимательства»**  
(ГАПОУ СО «УКТП»)

Преподаватель ВКК Мишарина Наталья Юрьевна

Обратная связь осуществляется : 8 912 669 76 26,

эл.почта [teslia@uralweb.ru](mailto:teslia@uralweb.ru)

группа в Контакте «Строители колледж», <https://vk.com/groups>

в личку <https://vk.com/feed>

WhatsApp по телефону 8 953 821 01 05

Дисциплина Техническая механика

Тема. Плоская система сходящихся сил

**Задача № 9. «Определение центра тяжести и геометрических характеристик сложных фигур, составленных из стандартных прокатных профилей»**

### **Литература**

В группе «Строители колледж» В Контакте учебник Сеткова В.И.  
Сборник задач по технической механике – варианты стр.38-41.

<https://vk.com/groups>

Срок сдачи: 15.01.2021

Вид учебного занятия: практическое занятие по **видео-уроку**

# Требования к выполненной работе:

1. Чертёж должен быть чётким, не мелким, примерно на треть страницы, цифры написаны чертёжным шрифтом
2. Соблюдаем толщину основных толстых и тонких размерных линий
3. Не должно быть зачёркиваний, исправлений, пересечения размерных линий. Пользуйтесь штрихом или черновиками
4. В решении между строчками должен быть пробел
5. Оформление задачи: Дано, что сделать, решение, ответ.
6. Все единицы измерения должны быть проставлены.
7. **Поясняющий текст к задаче ВСЬ** записываем, без этого не выше тройки.

# Критерии оценивания задачи

- Оценка **«отлично»** выставляется при **правильно** решённой задаче: **аккуратно и чисто**, в соответствии с требованиями, **оформленном решении**, при **максимальной самостоятельности**.
- Оценка **«хорошо»** выставляется при **правильно** решенной задаче, при наличии в ходе решения **незначительных** исправлений и помарок, с подсказками преподавателя
- Оценка **«удовлетворительно»** выставляется, если после проверки в работе будут исправлены все ошибки и она будет оформлена в соответствии с требованиями.
- Во всех остальных случаях работа не засчитывается

# Момент инерции

- Величина, которая показывает, насколько трудно раскручивать (изгибать) тело относительно какой-либо оси, проходящей через центр масс (тяжести)

# Момент инерции сечения характеризует жёсткость

А) Чем больше момент инерции  $I$ , тем сложнее прогнуть.

Б) Пример: линейка на прогиб: у нее сильно различается момент инерции вдоль осей.

- Тела одинаковой массы могут вести себя по разному из-за распределения массы.
- Момент инерции учитывает это распределение.
- При выборе конструкций среди различных сечений одинаковой площади выбирают сечение, которое будет лучше сопротивляться изгибу.

