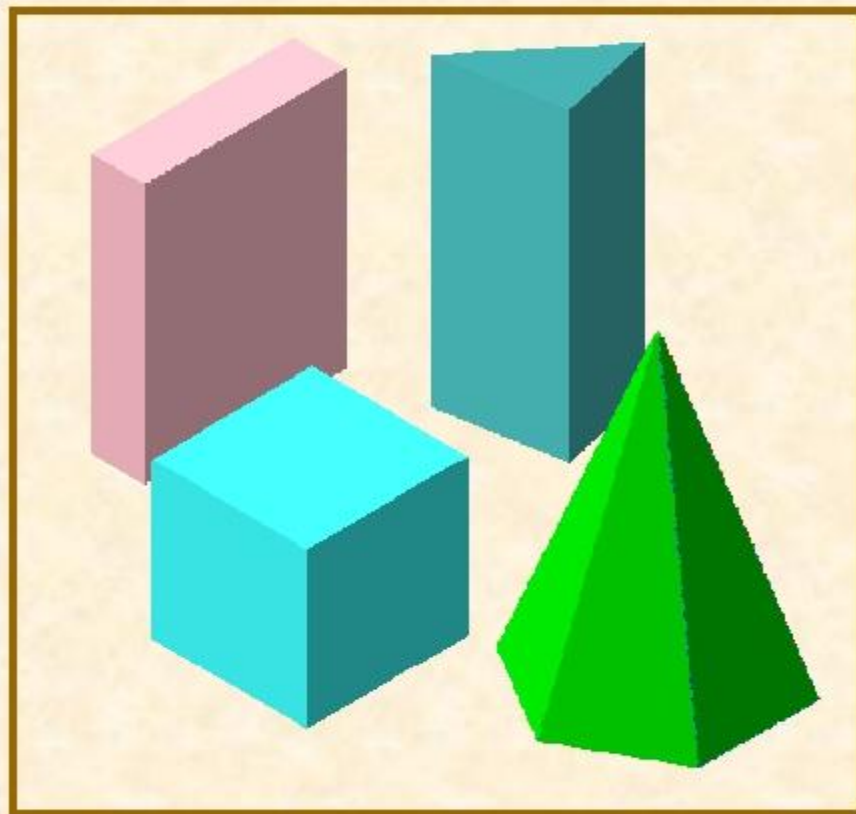
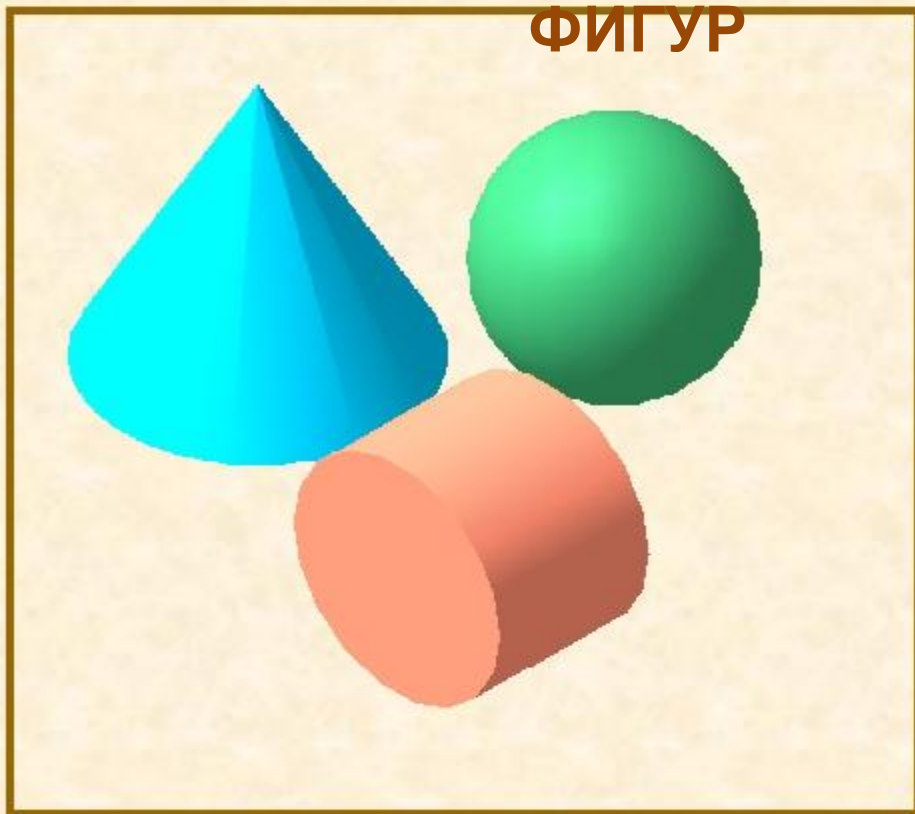


