

РЯДЫ ДИНАМИКИ



Вопросы лекции

1. *Виды рядов динамики и задачи, решаемые с их помощью.*
2. *Базисные и цепные показатели динамики.*
3. *Средние уровни и показатели динамики.*
4. *Выявление основной тенденции развития социально-экономических явлений.*

1. Виды рядов динамики и задачи, решаемые с их помощью.

Определение ряда динамики

Ряд динамики – это числовые значения
определенного статистического
показателя в последовательные
моменты или периоды времени



Составляющие рядов динамики



Уровни ряда - это показатели, числовые значения которых составляют динамический ряд.

Первый уровень ряда Y_0 называют *начальным* или *базисным* уровнем, а последний Y_n - *конечным*.

Периоды, или моменты времени, к которым относятся уровни (годы, кварталы, месяцы или даты)

Классификация рядов динамики

Ряды динамики

По времени представления

- Моментные ряды
- Интервальные ряды

По форме представления уровней

- Ряды абсолютных величин
- Ряды относительных величин
- Ряды средних величин

По интервалам времени между уровнями

- Ряды с равноотстоящими уровнями
- Ряды с неравноотстоящими уровнями

Моментным называется ряд динамики уровни которого характеризуют состояние каких-либо явлений на определенный момент времени, (на начало года, конец года, квартала, месяца.)

Пример моментного ряда динамики

	На начало года		
	2010	2016	2019
Численность населения Кировской области, тыс. чел.	1352,7	1297,5	1272,1

Интервальным рядом динамики называется такой ряд, уровни которого характеризуют размеры явлений за определенный промежуток времени. Они отражают итоги развития (функционирования) изучаемых явлений за отдельные периоды (интервалы) времени.

Пример интервального ряда динамики

	Годы				
	2014	2015	2016	2017	2018
Производство масла сливочного в Кировской области, тыс. тонн	104,1	105,6	104,8	103,8	101,7

Основное условие построения рядов динамики - сопоставимость уровней ряда между собой

Сопоставимость рядов динамики

Сопоставимость по территории

Сопоставимость по кругу охватываемых объектов

Сопоставимость по времени регистрации

Сопоставимость по ценам

Статистическое изучение динамики социально-экономических явлений позволяет решать следующие *основные задачи*:

1) измерить скорость изменения уровней за определенный промежуток времени;

2) выявить и численно характеризовать основные тенденции развития изучаемых явлений во времени;

3) выявить факторы, обуславливающие такие изменения;

4) определить прогнозы развития явления в будущем.



2.Базисные и цепные показатели динамика.

Показатели изменения уровней рядов динамики

показатели, получаемые
в результате сравнения
уровней

- абсолютный прирост (ΔY),
- коэффициент роста (k_p),
- темп роста (T_p),
- темп прироста ($T_{пр}$),
- абсолютное значение одного % прироста ($A1\% пр$).

средние показатели

- средний уровень ряда,
- средний абсолютный прирост,
- средний темп роста,
- средний темп прироста,

Для характеристики изменения уровней ряда динамики во времени определяют систему базисных и цепных показателей.

Базисные показатели определяют при сравнении каждого последующего уровня ряда с принятым за базу (**обычно начальным**) уровнем. При расчете **цепных** показателей каждый последующий уровень сравнивают с предыдущим.

1. *Абсолютный прирост (сокращение)* (ΔY) – это разность между двумя сравниваемыми уровнями. Он показывает, на сколько сравниваемый уровень больше (меньше) по сравнению с предыдущим, или базисным.

Абсолютный прирост
(цепной)

$$\Delta Y^{\text{ц}} = Y_i - Y_{i-1}$$

Абсолютный прирост
(базисный)

$$\Delta Y^{\text{б}} = Y_i - Y_0$$

Где: Y_i - уровень сравниваемого периода;

Y_{i-1} - уровень предшествующего периода.

Y_0 - уровень базисного периода

Таблица 3 – Абсолютный прирост (сокращение) производства продукции предприятием

Годы	тонн	Абсолютный прирост (сокращение), тонн	
		базисный	цепной
2015	140	-	-
2016	142	+2	+2
2017	129	-11	-13
2018	100	-40	-29
2019	116	-24	+16

Взаимосвязь: сумма цепных абсолютных изменений равна последнему базисному изменению, то есть: $+2-13-29+16 = -24$

2. Темп и коэффициент роста (снижения)

Коэффициент роста представляет собой кратное отношение сравниваемого уровня к предыдущему или базисному.

