

# *Вписанная и описанная*

*8 класс*

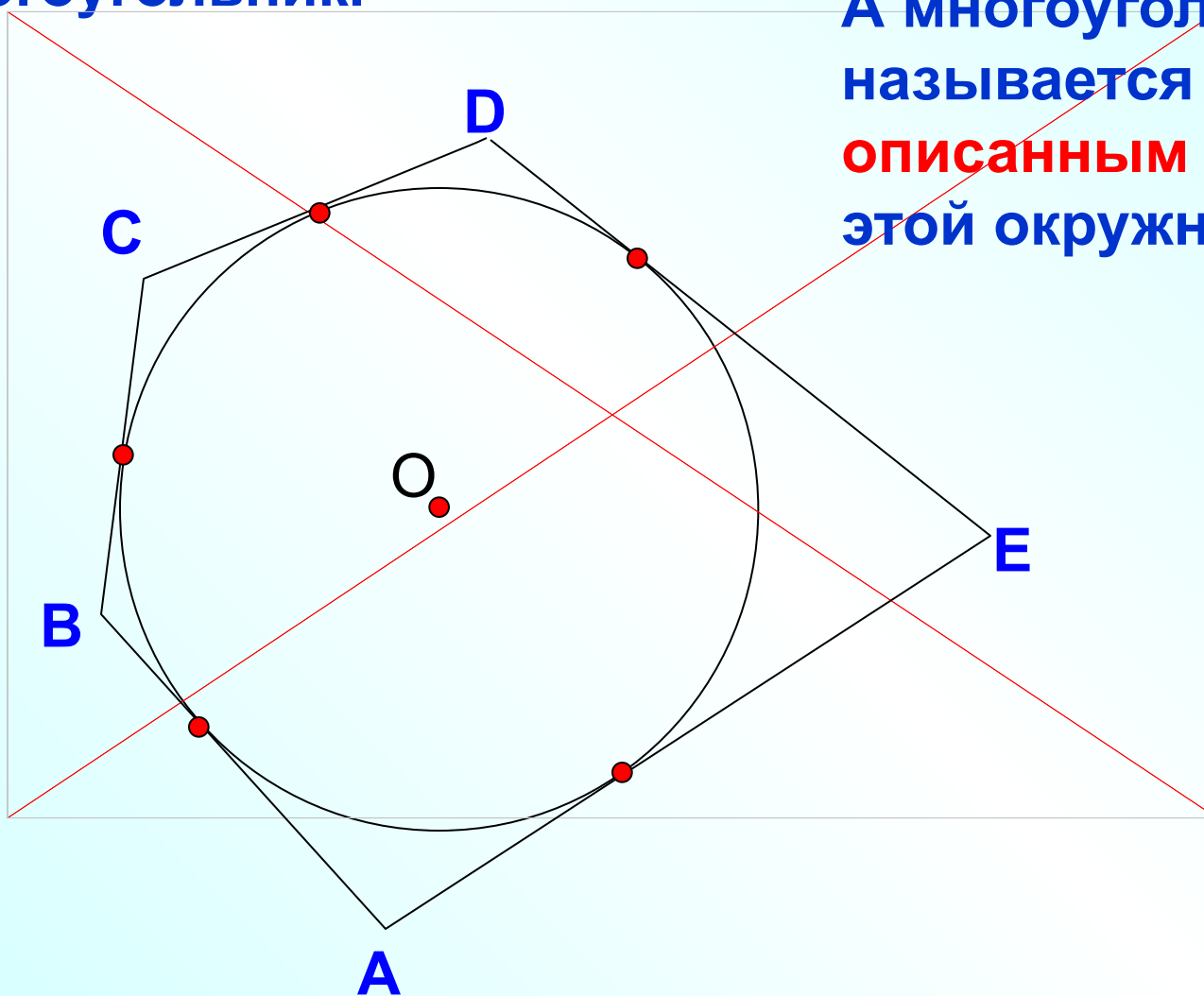
*окружности*

*Л.С. Атанасян*

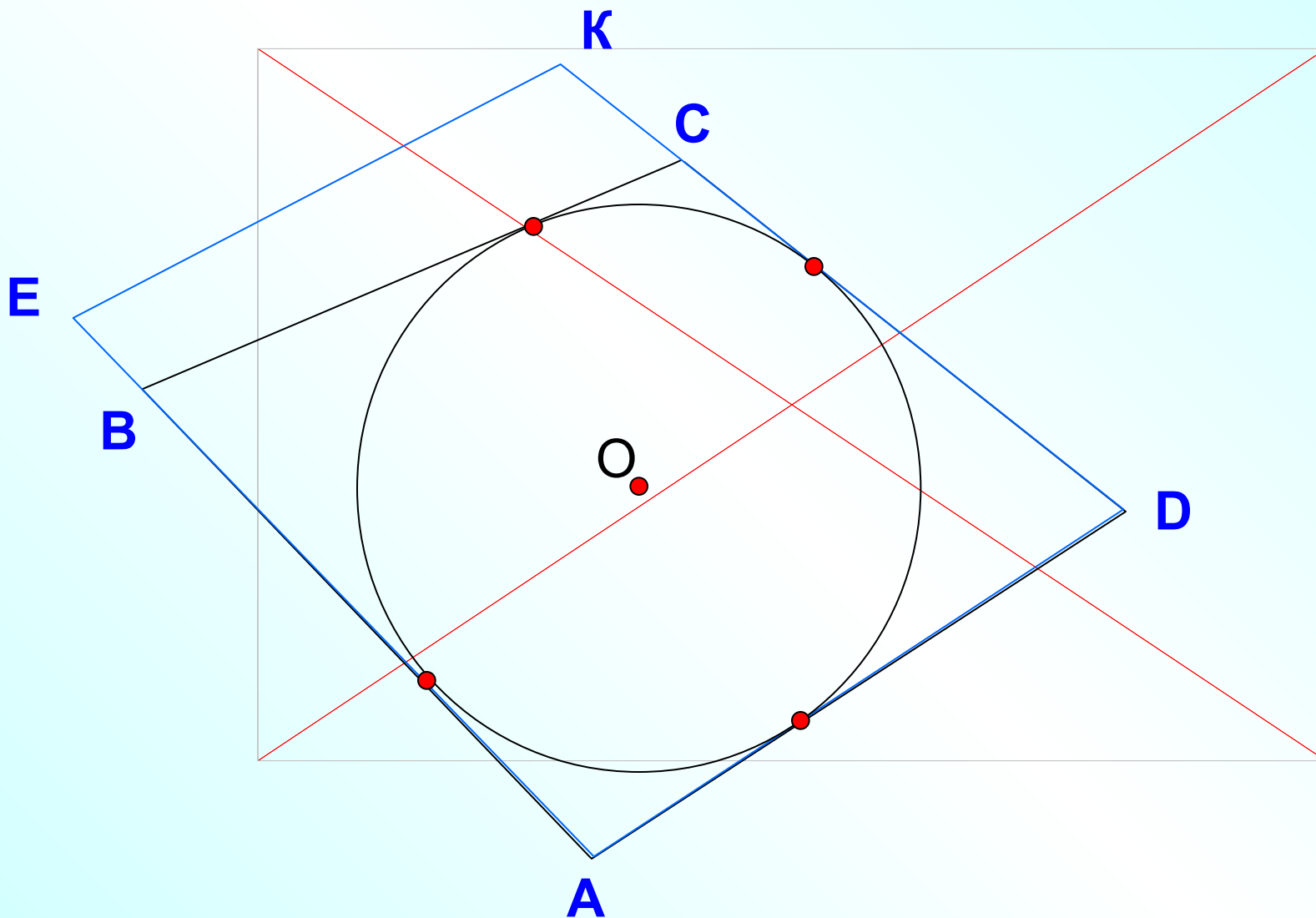
*Геометрия 7-9*

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник.

А многоугольник называется **описанным** около этой окружности.



Какой из двух четырехугольников  $ABCD$  или  $AЕКD$  является описанным?