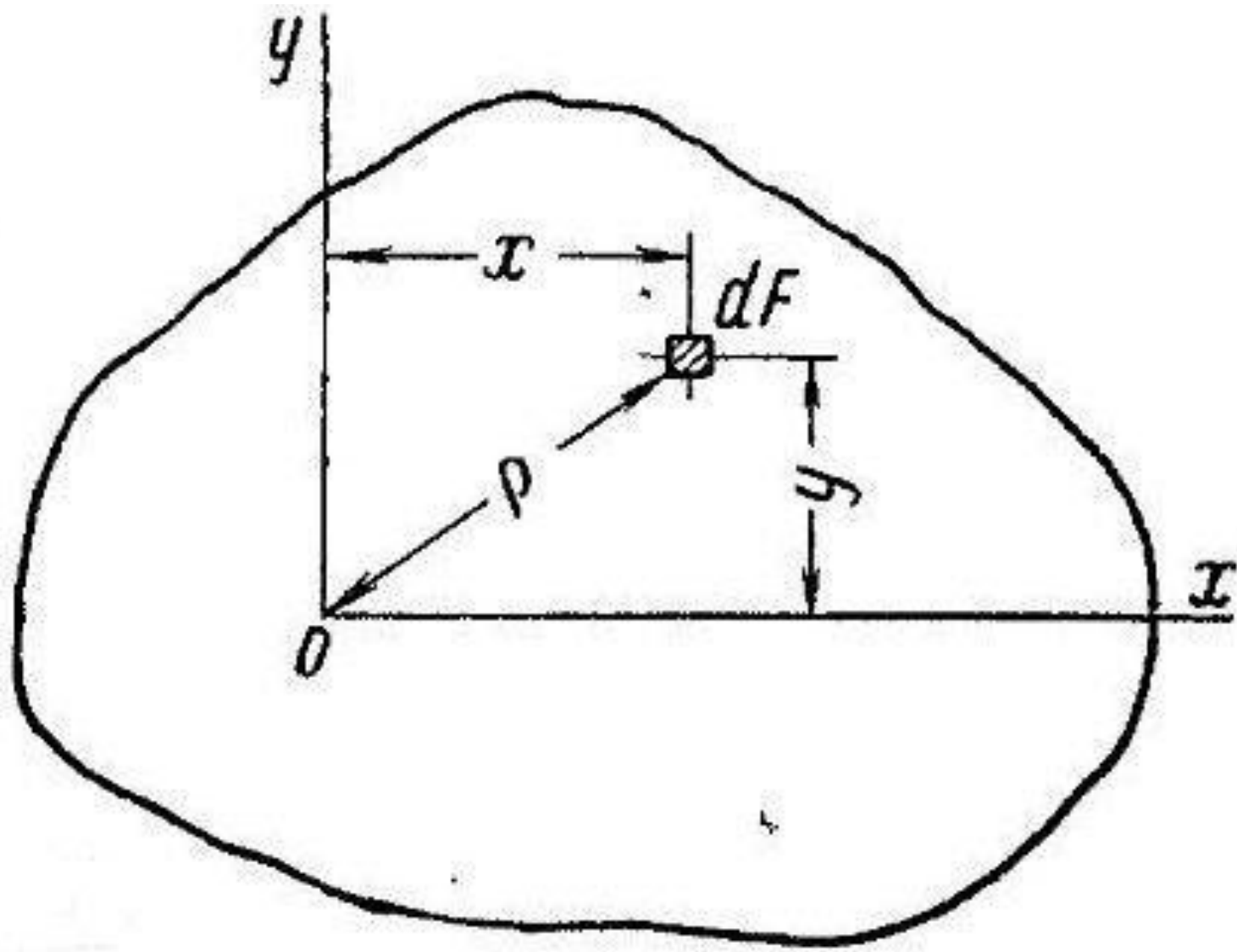
# 1. Статический момент инерции

алгебраическая сумма произведений:

*элементарных площадей на  
координаты их центров  
тяжести*

*– мм<sup>3</sup>, см<sup>3</sup>, м<sup>3</sup>*

- (сумма  $d S \cdot x$  или  $d S \cdot y$ )





