Вписанная и описанная

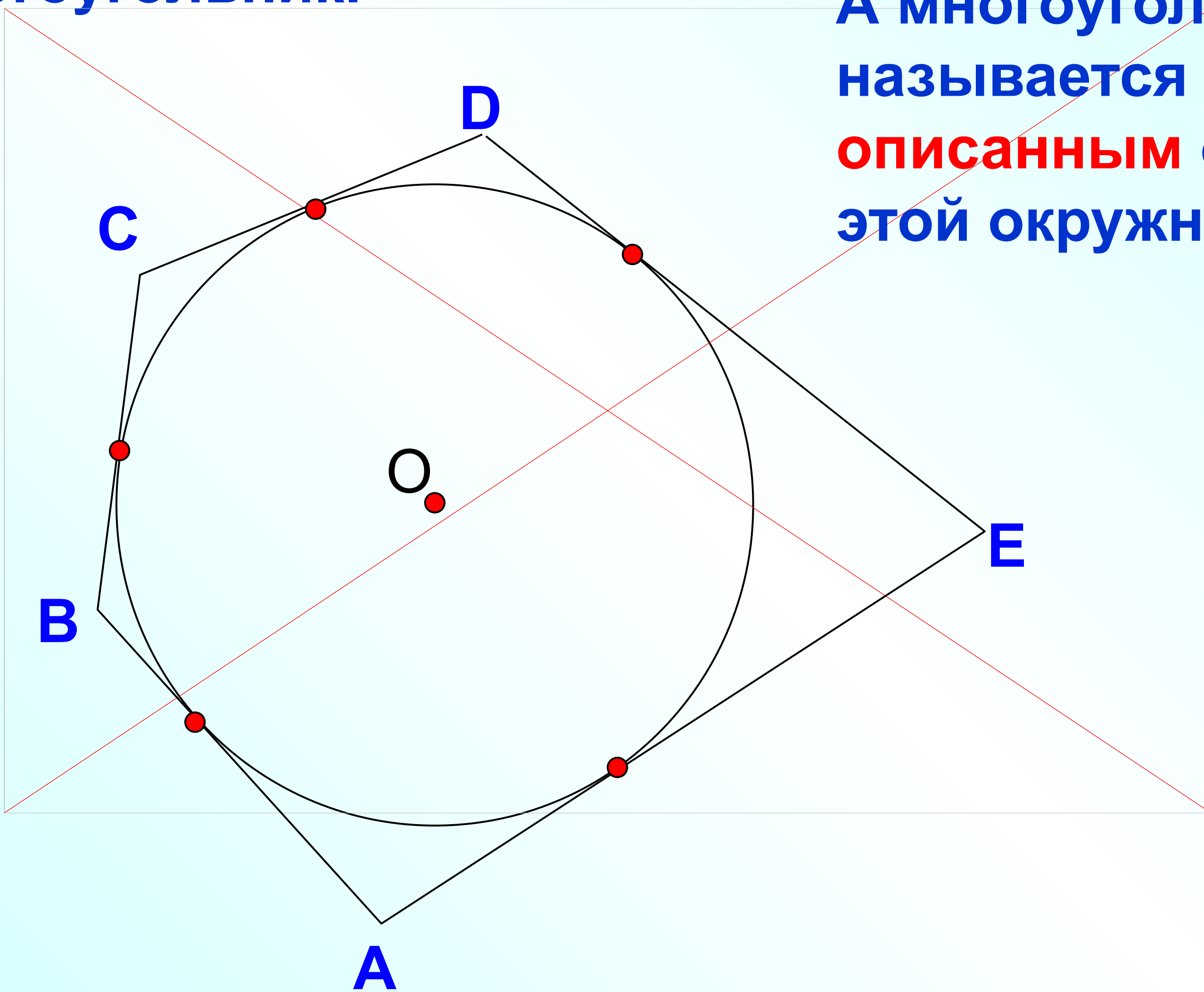
8 класс

окружности

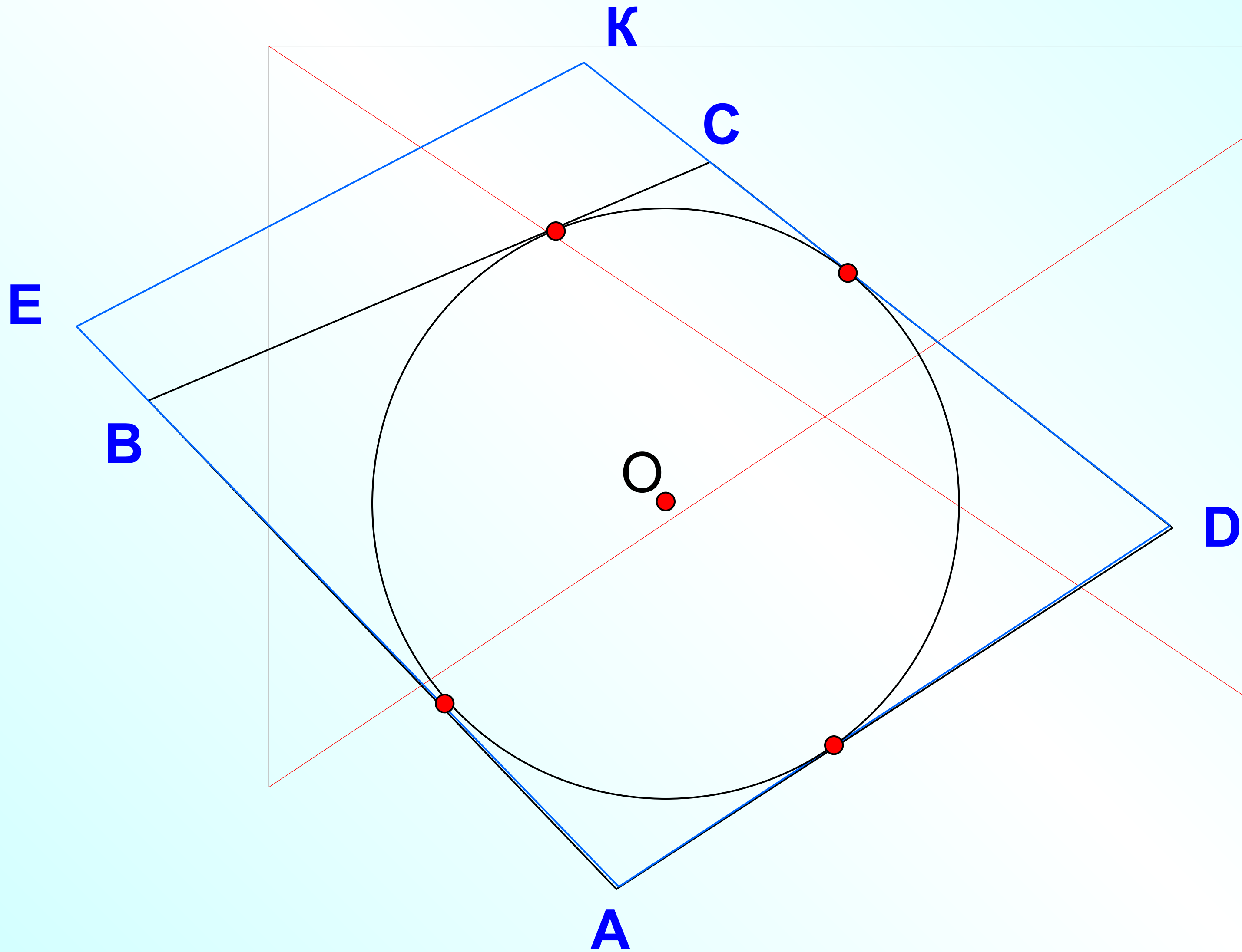
Л.С. Атанасян Геометрия 7-9

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник.

А многоугольник называется **описанным** около этой окружности.