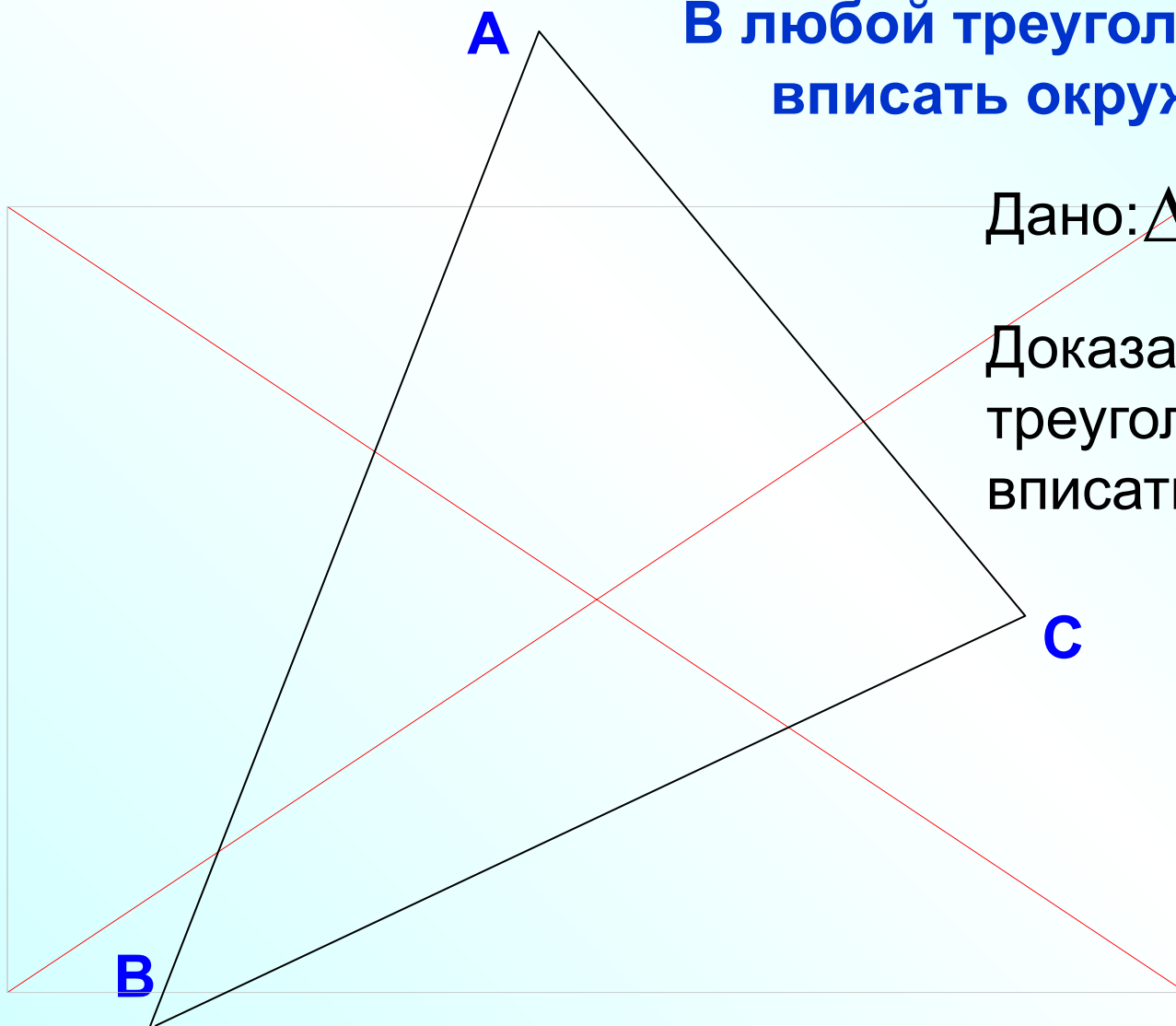


# Теорема об окружности, вписанной в треугольник

В любой треугольник можно вписать окружность.

Дано:  $\triangle ABC$

Доказать, что в  
треугольник можно  
вписать окружность



1) ДП: биссектрисы углов треугольника

Проведем из точки  $O$  перпендикуляры к сторонам треугольника

2)  $\triangle COL = \triangle COM$ , по гипотенузе и ост. углу

$$\Rightarrow OL = MO$$

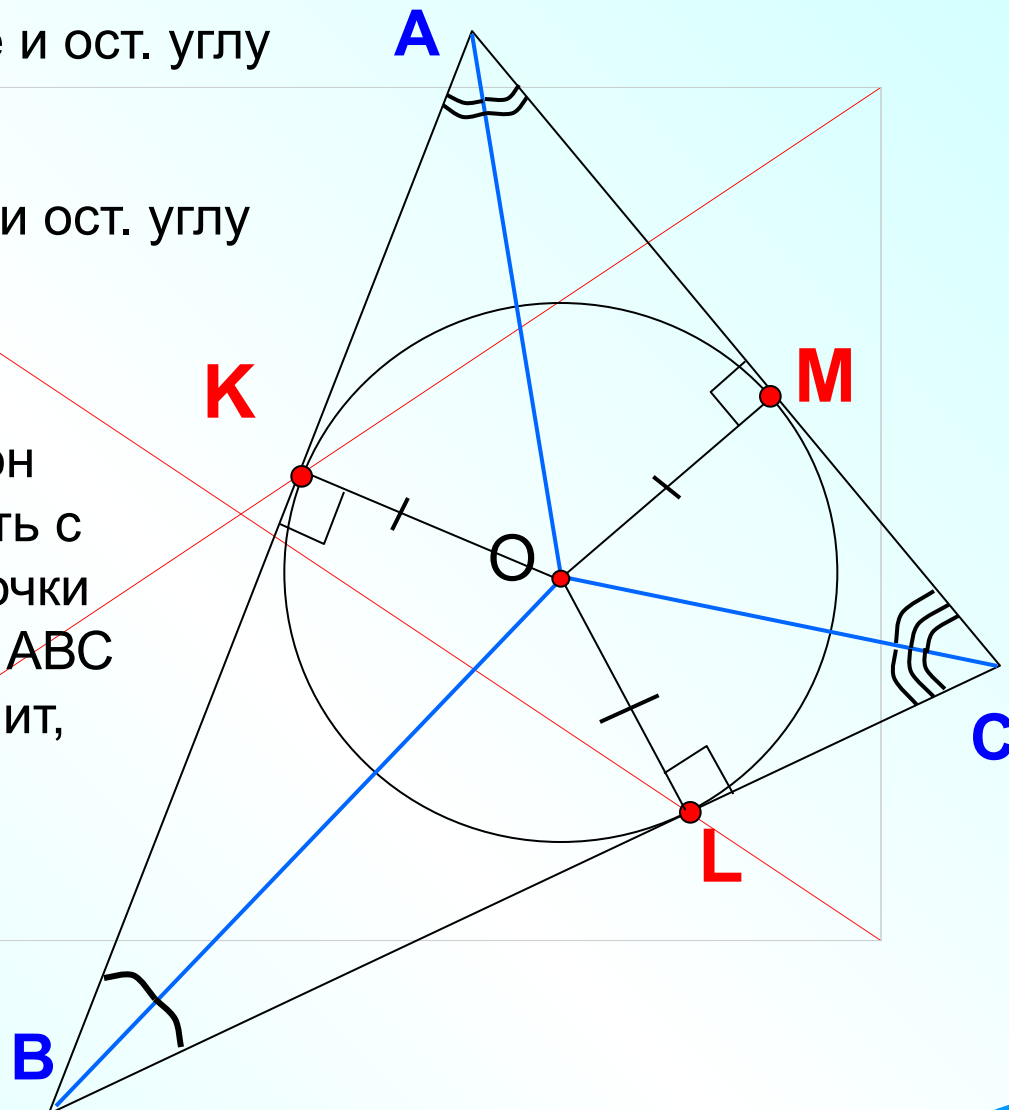
3)  $\triangle MOA = \triangle KOA$ , по гипотенузе и ост. углу

$$\Rightarrow MO = KO$$

4)  $LO = MO = KO$

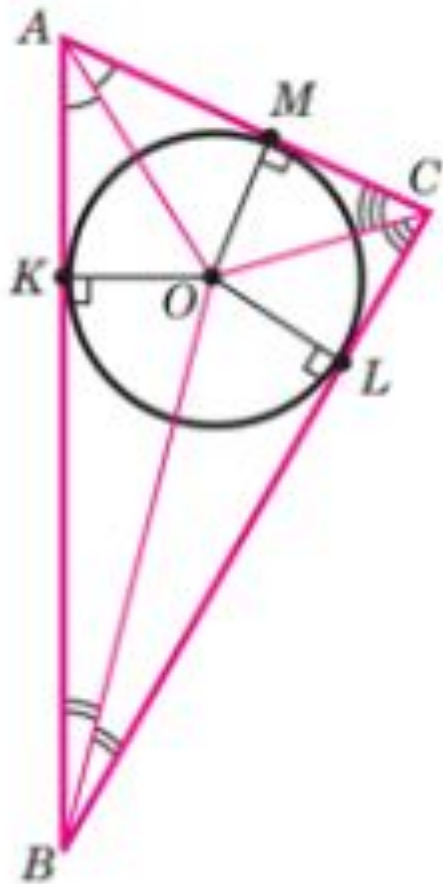
точка  $O$  **равноудалена** от сторон треугольника. Значит, окружность с центром в т.  $O$  проходит через точки  $K$ ,  $L$  и  $M$ . Стороны треугольника  $ABC$  касаются этой окружности. Значит, окружность является вписанной  $\triangle ABC$ .

Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении Биссектрис треугольника



Замечания к теореме.

1. В треугольник можно вписать только одну окружность.