Темп роста (снижения) – это отношение сравниваемого уровня к предыдущему, или базисному, выраженное в %. Его можно также определить путем умножения коэффициента роста на 100%.

$$T_p (\text{цепной}) = \frac{y_i}{y_{i-1}} * 100\%$$

$$T_p (\text{базисный}) = \frac{y_i}{y_0} * 100\%$$

Таблица 4 – Темп роста (снижения) производства продукции предприятием

Годы	тонн	Темп роста (снижения), %	
		базисный	цепной
2015	140	-	-
2016	142	101,4	101,4
2017	129	92,1	90,8
2018	100	71,4	77,5
2019	116	82,8	116,0

Взаимосвязь: произведение цепных относительных изменений равно последнему базисному изменению: $1,014 \times 0,908 \times 0,775 \times 1,16 = 0,828 \times 100\% = \mathbf{82,8\%}$

3. Темп прироста (сокращения) показывает, на сколько % сравниваемый уровень больше или меньше уровня, принятого за базу сравнения и вычисляется как отношение абсолютного прироста к уровню предыдущему или базисному.

Этот показатель можно также определить путем вычитания 100% из темпа роста:

$$T_{\text{прир.}} = T_{\text{р.}} - 100\%$$

Таблица 5 – Темп прироста (сокращения) производства продукции предприятием

Годы	тонн	Темп прироста (сокращения), %	
		базисный	цепной
2015	140	-	-
2016	142	+1,4	+1,4
2017	129	-7,9	-9,2
2018	100	-28,6	-22,5
2019	116	-17,2	+16,0

4. Абсолютное значение одного процента прироста ($\Delta 1\%$) представляет собой отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста.

$$\Delta 1\% \text{ прир.} = \frac{\Delta Y}{T_{\text{пр}}}$$

Данный показатель рассчитывают по формуле

$$A_i = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{T_{\text{пр}(i-1)}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} \cdot 100\%} = \frac{Y_{i-1}}{100} = 0,01 y_{i-1} .$$

Таблица 1-Показатели динамики производства продукции предприятием

Годы	тонн	Абсолютный прирост, тонн		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсол. значение 1% прироста, тонн
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	цепное
2015	140	-	-	-	-	-	-	-
2016	142	+2	+2	101,4	101,4	+1,4	+1,4	1,40
2017	129	-11	-13	92,1	90,8	-7,9	-9,2	1,42
2018	100	-40	-29	71,4	77,5	-28,6	-22,5	1,29
2019	116	-24	+16	82,8	116,0	-17,2	+16,0	1,00



3. Средние уровни и показатели динамики.

Средний уровень интервального ряда динамики с равными интервалами определяется по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

n - число уровней ряда.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{140 + 142 + 129 + 100 + 116}{5} = 125,4(m)$$

Средний уровень **моментного** ряда динамики определяется по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n - 1}$$

Средний уровень ряда динамики с *неравноотстоящими уровнями* определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

где t - периоды времени между датами

Средний абсолютный прирост определяется по формуле:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}$$

Среднегодовой абсолютный прирост составит:
(по данным таблиц 3 – 5)

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_0}{n - 1} = \frac{116 - 140}{5 - 1} = -6(m)$$

Средний темп роста определяется:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \times 100$$

Или, используется формула средней геометрической:

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1 \times T_2 \times \dots \times T_m}$$

Где T_1, T_2, \dots, T_m – цепные темпы роста; m - число темпов.

Среднегодовой темп роста будет равен
(по данным таблиц 3 – 5):

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \times 100 = \sqrt[4]{\frac{116}{140}} \times 100 = 95,4\%$$

Среднегодовой темп прироста:

$$\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 100\% = 95,4\% - 100\% = -4,6\%$$



*4.Выявление основной тенденции
развития социально-экономических
явлений.*

Для выявления основной тенденции, т.е. закономерности изменения уровней динамического ряда, используются различные способы **выравнивания**, или сглаживания уровней.

