Небесная механика

Д.з.

- Синодический период некоторой планеты Солнечной системы относится к одному земному году так же, как один земной год – к сидерическому периоду этой планеты. Что это за планета?

Решение

В условии задачи не сказано, является планета внутренней или внешней. Поэтому запишем выражение для синодического периода планеты S в общем виде:

Здесь T и T_0 – орбитальные периоды планеты и Земли. По условию задачи

Отсюда мы получаем уравнения:

$T^2 - TT_0 + T_0^2 = 0;\ \ T>T_0;$

$T^2 + TT_0 - T_0^2 = 0;\ \ T<T_0.$

Первое из этих уравнений не имеет положительных корней, из чего можно сразу сделать вывод, что эта планета не может быть внешней. Для второго уравнения имеем

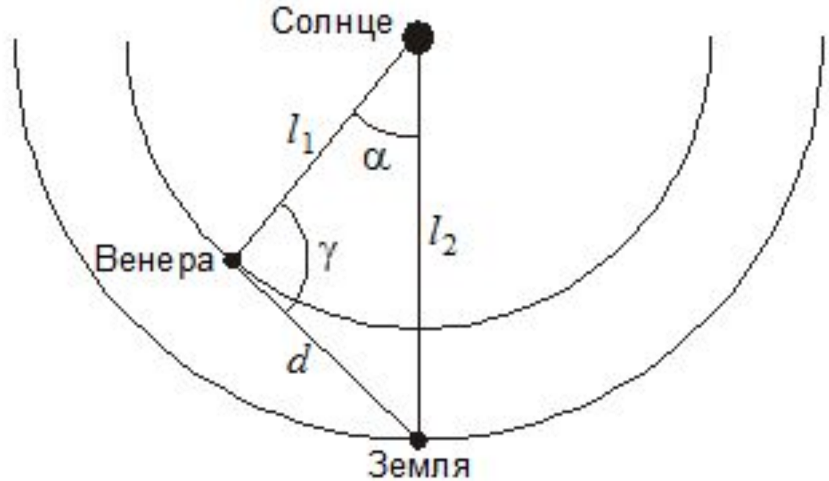
Эта планета – Венера.

Д.з.

- В 2012 году произойдут несколько интересных событий, связанных с Венерой. В частности, 3 апреля планета пройдет по звездному скоплению Плеяды, а 6 июня – по диску Солнца.
- Нарисуйте (в одном масштабе), как будет выглядеть Венера в телескоп (с прямым изображением) во время этих событий при наблюдении из средних широт северного полушария. Каковы будут видимый диаметр и фаза Венеры в эти дни? Орбиты Венеры и Земли считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

Решение. Прохождение Венеры по диску Солнца может происходить только в нижнем соединении Венеры. Прохождение Венеры по звездному скоплению Плеяды наступит 3 апреля, за 64 дня до прохождения по диску Солнца. Эта величина составляет 64/584 часть синодического периода Венеры. Учитывая, что орбиты Венеры и Земли близки к круговым, получаем разность гелиоцентрических долгот Земли и Венеры 3 апреля:

$$\alpha = 360° \cdot (64/584) = 39.5°.$$



На рисунке видно, что Венера в день прохождения по Плеядам будет вблизи своей наибольшей восточной элонгации. Расстояние между Венерой и Землей может быть вычислено по теореме косинусов

$$d^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2 l_1 l_2 \cos\alpha$$

и составляет 0.64 а.е. Похожее значение (0.69 а.е.) мы бы получили из теоремы Пифагора, предположив, что Венера находится в точности в наибольшей восточной элонгации. Здесь l_1 и l_2 – расстояния Венеры и Земли от Солнца.

Угловой диаметр Венеры составляет

$$\delta = D / d = 26''.$$

Здесь D – диаметр Венеры. Приближенное значение для случая наибольшей восточной элонгации равно $24''$. Угол γ с вершиной в центре Венеры, образованный направлениями на Солнце и Землю, также вычисляется из теоремы косинусов:

$$\cos \gamma = (l_1^2 + d^2 - l_2^2) / 2 l_1 d.$$

Подставляя численные значения, мы получаем 94.4°. Если бы Венера находилась в точке наибольшей восточной элонгации, этот угол был бы равен 90°.