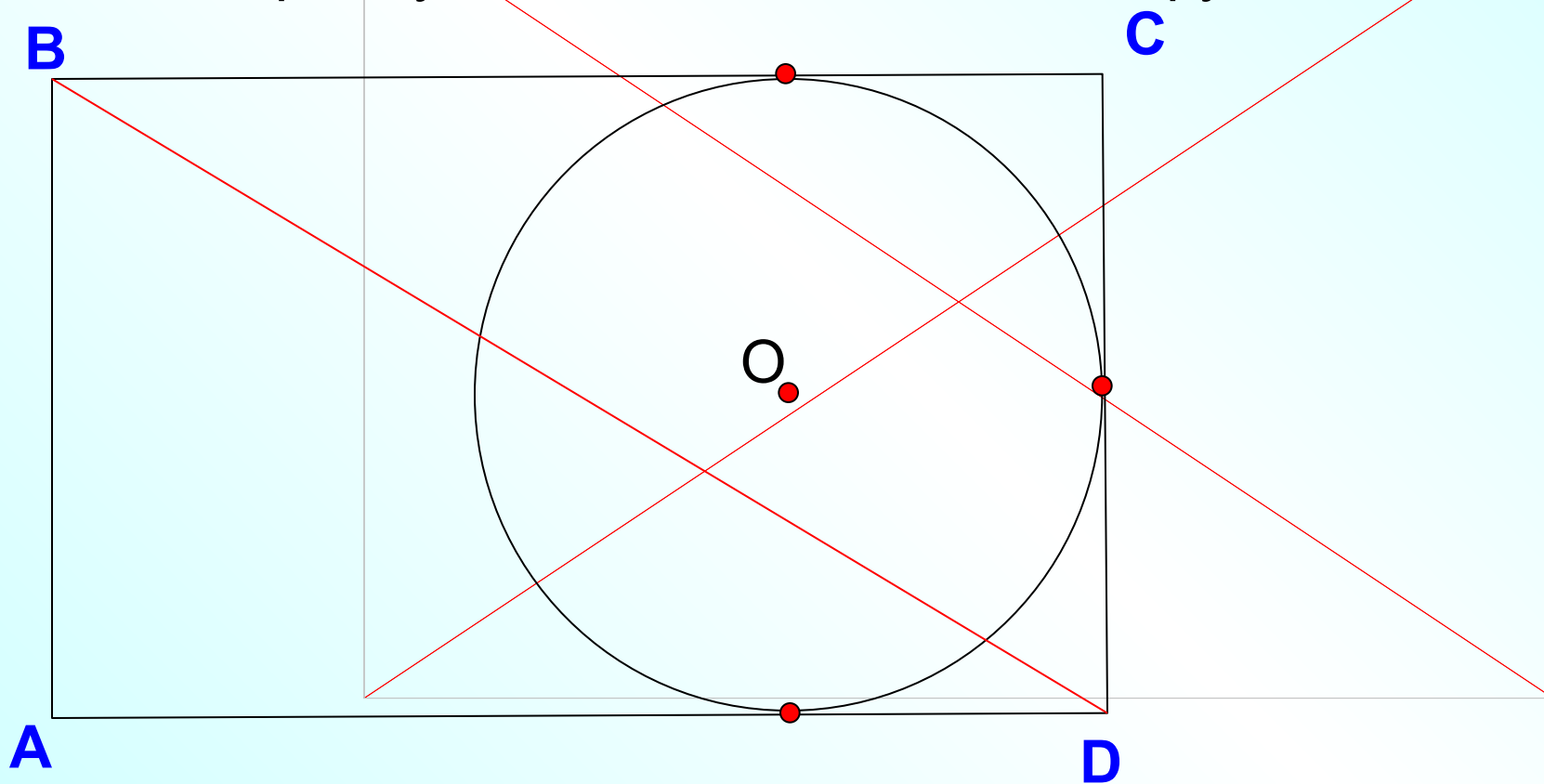


2. Площадь треугольника равна Произведению его полупериметра на радиус вписанной окружности.

Замечания к теореме.

3. Не во всякий четырехугольник можно вписать окружность.

В прямоугольник нельзя вписать окружность.

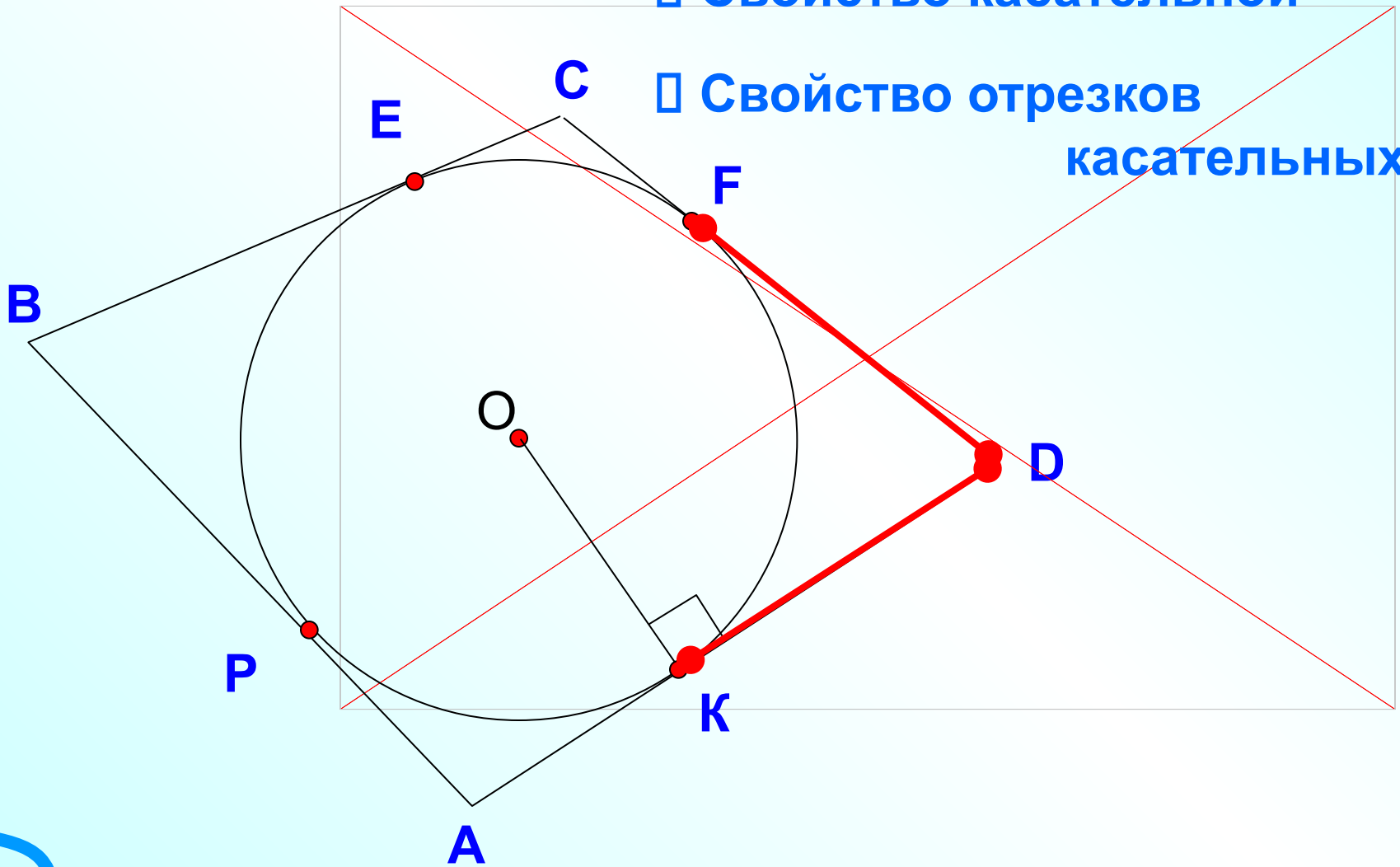


Если в четырехугольник можно  
вписать окружность,  
то он должен обладать  
следующими свойствами,  
для доказательства которых нужно вспомнить