# Геометрические тела

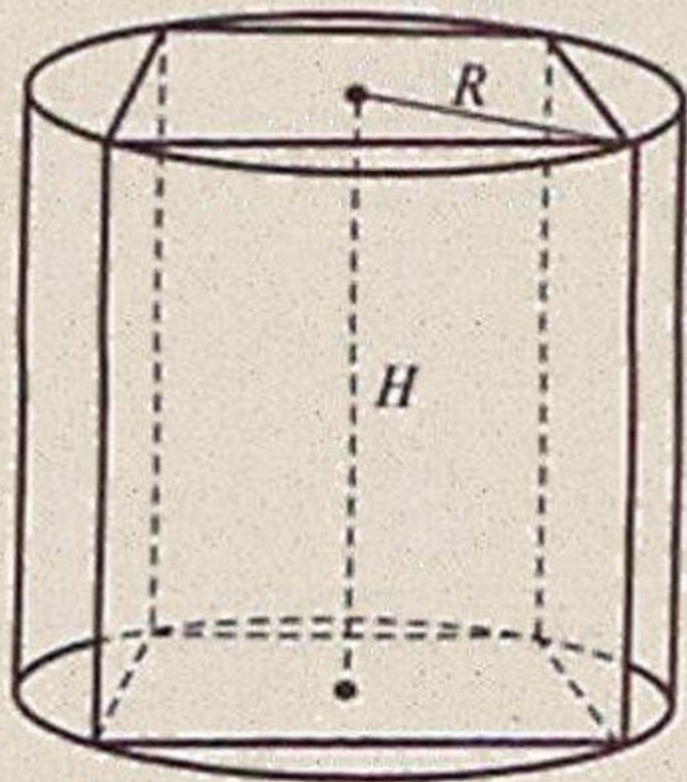
Тела вращения

Многогранники

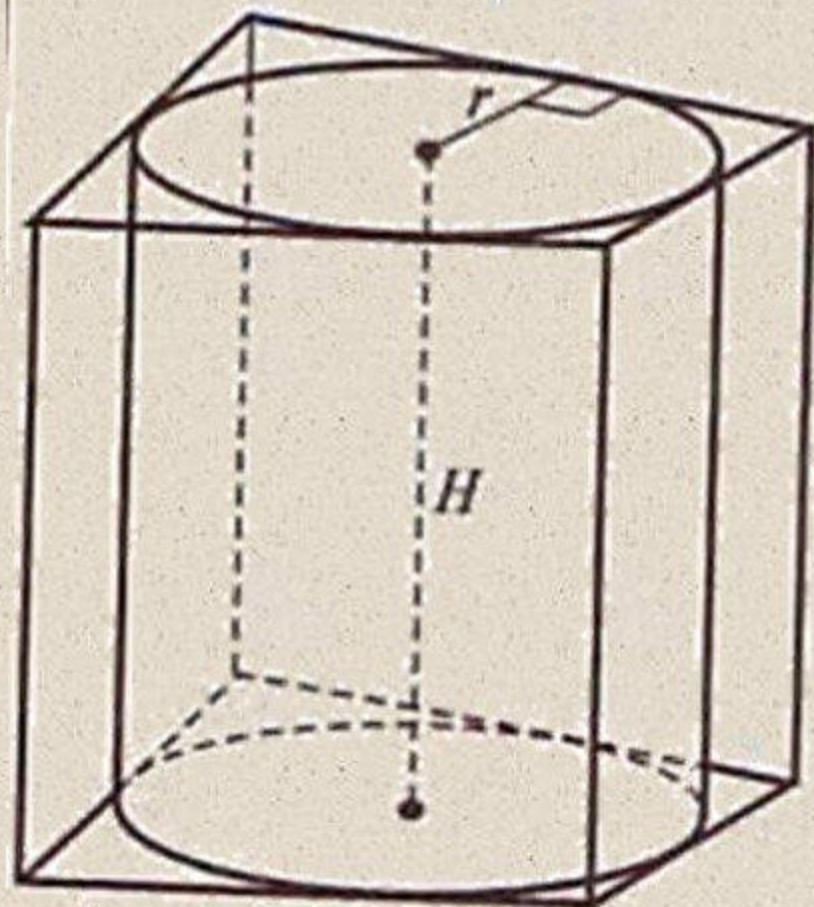