Величина фазы Венеры составляет

$$F = (1 + \cos\gamma) / 2 = 0.46.$$

В момент наибольшей восточной элонгации фаза равна 0.5. Венера выглядит как половина диска (точнее, чуть уже), выпуклостью вправо.

В день прохождения по диску Солнца фаза Венеры равна нулю, а угловой диаметр составляет

$$\delta = D / (l_2 - l_1) = 60''.$$

Венера в дни прохождения по Плеядам и по диску Солнца в едином масштабе будет выглядеть следующим образом:

Рекомендации для жюри. Решение задачи можно вести как точным образом, так и в приближении, что Венера 3 апреля находится в наибольшей восточной элонгации. Полное правильное точное решение оценивается 8 баллами, правильно выполненное приближенное решение – 6 баллами.

При выполнении точного решения вычисление расстояния между Венерой и Землей 3 апреля оценивается в 3 балла, вычисление углового диаметра Венеры в этот день – 1 баллом, ее фазы – еще 2 баллами. При использовании приближения наибольшей восточной элонгации Венеры данные три этапа оцениваются соответственно 2, 1 и 1 баллом. Для обоих методов решения 1 балл выставляются за правильное вычисление видимого диаметра Венеры 6 июня и еще 1 балл – за правильное выполнение рисунка.

Законы Кеплера

Законы Кеплера

(получены эмпирическим путем)

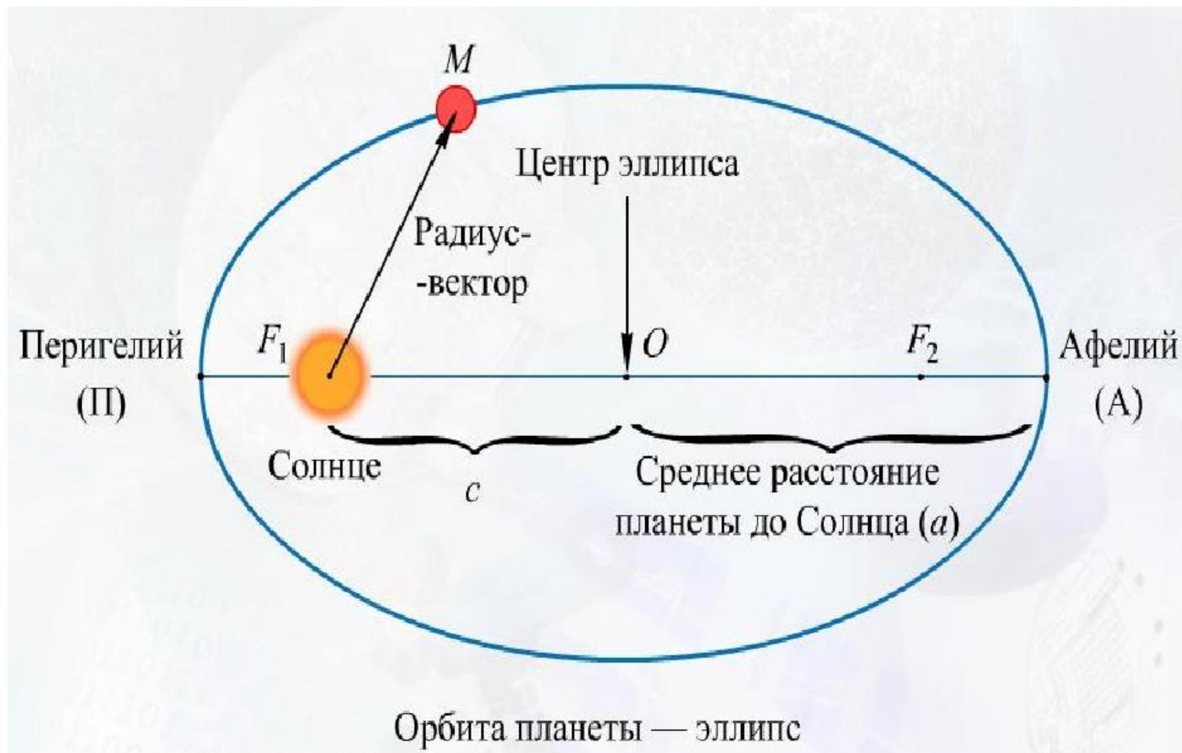
I. Орбита каждой планеты есть эллипс в одном из фокусов которого находится Солнце.