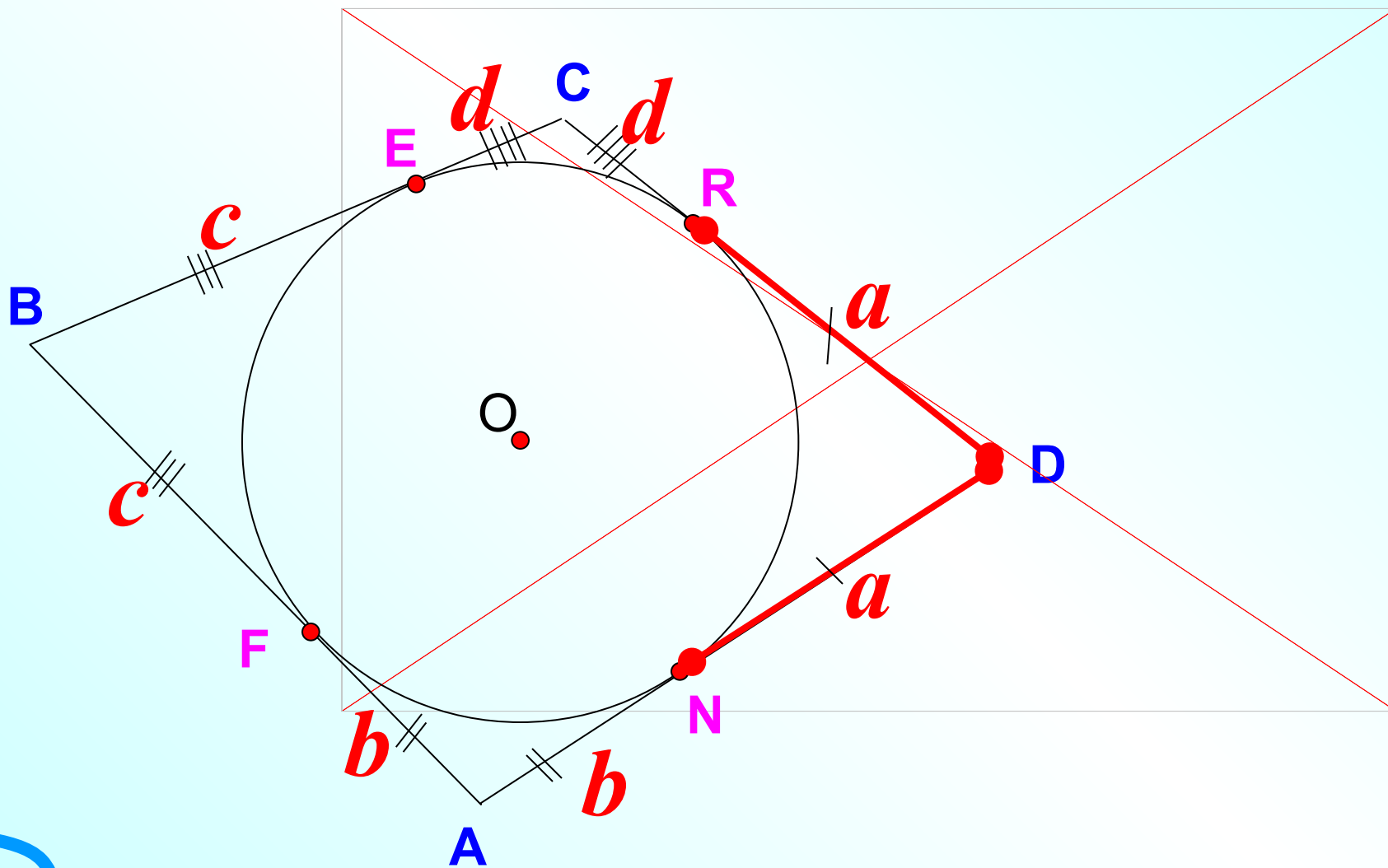


□ Свойство касательной

□ Свойство отрезков  
касательных

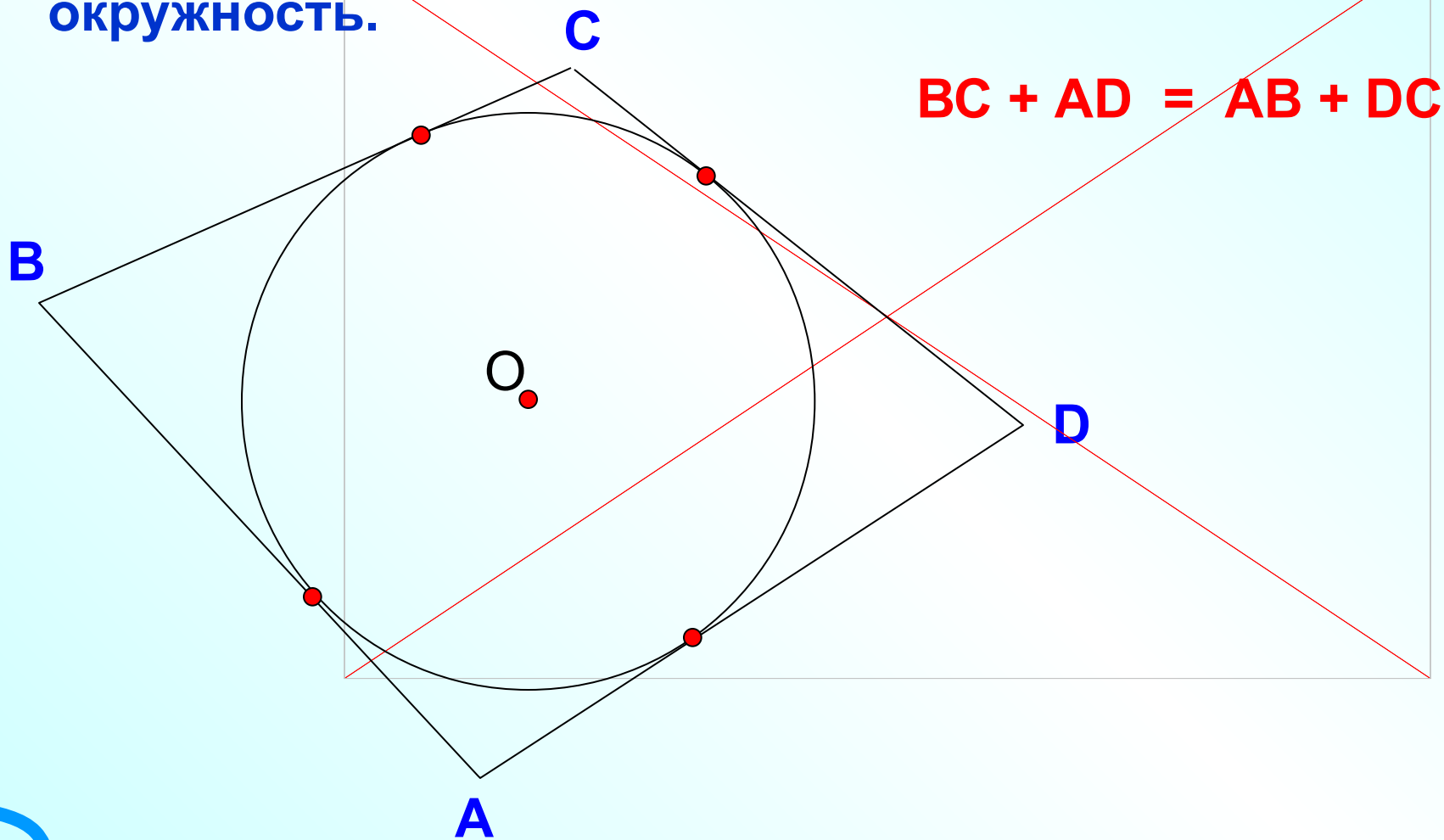


В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.



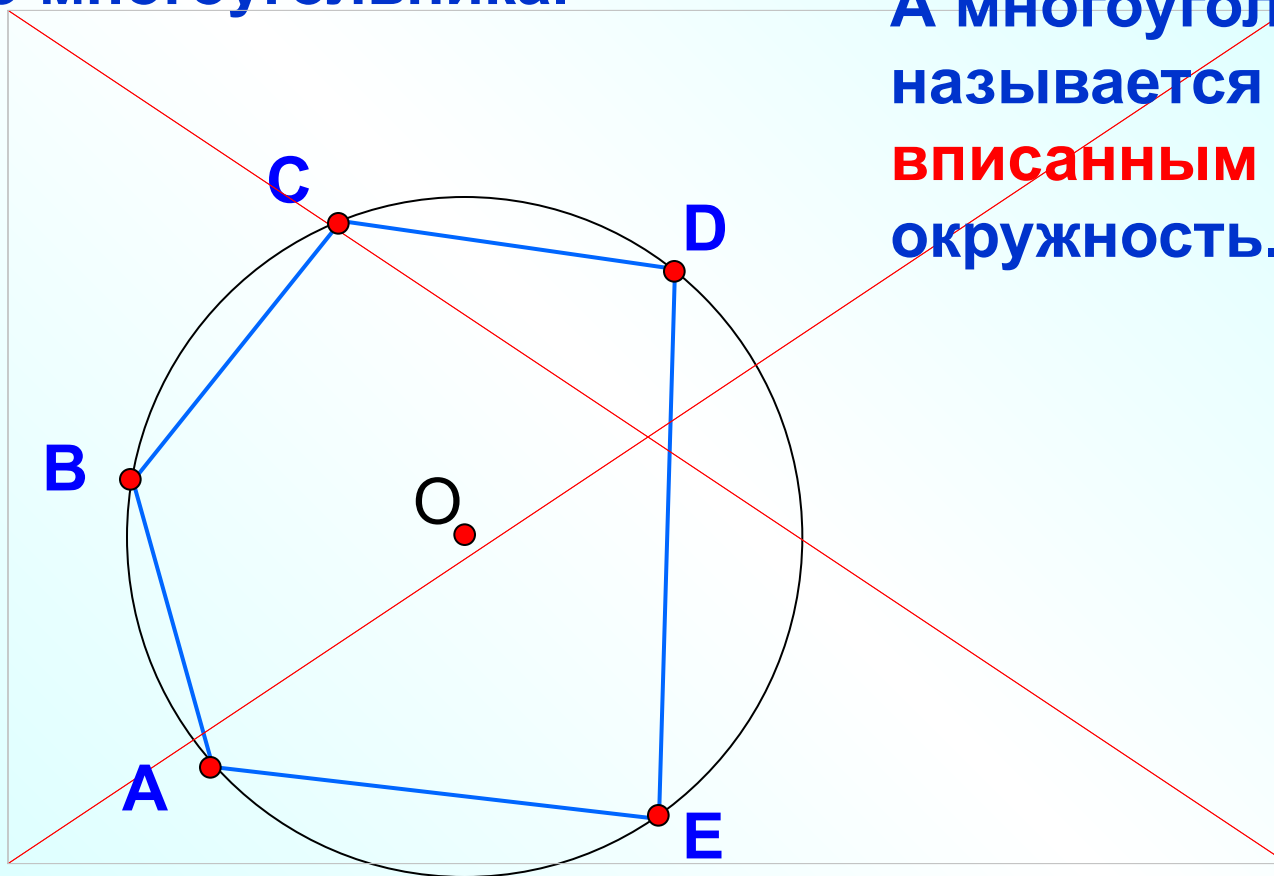
Верно и обратное утверждение.

Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

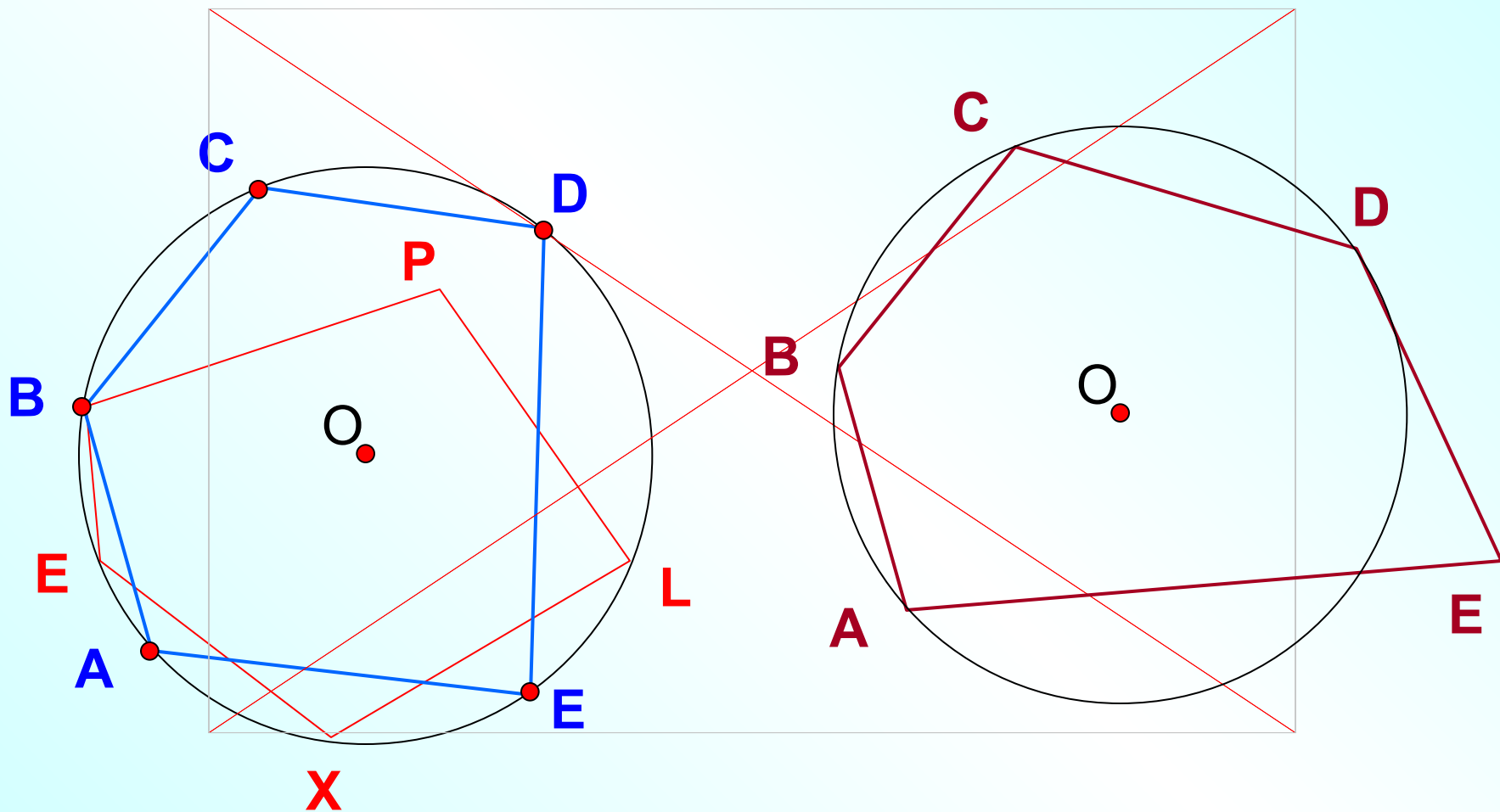


Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется **описанной** около многоугольника.

А многоугольник называется **вписанным** в эту окружность.

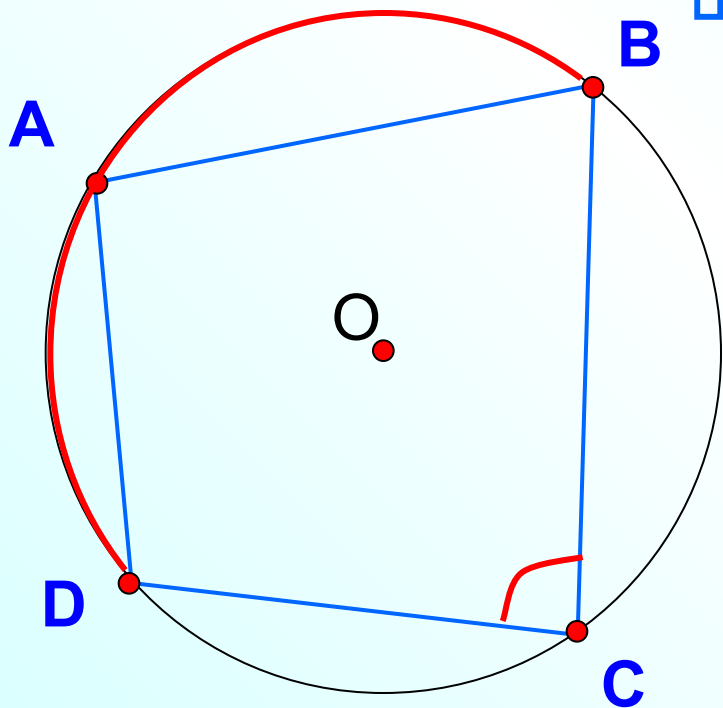


Какой из многоугольников, изображенных на рисунке является вписанным в окружность?



Какие известные свойства нам пригодятся при изучении описанной окружности?

