

Вписанная и описанная

8 класс

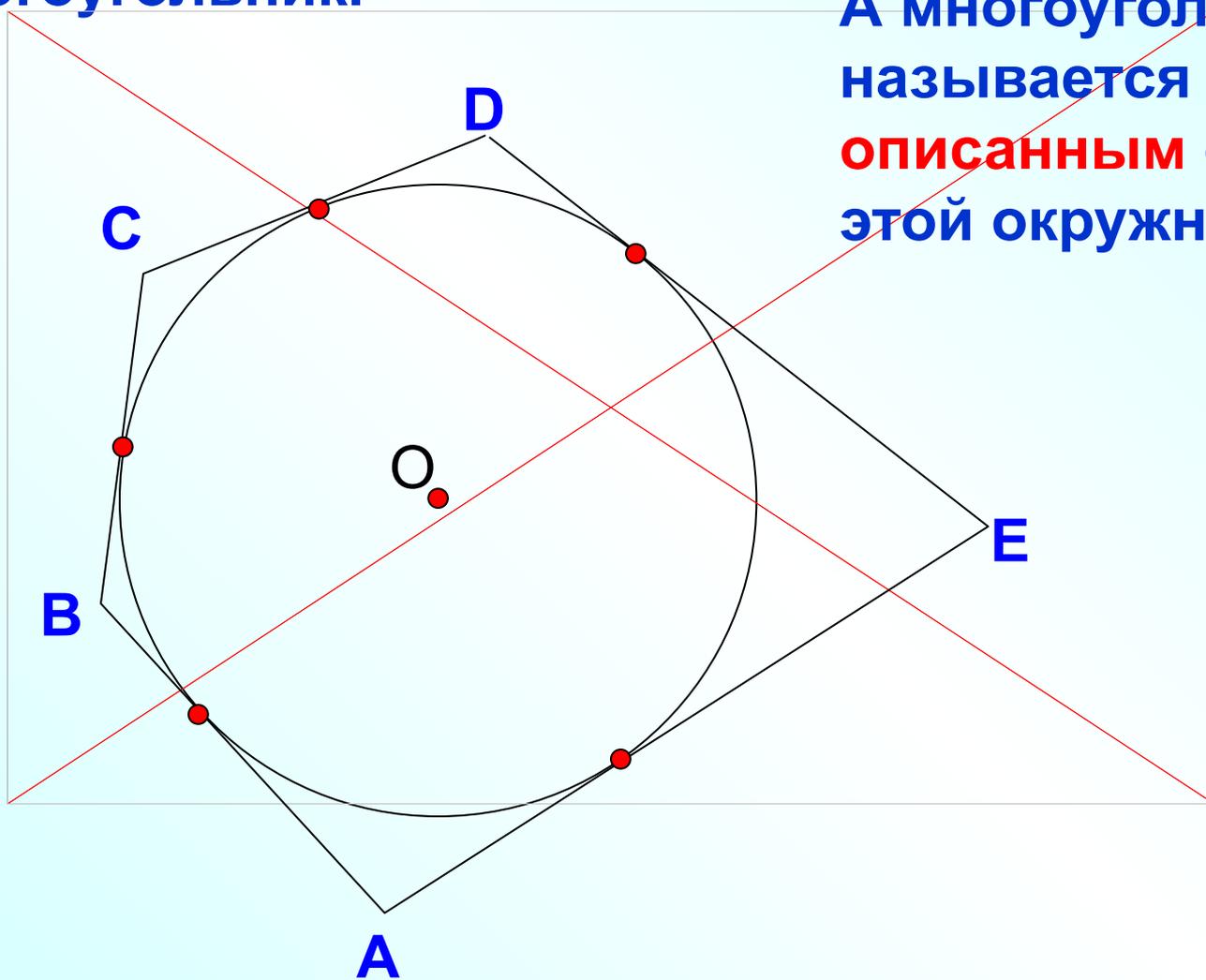
окружности

Л.С. Атанасян

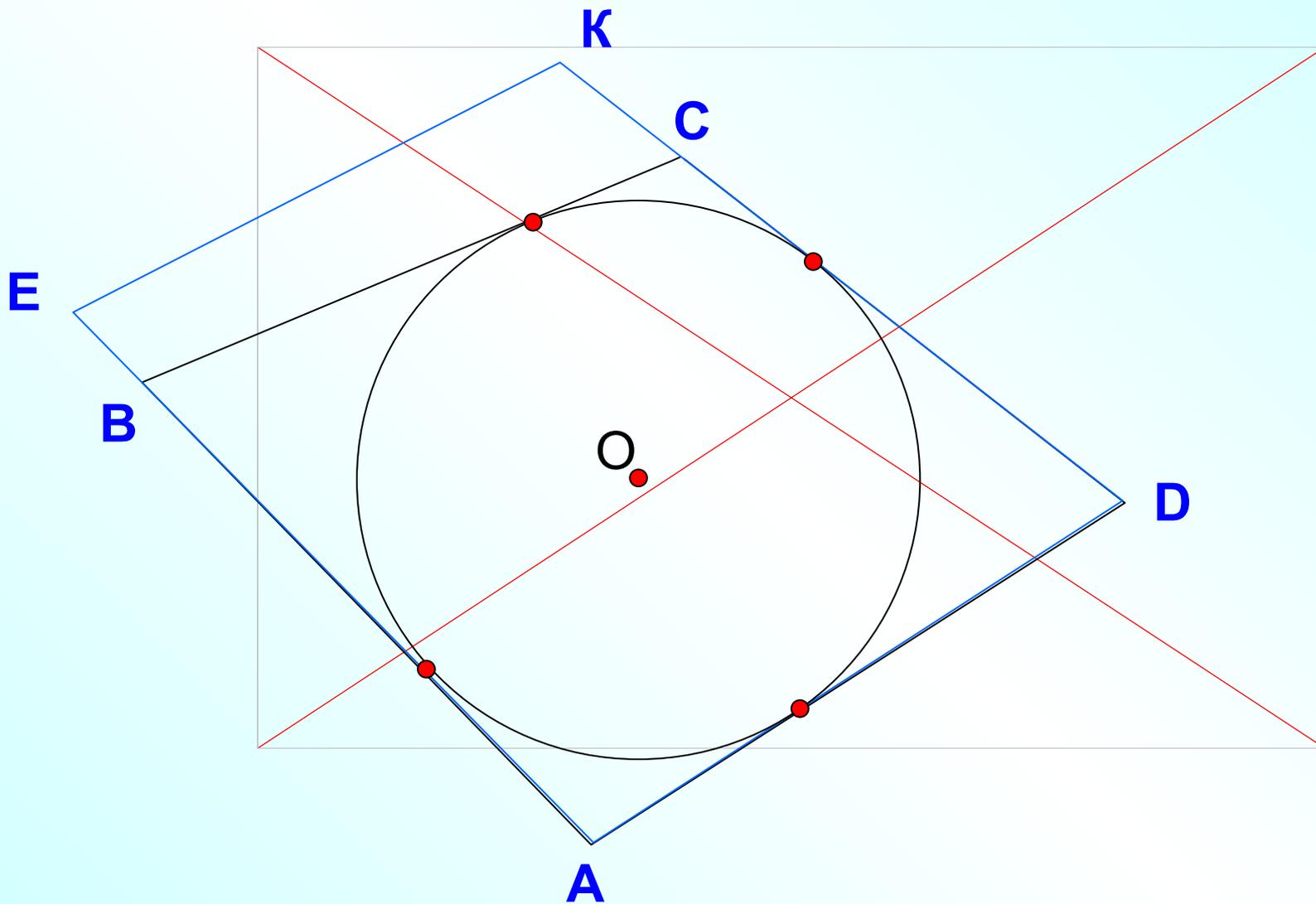
Геометрия 7-9

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник.

А многоугольник называется **описанным** около этой окружности.



Какой из двух четырехугольников $ABCD$ или $AЕКD$ является описанным?