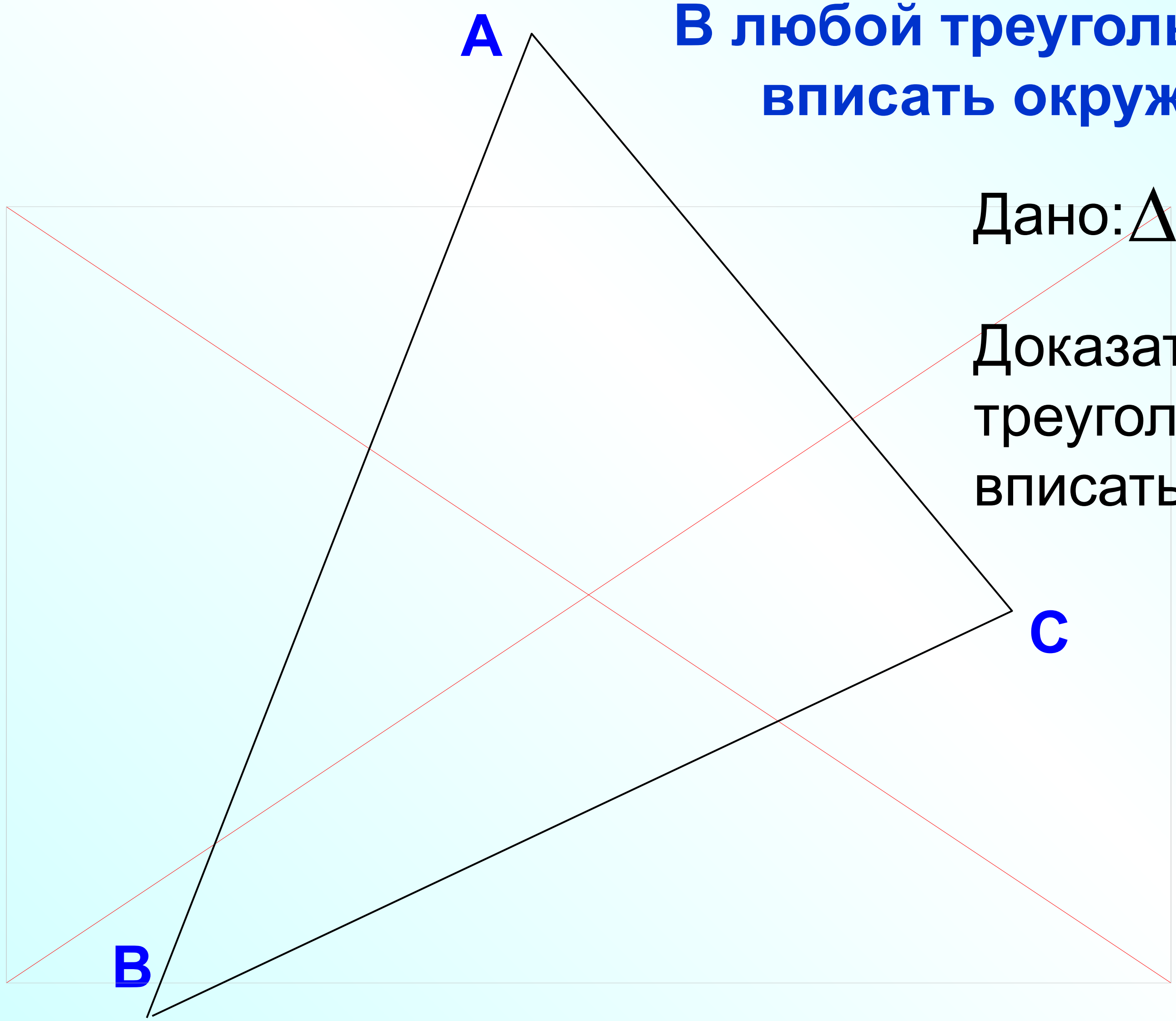


Какой из двух четырехугольников ABCD или AEКD является описанным?



Теорема об окружности, вписанной в треугольник

В любой треугольник можно вписать окружность.



Дано: Δ ABC

Доказать, что в треугольник можно вписать окружность

1) ДП: биссектрисы углов треугольника

Проведем из точки О перпендикуляры к сторонам треугольника

2) ΔCOL = ΔCOM, по гипотенузе и ост. углу

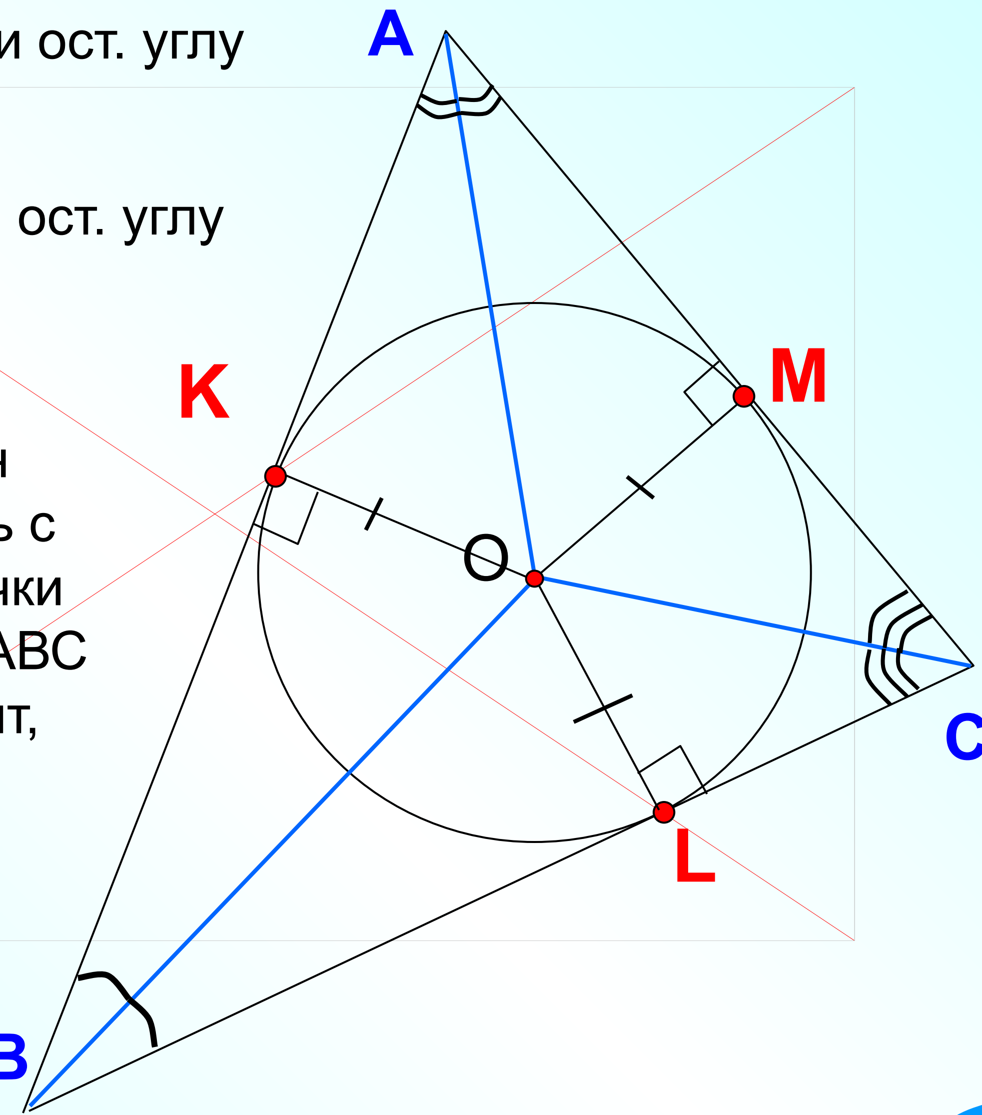
$\Rightarrow$ OL = MO

3) ΔMOA= ΔKOA, по гипотенузе и ост. углу

$\Rightarrow$ MO = KO

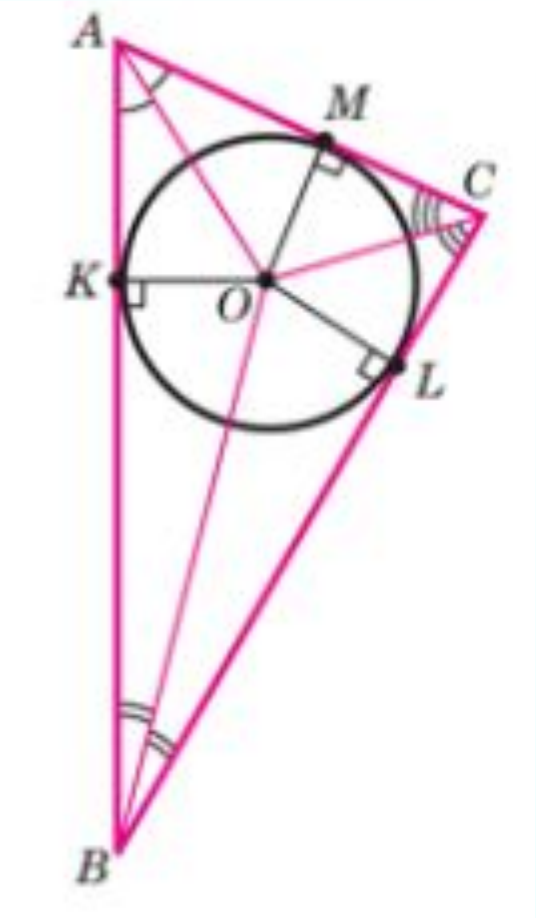
4) LO=MO=KO

точка О **равноудалена** от сторон треугольника. Значит, окружность с центром в т.О проходит через точки K, L и M. Стороны треугольника ABC касаются этой окружности. Значит, окружность является вписанной ΔABC.



Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении Биссектрис треугольника

Замечания к теореме.
1. В треугольник можно вписать только одну окружность.