Эксцентриситет

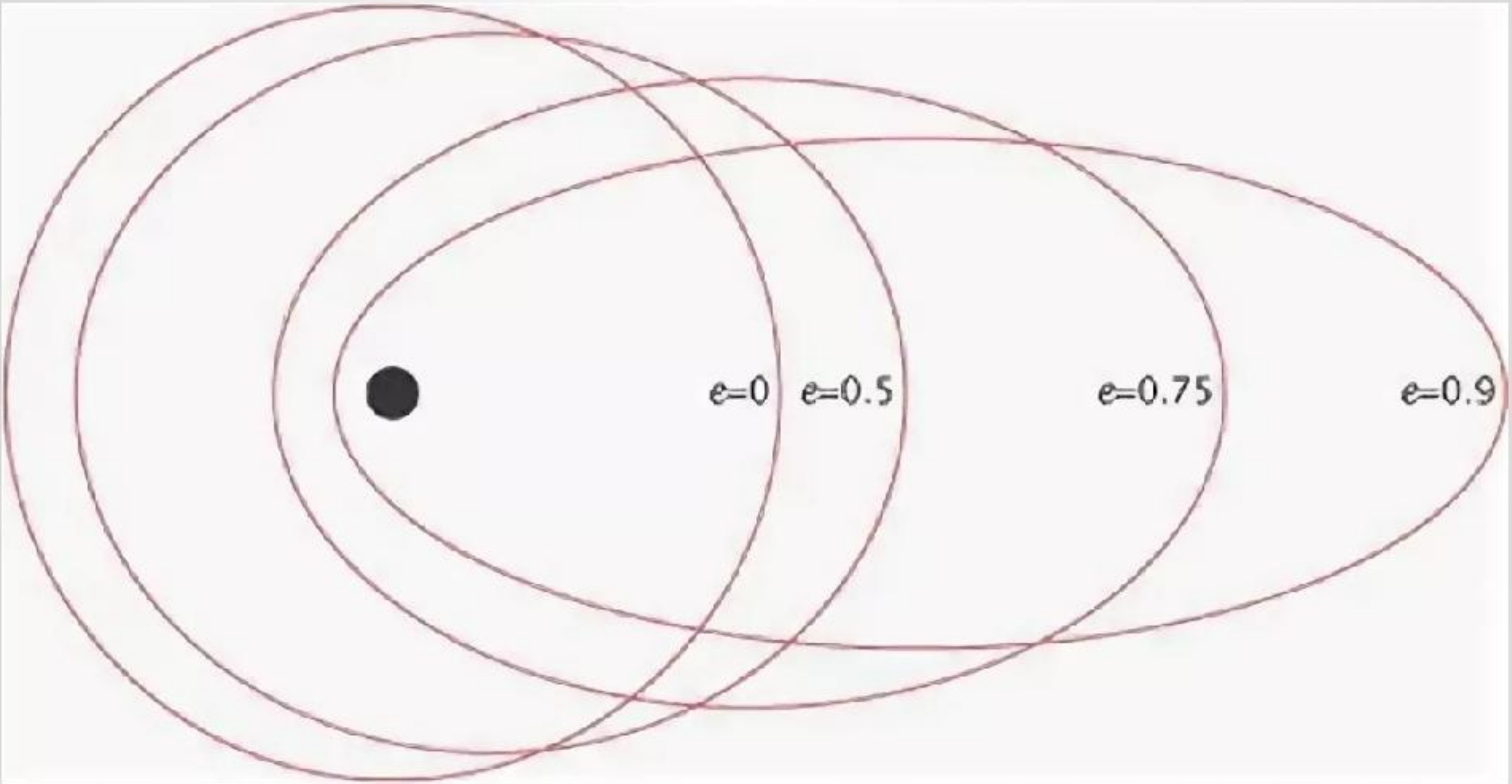
$$e = \frac{c}{a}$$

$$r_p = a - c = a(1 - e)$$

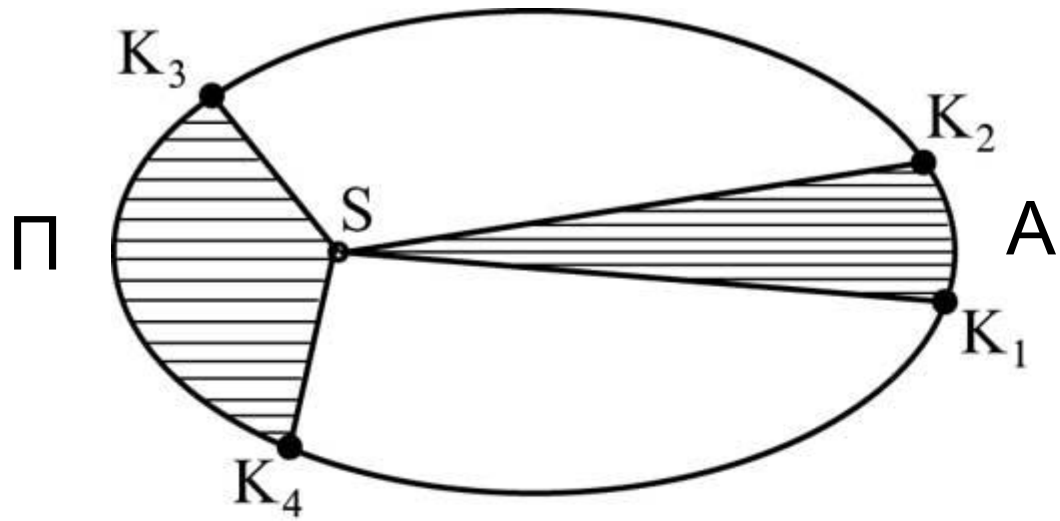
$$r_a = a + c = a(1 + e)$$



Изменение вида эллиптической орбиты при разных e



II. Радиус-вектор планеты в равные промежутки времени описывает равные площади.



Планета движется по орбите неравномерно: скорость от А к П увеличивается, от П к А – уменьшается.

III. Квадраты сидерических периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

- Т- в годах
- а – в а.е.
- 1 а.е.=149,6 млн. км

Задача 1

- Марс в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Какова продолжительность года на Марсе?

Задача 1

- Марс в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Какова продолжительность года на Марсе?

$$a_{\oplus} = 1 а.е.$$

$$a_{M} = 1{,}5 а.е.$$

$$T_{\oplus} = 1 г$$

$$T_{M} - ?$$