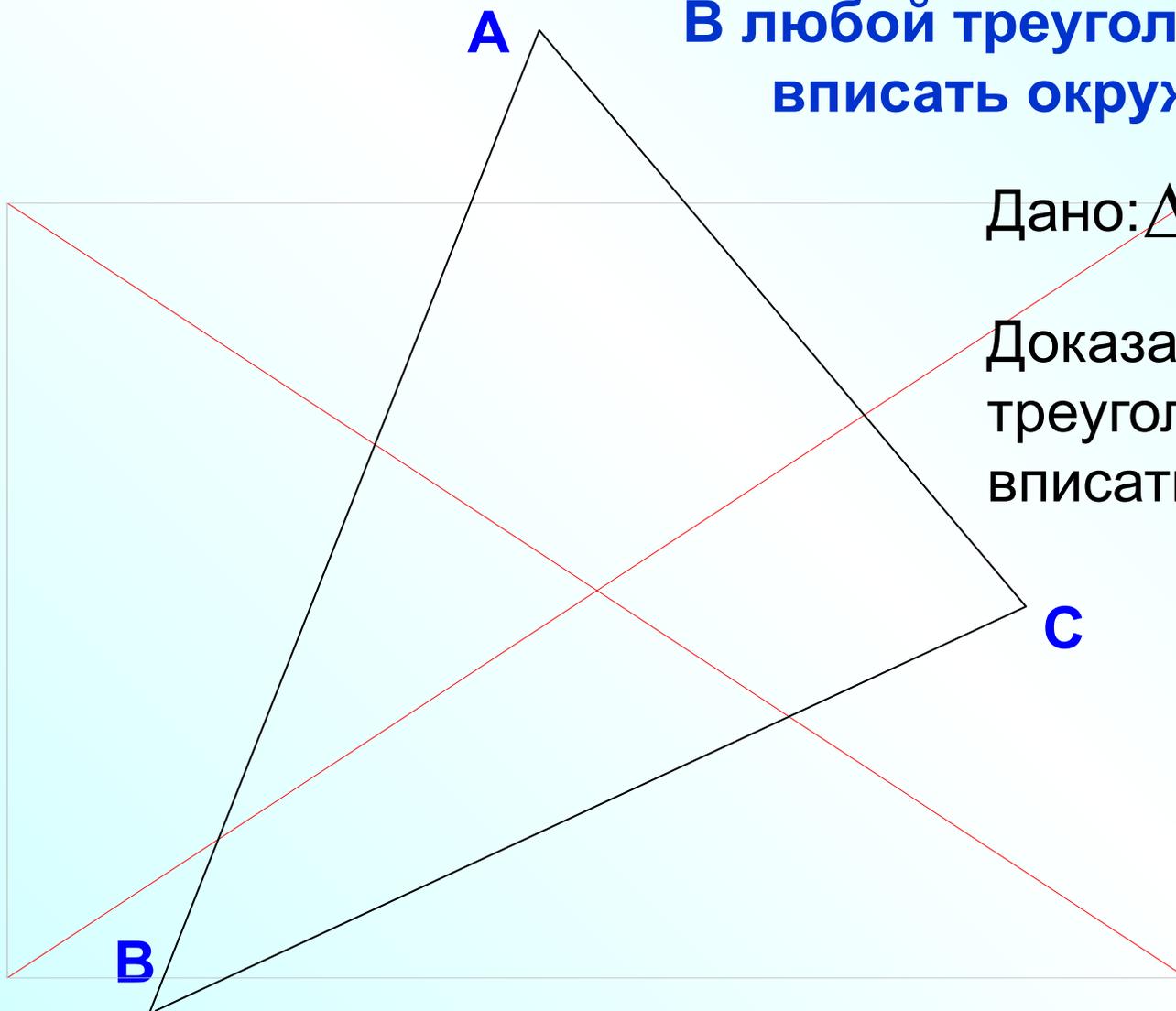


Теорема об окружности, вписанной в треугольник

В любой треугольник можно вписать окружность.

Дано: $\triangle ABC$

Доказать, что в
треугольник можно
вписать окружность



1) ДП: биссектрисы углов треугольника

Проведем из точки O перпендикуляры к сторонам треугольника

2) $\triangle COL = \triangle COM$, по гипотенузе и ост. углу

$$\Rightarrow OL = MO$$

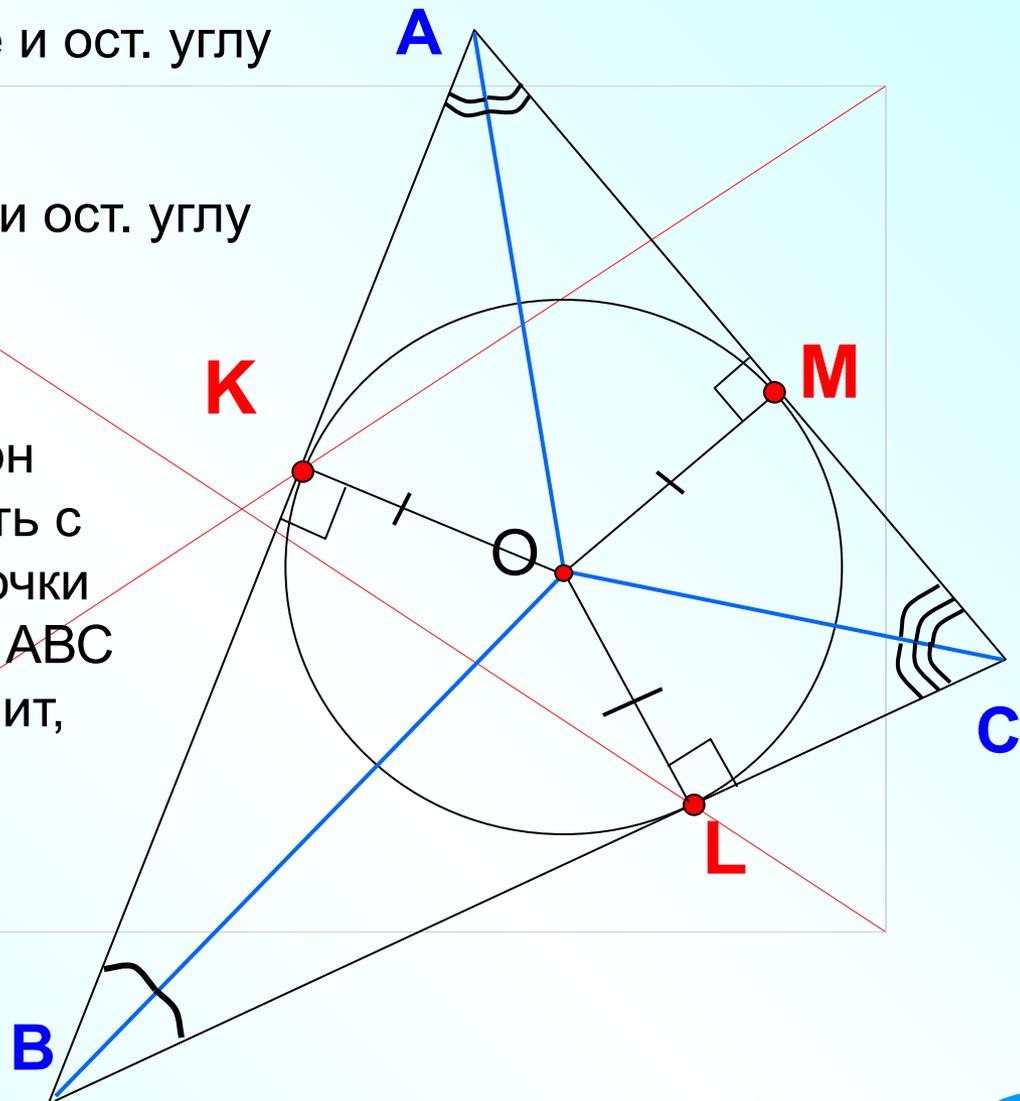
3) $\triangle MOA = \triangle KOA$, по гипотенузе и ост. углу

$$\Rightarrow MO = KO$$

4) $LO = MO = KO$

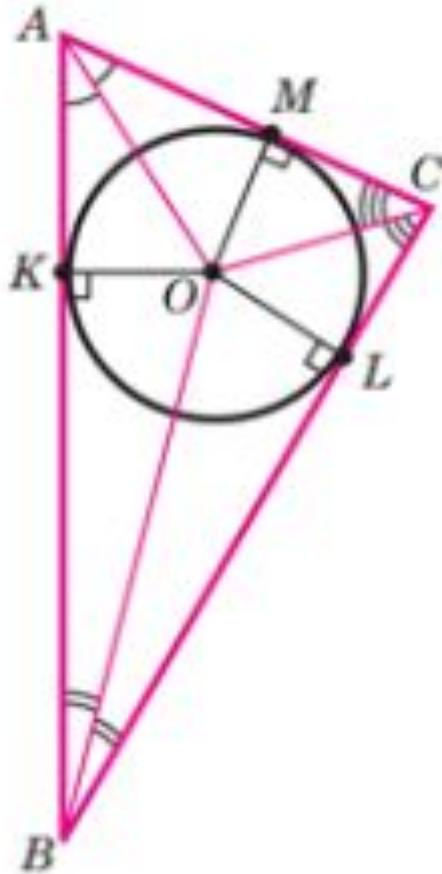
точка O **равноудалена** от сторон треугольника. Значит, окружность с центром в т. O проходит через точки K , L и M . Стороны треугольника ABC касаются этой окружности. Значит, окружность является вписанной $\triangle ABC$.

Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении Биссектрис треугольника



Замечания к теореме.

1. В треугольник можно вписать только одну окружность.