**КОМБИНАЦИЯ  
ФИГУР**



# Цилиндр и призма



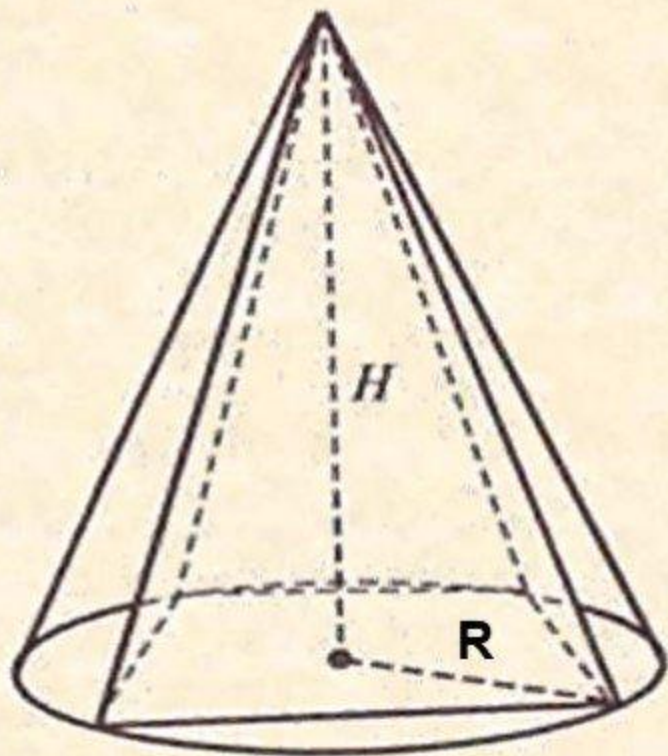
Цилиндр, описанный  
около призмы



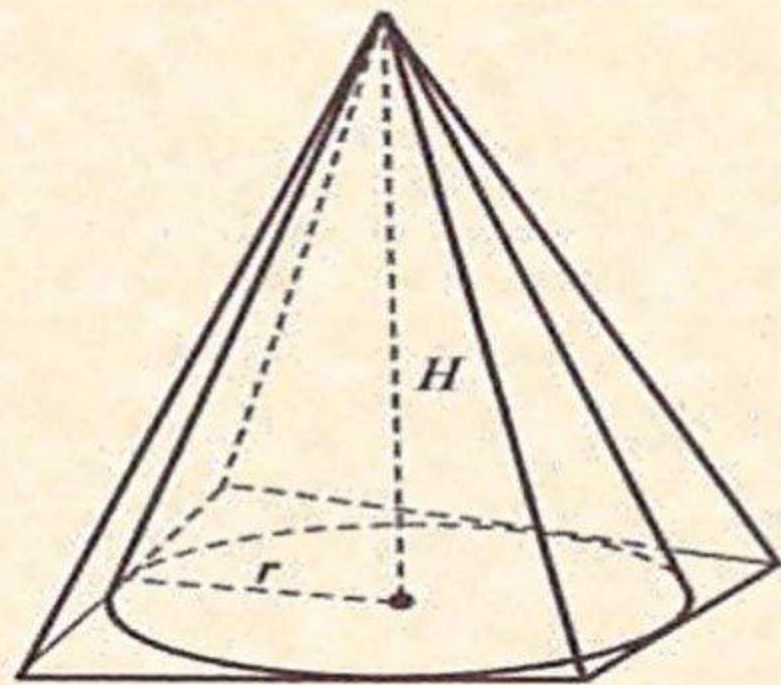