$$\frac{T_M^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a_M^3}{a_{\oplus}^3}$$

$$T_M = T_{\oplus} \frac{a_M}{a_{\oplus}} \sqrt{\frac{a_M}{a_{\oplus}}}$$

$$T_M = 1 а.е. \frac{1{,}5 а.е.}{1 а.е.} \sqrt{\frac{1{,}5 а.е.}{1 а.е.}} \approx 1{,}84 г$$

Задача 2

- За 84 года Уран делает один оборот вокруг Солнца. Во сколько раз он дальше от Солнца, чем Земля?

Задача 2

- За 84 года Уран делает один оборот вокруг Солнца. Во сколько раз он дальше от Солнца, чем Земля?

$$T_{\oplus} = 1г$$
$$T_{У} = 84г$$
$$a_{\oplus} = 1а.е.$$
$$a_{У} - ?$$

$$\frac{T_{У}^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a_{У}^3}{a_{\oplus}^3}$$

$$a_{У} = a_{\oplus}\sqrt[3]{\frac{T_{У}^2}{T_{\oplus}^2}}$$

$$a_{У} = 1а.е.\sqrt[3]{\frac{(84г)^2}{(1г)^2}} \approx 19{,}2а.е.$$

Задача 3

- Противостояния некоторой планеты повторяются через 2,16 года. Чему равна большая полуось ее орбиты? Что это за планета?