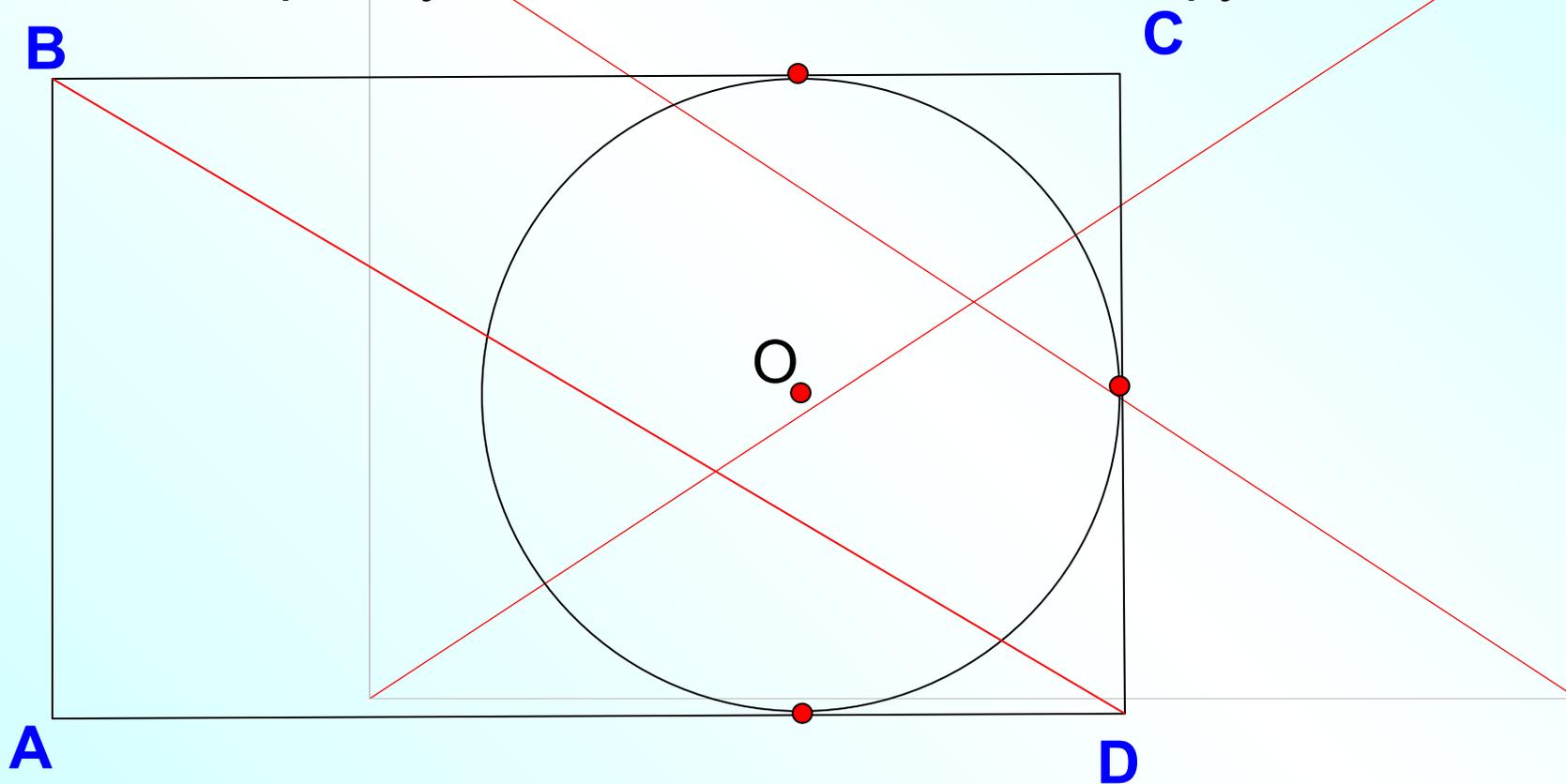


2. Площадь треугольника равна Произведению его полупериметра на радиус вписанной окружности.

Замечания к теореме.

3. Не во всякий четырехугольник можно вписать окружность.

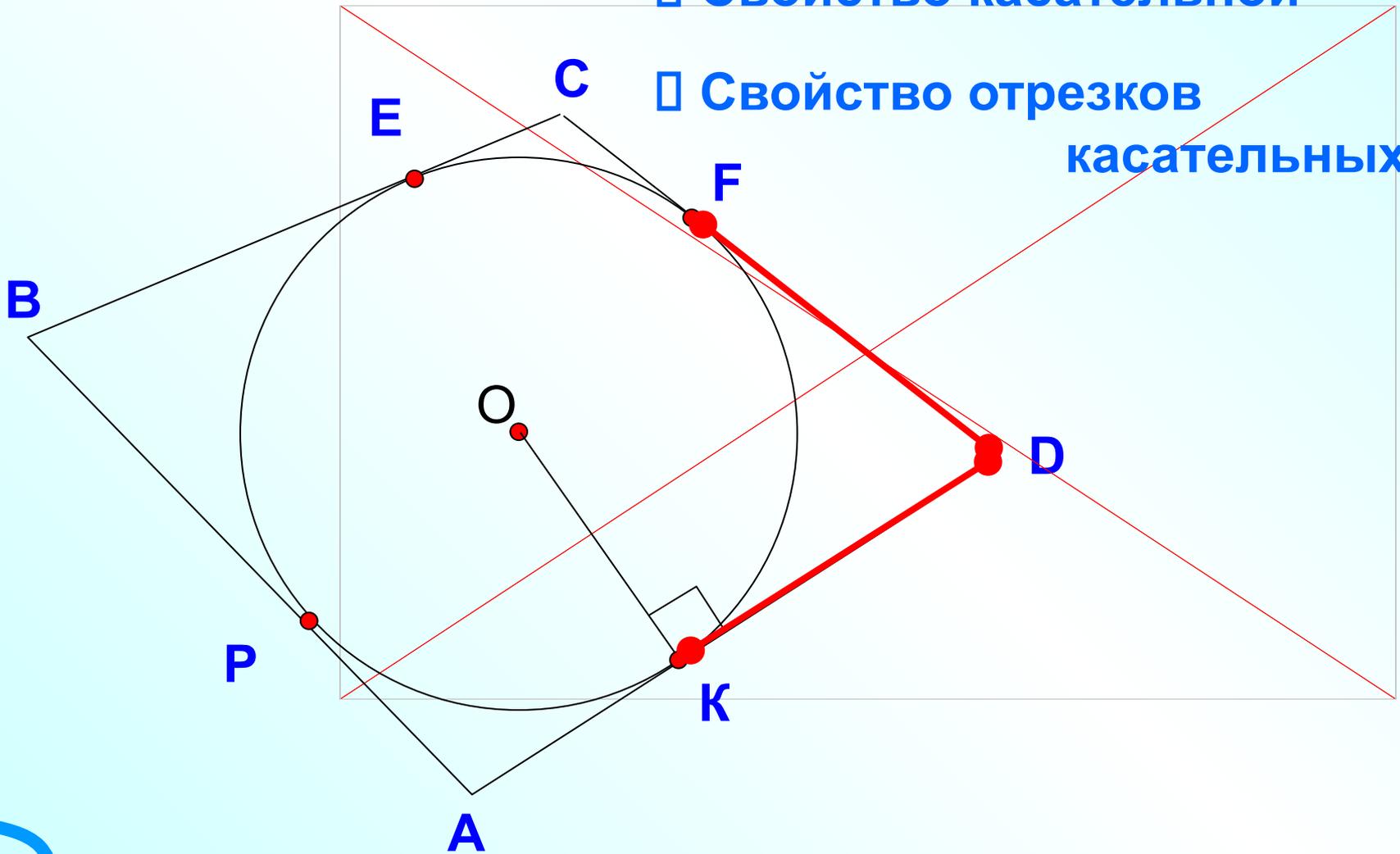
В прямоугольник нельзя вписать окружность.