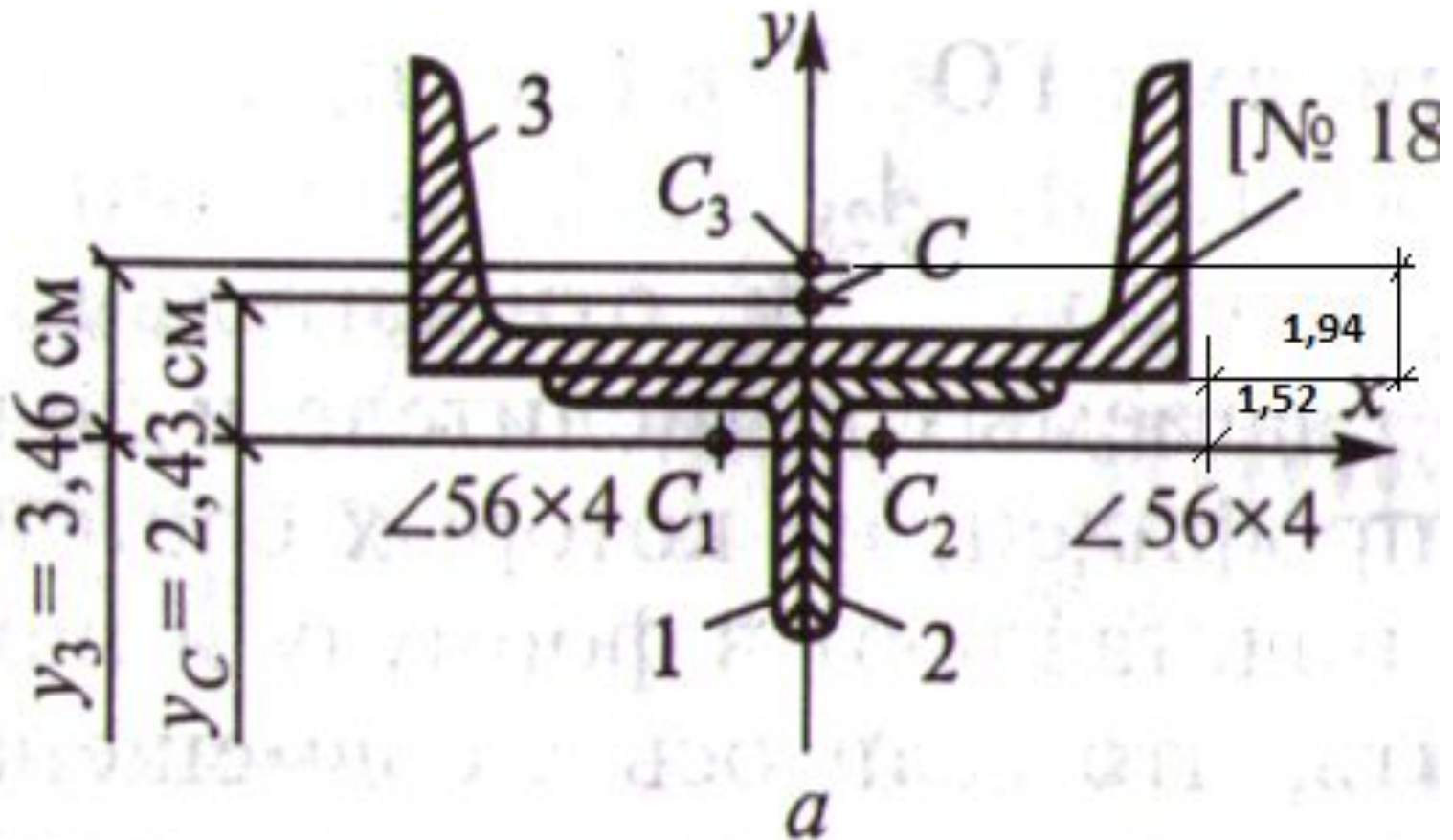
а) в интегральной форме

$S_x = \int y dS$  - статический момент  
инерции относительно оси x

$S_y = \int x dS$  - статический момент инерции  
относительно оси y