Задача 3

- Противостояния некоторой планеты повторяются через 2,16 года. Чему равна большая полуось ее орбиты? Что это за планета?

$$S = 2{,}14г$$

$$a - ?$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{T_{\oplus} S}{S - T_{\oplus}}$$

$$a = a_{\oplus} \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_{\oplus}^2}}$$

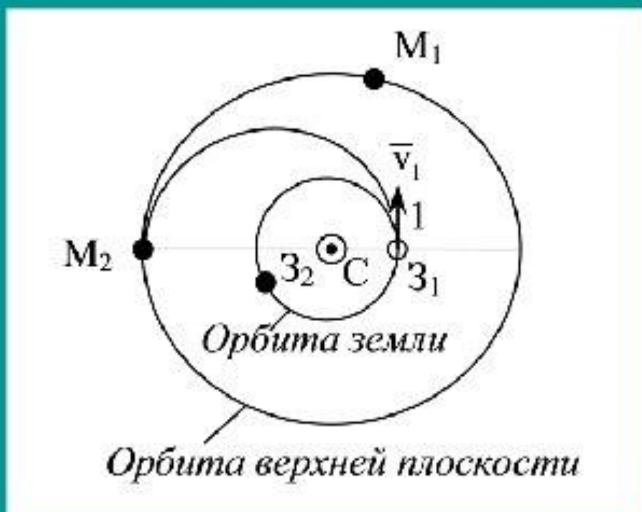
$$T \approx 1{,}88г$$

$$a \approx 1{,}52 а.е.$$

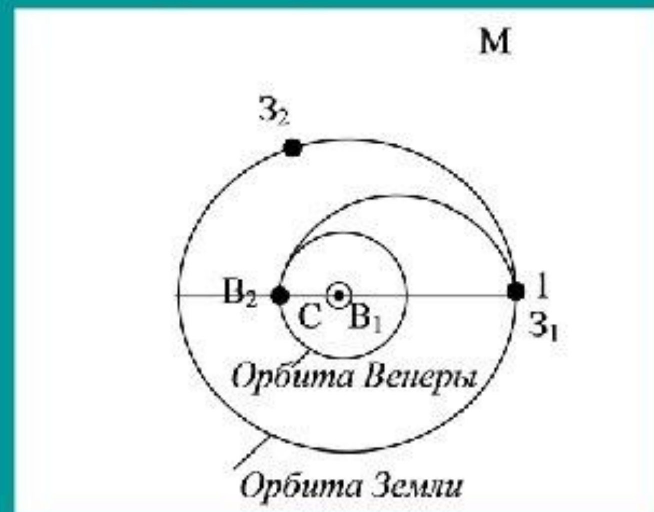
Марс

Гомановская орбита

2. Условия запуска КА (АМС)



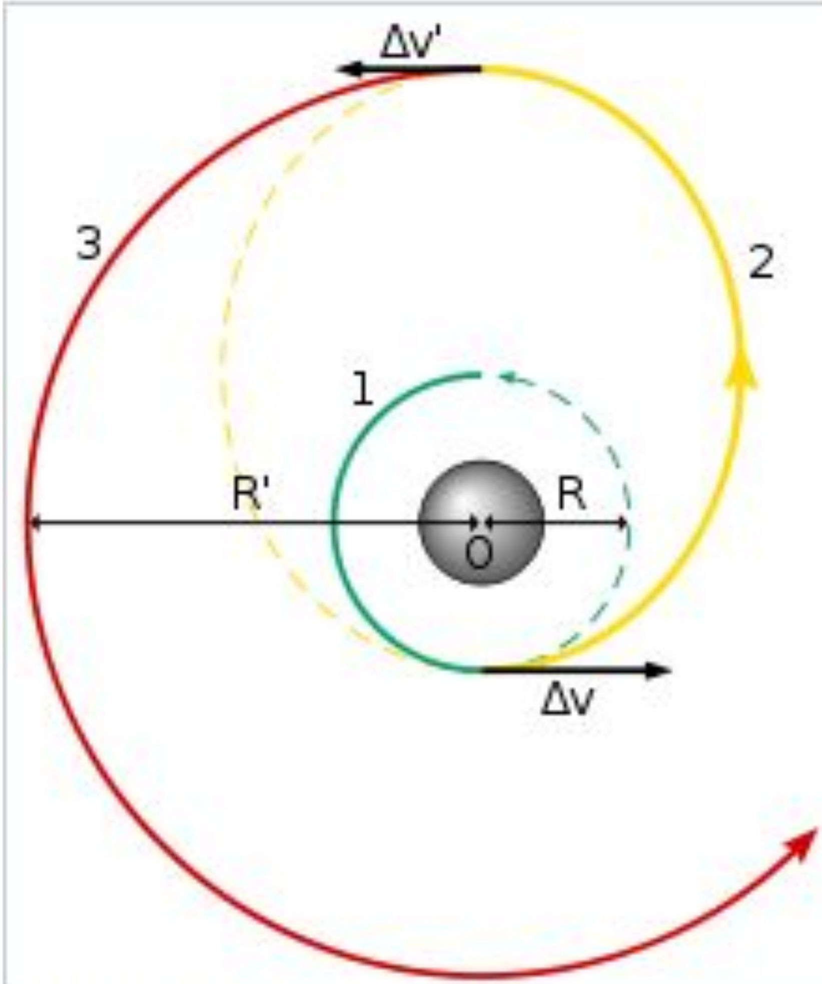
Гомановская траектория перелета на верхнюю планету М (например, Марс)