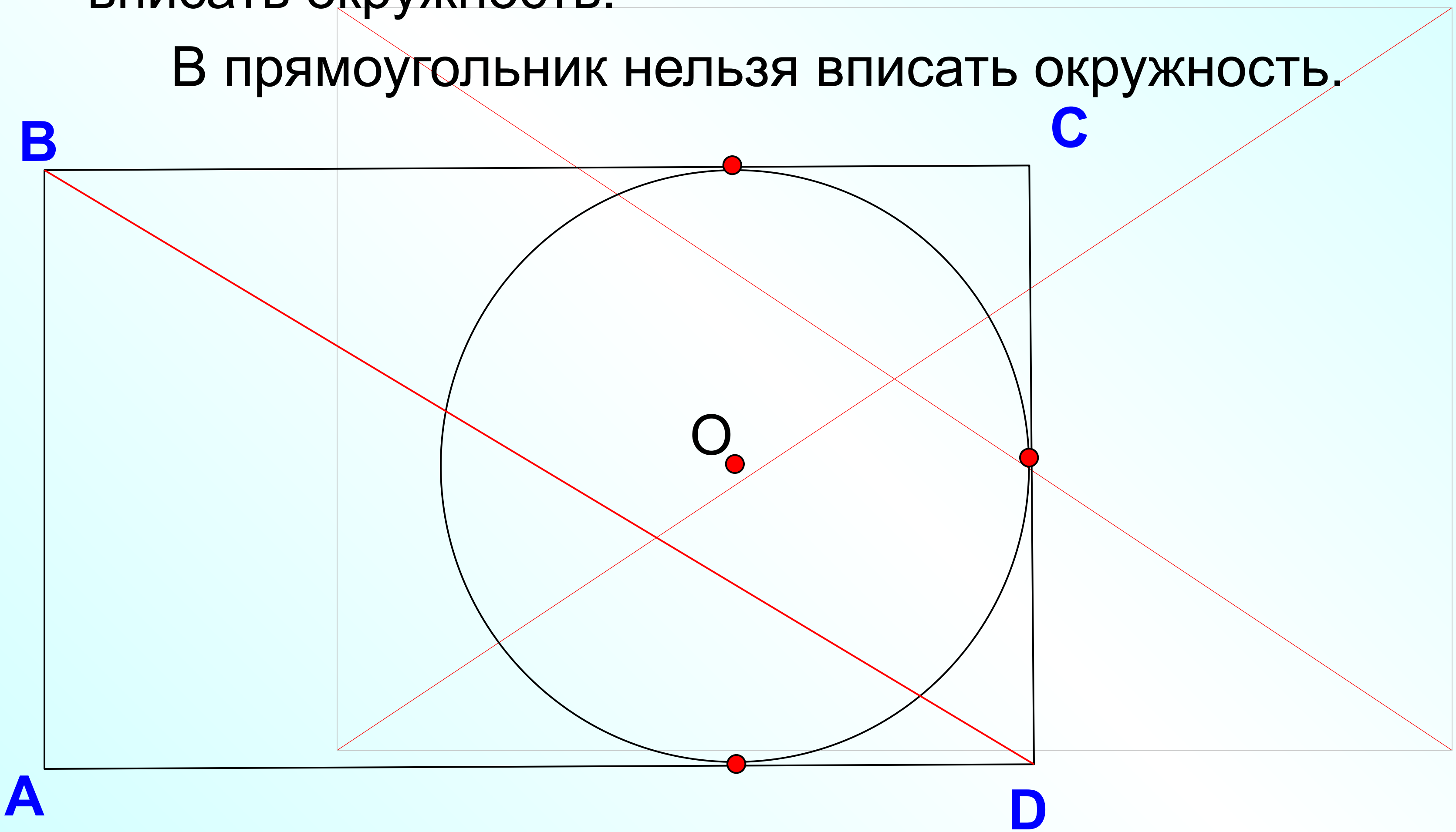


2. Площадь треугольника равна Произведению его полупериметра на радиус вписанной окружности.

Замечания к теореме.

3. Не во всякий четырехугольник можно вписать окружность.

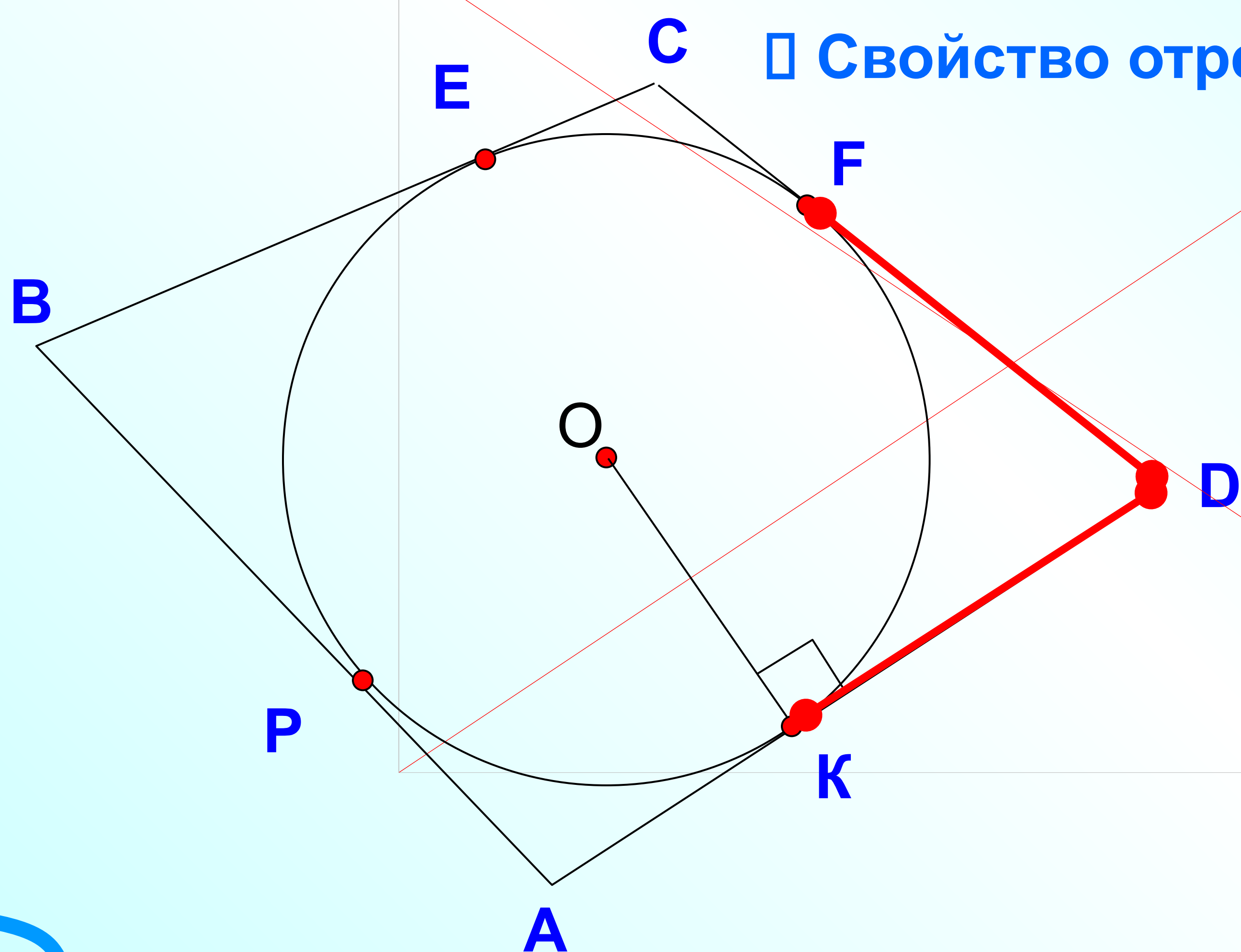
В прямоугольник нельзя вписать окружность.