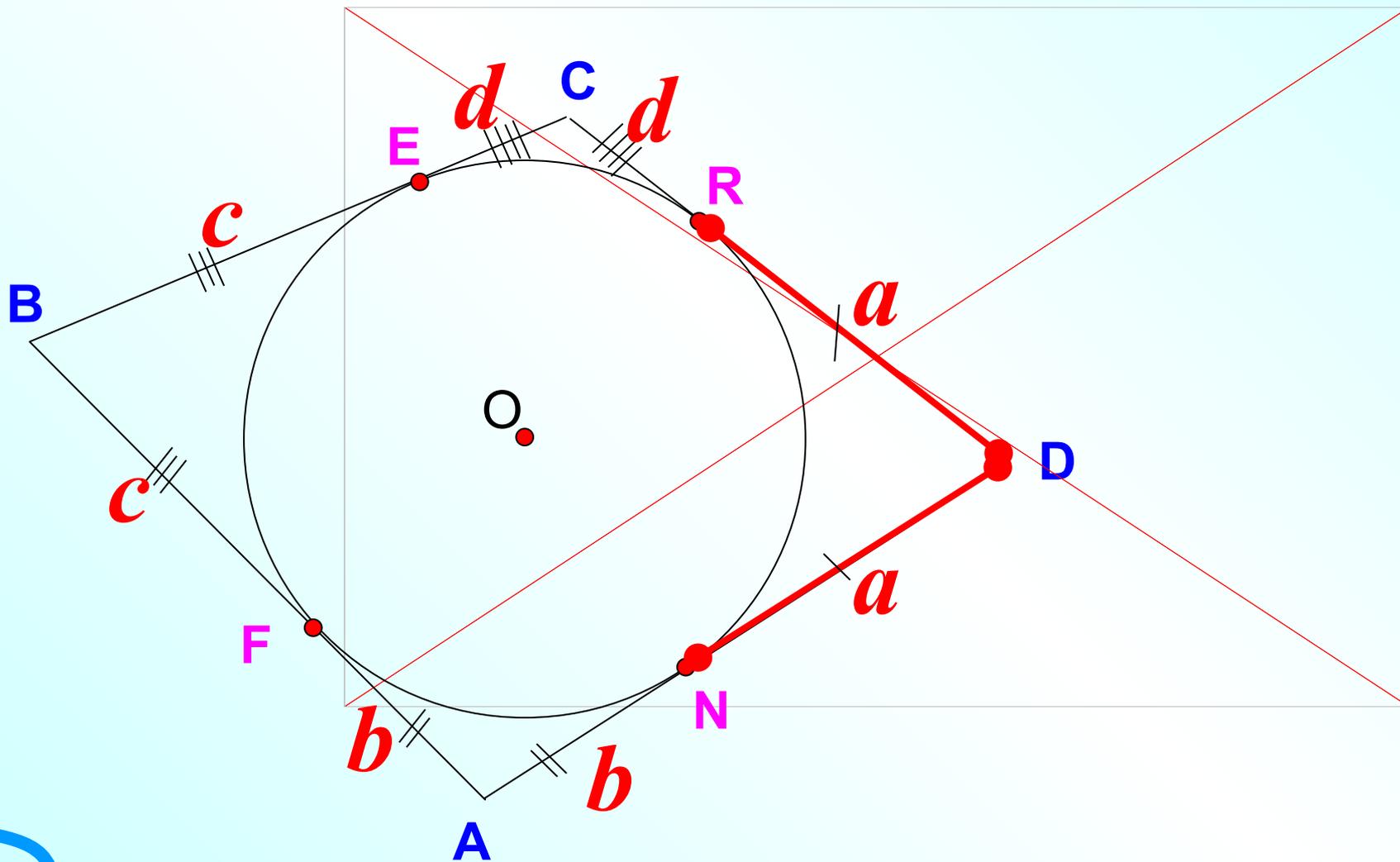
Если в четырехугольник можно
вписать окружность,
то он должен обладать
следующими свойствами,
для доказательства которых нужно вспомнить

□ Свойство касательной

□ Свойство отрезков
касательных

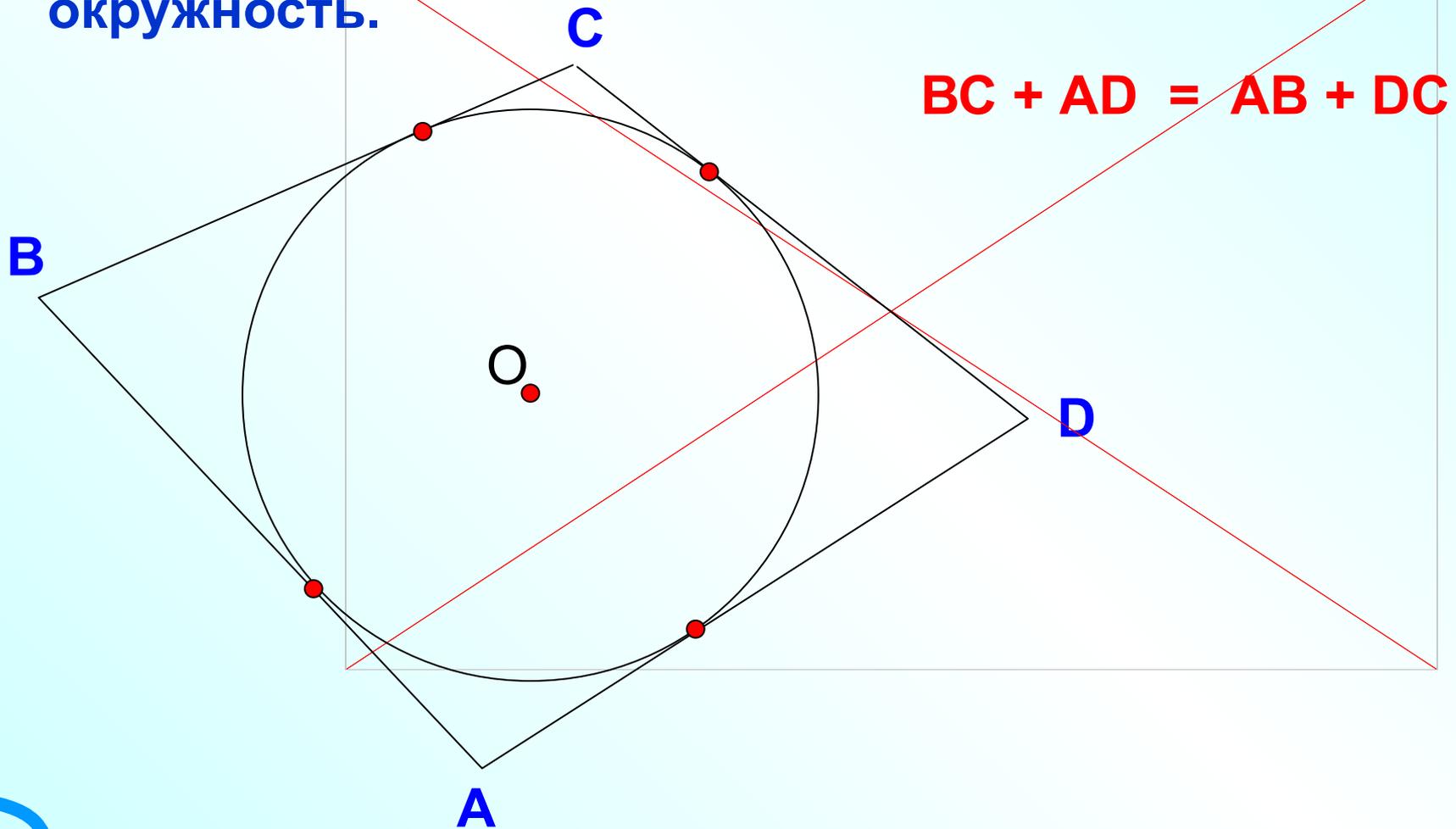


В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.



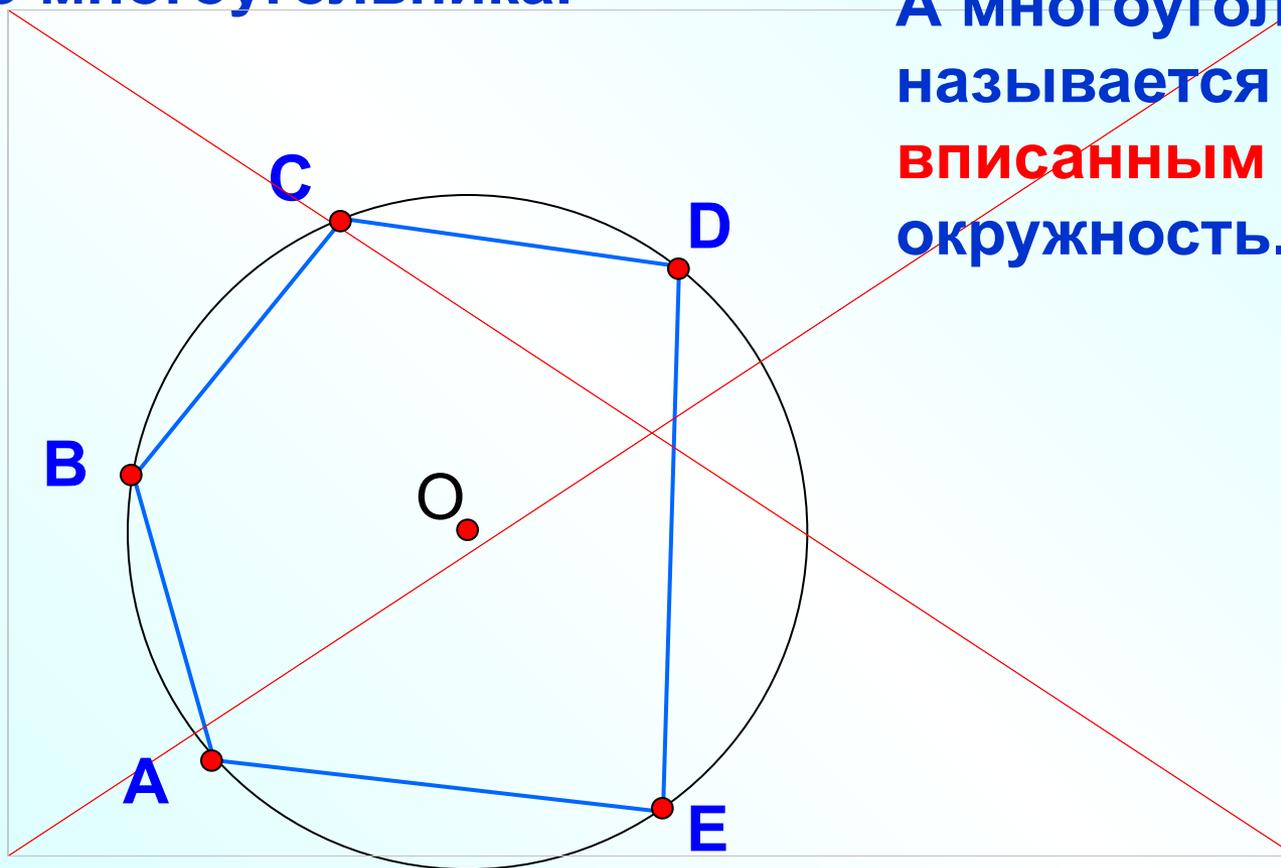
Верно и обратное утверждение.

Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

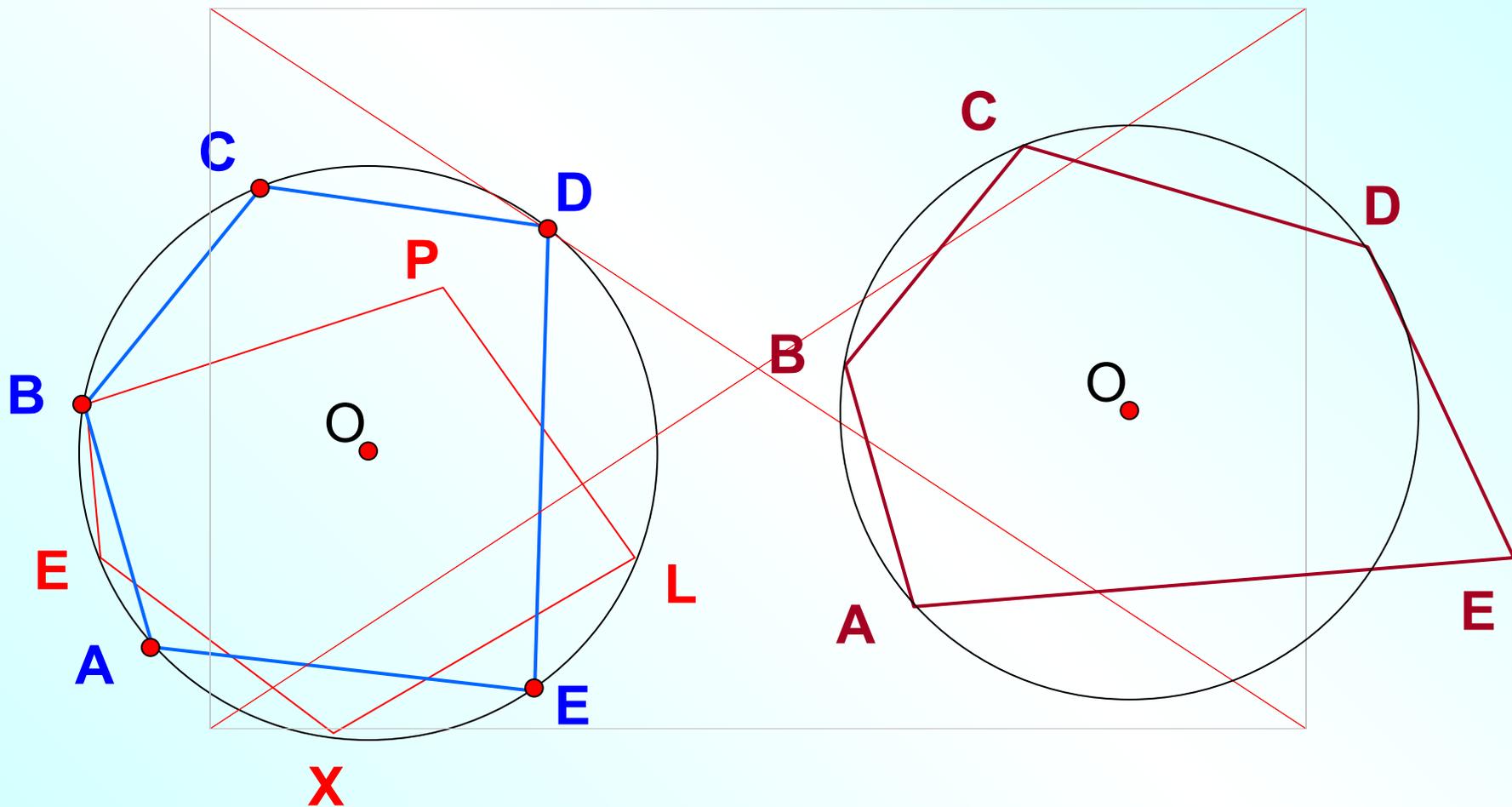


Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется **описанной** около многоугольника.

А многоугольник называется **вписанным** в эту окружность.

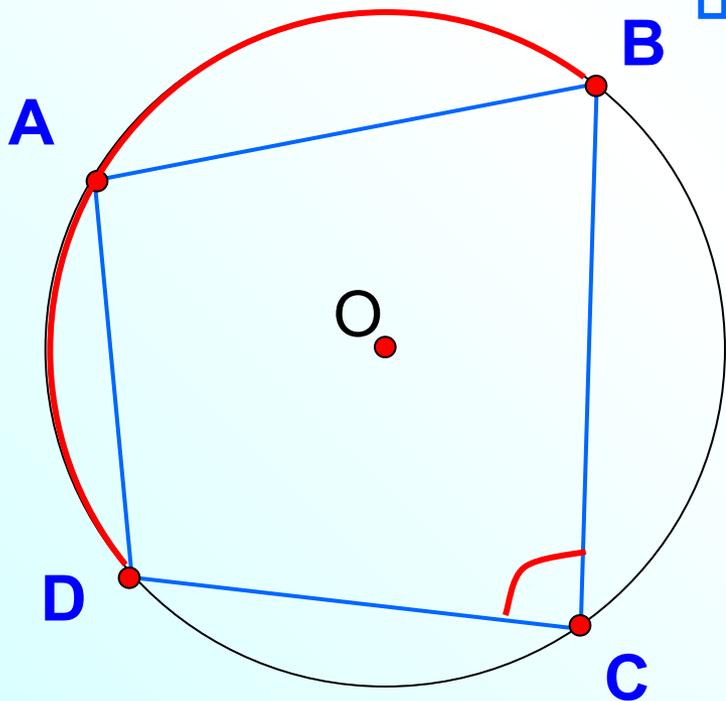


Какой из многоугольников, изображенных на рисунке является вписанным в окружность?



Какие известные свойства нам пригодятся при изучении описанной окружности?