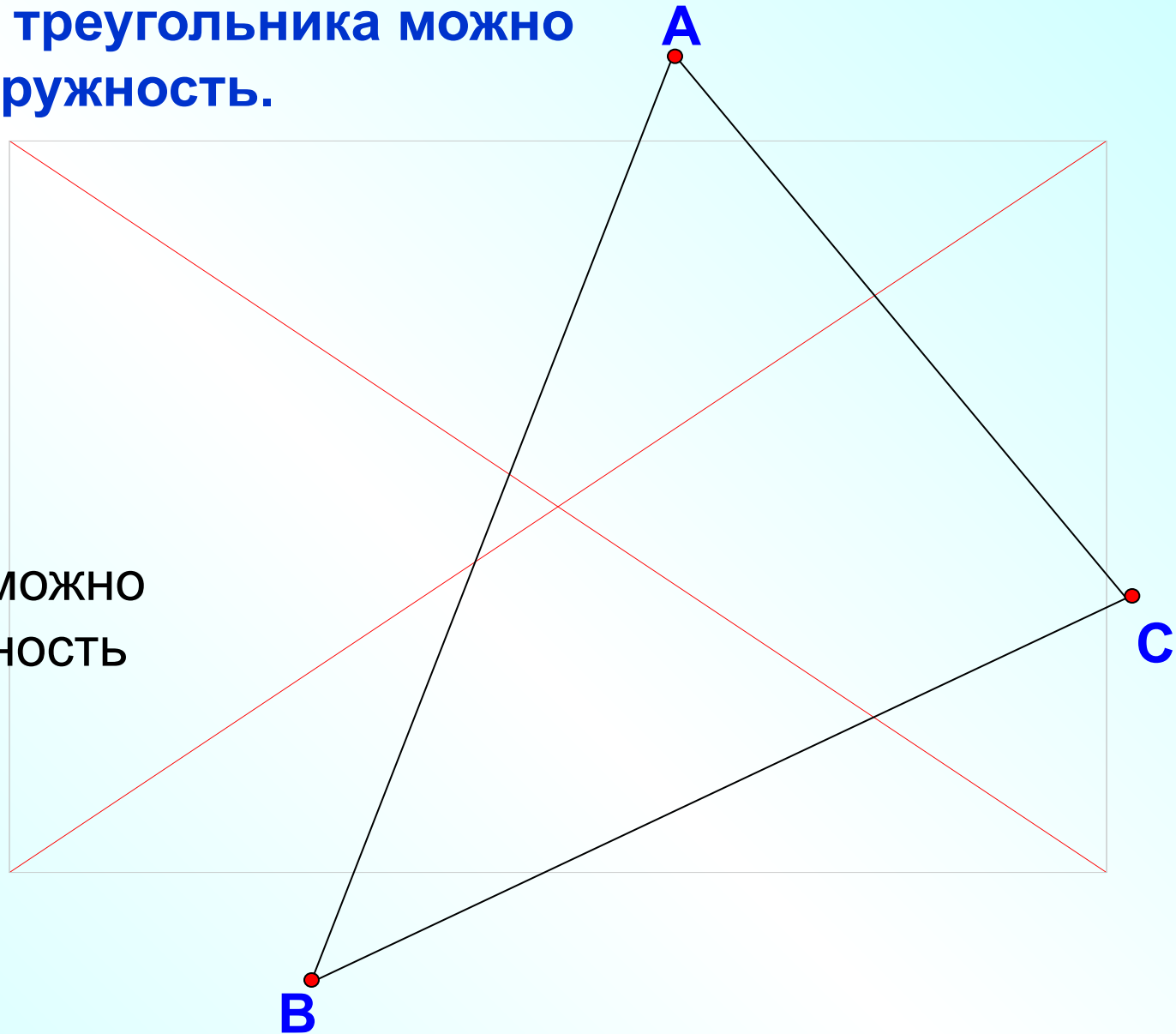
□ Теорема о вписанном угле



**Теорема о вписанном треугольнике**  
**Около любого треугольника можно**  
**описать окружность.**

Дано:  $\triangle ABC$

Доказать, что можно  
описать окружность



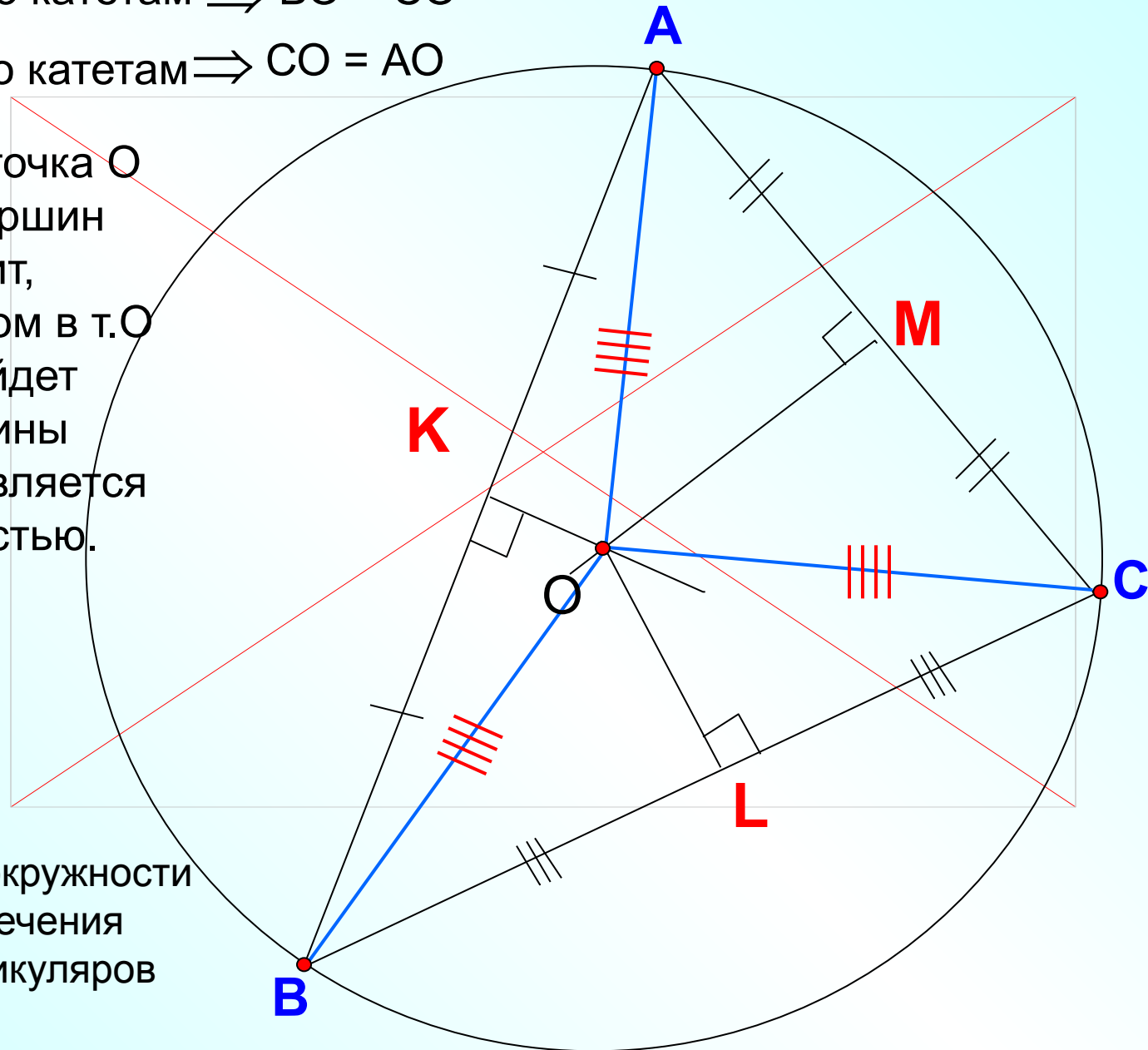
1) ДП: серединные перпендикуляры к сторонам

2)  $\triangle BOL = \triangle COL$ , по катетам  $\Rightarrow BO = CO$

3)  $\triangle COM = \triangle AOM$ , по катетам  $\Rightarrow CO = AO$

4)  $BO = CO = AO$ , т.е. точка  $O$  равноудалена от вершин треугольника. Значит, окружность с центром в т.  $O$  и радиусом  $OA$  пройдет через все три вершины треугольника, т.е. является описанной окружностью.

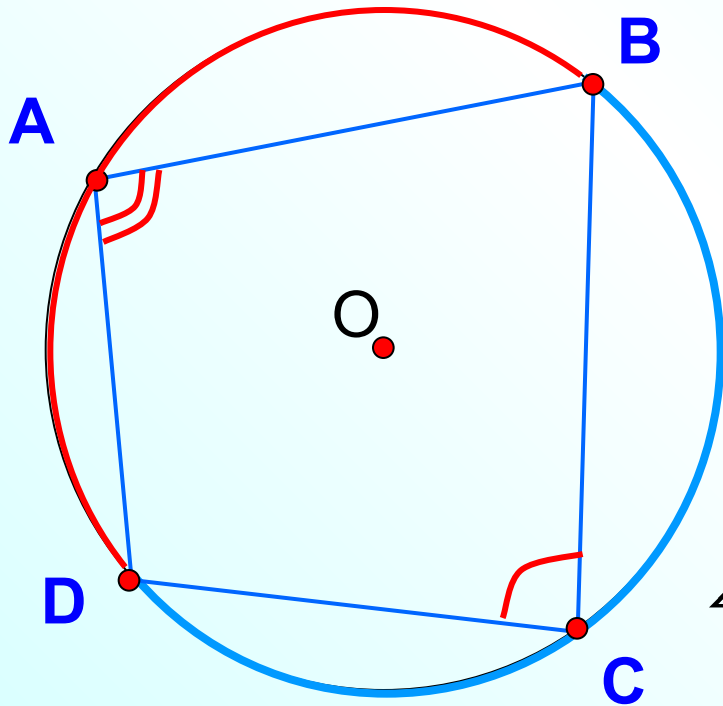
Центром описанной окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров





**1. Около треугольника можно описать окружность и при том только одну.**

2. В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна  $180^{\circ}$ .



$$\begin{aligned} \angle A &= \frac{1}{2} \cup BCD \\ + \\ \angle C &= \frac{1}{2} \cup BAD \end{aligned}$$