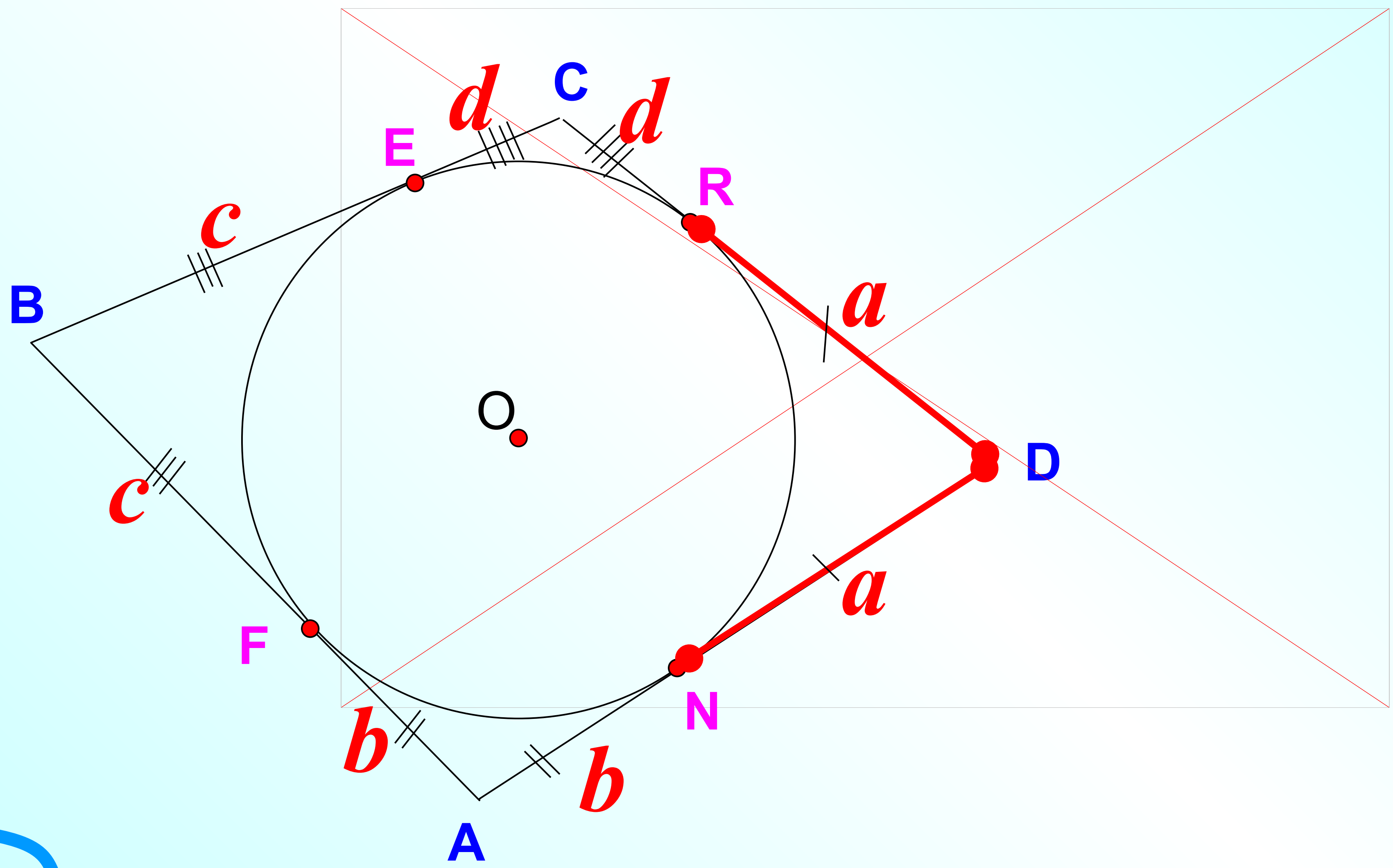
Ели в четырехугольник можно
вписать окружность,
то он должен обладать
следующими свойствами,
для доказательства которых нужно вспомнить

- Свойство касательной

- Свойство отрезков касательных

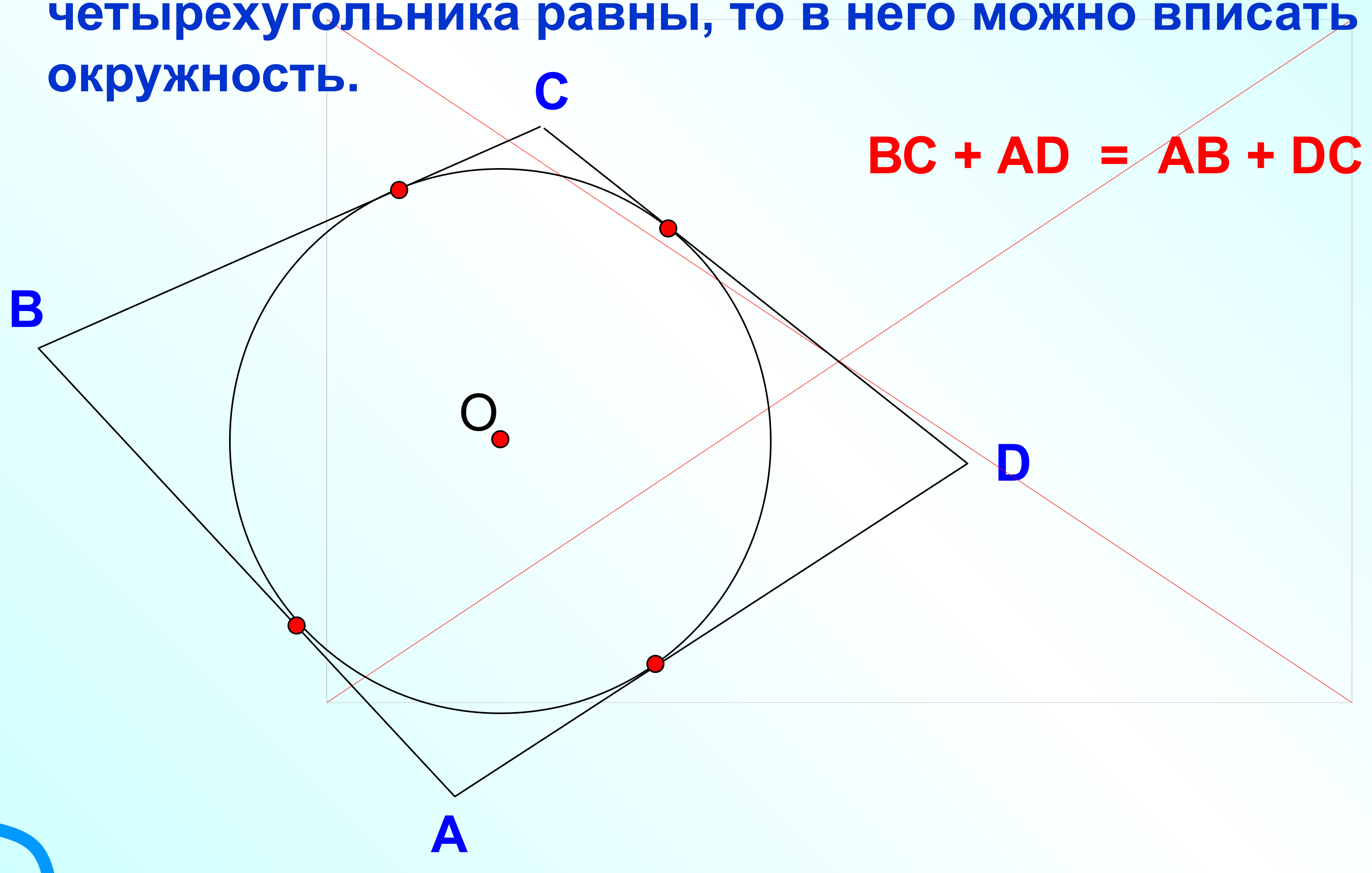


В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

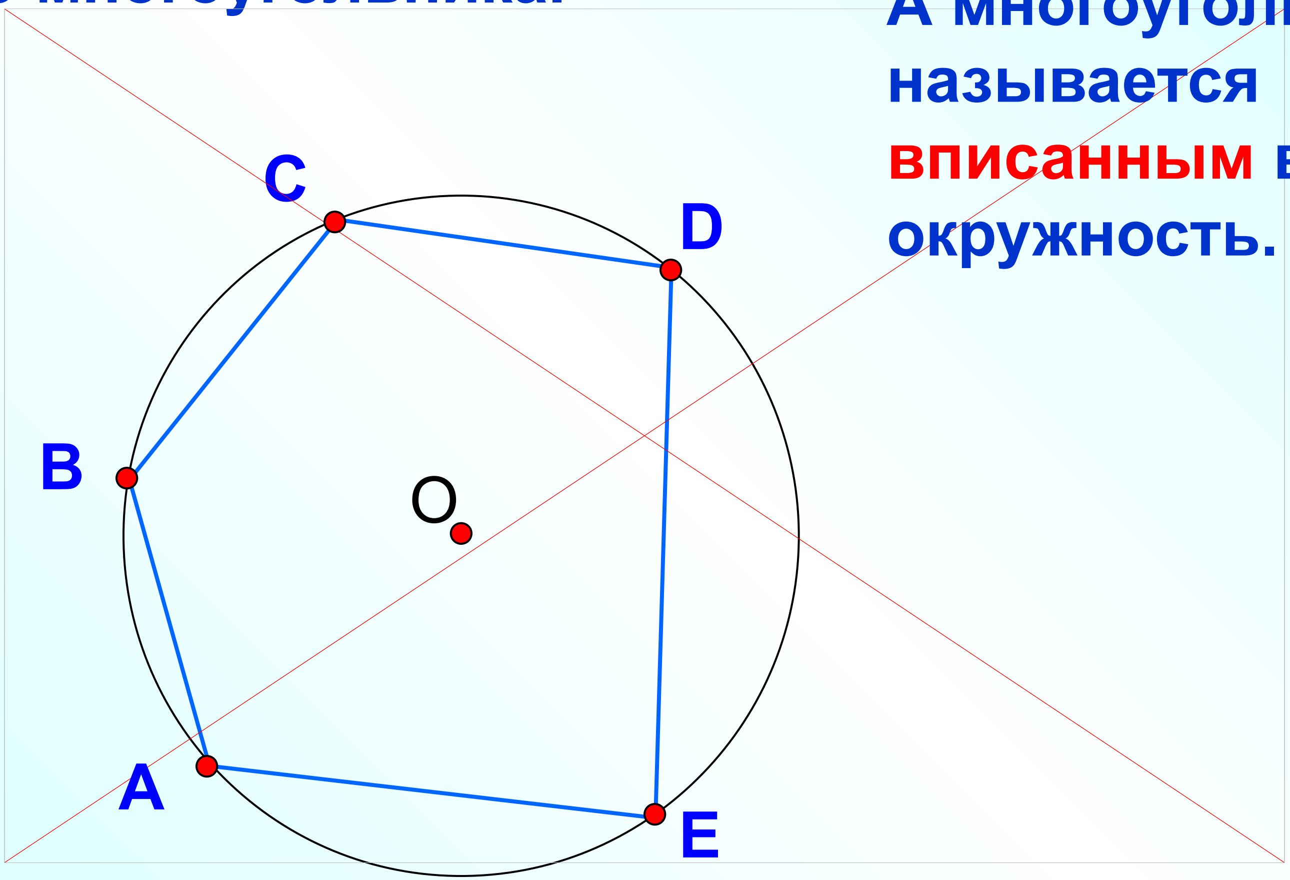


Верно и обратное утверждение.

Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

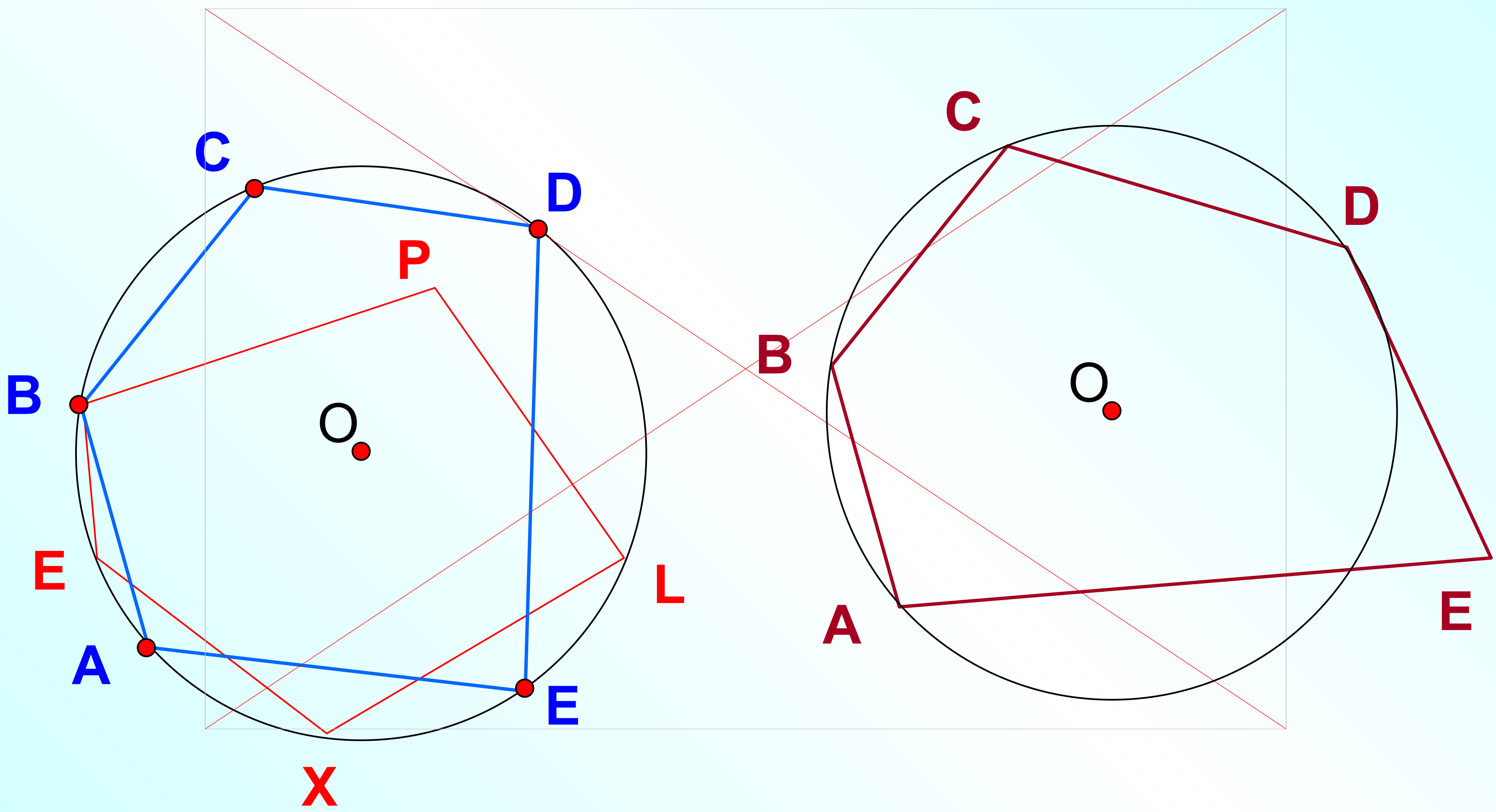


Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной около многоугольника.

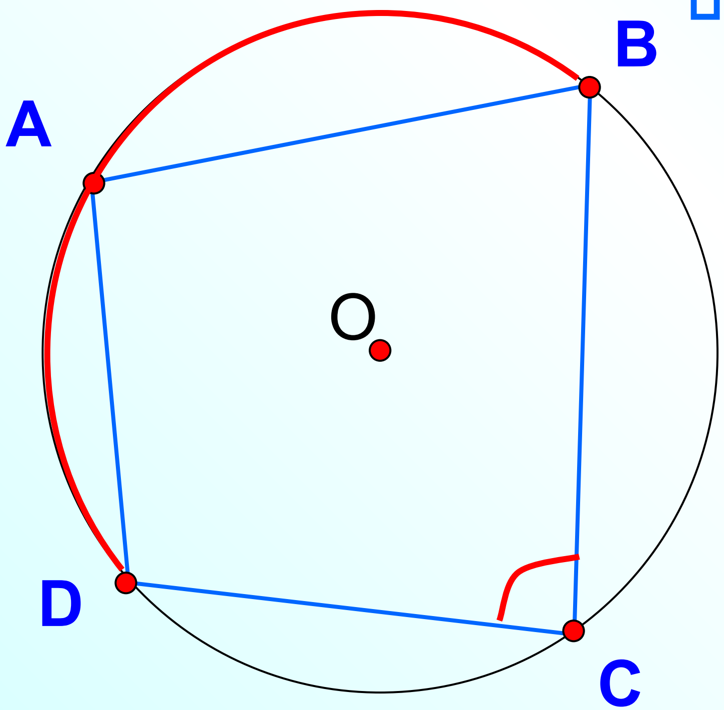


А многоугольник называется вписанным в эту окружность.

Какой из многоугольников, изображенных на рисунке является вписанным в окружность?



Какие известные свойства нам пригодятся при изучении описанной окружности?