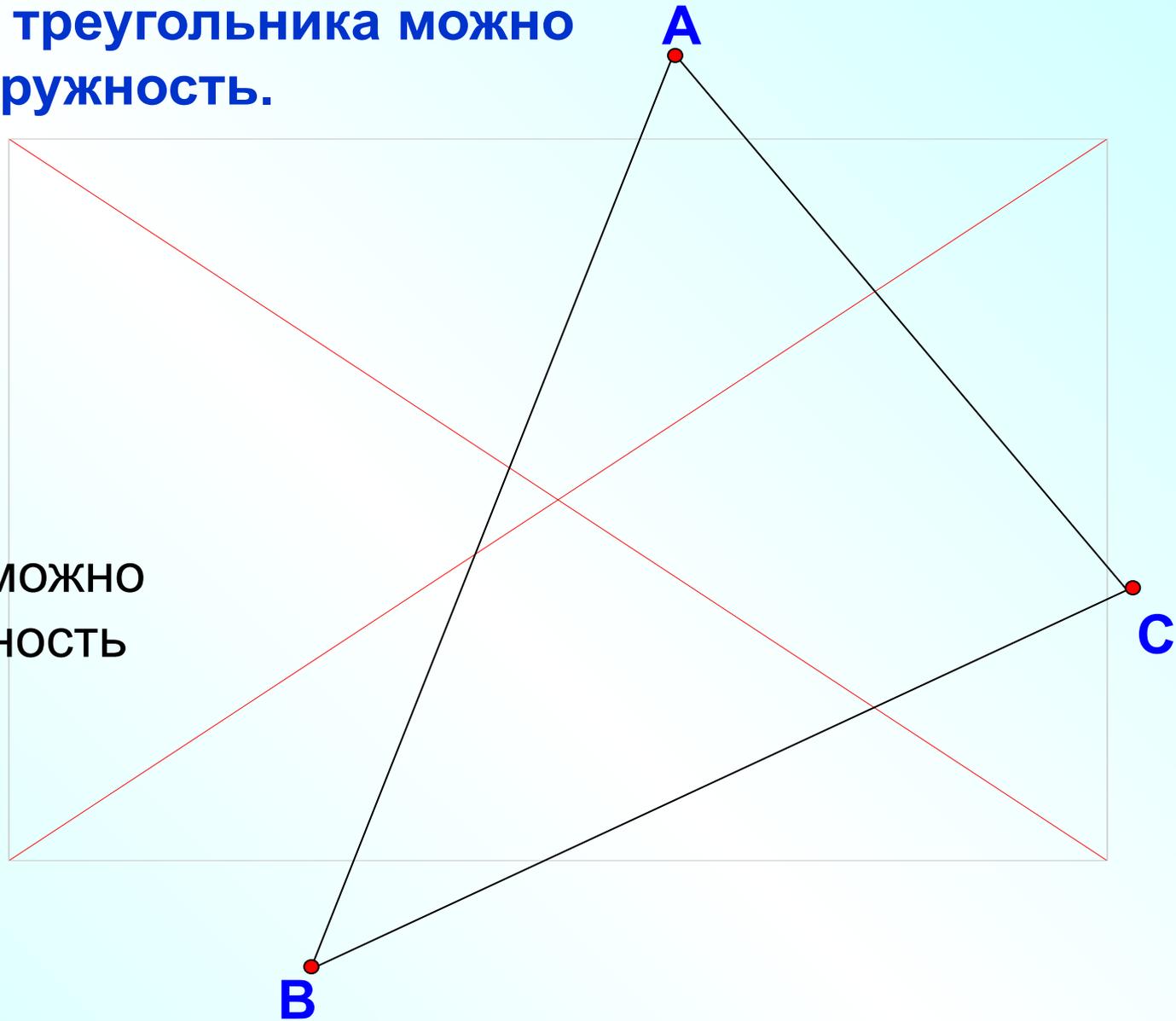
□ Теорема о вписанном угле



Теорема о вписанном треугольнике
Около любого треугольника можно
описать окружность.

Дано: $\triangle ABC$

Доказать, что можно
описать окружность



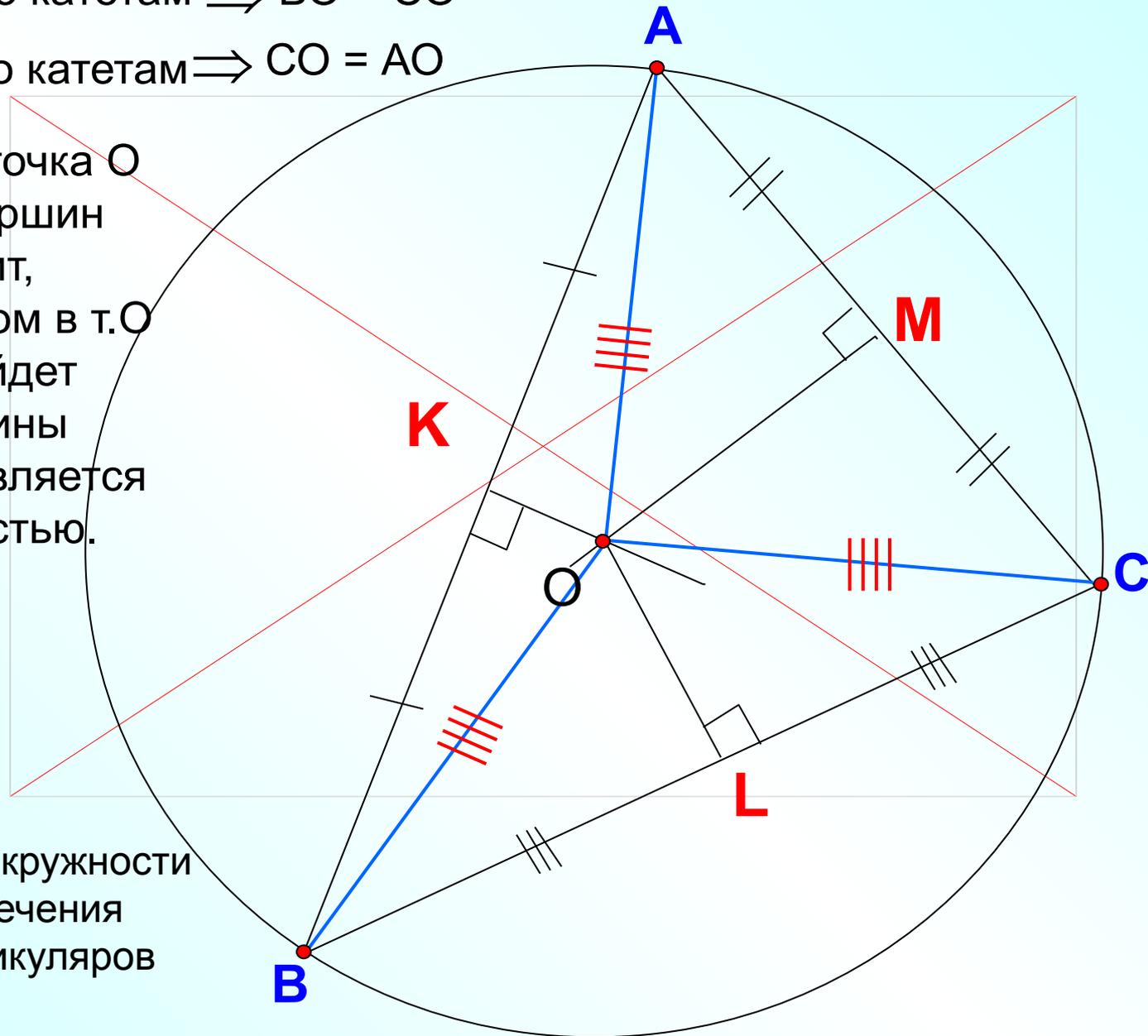
1) ДП: серединные перпендикуляры к сторонам

2) $\triangle BOL = \triangle COL$, по катетам $\Rightarrow BO = CO$

3) $\triangle COM = \triangle AOM$, по катетам $\Rightarrow CO = AO$

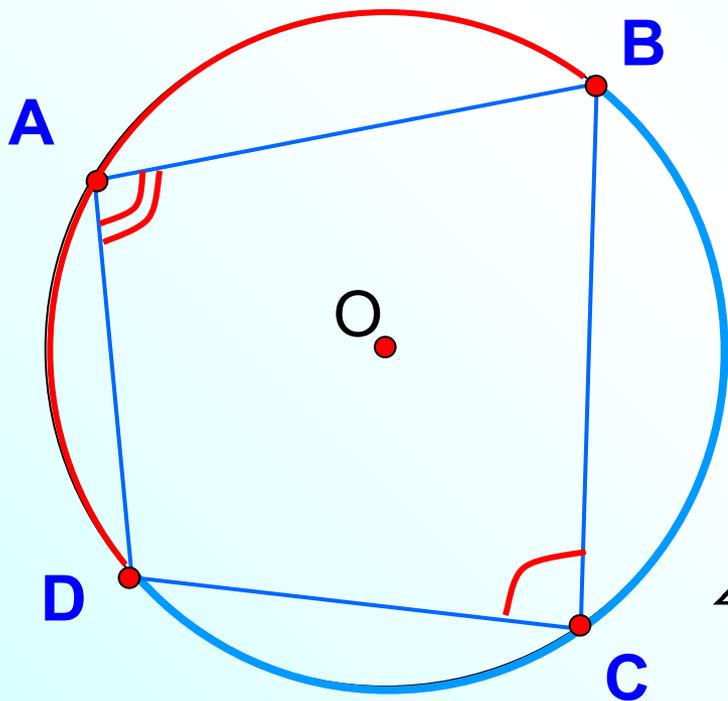
4) $BO = CO = AO$, т.е. точка O равноудалена от вершин треугольника. Значит, окружность с центром в т. O и радиусом OA пройдет через все три вершины треугольника, т.е. является описанной окружностью.

Центром описанной окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров



1. Около треугольника можно описать окружность и при том только одну.

2. В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180° .



