

# СТАТИСТИКА



## Введение в теорию вероятности

### Лекция 1. Введение. Основные понятия.

**Автор: Равичев Л.В.**

**РХТУ им. Д.И.Менделеева**

**Кафедра управления технологическими инновациями**

**Москва - 2013**

# Рекомендуемая литература

1. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. Учебник.- М.: МГУ им.М.В.Ломоносова, Издательство «ДИС», 1998.- 386 с.
2. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем. Учеб. пособие.- М.: Финансы и статистика, 2001.- 368 с.: ил.
3. Федосеев В.В., Гармаш А.Н., Дайитбегов Д.М. Экономико - математические методы и прикладные модели. Учеб. пособие для вузов.- М.: ЮНИТИ, 2001.- 391 с.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов.- Изд. 7-е, стер.- М.: Высшая школа, 2001.- 479 с.: ил.

# Рекомендуемая литература

5. Практикум по экономической информатике. Учеб. пособие. Часть I./ Под ред. Шуремова Е.Л., Тимаковой Н.А., Мамонтовой Е.А.- М.: Издательство «Перспектива», 2000.- 300 с.

6. Гарнаев А.Ю. Excel, VBA, Internet в экономике и финансах. - СПб.: БХВ-Петербург, 2001,- 816 с.: ил.

7. Лавренов С.М. Excel: Сборник примеров и задач.- М.: Финансы и статистика, 2000.- 336 с.: ил.

# ВВЕДЕНИЕ



# ВВЕДЕНИЕ

Первые работы, в которых зарождались основные понятия **теории вероятностей**, представляли собой попытки создания теории азартных игр (Кардано, Гюйгенс, Паскаль, Ферма и др., в 16-17 веках).

Следующий этап развития теории вероятностей связан с именем Якоба Бернулли (1654-1705). Доказанная им теорема, получившая впоследствии название «Закона больших чисел», была первым теоретическим обоснованием накопленных ранее фактов.

Одним из первых ученых, отметивших закономерности в **массовых случайных явлениях** был французский учёный П.Лаплас. Его можно по праву считать основоположником **статистики** - науки, занимающейся поисками закономерностей в случайных явлениях.

# ВВЕДЕНИЕ

В сложных запутанных массовых явлениях, зависящих от бесконечного множества случайных причин, **случайность перестаёт быть случайной, неопределённость уступает место определённости.** Этот вывод был настолько необычен, что К.Пирсон не поленился бросить монету 24000 раз и получил 12012 «гербов», что даёт частоту близкую к 0,5.

СЛУЧАЙ ДОЛЖЕН СЛУЧИТЬСЯ!

(Неизвестный  
статистик)

# ВВЕДЕНИЕ

**В менеджменте часто приходится анализировать и оценивать различные ситуации, в которых присутствуют случайные факторы: спрос, точности и параметры изготовления в производстве, надёжность изделий, процент брака и т.д. Наука, занимающаяся «работой» со случайными факторами называется «теорией вероятности».**

**Предметом теории вероятности является изучение вероятностных закономерностей массовых однородных случайных событий.**

**Событие (или случайное событие) - всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.**

# Основные понятия

Относительная частота события - численная мера степени объективной возможности этого события. Относительную частоту события  $A$  можно вычислить

$$W(A) = m(A) / n$$

где  $n$  - общее число случаев,  $m(A)$  - число случаев, благоприятных событию  $A$

Отдел технического контроля обнаружил 3 нестандартных детали в партии из 80 случайно отобранных деталей. Определить относительную частоту появления нестандартных деталей.

$$m(A) = 3; \quad n = 80; \quad W(A) = 3/80$$

Свойство устойчивости относительной частоты состоит в том, что *в различных опытах относительная частота изменяется мало (тем меньше, чем больше произведено испытаний), колеблясь около некоторого постоянного числа.*

# Основные понятия

**Достоверным** называется событие  $U$ , которое в результате опыта обязательно должно произойти.

$$W(U) = n/n = 1$$

**Невозможным** называется событие  $V$ , которое в результате опыта не может произойти.

$$W(V) = 0/n = 0$$

**Частота случайного события**  $A$  заключена между 0 и 1.

$$0 \leq W(A) \leq 1$$

**Полной группой событий** называется несколько событий, таких, что в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из них.