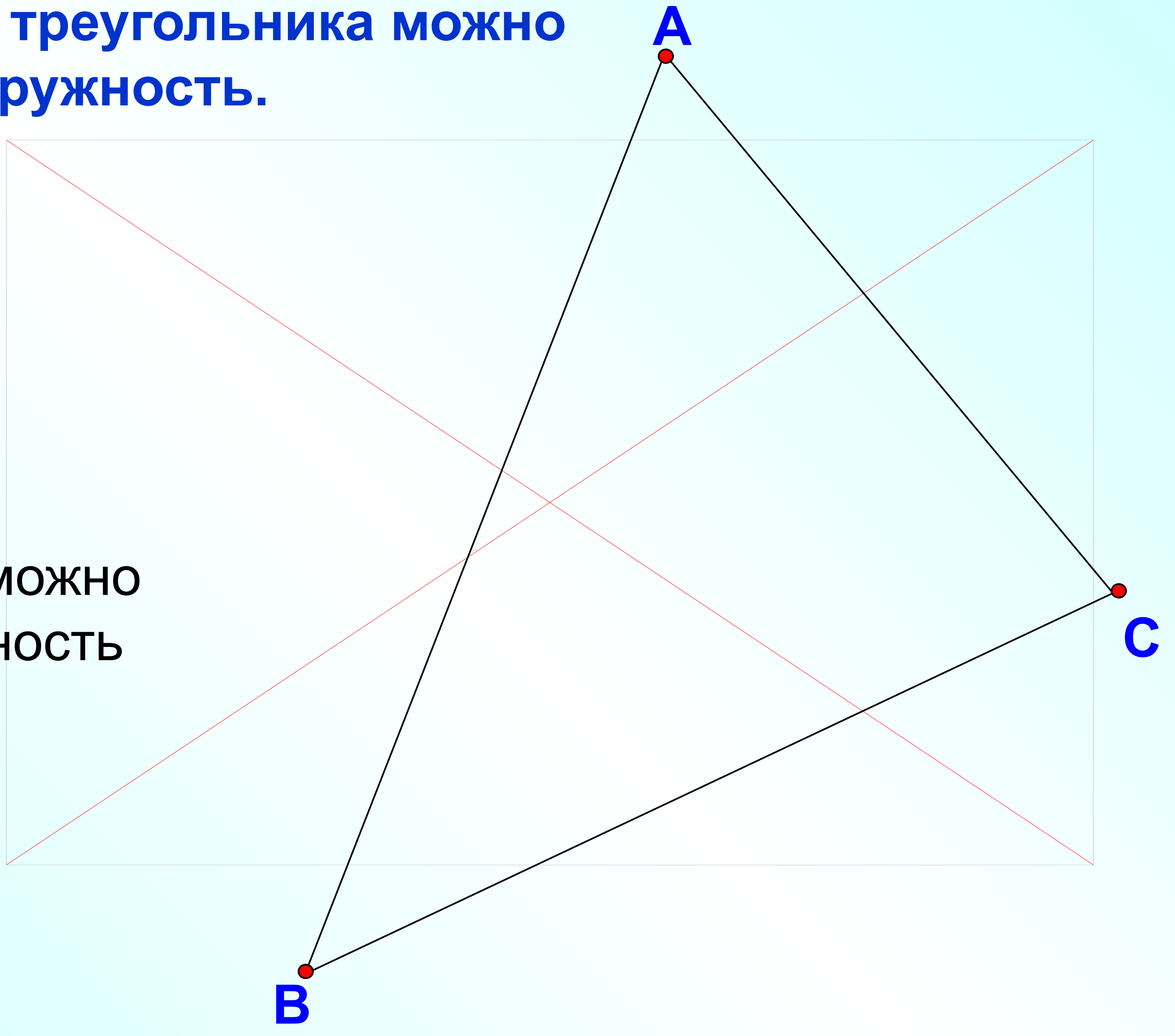
- **Теорема о вписанном угле**

Теорема о вписанном треугольнике

Около любого треугольника можно описать окружность.

Дано: ΔABC

Доказать, что можно описать окружность

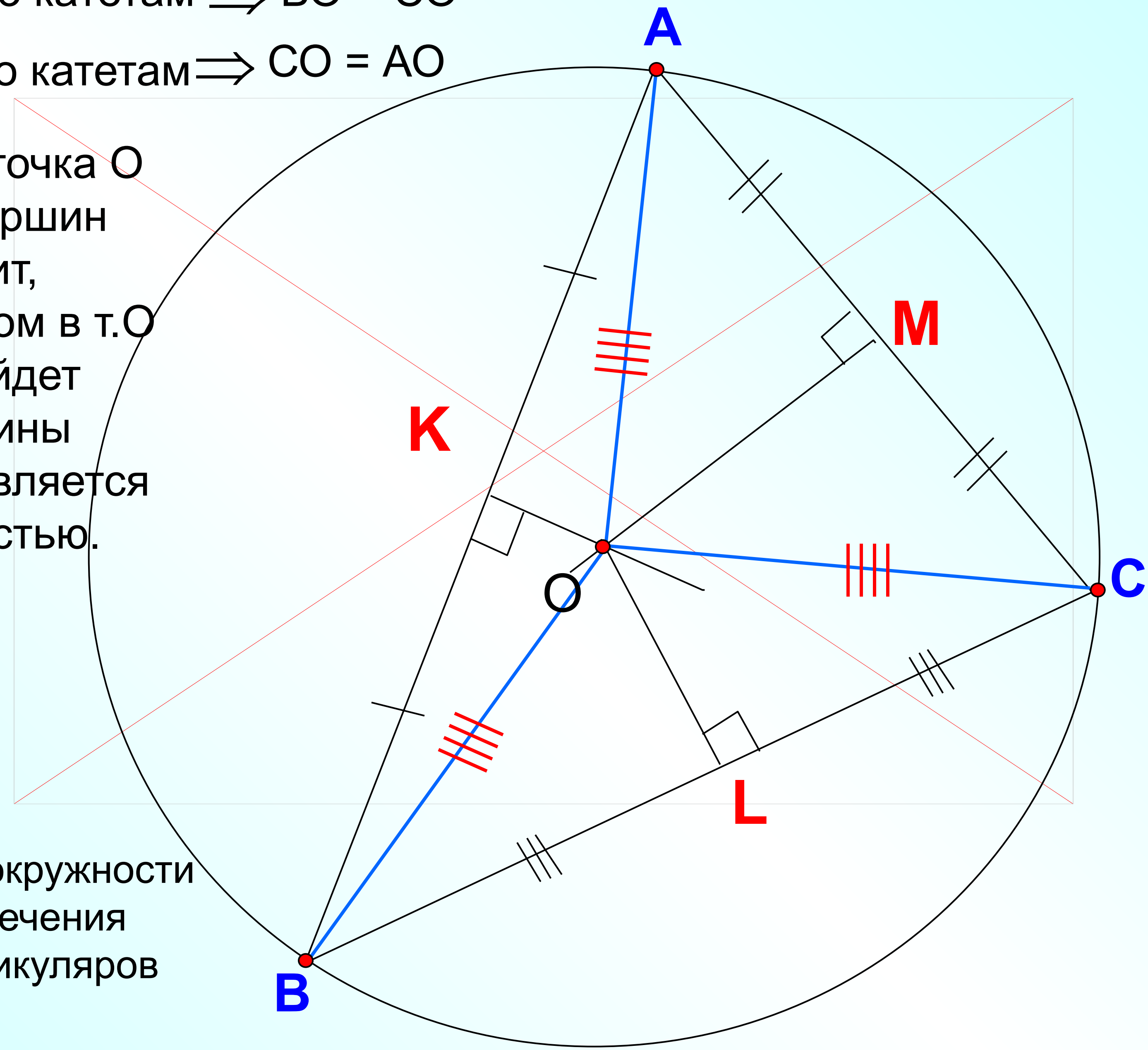


1) ДП: серединные перпендикуляры к сторонам

2) $\Delta BOL = \Delta COL$, по катетам $\Longrightarrow$ $BO = CO$

3) $\Delta COM = \Delta AOM$, по катетам $\Longrightarrow$ $CO = AO$

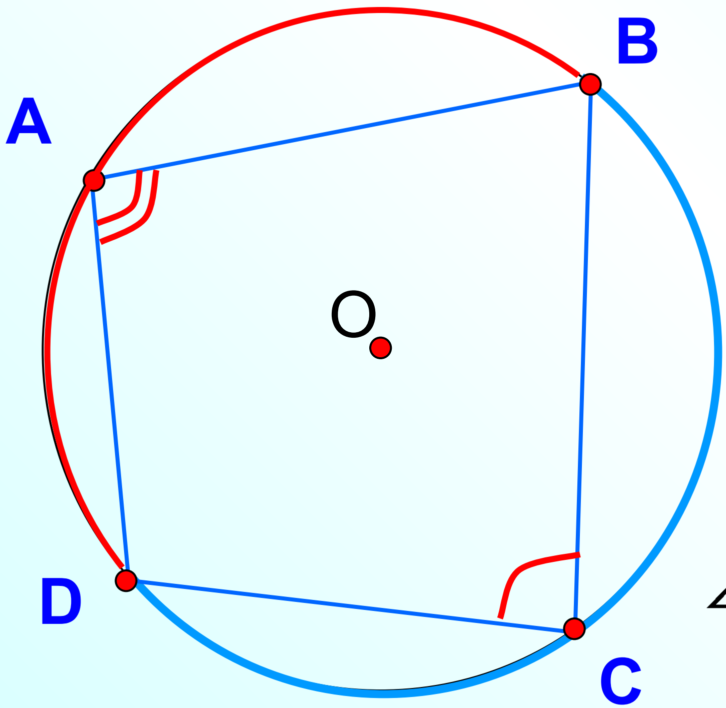
4) BO=CO=AO, т.е. точка О равноудалена от вершин треугольника. Значит, окружность с центром в т.О и радиусом ОА пройдет через все три вершины треугольника, т.е. является описанной окружностью.



Центром описанной окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров

1. Около треугольника можно описать окружность и при том только одну.

2. В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.