Цилиндр, вписанный  
в призму



# Конус и пирамида

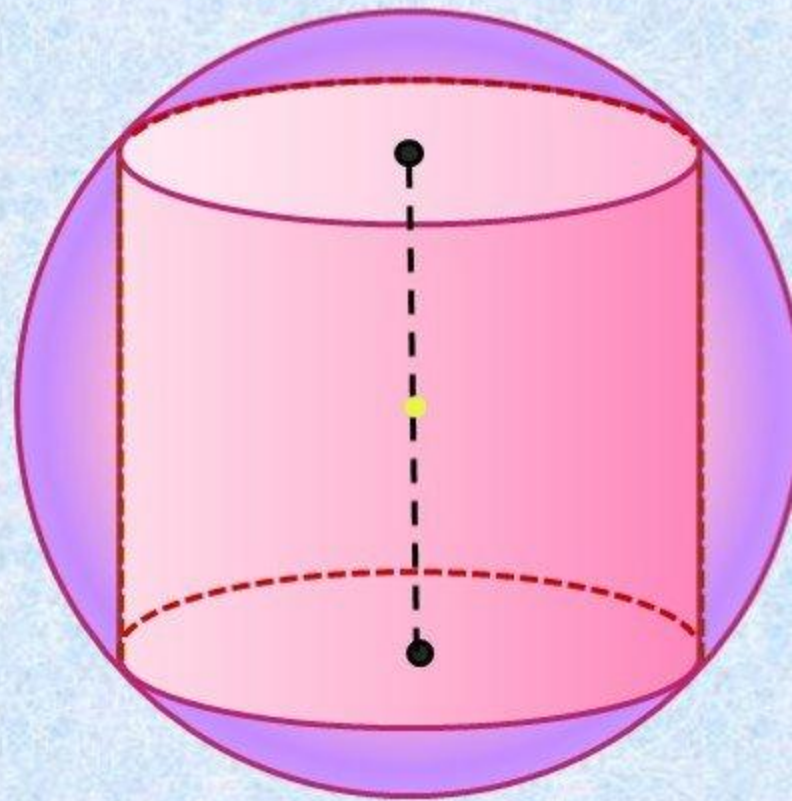
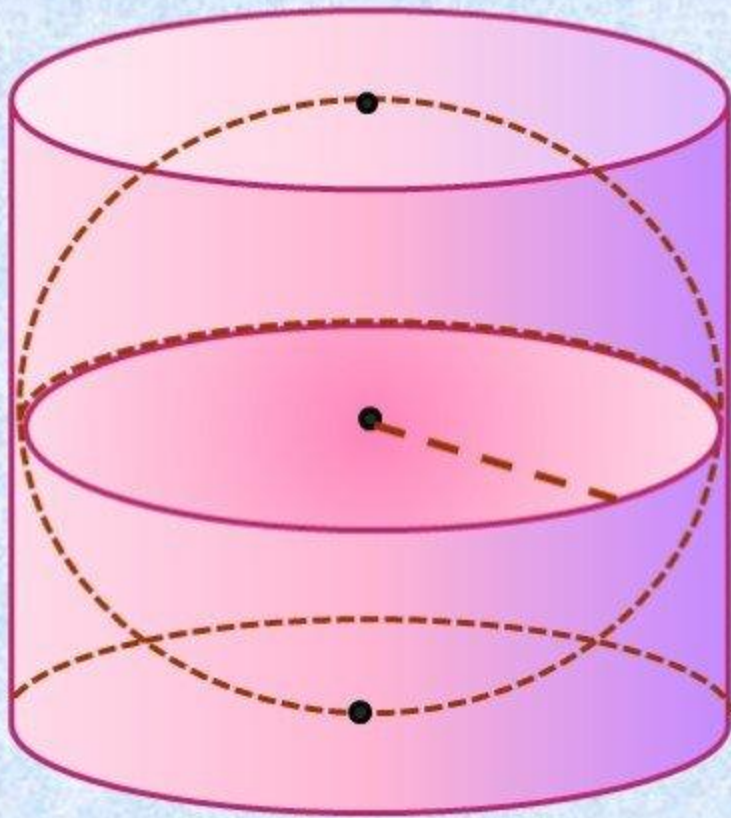