Гомановская траектория перелета на нижнюю планету В (например, Венеру)

$V^2 = GM_З\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$ - интеграл энергии, определяющий скорость КА на любом участке траектории

- Вальтер Гоман – немецкий инженер
- В опубликованной в 1925 году книге, он математически обосновал способ перехода космического корабля между двумя орбитами с минимальными затратами топлива, впоследствии названный гомановской траекторией.
- В 1927 году Гоман намеревался сделать научный доклад о межпланетных полётах в Кёльне, однако городской совет потребовал уплаты налога на развлечение, поскольку «речь могла идти только об юмористическом вечере». Изучив работы Р. Годдарда, Г. Оберта, М. Валье и В. Гомана, президент Союза германских инженеров профессор Лоренц объявил космический полёт совершенно невозможным.



Гомановская траектория перехода (жёлтый) с низкой круговой орбиты (зелёный) на более высокую круговую орбиту (красный). *Δv* и *Δv'* — первое и второе включения двигателя на разгон.

Задача 4

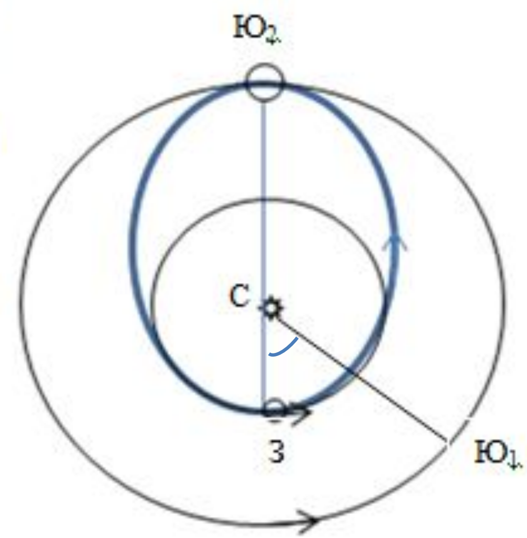
- Рассчитайте параметры орбиты полёта космического аппарата к Юпитеру (вид траектории, время полёта, угол Земля-Солнце-Юпитер в момент запуска) с точки зрения минимальных энергетических затрат. Орбиты планет считать круговыми. Большая полуось орбиты Юпитера 5,2 а.е., период обращения 11,86 г.

Решение

3. Для того, чтобы затраты топлива были минимальными, нужно запускать аппарат по гомановской траектории (половине эллипса).

Найдем большую полуось орбиты космического аппарата (КА): $a_{ка} = \dfrac{a_{Ю} + a_{З}}{2} = \dfrac{5{,}2+1}{2} = 3{,}1(а.е.)$ (1).

Запишем III закон Кеплера для двух тел, обращающихся вокруг Солнца – Земли и КА: $\dfrac{T_{ка}^2}{T_З^2} = \dfrac{a_{ка}^3}{a_З^3}$ (2). Отсюда найдем период движения КА по эллипсу: $T_{ка} = T_З \dfrac{a_{ка}}{a_З}\sqrt{\dfrac{a_{ка}}{a_З}} \cong 5{,}46г$ (3).



Время полета равно половине периода: $t \approx 2{,}73г$

Найдем угол «З-С-Ю$_1$»: $\alpha = 180^0 - \omega t$ (4), где ω - угловая скорость движения планеты по орбите.