# Основные понятия

**Несовместными** называются несколько событий в данном опыте, если никакие два из них не могут произойти вместе.

**Равновозможными** называются несколько событий в данном опыте, если по условиям данного опыта нет оснований считать какое-либо из них более возможным, чем любое другое.

Если несколько событий образуют полную группу, несовместны и равновозможны, то они называются **случаями (шансами)**.

**Случайная величина** - это величина, которая в результате опыта может принимать то или иное значение неизвестное заранее. Случайные величины могут быть как дискретными, так и непрерывными.

# Основные понятия

Количественной мерой степени возможности появления события для заданного комплекса условий является вероятность события

$$P(A) \square W(A) = \frac{m(A)}{n}$$

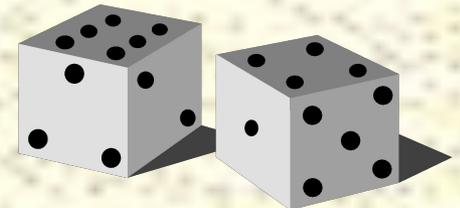


Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры и, помня, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность набора нужных цифр.

$$m(A) = 1; \quad n = 9 \cdot 10 = 90; \quad P(A) = 1/90$$

Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4.

$$m(A) = 3; \quad n = 6 \cdot 6 = 36; \quad P(A) = 3/36 = 1/12$$



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

## *Свойства вероятностей событий:*

Вероятность невозможного события равна нулю:

$$P(V) = 0$$

Для любого события  $A$  вероятность противоположного события  $\bar{A}$  равна

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Если событие  $A$  влечет за собой событие  $B$ , т.е.  $A \subseteq B$ , то

$$P(A) \leq P(B)$$

Вероятность события  $A$  заключена между 0 и 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

# Основные понятия

Событие **A** называется **независимым** от другого события **B**, если вероятность события **A** не изменяется от того, наступает событие **B** или нет. Если события **A** и **B** независимые, то:

$$P(A|B) = P(A)$$

Вероятность произведения двух **зависимых** событий **A** и **B** равна произведению вероятности одного из этих событий на условную вероятность другого при условии, что первое произошло:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

$$P(A_1) = m(A_1)/n_1 = 2/5; P(A_2|A_1) = m(A_2)/n_2 = 1/4; P(A_1A_2) = 2/5 \cdot 1/4 = 0,1$$

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Вероятность произведения независимых событий равна:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Вероятность попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны:  $P(A)=0,7$  и  $P(B)=0,8$ . Найти вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) хотя бы одним из орудий.

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$$

Прибор, работающий в течение времени  $t$ , состоит из трех узлов (A,B,C), каждый из которых, независимо от других, может за это время выйти из строя. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. За время  $t$  надежность (вероятность безотказной работы) первого узла равна  $P(A)=0,8$ ,  $P(B)=0,9$ ,  $P(C)=0,7$ . Найти надежность прибора в целом.

$$P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,7 = 0,504$$

# Основные понятия

Вероятность двух **совместных** событий **A** и **B** равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их произведения

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Вероятность попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны:  $P(A)=0,7$  и  $P(B)=0,8$ . Найти вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) хотя бы одним из орудий.

$$1) P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56; P(A+B) = 0,7 + 0,8 - 0,56 = 0,94$$

$$2) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2;$$
$$P(A+B) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 1 - 0,3 \cdot 0,2 = 0,94$$

# Основные понятия

Если события несовместны, то правило сложения вероятностей принимает вид:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

В коробке 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

$$P(A) = 10/30 = 1/3; \quad P(B) = 5/30 = 1/6; \quad P(A+B) = P(A) + P(B) = 1/3 + 1/6 = 1/2$$

Стрелок стреляет по мишени, разделенной на три области. Вероятность попадания в первую область - 0,45, во вторую - 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую, либо во вторую область.

$$P(A) = 0,45; \quad P(B) = 0,35; \quad P(A+B) = P(A) + P(B) = 0,45 + 0,35 = 0,80$$

# Основные понятия

Если несовместные события составляют полную группу, т.е.

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n = U \text{ и } A_i \cdot A_j = 0, \quad i \neq j$$

то

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

Центр довузовского образования университета получает пакеты с контрольными работами из городов А, В, С. Вероятность получения пакета из города А равна 0,7, из города В - 0,2. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города С.

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1; \quad P(C) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0,7 - 0,2 = 0,1$$