$$\angle A = \frac{1}{2} \cup BCD$$

$+$

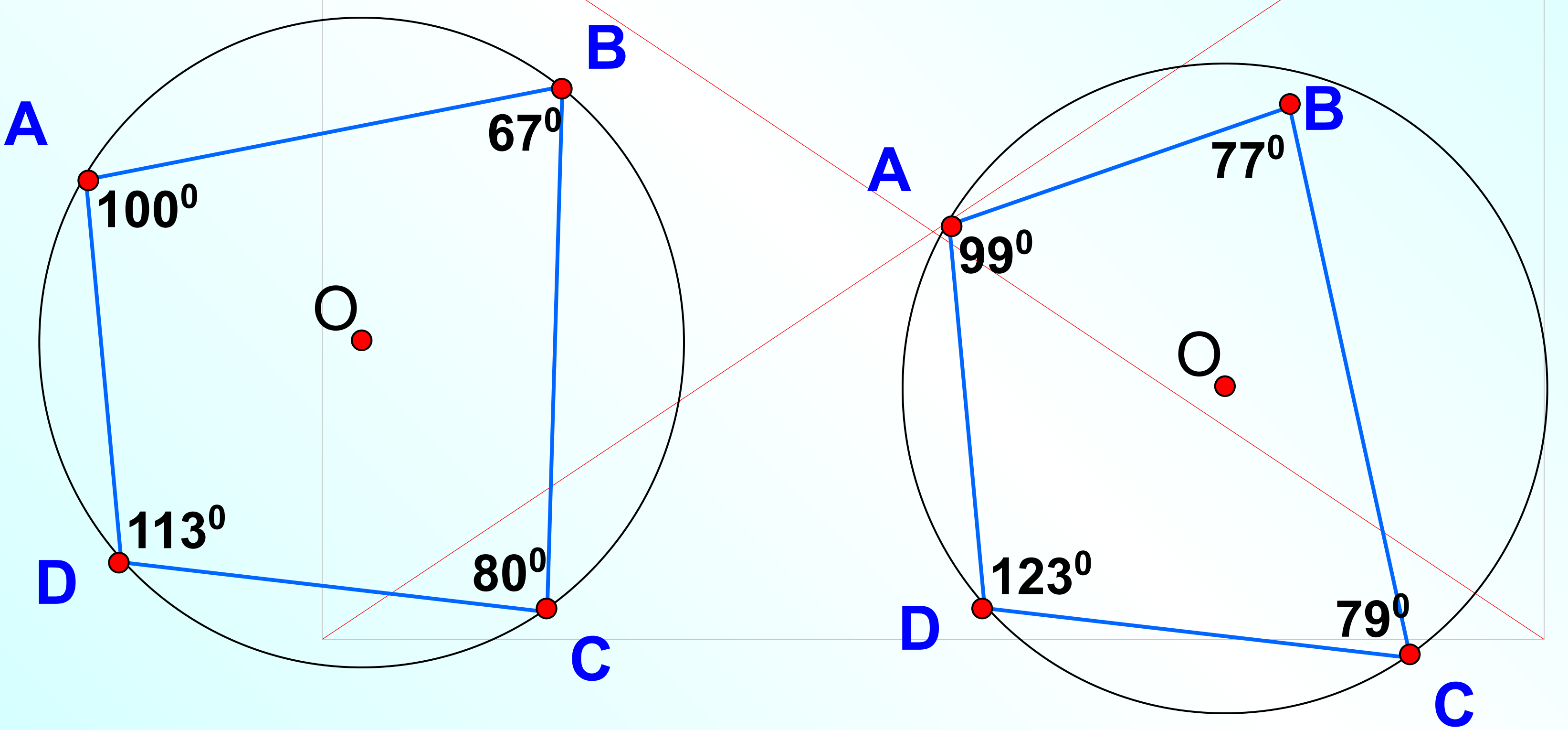
$$\angle C = \frac{1}{2} \cup BAD$$

$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2}(\underbrace{\cup BCD + \cup BAD}_{}) \quad 360^0$$

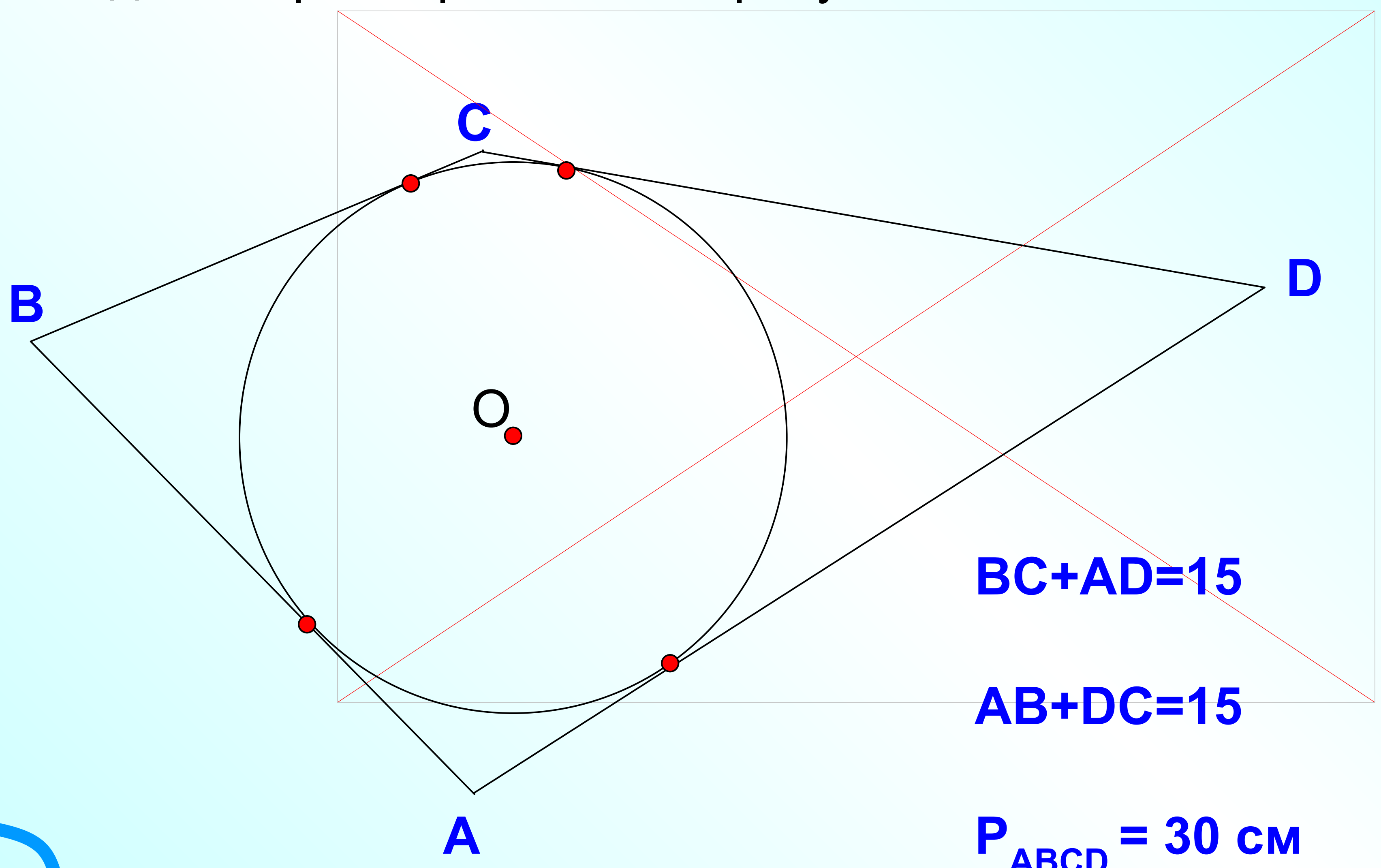
$$\angle A + \angle C = 180^0$$

Верно и обратное утверждение.

Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180^0, то около него можно описать окружность.



задача Сумма двух противоположных сторон описанного четырехугольника равна 15 см. Найдите периметр этого четырехугольника.