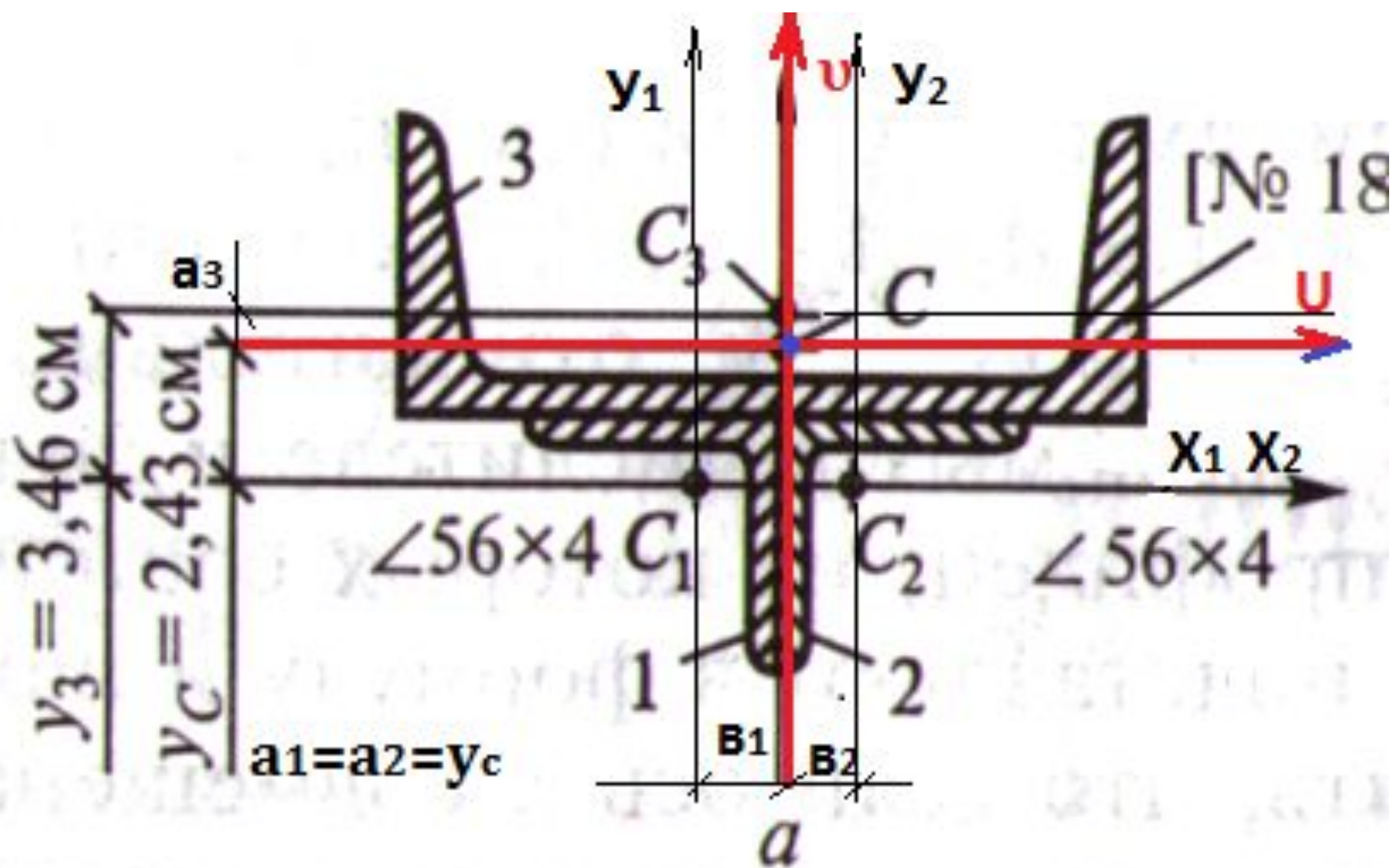
**Задача № 9. «Определить главные моменты инерции заданного сечения из стандартных прокатных профилей»**

# Из задачи 7





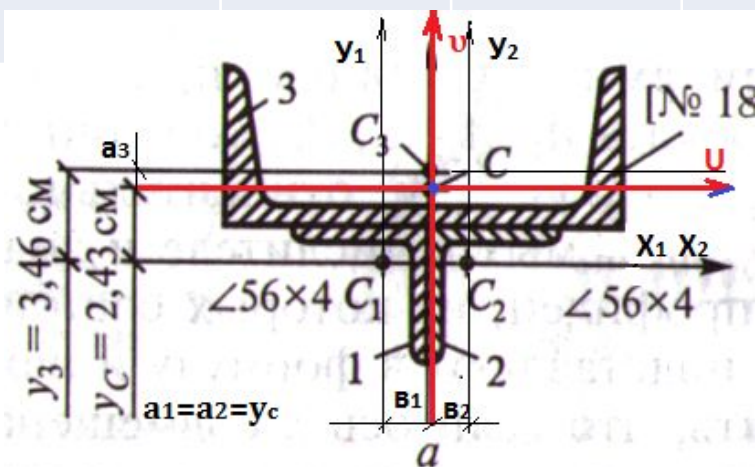
# Последовательность решения задачи:

1. *Положение центра тяжести определено в задаче 7,  $U_c = 2,43$  см, если ось проходит через центр тяжести швеллера.*
3. Провести **центральные** оси  $x_1$   $x_2$   $x_3$   $y_1$   $y_2$   $y_3$  через центры тяжести  $C_1$   $C_2$   $C_3$
4. Провести **главные** центральные оси  $X$  и  $Y$  через центр тяжести  $C$ 
  - А) вертикальную ось  $V$  совмещаем с осью симметрии
  - Б) горизонтальную  $u$  проводим через центр тяжести  $C$  перпендикулярно оси  $V$



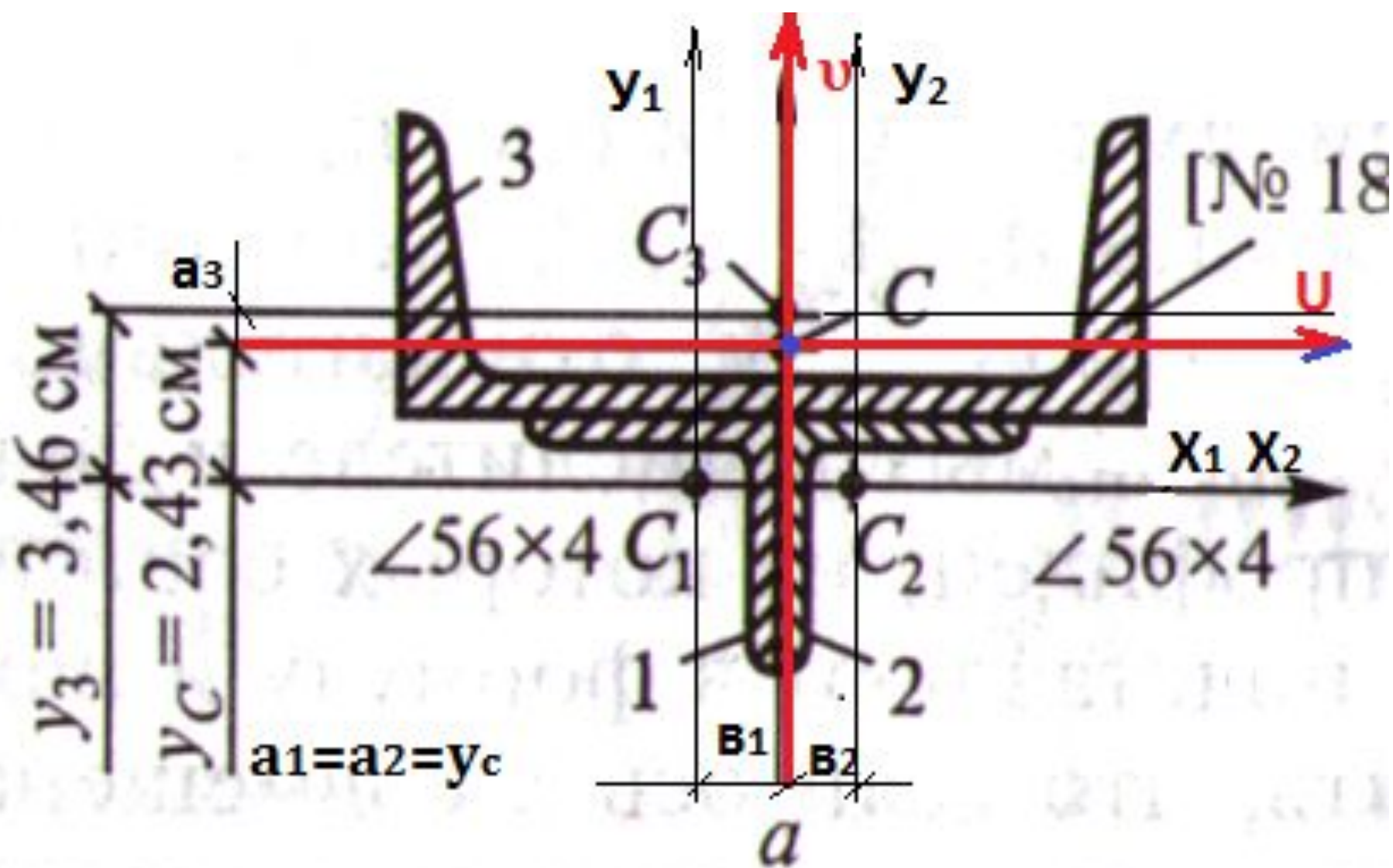
5. Составить таблицу и занести в неё данные для определения главных моментов инерции относительно **главных центральных осей.**