Сущность различных приемов выравнивания сводится к замене фактических уровней временного ряда расчетными, в меньшей степени подверженными случайным колебаниям.

1) **Выравнивание на основе средних** (среднемесячных, среднегодовых и др.) показателей динамики: абсолютного прироста, коэффициента роста.

Таблица 6 – Выравнивание динамики производства продукции по среднегодовым показателям

Годы	Произведено продукции, т	Выравненные уровни	
		по $\bar{\Delta} = -6$ (т)	по $\bar{k}_p = 0,954$
2015	140	140	140
2016	142	$140 - 6 = 134$	$140 \cdot 0,954 = 133,56$
2017	129	$134 - 6 = 128$	$133,56 \cdot 0,954 = 127,42$
2018	100	$128 - 6 = 122$	$127,42 \cdot 0,954 = 121,56$
2019	116	$122 - 6 = 116$	$121,56 \cdot 0,954 = 115,97$

2) Выравнивание способом укрупнения периодов заключается в выделении качественно различных периодов с последующей их характеристикой средними величинами.

Таблица 7 –Производство продукции по укрупненным периодам, тонн

Годы	Сумма за период	Среднегодовое производство
2015-2016	$140+142=282$	$282:2=141$
2017-2018	$129+100=229$	$229:2=114,5$
2019	116	$116:1=116$

3) Выравнивание способом скользящей средней

заключается в последовательном расчете средних уровней за периоды, сдвигаемые на одну дату.

Таблица 8 – Производство продукции по скользящим периодам, тонн

Годы	Произведено продукции	Скользящие суммы по трехлетиям	Трехлетняя скользящая средняя
2015	140	-	-
2016	142	$140+142+129=411$	$411:3=137$
2017	129	$142+129+100=371$	$371:3=124$
2018	100	$129+100+116=345$	$345:3=115$
2019	116	-	-

4) *Аналитическое выравнивание* заключается в использовании математического уравнения, в среднем отражающего тенденцию изменения изучаемого явления во времени (тренд).

Для выбора уравнения наиболее часто используется графический метод. Если уровни ряда изменяются в среднем равномерно, используется уравнение прямой линии ($\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$), а если неравномерно – уравнения параболы ($\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$), гиперболы ($\bar{y}_t = a_0 + a_1 / t$) и др. (Где \bar{y}_t – выравненные по уравнению уровни, t – порядковый номер периода, или момента).

Для определения параметров уравнения (a_0 , a_1 , a_2 и др.) необходимо способом наименьших квадратов решить соответствующую систему уравнений.