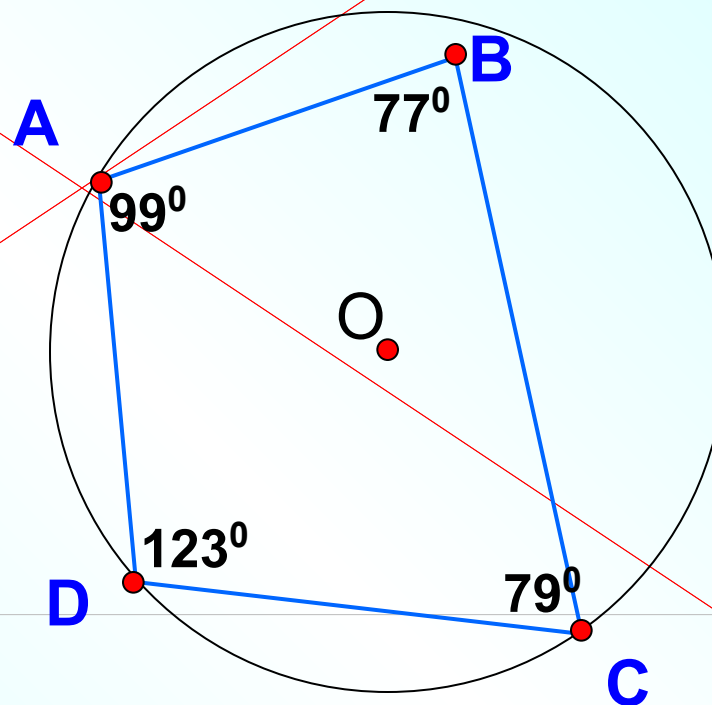
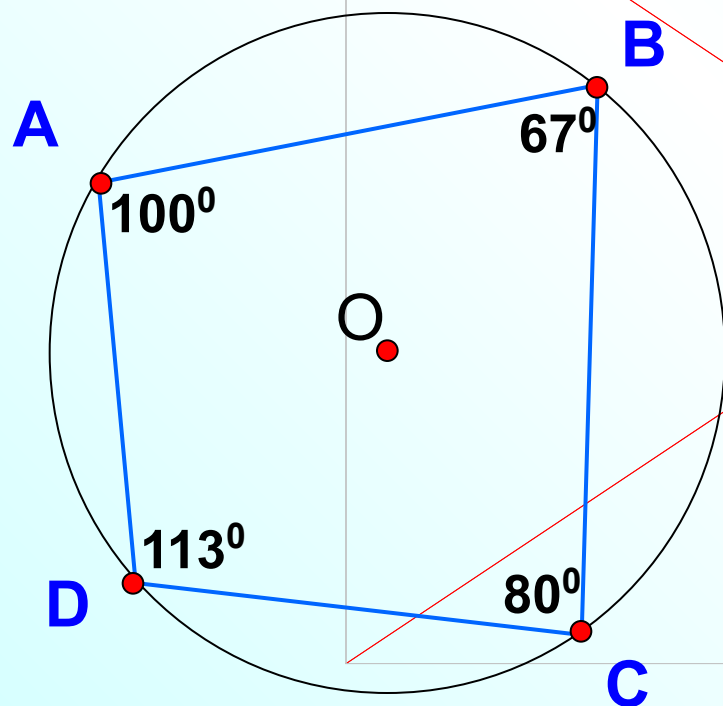
---

$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2} (\cup BCD + \cup BAD)$$

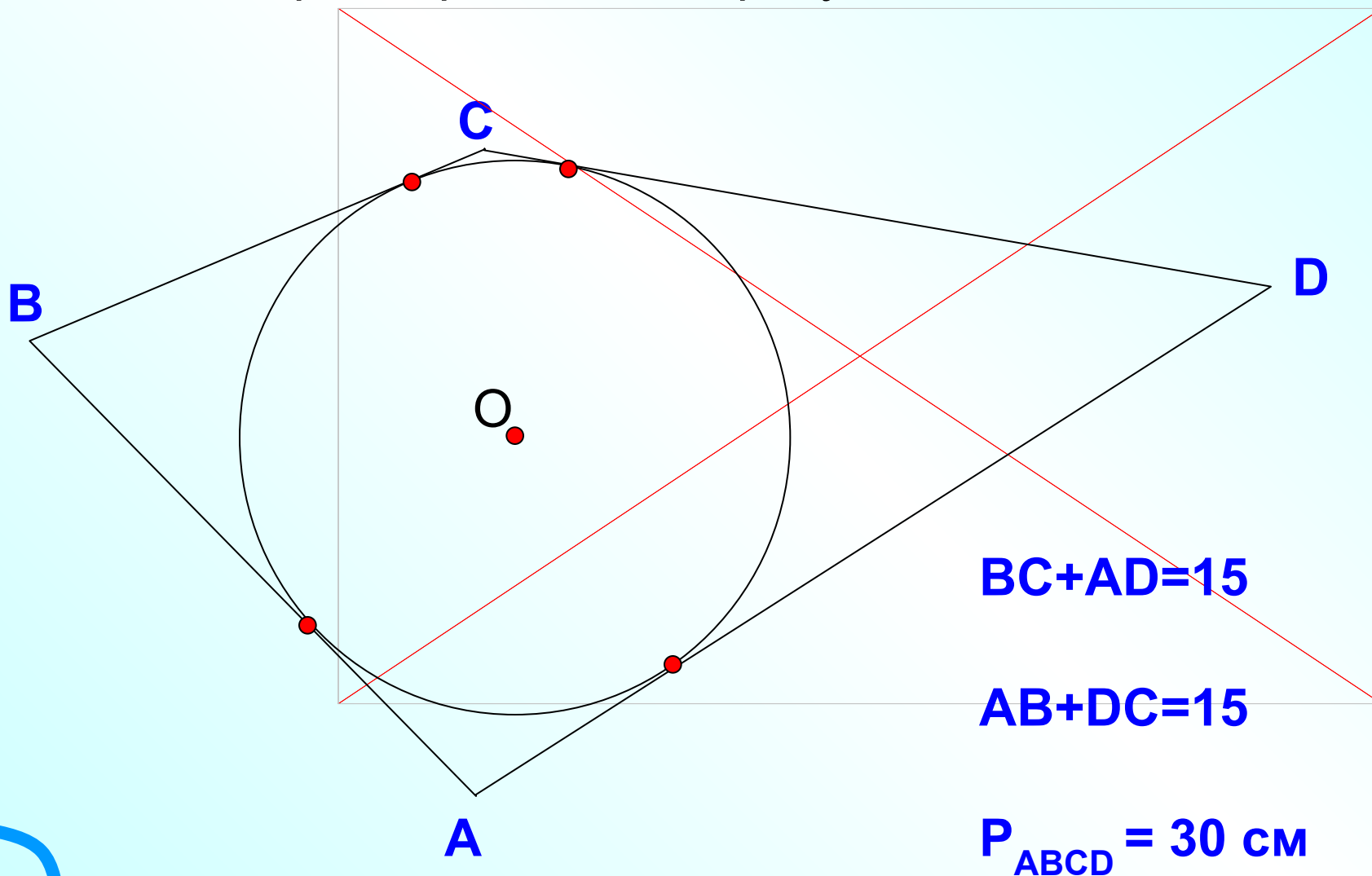
$$\angle A + \angle C = 180^{\circ}$$

Верно и обратное утверждение.

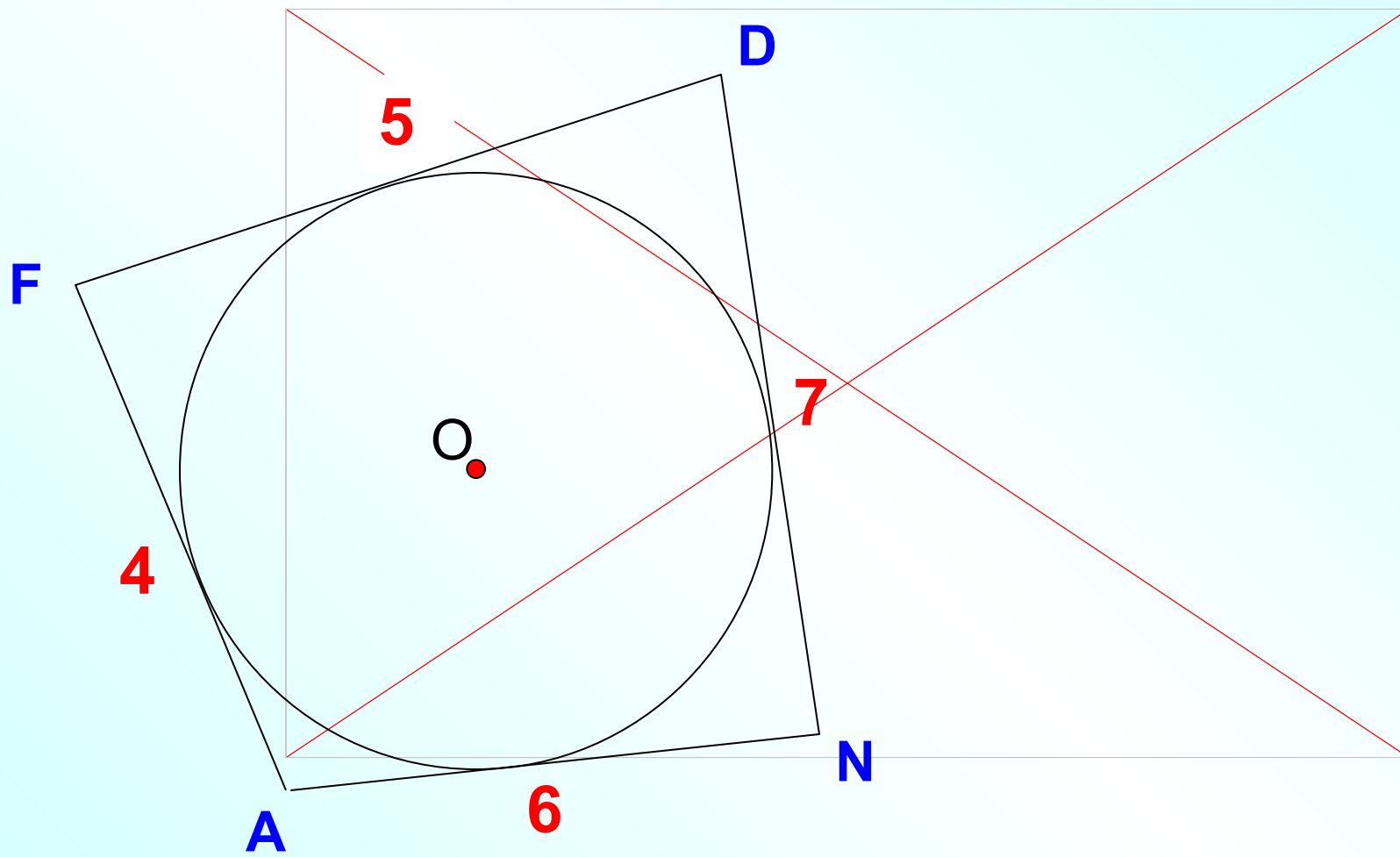
Если сумма противоположных углов четырехугольника равна  $180^{\circ}$ , то около него можно описать окружность.