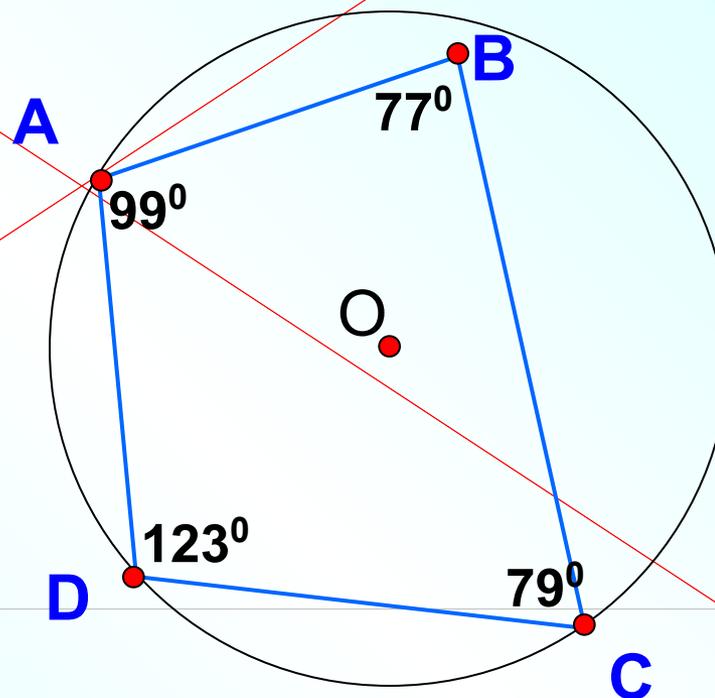
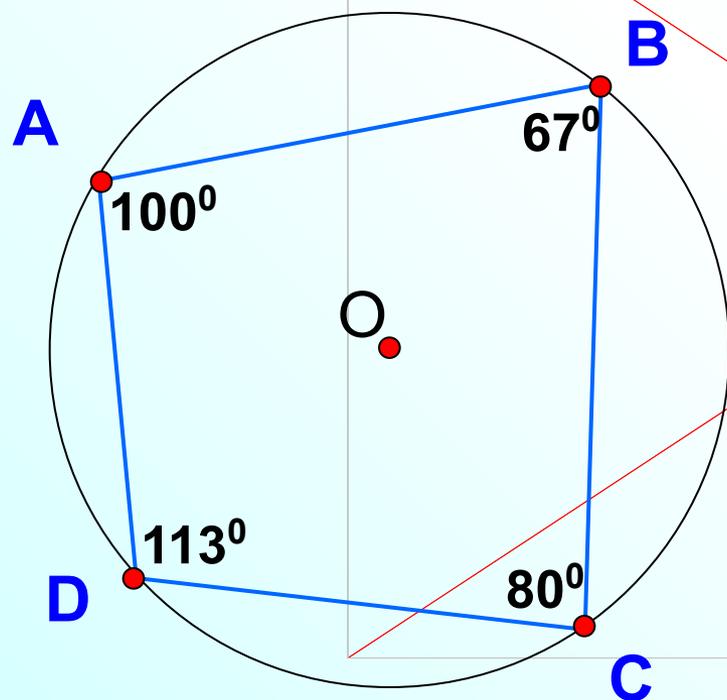
$$\begin{aligned} \angle A &= \frac{1}{2} \cup BCD \\ + \\ \angle C &= \frac{1}{2} \cup BAD \end{aligned}$$

$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2} (\cup BCD + \cup BAD)$$

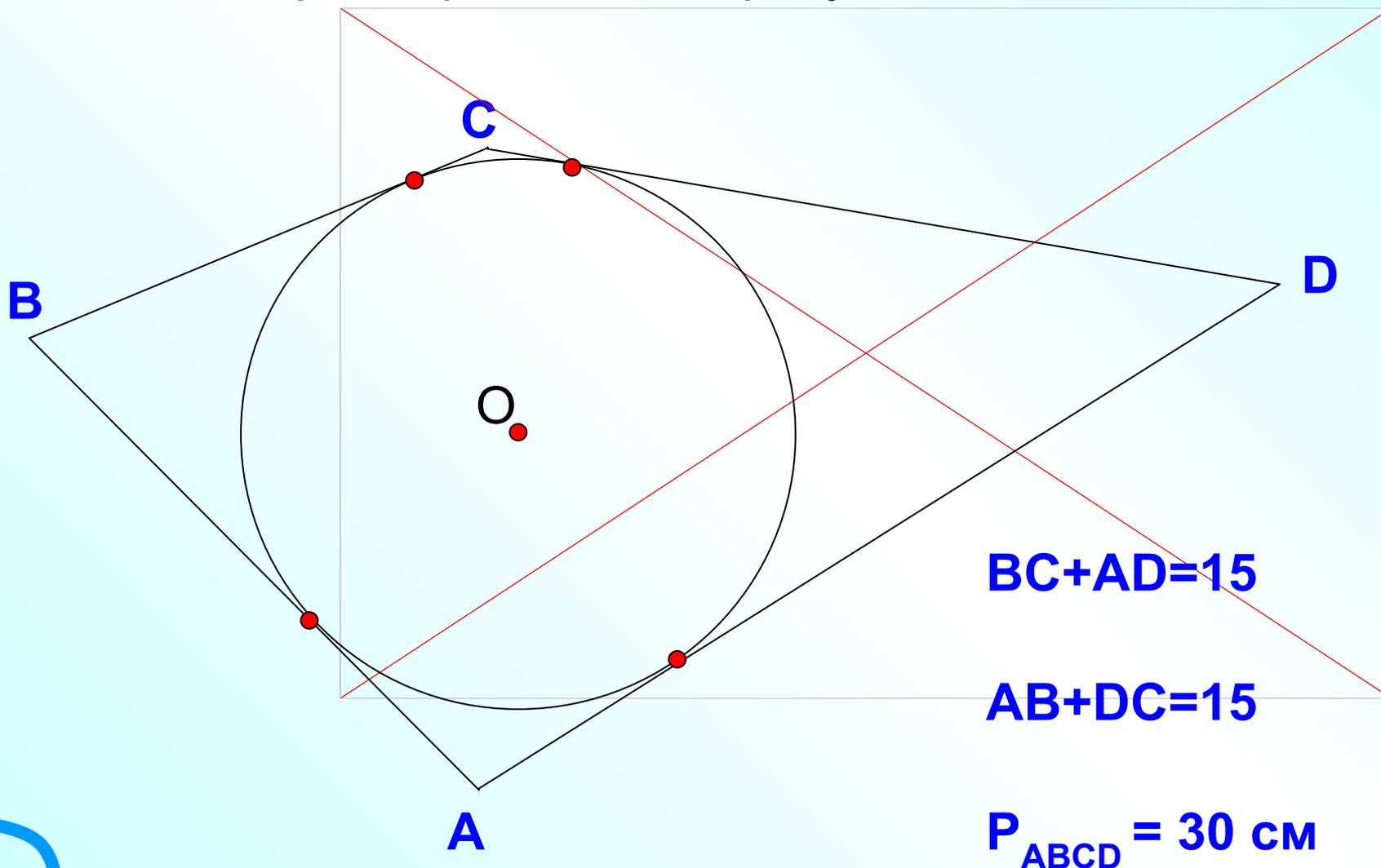
$$\angle A + \angle C = 180^{\circ}$$

Верно и обратное утверждение.

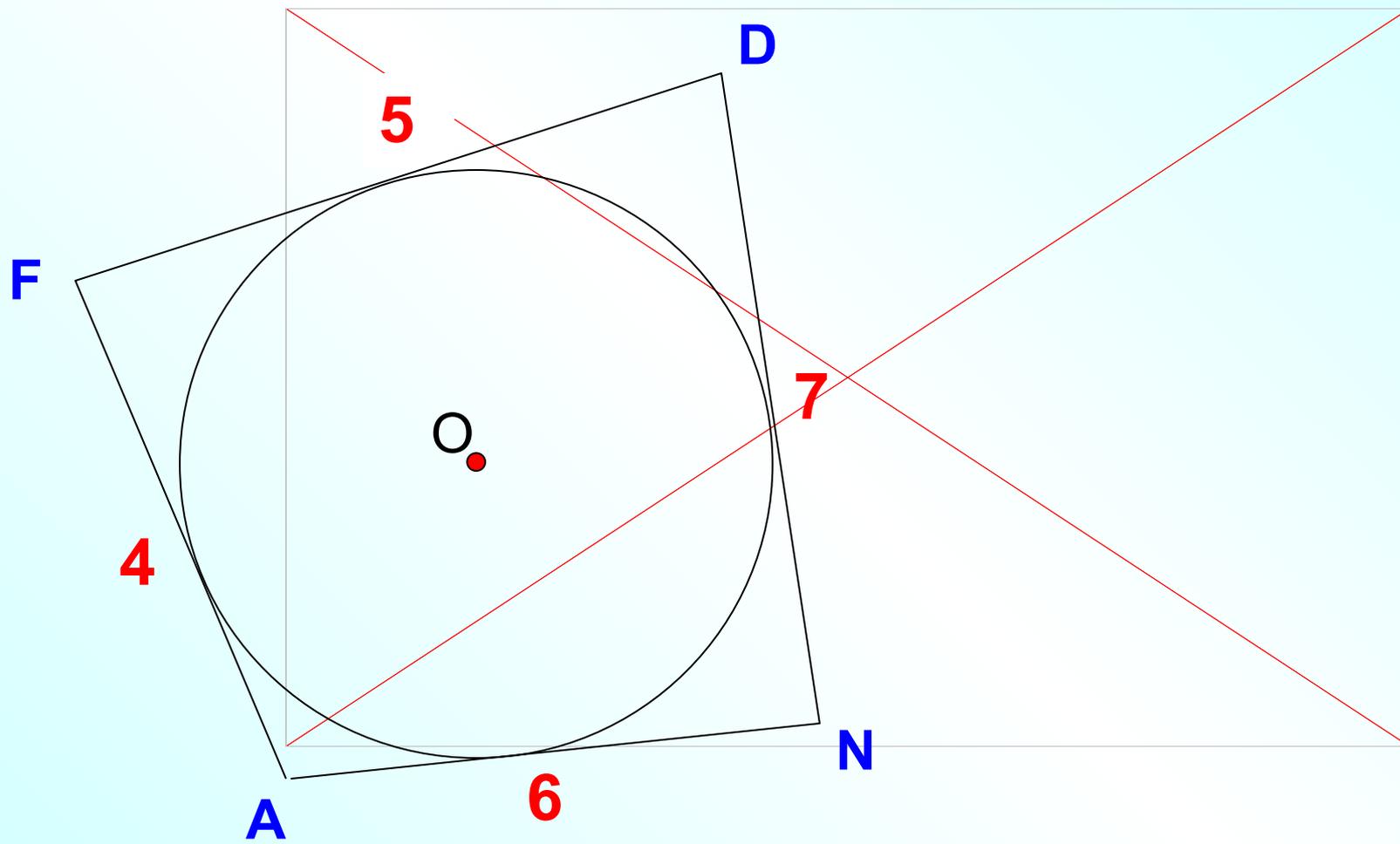
Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180° , то около него можно описать окружность.