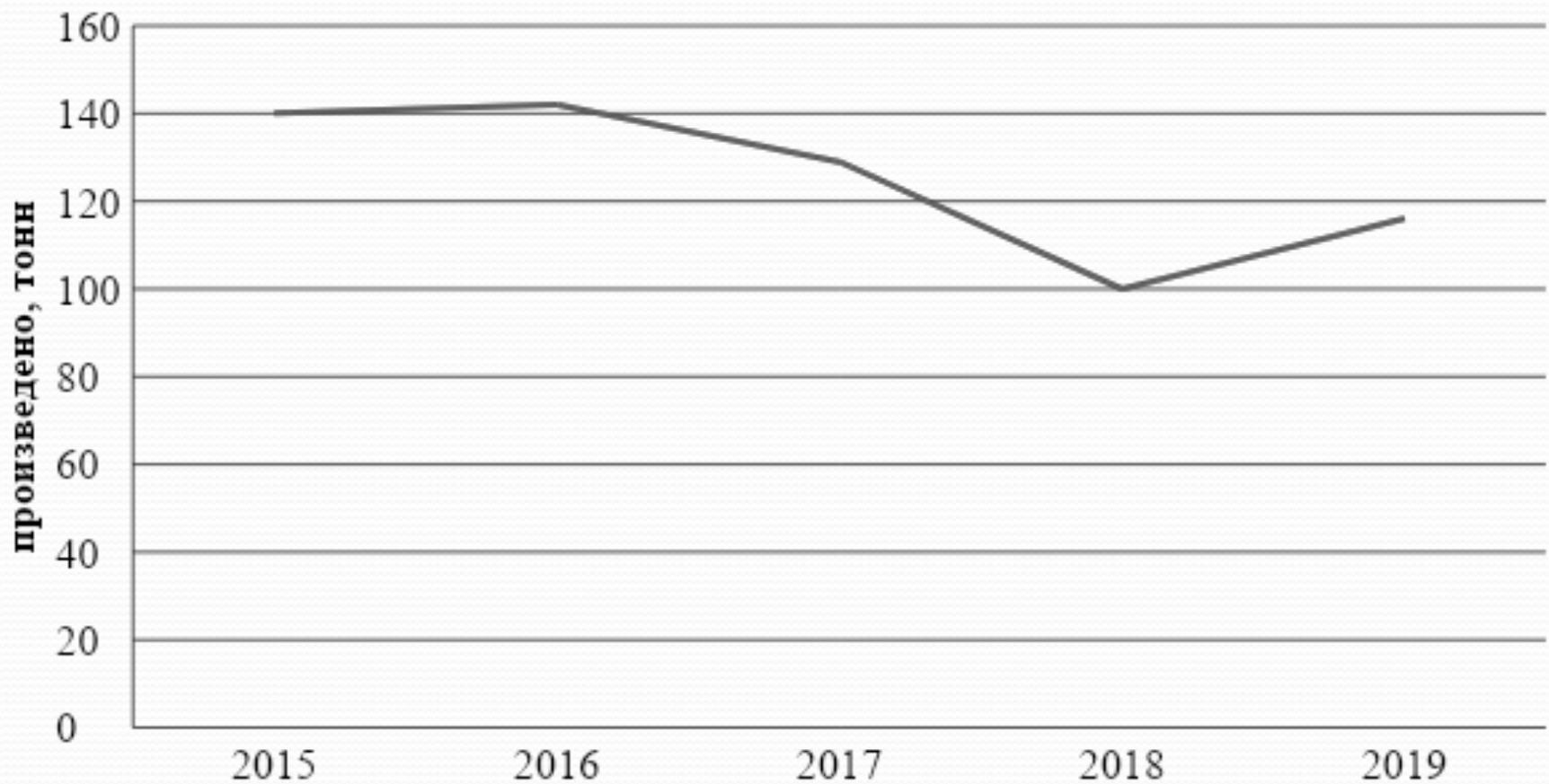


Рисунок 1 – Динамика производства продукции предприятием

Предположив, что производство изменяется в среднем равномерно (рисунок 1), используем для выражения его динамики уравнение прямой линии: $y_t = a_0 + a_1 t$.

Для определения параметров уравнения необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases},$$

где n – число наблюдений.

Таблица 5 - Выравнивание способом аналитического сглаживания

Годы	Произведено, тонн y	Порядковый номер года (t)	t^2	yt	Выравненное производство $y_t = a_0 + a_1 t$	$(y - y_t)^2$
2015	140	1	1	140	142,6	6,76
2016	142	2	4	284	134,0	64,0
2017	129	3	9	387	125,4	12,96
2018	100	4	16	400	116,8	282,24
2019	116	5	25	580	108,2	60,84
ИТОГО	627	15	55	1791	627	426,8

$$\begin{cases} 627 = 5a_0 + 15a_1 & | :5 \\ 1791 = 15a_0 + 55a_1 & | :15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 125,4 = a_0 + 3a_1 \\ 119,4 = a_0 + 3,7a_1 \end{cases}$$

После вычитания из 2-го уравнения 1-го получаем:

$$-6 = 0,7a_1$$

$$a_1 = -8,6$$

$$a_0 = 125,4 + 3 \cdot 8,6 = 151,2$$

Таким образом, уравнение, которое может быть использовано для выражения динамики производства продукции, будет иметь вид:

$$Y_t = 151,2 - 8,6t$$

Для оценки степени приближения выравненных уровней к исходным определяют величину остаточного среднего квадратического отклонения.

$$\sigma_{\text{остат.}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \tilde{y}_t)^2}{n}} = \sqrt{\frac{426,8}{5}} = 9,2(m)$$

Следовательно, выравненные уровни отклоняются от исходных в среднем на 9,2 тонны, что составляет 7,3% относительно среднего уровня ряда, равного 125,4 тонны ($627:5=125,4$).