**Конус, описанный  
около пирамиды**

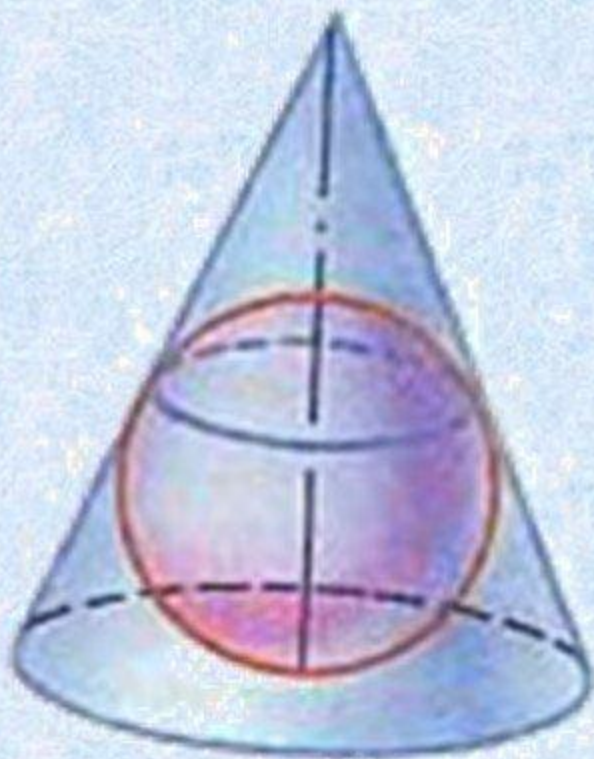


**Конус, вписанный  
в пирамиду**

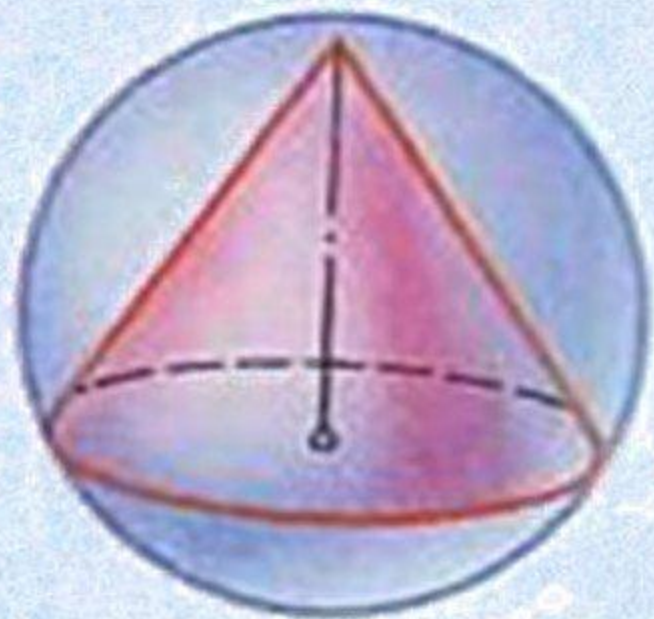
# Шар и цилиндр



# Шар и конус



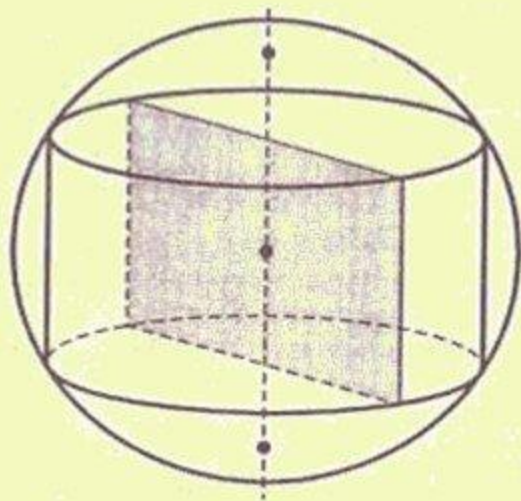
**Шар можно вписать в  
любой конус**



**Шар можно описать  
около любого конуса**



# Шар, описанный около цилиндра



Шар можно описать около любого  
(прямого кругового) цилиндра.

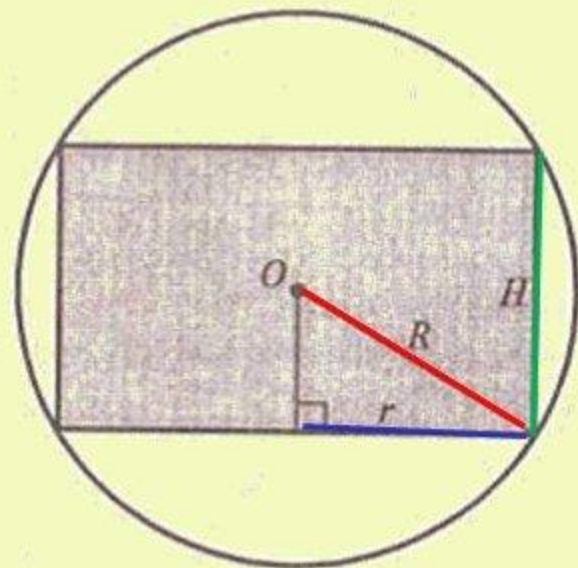
Окружности оснований цилиндра лежат на  
поверхности шара.