Для Юпитера: $\omega = 360^0/11{,}86г \cong 30{,}4^0/г$.

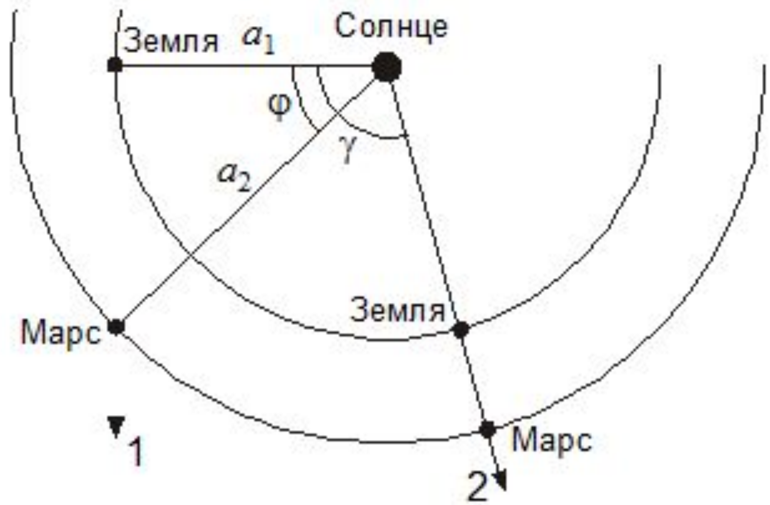
Тогда: $\alpha = 180^0 - 30{,}4^0/г \cdot 2{,}73г \cong 97^0$.

Задача 5

- Марс, находясь в западной квадратуре, наблюдается в созвездии Стрельца. В каком созвездии он будет находиться во время последующего противостояния? Считать орбиту Марса круговой и лежащей в плоскости эклиптики, орбита Земли также круговая.

2. Решение. Определим сначала, интервал времени, по истечении которого Марс окажется в противостоянии. Угол Земля-Солнце-Марс в квадратуре равен:

$$\varphi = \arccos a_1/a_2 = 49°.$$



Здесь a_1 и a_2 – радиусы орбит Земли и Марса. Во время западной квадратуры Земля «догоняет» Марс в своем движении по орбите. Время, оставшееся до противостояния, составляет

$$T = S\,\varphi\,/\,360°$$

или 106 дней (здесь S – синодический период Марса). За это время Земля сместится по орбите на угол

$$\gamma = 360°\ T\,/\,T_0 = S\,\varphi\,/\,T_0 = 105°.$$

$$\gamma = 360° \, T / T_0 = S \, \varphi / T_0 = 105°.$$

Здесь T_0 – орбитальный период Земли. Марс в этот момент оказался в противостоянии с Солнцем, на одной линии с Солнцем и Землей. Как видно из рисунка, направление от Земли на Марс в противостоянии (цифра 2) образует с аналогичным направлением в западной квадратуре (цифра 1) угол $\gamma - 90° = 15°$, причем в противостоянии Марс располагается восточней, чем в квадратуре. Созвездие Стрельца, как граничащее с ним на востоке созвездие Козерога, занимают дугу эклиптики порядка 30°. Следовательно, в противостоянии Марс либо останется в созвездии Стрельца, либо перейдет в созвездие Козерога.

2. Рекомендации для жюри. Для решения задания участникам олимпиады необходимо вычислить интервал времени между моментами западной квадратуры и последующего противостояния Марса. Это можно делать разными способами, с использованием величин синодического или сидерического периодов Марса. В качестве результата участники могут записать как численное значение, так и математическое выражение, которое используется в дальнейших выкладках. Вне зависимости от метода, правильное выполнение этой части задания оценивается в 3 балла. Еще 2 балла выставляются за вычисление угла между направлением на Землю и Марс в противостоянии и на Землю (или на Марс) в квадратуре. 1 балл выставляется за вычисление угла между направлениями с Земли на Марс в квадратуре и противостоянии. Последние 2 балла выставляются за указание каждого из возможных созвездий, в котором наступит противостояние Марса. Если указывается только одно из правильных созвездий, из данных 2 баллов ставится 1.