Полученное уравнение может быть использовано для определения прогнозного уровня показателя, т.е. для экстраполяции.

$$\hat{Y}_{2020} = 151,2 - 8,6 \cdot 6 = 99,6 \text{ (тонн)}$$

Расчет ошибки прогноза производится по формуле: $\varepsilon = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$,

где t - коэффициент доверия, определяемый заданным уровнем вероятности суждения. Наиболее часто при прогнозировании, или экстраполяции, используется уровень вероятности суждения 0,954, при котором ошибка прогноза не превысит 4,6%, а табличное значение коэффициента доверия равно 2. Величина дисперсии определяется:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n - p},$$

где p - число параметров уравнения.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n - p} = \frac{426,8}{5 - 2} = 142,3$$

$$\varepsilon = 2 \cdot \sqrt{\frac{142,3}{5}} = 10,7 \text{ (т)}$$

Таким образом, с заданной вероятностью производство продукции в 2020 году может составить от $99,6 - 10,7 = 88,9$ (тонн) до $99,6 + 10,7 = 110,3$ (тонн).

Анализ сезонных колебаний.

Сезонные колебания – это регулярно повторяющиеся подъемы и снижения уровней ряда динамики на протяжении ряда лет.

Сезонность имеет место в различных отраслях экономики: в торговле, сельском хозяйстве, строительстве, транспорте и других.

Сезонность в изменении явлений можно наглядно представить на графике, построив сезонную волну.

$$I_s^i = \frac{y_i}{y} \times 100$$

Пример .Имеются данные о реализации торговым предприятием товара «А» в течение 3-х лет. Определим индексы сезонности продаж данного товара по отдельным кварталам.

Таблица 6- Сезонность реализация товара «А», штук

Квартал	Номер года			\bar{y}_i	$I_s = \frac{\bar{y}_i}{y} \times 100$
	1	2	3		
1	25	30	26	27	30,6
2	125	120	130	125	141,6
3	180	160	182	174	197,2
4	30	20	31	27	30,6
ИТОГО	360	330	369	X	X
В СРЕДНЕМ	90	82,5	92,3	88,25	

$$y = (360+330+369): 12 = 88,25 \text{ (штук).}$$

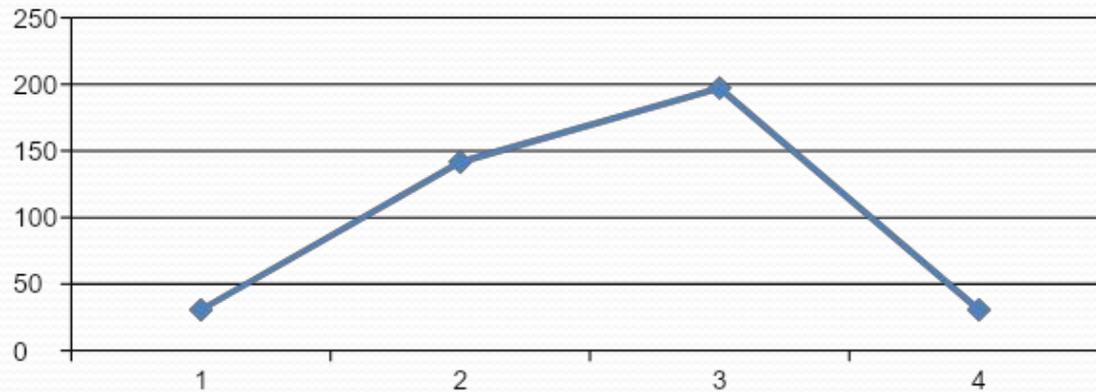


Рисунок 2-Сезонность продаж товара по кварталам в течение 3-х лет

Полученные показатели сезонности могут быть использованы при прогнозировании.

Допустим, в следующем году планируется реализовать 380 штук, среднеквартальный объем продаж составит 95 штук. С учетом сезонности он может составить:

1-ый квартал: $(95 \cdot 30,6) : 100 = 29$ (штук)

2-ый квартал: $(95 \cdot 141,7) : 100 = 135$ (штук)

3-ый квартал: $(95 \cdot 197,2) : 100 = 187$ (штук)

4-ый квартал: $(95 \cdot 30,6) : 100 = 29$ (штук).