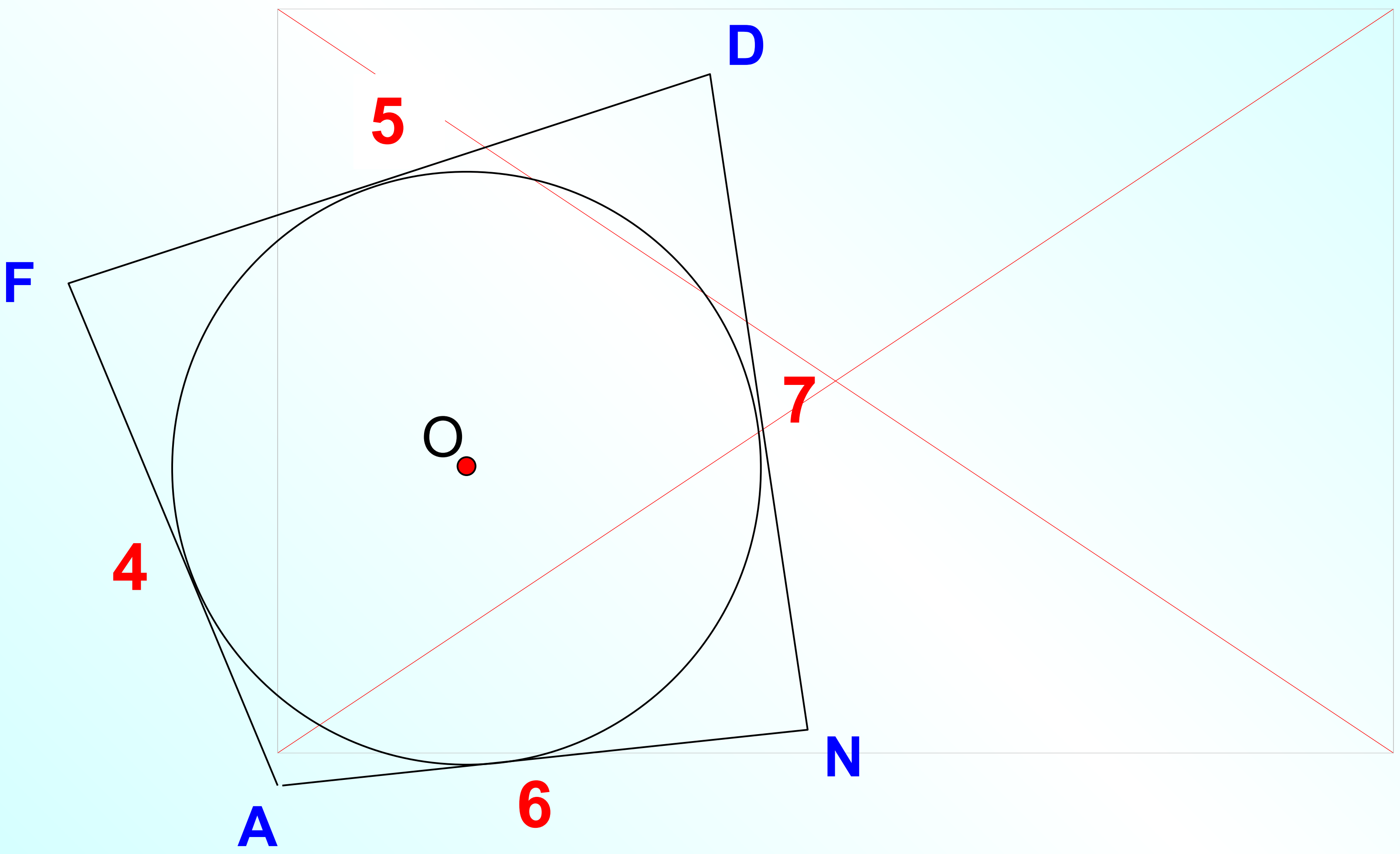


BC+AD=15

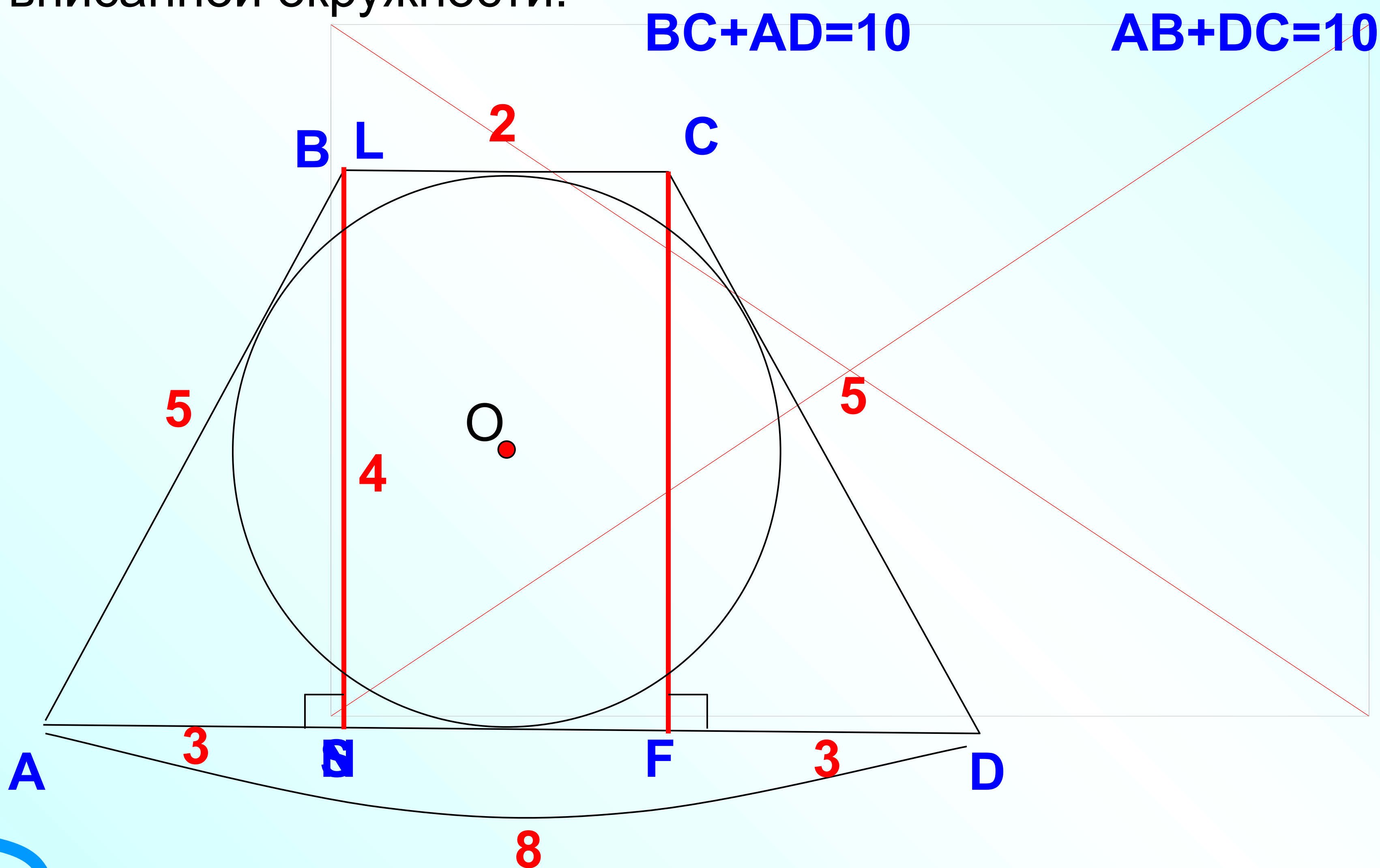
AB+DC=15

P_{ABCD} = 30 см

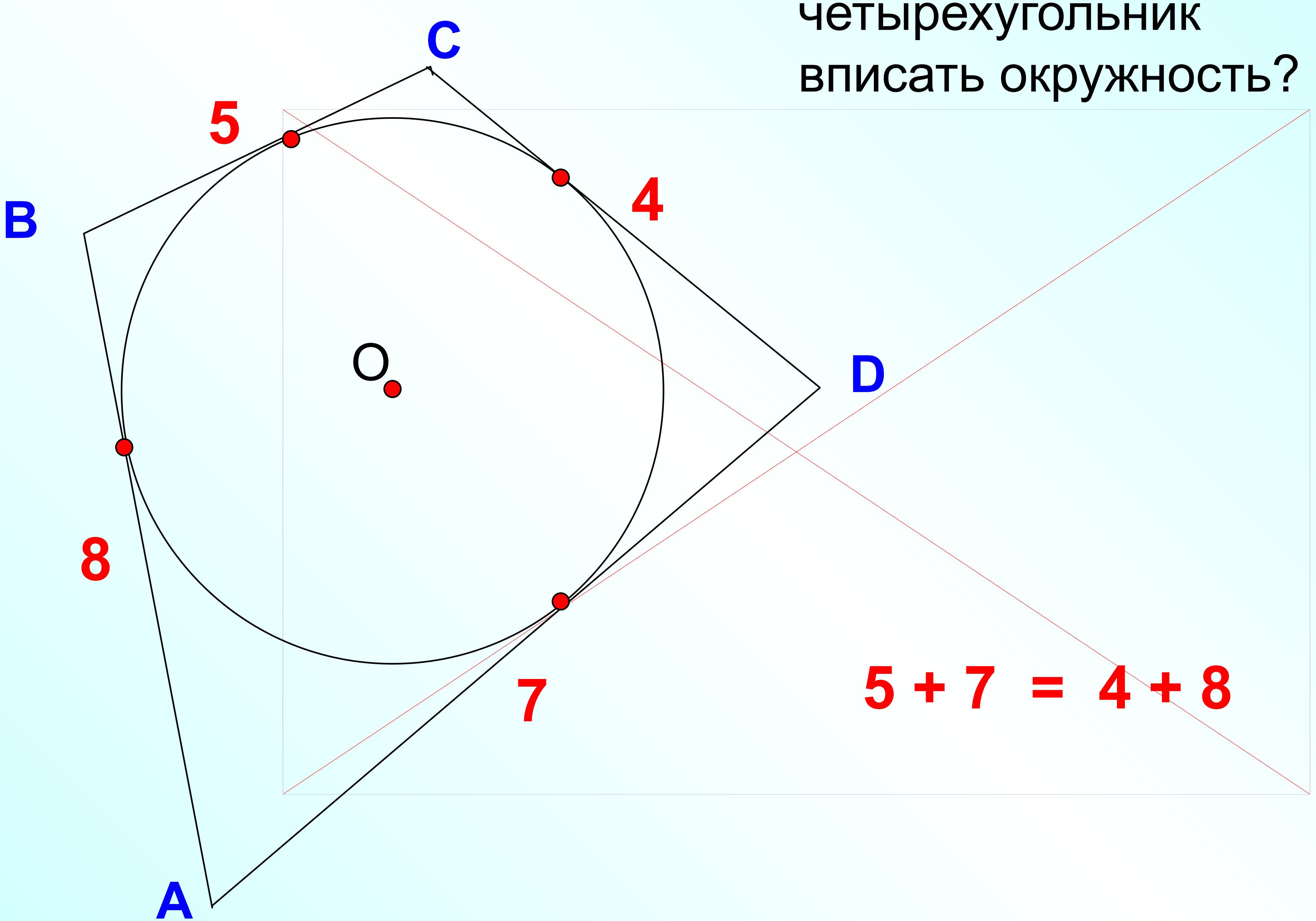
Найти FD



Равнобокая трапеция описана около окружности. Основания трапеции равны 2 и 8. найдите радиус вписанной окружности.



Можно ли в данный четырехугольник вписать окружность?



5 + 7 = 4 + 8