№ про фил я	Про фил ь	$J_x$	$J_y$	$A, \text{см}^2$	$a, \text{см}$	$B, \text{см}$
1,2	 56x4  	13,1 $\text{см}^4$	13,1 $\text{см}^4$	4,38	$a_1 = a_2 = 2,43$	$B_1 = B_2 = 1,52$
3	1 18	86	1090	20,7	$a_3 = 1,03$	$B_3 = 0$



- $a_1$  – расстояние по вертикали от центра тяжести  $c_1$  до Главного центра тяжести  $C$  (пересечения Главных центральных осей)  
- КАК ПРАВИЛО, ЭТО  $U_c$
- $a_2$  – от  $c_2$  до  $C$
- $a_3$  – от  $c_3$  до  $C$
- $a_4$  – от  $c_4$  до  $C$
- $b_1$  – расстояние по горизонтали от центра тяжести  $c_1$  до Главного центра тяжести  $C$  (пересечения Главных центральных осей)
- $b_2$  – от  $c_2$  до  $C$
- $b_3$  – от  $c_3$  до  $C$
- $b_4$  – от  $c_4$  до  $C$



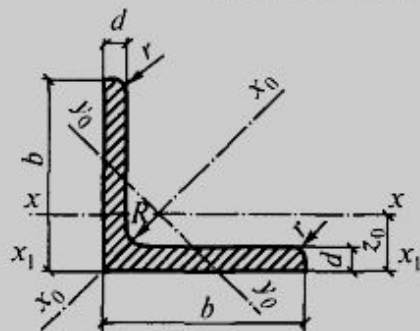


## Приложения

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Таблица I

Сталь прокатная угловая равнополочная (ГОСТ 8609—86)



Обозначения:

$b$  — ширина полки;

$d$  — толщина полки;

$R$  — радиус внутреннего закругления;

$r$  — радиус закругления полки;

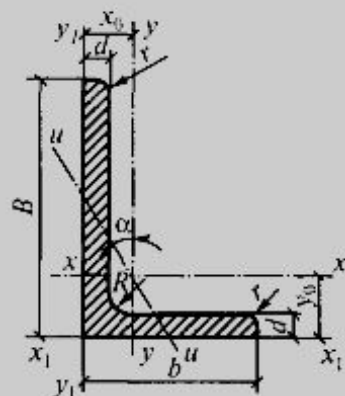
$J$  — момент инерции;

$i$  — радиус инерции;

$z_0$  — расстояние от центра тяжести до полки.