Центр шара лежит на середине высоты,  
проходящей через ось цилиндра.

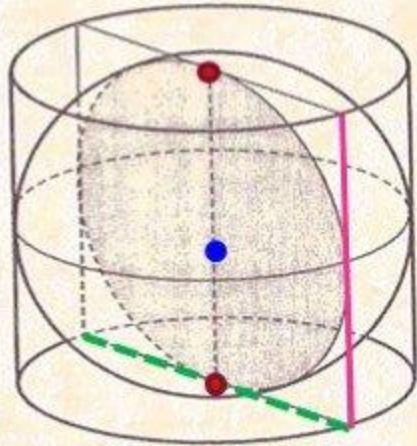
Радиус шара  $R$ ,  
радиус цилиндра  $r$ ,  
высота цилиндра  $H$

связаны соотношением:

$$R^2 = \left(\frac{H}{2}\right)^2 + r^2.$$

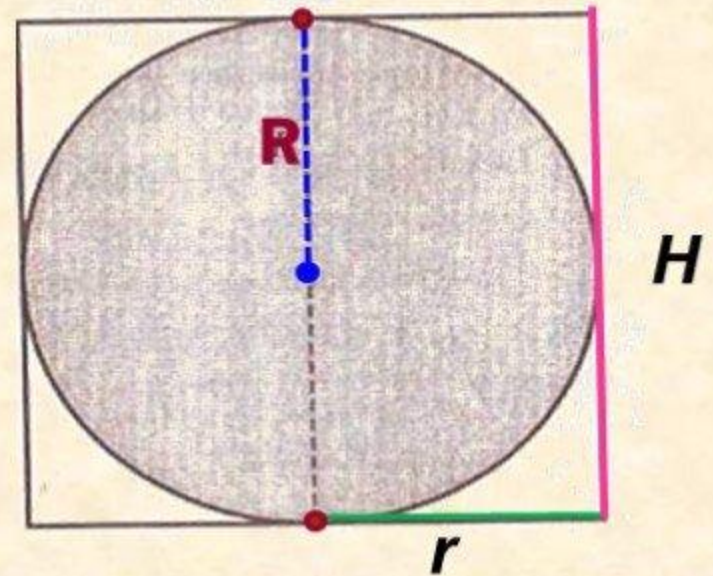


# Шар, вписанный в цилиндр



Шар можно вписать только в такой цилиндр, высота которого равна диаметру основания (такой цилиндр называется равносторонним)

Шар касается оснований в их центрах и боковой поверхности цилиндра по окружности большого круга шара, параллельной основаниям цилиндра

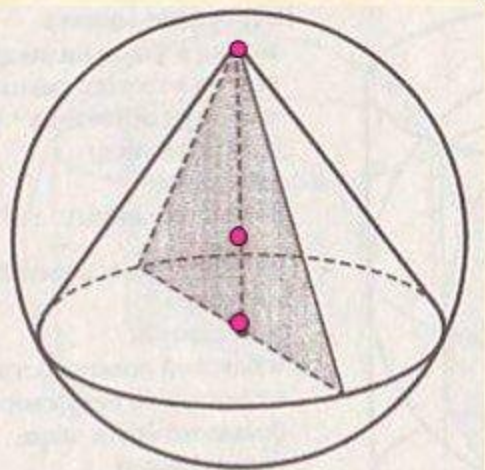


Радиус шара  $R$  равен радиусу цилиндра  $r$ , а диаметр шара равен высоте цилиндра:

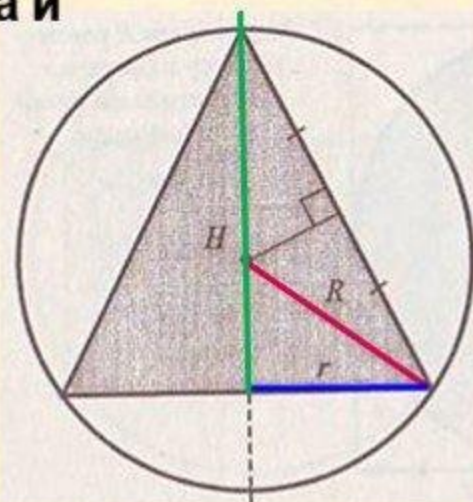
$$R = r \quad 2R = H$$

# Конус, вписанный в шар (шар, описанный около конуса)

Окружность основания конуса и вершина конуса лежат на поверхности шара



Центр шара лежит на оси конуса и совпадает с центром окружности, описанной около треугольника, являющегося осевым сечением конуса



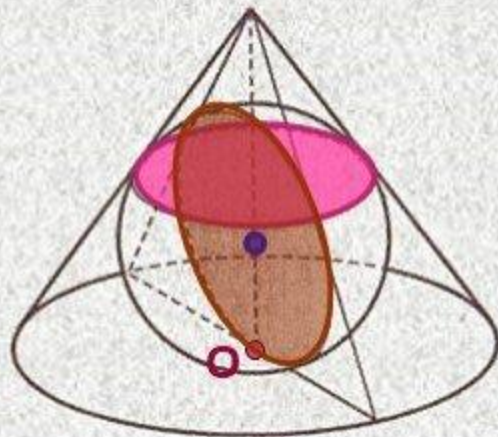
Радиус шара **R**, радиус конуса **r** и высота конуса **H** связаны соотношением:

$$R^2 = (H - R)^2 + r^2$$

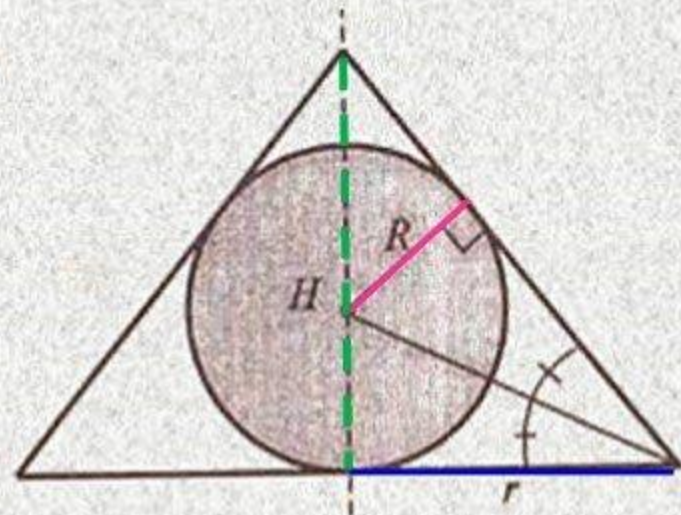


# Конус, описанный около шара (шар, вписанный в конус)

Шар касается основания конуса в его центре и боковой поверхности конуса по окружности, лежащей в плоскости, параллельной основанию конуса

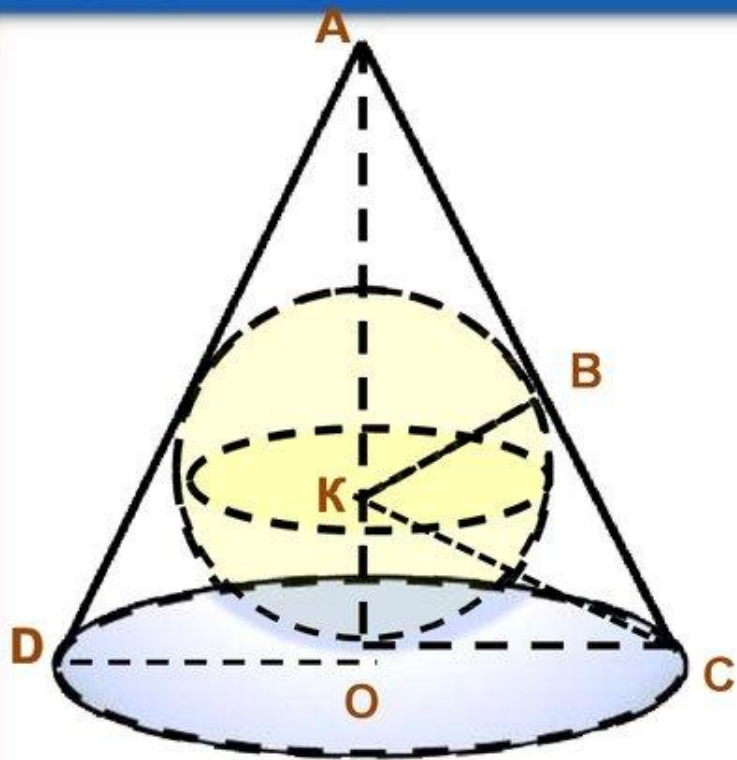


Центр шара лежит на оси конуса и совпадает с центром окружности, вписанной в треугольник, являющимся осевым сечением конуса