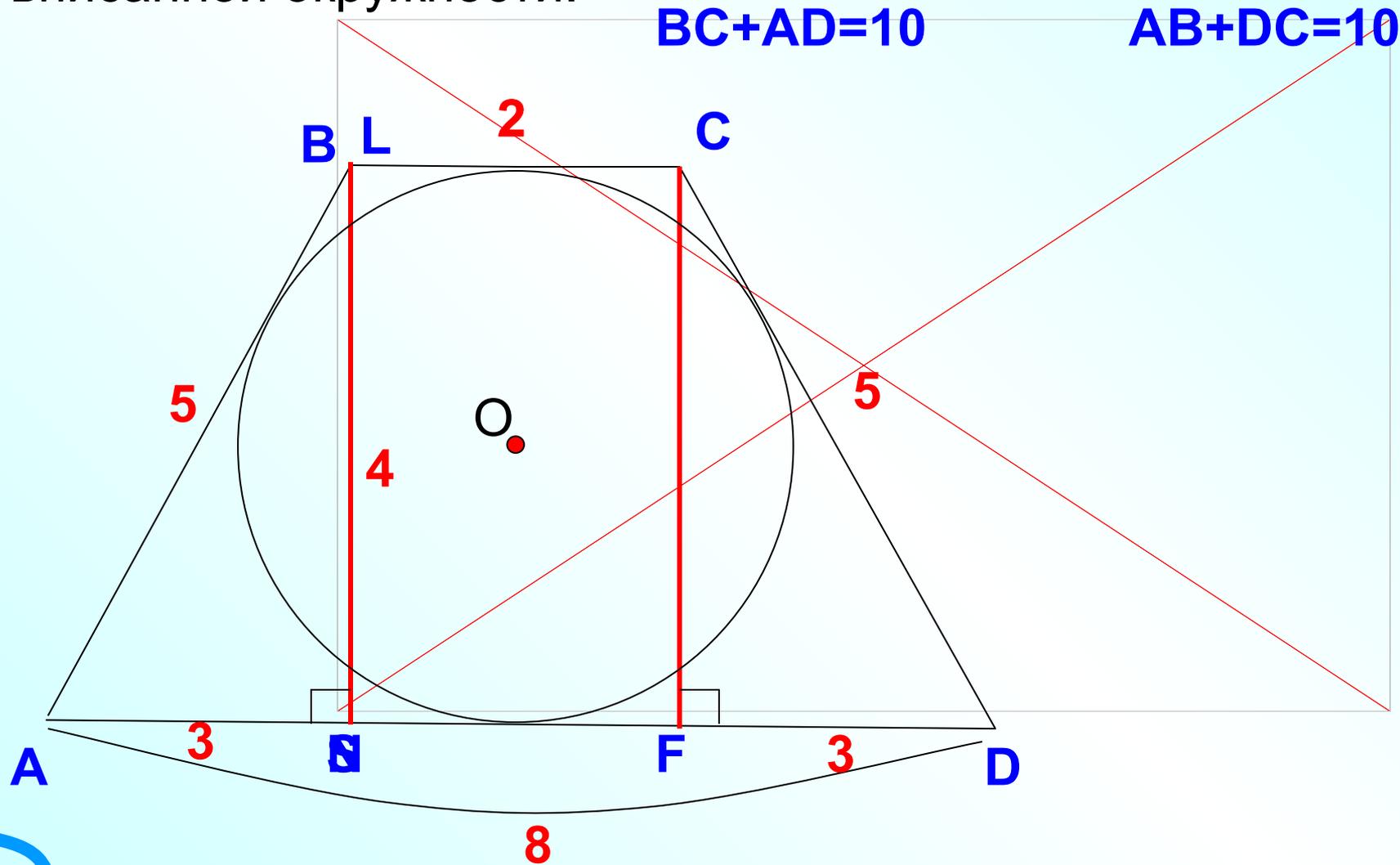
задача Сумма двух противоположных сторон
описанного четырехугольника равна 15 см.
Найдите периметр этого четырехугольника.



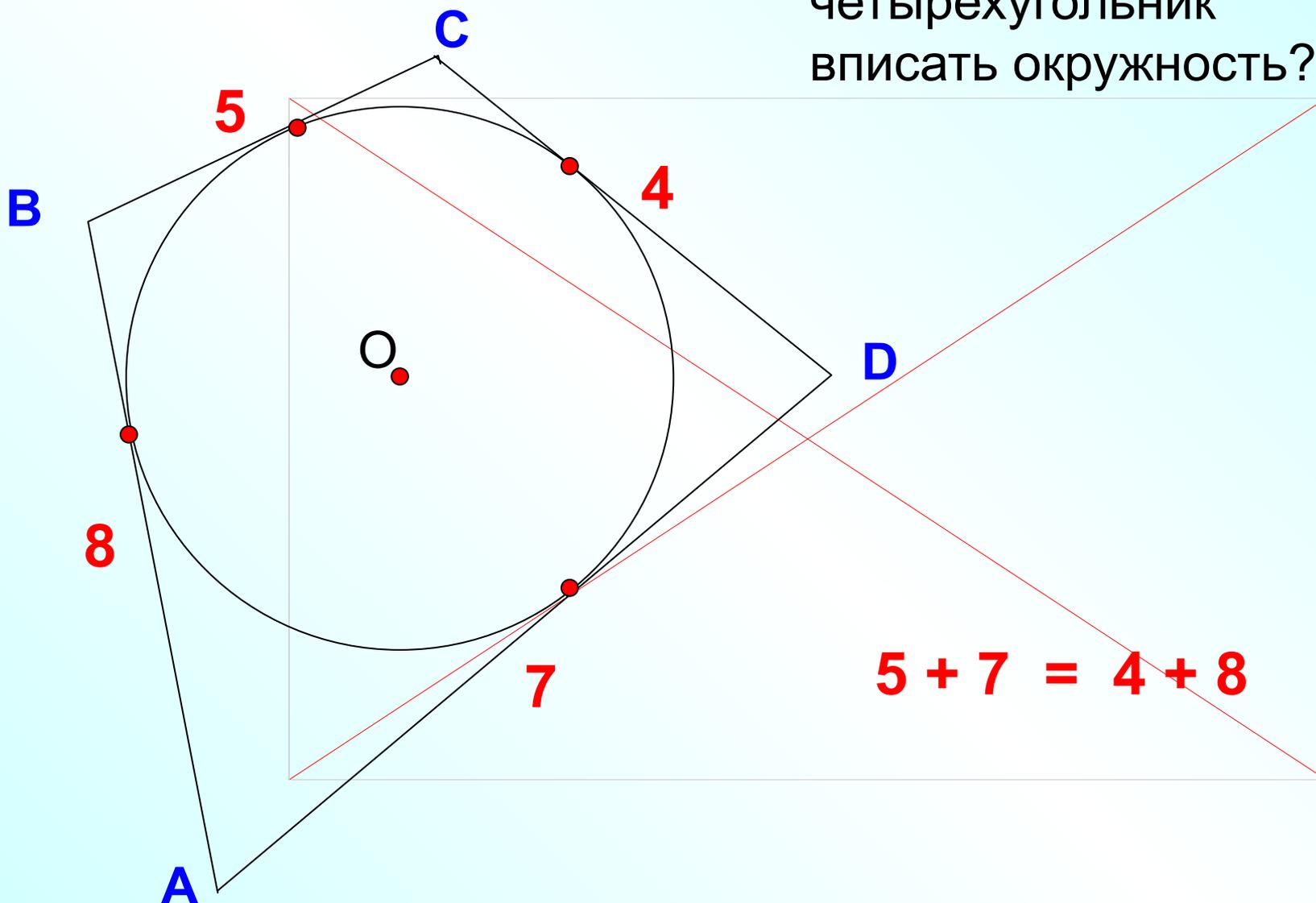
Найти FD



Равнобокая трапеция описана около окружности.
 Основания трапеции равны 2 и 8. найдите радиус
 вписанной окружности.



Можно ли в данный
четырехугольник
вписать окружность?



$$5 + 7 = 4 + 8$$