Занятия

- 20.12 (вс) в 12-30 – в zoom
- 24.12 (чт) в 17-00 – в zoom
- 28.12 (пн) – очно, время?

Д.з.

- Средства массовой информации сообщили о «суперлунии» – полнолунии, совпавшем с прохождением Луны через перигей орбиты. Сообщалось, что наблюдаемые размеры и яркость Луны в этот день значительно больше обычных значений. Найдите, насколько в реальности отличался в это время видимый размер Луны и освещенность, создаваемая ей на поверхности Земли, от среднего полнолуния и от полнолуния в апогее.

Санкт-Петербургская олимпиада

- С 15 декабря
- Для участия в туре нужно зайти на сайт http://school.astro.spbu.ru/?q=select и следовать размещенным там инструкциям.

Старт в науку (работы до 14 февраля)

https://olimpiada.ru/news/19521

Часто посещаемые | Начальная страница | Коллекция веб-фраг... | Струйные принтеры, ... | <Без темы> - Почта ... | АИАС АВЕРС: Электр... | Почта. Образование. ...

Старая версия доступна по адресу info.olimpiada.ru

OLIMPIADA.ru

Олимпиады | Новости | Журнал

Кировская область

4 декабря 2020, 11:59

Открыт прием работ на конференцию «Старт в науку»

Σ Математика | Информатика | и еще 5 предметов

Начался прием работ на XXIII международную конференцию научно-технических работ школьников «Старт в науку». Для участия нужно выбрать одну из секций:

- математических наук и программирования;
- фундаментальной и прикладной физики;
- фотоники, квантовой и молекулярной физики;
- астрофизики и аэрокосмических технологий;
- радио-, робототехники и компьютерных систем;
- биологической и медицинской физики;
- бизнес-инноваций и менеджмента;
- нано-, био-, информационных и когнитивных наук и технологий.

Тезисы и текст своей исследовательской работы участнику необходимо отправить до 14 февраля. Авторов лучших проектов пригласят на заключительный этап.

Сроки и правила приема работ

Связанная олимпиада

Международная конференция научно-технических работ школьников «Старт в науку»

Olimpiada.ru

54 931 участник

Подписаться на новости

Благодарю за внимание!

Д.з.

- Средства массовой информации сообщили о «суперлунии» – полнолунии, совпавшем с прохождением Луны через перигей орбиты. Сообщалось, что наблюдаемые размеры и яркость Луны в этот день значительно больше обычных значений. Найдите, насколько в реальности отличался в это время видимый размер Луны и освещенность, создаваемая ей на поверхности Земли, от среднего полнолуния и от полнолуния в апогее.

Решение. Эксцентриситет лунной орбиты e составляет 0.055. Эта величина несколько меняется со временем, что не оказывает принципиального влияния на ответ задачи. Расстояние от Земли до Луны в перигее орбиты равно

$$r_P = a\,(1 - e),$$

где a – большая полуось орбиты Луны, она же – среднее расстояние от Луны до Земли. Видимый диаметр Луны d обратно пропорционален расстоянию, и в момент «суперлуния» он будет больше среднего значения

$$\frac{d_P}{d_0} = \frac{a}{a(1-e)} \approx 1 + e.$$

Полная Луна в «суперлунии» будет иметь видимый поперечник, на 5.5% больший, чем у «средней» полной Луны. Если же сравнивать «суперлуние» с полнолунием в апогее, на расстоянии $a\,(1+e)$, то соотношение диаметров будет равно

$$\frac{d_P}{d_A} = \frac{a(1+e)}{a(1-e)} \approx 1 + 2e$$

или 1.11, то есть разница составит 11%.

Освещенность от Луны обратно пропорциональна квадрату расстояния до Луны или, что то же самое, пропорциональна квадрату видимого диаметра. Сравнивая «суперлуние» со средним полнолунием, получаем

$$\frac{E_P}{E_0} = \left(\frac{d_P}{d_0}\right)^2 = \frac{a^2}{a^2(1-e)^2} \approx 1 + 2e,$$

а с полнолунием в апогее:

$$\frac{E_P}{E_A} = \left(\frac{d_P}{d_A}\right)^2 = \frac{a^2(1+e)^2}{a^2(1-e)^2} \approx 1 + 4e.$$

Разница составляет 11% и 22% соответственно.