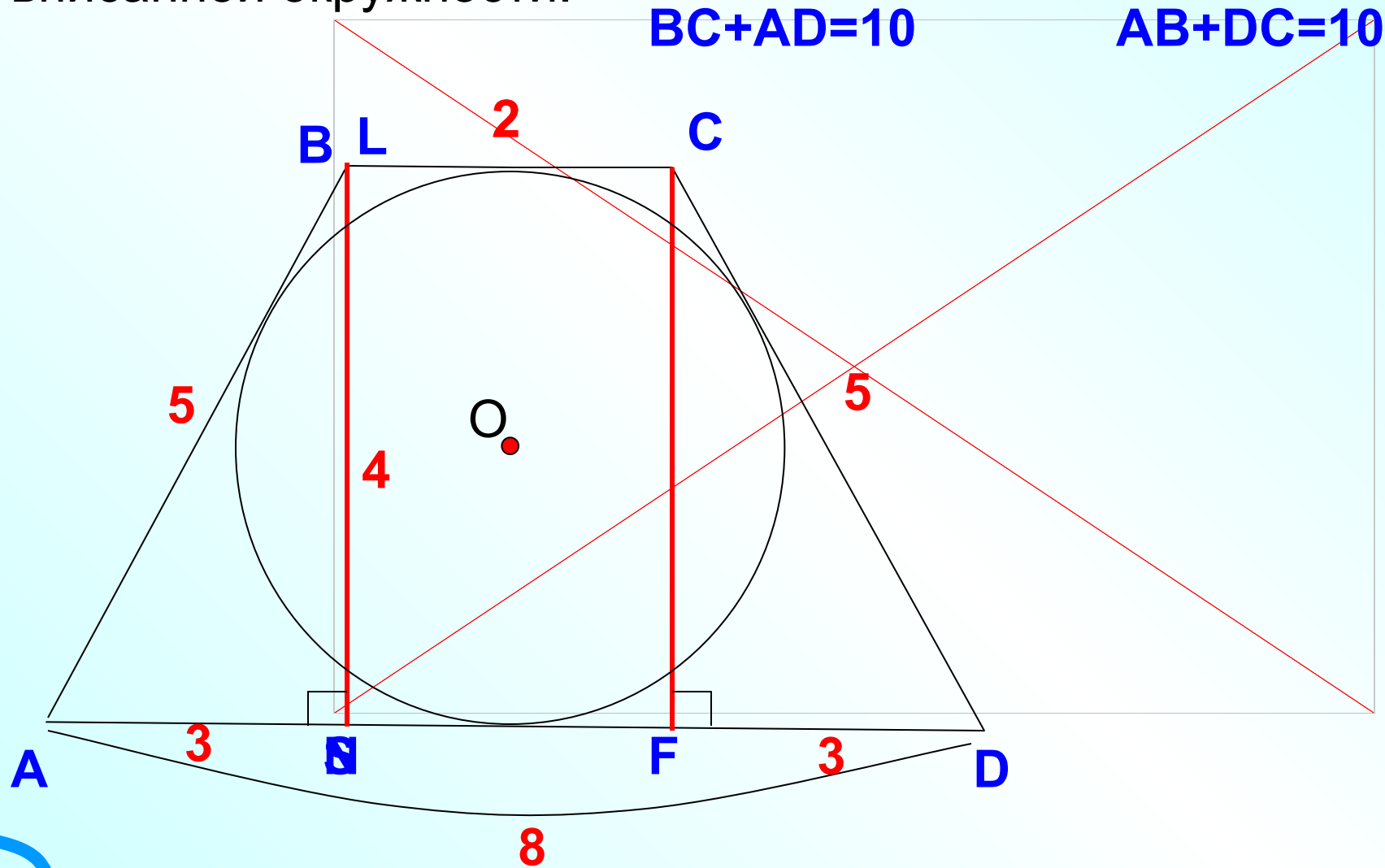
*задача*      Сумма двух противоположных сторон  
описанного четырехугольника равна 15 см.  
Найдите периметр этого четырехугольника.



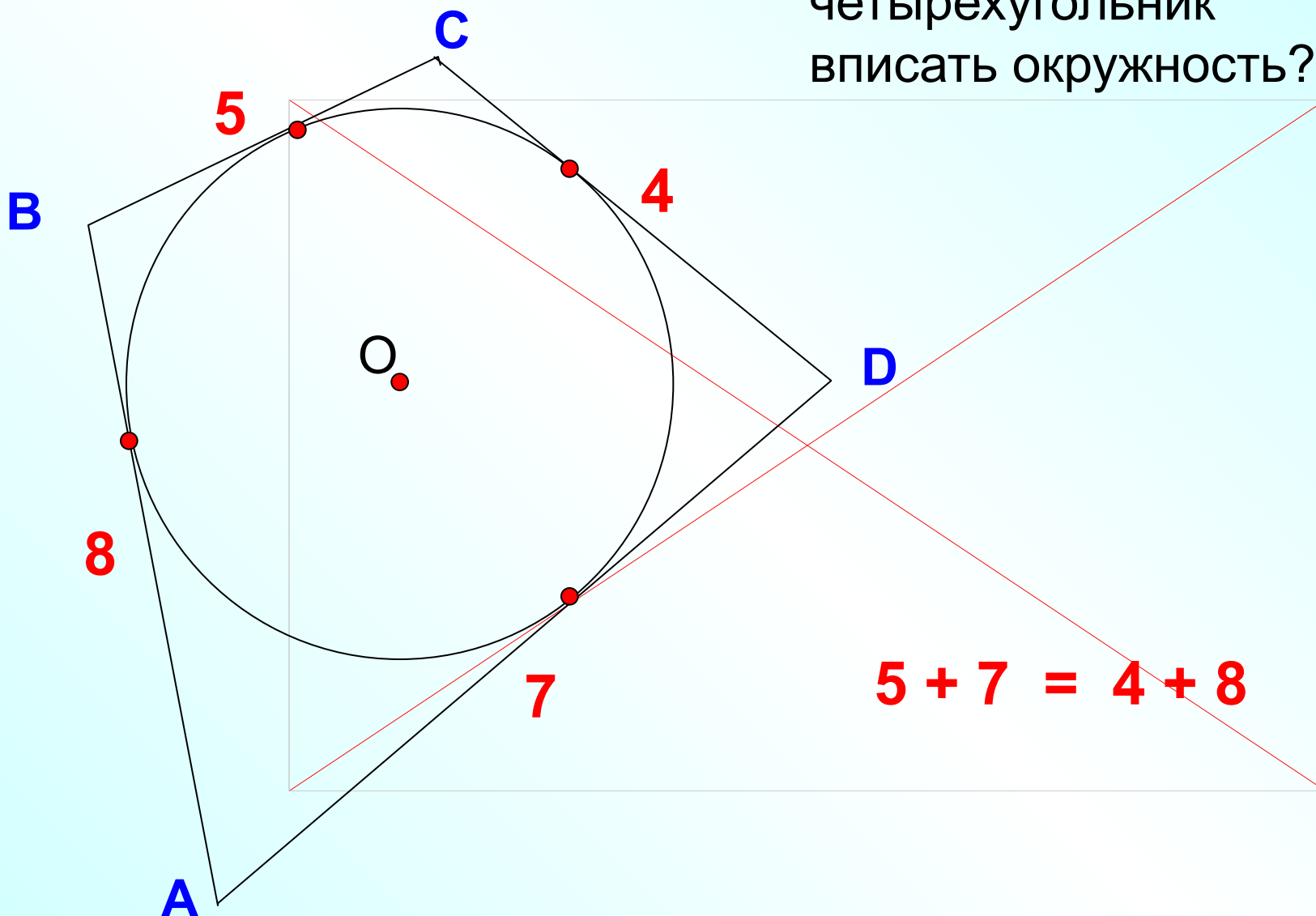
Найти FD



Равнобокая трапеция описана около окружности.  
 Основания трапеции равны 2 и 8. найдите радиус  
 вписанной окружности.



Можно ли в данный  
четырехугольник  
вписать окружность?



$$5 + 7 = 4 + 8$$