Радиус шара  $R$ , радиус конуса  $r$  и высота конуса  $H$  связаны соотношением:

$$\frac{R}{H - R} = \frac{r}{\sqrt{H^2 + r^2}}$$

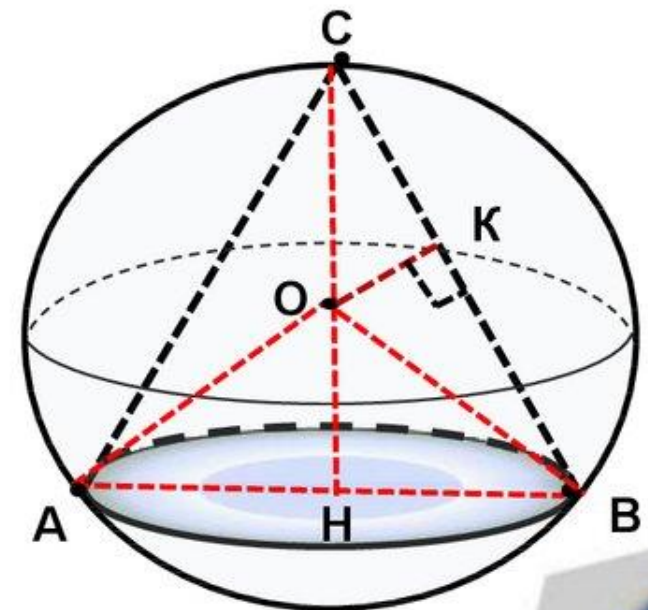


### Шар вписан в конус

Центр – точка пересечения высоты конуса и биссектрисы угла между образующей конуса и плоскостью основания .

### Шар описан около конуса

Центр – точка пересечения высоты конуса и среднего перпендикуляра к образующей конуса .



- **ПРИМЕЧАНИЕ 1.** Около любой **правильной** пирамиды можно описать сферу (шар). Центр этой сферы (шара) – точка пересечения прямой, содержащей высоту пирамиды и серединного перпендикуляра к боковому ребру, проведенному в плоскости, содержащей высоту и боковое ребро пирамиды.
- **ПРИМЕЧАНИЕ 2.** Около любой **правильной** призмы можно описать сферу (шар). Центр этой сферы (шара) – середина отрезка, соединяющего центры описанных около оснований призмы окружностей.
- **ПРИМЕЧАНИЕ 3.** Если около основания **прямой** призмы можно описать окружность, то около призмы можно описать сферу (шар). Центром описанной сферы (шара) является середина отрезка, соединяющего центры описанных около основания призмы окружностей.

### Напомним, что:

- около любого треугольника можно описать окружность;
- около четырехугольника можно описать окружность, если суммы его противоположных углов равны  $180^{\circ}$  (прямоугольник, квадрат, равнобокая трапеция и т.д.);
- около любого правильного многоугольника можно описать окружность.

- **ПРИМЕЧАНИЕ 1.** В любую **правильную** пирамиду можно вписать сферу (шар). Центр этой сферы (шара) – точка пересечения высоты пирамиды и биссектрисы двугранного угла между боковой гранью и плоскостью основания пирамиды.
- **ПРИМЕЧАНИЕ 2.** Если в основание пирамиды можно вписать окружность, а основание высоты пирамиды является центром этой окружности, то в пирамиду можно вписать сферу (шар).
- **ПРИМЕЧАНИЕ 3.** Если в основание **прямой** призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности, то в призму можно вписать сферу (шар). Центром вписанной сферы (шара) является середина отрезка, соединяющего центры вписанных в основания призмы окружностей.

### Напомним, что:

- в любой треугольник можно вписать окружность;
- в четырехугольник можно вписать окружность, если суммы его противоположных сторон равны (квадрат, ромб и т.д.);
- в любой правильный многоугольник можно вписать окружность.