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей							
	$b$	$d$	$R$	$r$			$x - x'$		$x_0 - x_0'$		$y_0 - y_0'$		$x_1 - x_1'$	$z_0, \text{см}$
							$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_{x_0 \max}, \text{см}^4$	$i_{x_0 \max}, \text{см}$	$J_{y_0 \min}, \text{см}^4$	$i_{y_0 \min}, \text{см}$		
4,5	45	3	5	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4			3,48	2,73	6,63	1,38	10,50	1,74	2,74	0,89	12,10	1,26
		5			4,29	3,37	8,03	1,37	12,70	1,72	3,33	0,88	15,30	1,30
5	50	3	5,5	1,8	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4			3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5			4,80	3,77	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	4	6	2	4,38	3,44	13,10	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5			5,41	4,25	16,00	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57

## Сталь прокатная угловая неравнополочная (ГОСТ 8510—86)

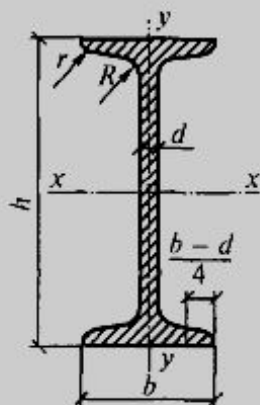


Обозначения:

 $B$  — ширина большой полки; $b$  — ширина малой полки; $d$  — толщина полки; $R$  — радиус внутреннего закругления; $r$  — радиус закругления полки; $J$  — момент инерции; $i$  — радиус инерции; $x_0, y_0$  — расстояния от центра тяжести до наружных граней полок.

Номер профиля	Размеры, мм					Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей										Тангенс угла $\alpha$
	$B$	$b$	$d$	$R$	$r$			$x-x$		$y-y$		$x_1-x_1$		$y_1-y_1$		$u-u$		
								$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_y, \text{см}^4$	$i_y, \text{см}$	$J_{x_1}, \text{см}^4$	$y_0, \text{см}$	$J_{y_1}, \text{см}^4$	$x_0, \text{см}$	$J_{u \min}, \text{см}^4$	$i_{u \min}, \text{см}^4$	
5,5/3,6	56	36	4	6	2	3,58	2,81	11,4	1,78	3,7	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,506
			5			4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
6,3/4	63	40	4	7	2,3	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397
			5			5,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,80	0,95	3,73	0,86	0,396
			6			5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,10	0,99	4,36	0,86	0,393
			8			7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,90	1,07	5,58	0,85	0,386
7,4/5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,20	1,05	5,34	0,98	0,406

## Сталь прокатная — балки двутавровые (ГОСТ 8239—72)

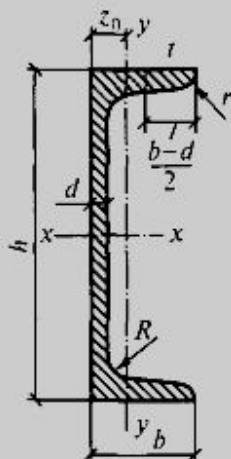


## Обозначения:

- $h$  — высота балки;  
 $b$  — ширина полки;  
 $d$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $R$  — радиус внутреннего закругления;  
 $r$  — радиус закругления полки;  
 $J$  — момент инерции;  
 $W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции.

Номер профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						
		$h$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$x-x$				$y-y$		
									$J_x$ , см <sup>2</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18а	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,8	2,12

## Сталь прокатная — швеллеры (ГОСТ 8240—72)

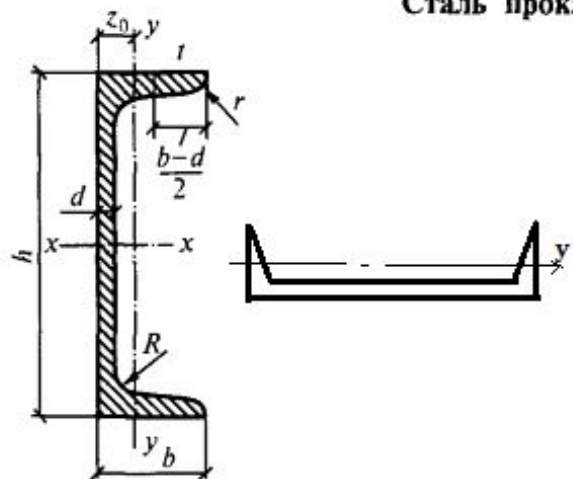


Обозначения:

- $h$  — высота швеллера;  
 $b$  — ширина полки;  
 $d$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $R$  — радиус внутреннего закругления;  
 $r$  — радиус закругления полки;  
 $J$  — момент инерции;  
 $W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции;  
 $z_0$  — расстояние от оси  $y$ — $y$  до наружной грани стенки.

Номер профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей							
		$h$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$x-x$				$y-y$			$z_0$ , см
									$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	
5	4,84	50	32	4,4	7	6	2,5	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67

## Сталь прокатная — швеллеры (ГОСТ 8240—72)



Обозначения:

 $h$  — высота швеллера; $b$  — ширина полки; $d$  — толщина стенки; $t$  — средняя толщина полки; $R$  — радиус внутреннего закругления; $r$  — радиус закругления полки; $J$  — момент инерции; $W$  — момент сопротивления; $S$  — статический момент полусечения; $i$  — радиус инерции; $z_0$  — расстояние от оси  $y$ — $y$  до наружной грани стенки.

Номер профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей							
		$h$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$x-x$				$y-y$			$z_0$ , см
									$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	
5	4,84	50	32	4,4	7	6	2,5	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67

6. Определить по формуле главный момент инерции относительно **главной центральной оси  $u$**

7. Определить по формуле главный момент инерции относительно **главной центральной оси  $v$**



## **6. Определим момент инерции сечения относительно оси $u$ :**

$$J_u = J_u^{\text{шв}} + J_u^{\text{уг}} + J_u^{\text{уг}}$$

А) так как уголки одинаковые и расположены на одинаковом расстоянии от оси  $u$ :

$$J_u = J_u^{\text{шв}} + 2 \cdot J_u^{\text{уг}}$$



Б) момент инерции уголка № 56 х 4 относительно оси *u*:

$$J_u^{\text{ШВ}} = J_{x1}^{\text{ШВ}} + a_1^2 \cdot A_{\text{уг}} = 13,1 + 2,43^2 \cdot 4,38 = 39 \text{ см}^4$$

В) момент инерции швеллера № 18 относительно оси *u*:

$$J_u^{\text{ШВ}} = J_{x1}^{\text{ШВ}} + a_3^2 \cdot A_{\text{ШВ}} = 86 + 1,03^2 \cdot 20,7 = 108 \text{ см}^4$$

Г) *момент инерции сечения относительно оси u:*

$$\underline{J_u} = 39 + 2 \cdot 108 = \underline{255 \text{ см}^4}$$

## **7. Определим момент инерции сечения относительно оси V:**

$$J_v = J_v^{\text{шв}} + J_v^{\text{уг}} + J_v^{\text{уг}}$$

А) так как уголки одинаковые и расположены на одинаковом расстоянии от оси v:

$$J_v = J_v^{\text{шв}} + 2 \cdot J_v^{\text{уг}}$$

Б) момент инерции уголка № 56 х 4 относительно оси v:

$$J_v^{y\Gamma} = J_{y1}^{шв} + b_1^2 \cdot A_{y\Gamma} = 13,1 + 1,52^2 \cdot 4,38 = 23,2 \text{ см}^4$$

В) момент инерции швеллера № 18 относительно оси v:

$$J_v^{шв} = J_{x1}^{шв} + a_3^2 \cdot A_{шв} = 1090 + 0^2 \cdot 20,7 = 1090 \text{ см}^4$$

Г) *момент инерции сечения относительно оси v:*

$$\underline{J_v} = 1090 + 2 \cdot 23,2 = \underline{\underline{1136,4 \text{ см}^4}}$$

$$\text{Ответ: } J_u = 255 \text{ см}^4, J_v = 1136,4 \text{ см}^4$$