

# ТЕМА: «МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.

## СТАТИКА»

### Лекция №2 «Системы сил в

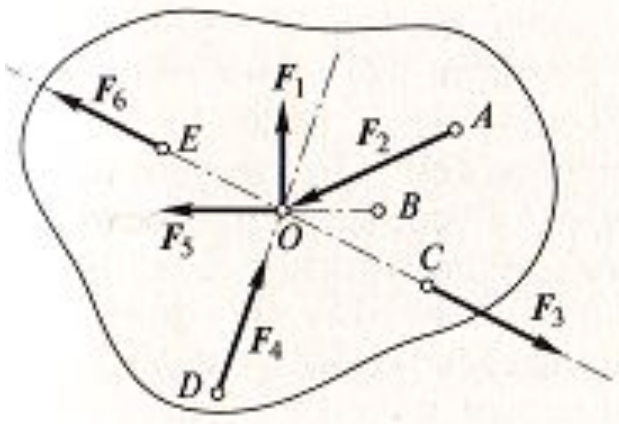
### СТАТИКА»

#### 2.1 Классификация систем сил в статике

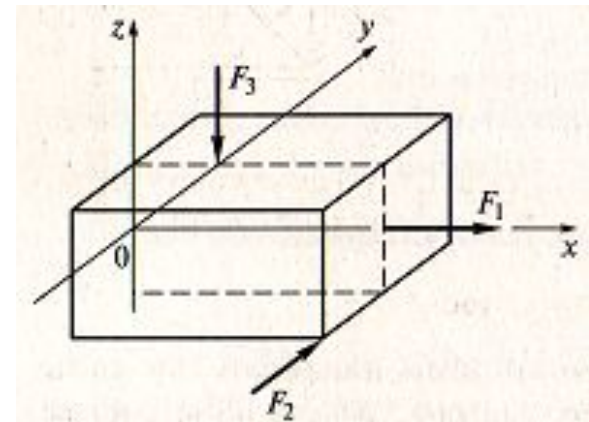
Главными признаками, по которым классифицируют систему сил, являются *положение этих систем в пространстве и относительно друг друга*.

**1. Плоские системы сил** (расположенные в одной плоскости).  
Подразделяются на систему **сходящихся сил** и **систему произвольно расположенных сил**.

**2. Пространственные системы сил** (не лежащие в одной плоскости).  
Подразделяются на систему **сходящихся сил** и **систему произвольно расположенных сил**.



Плоская система сил.



Пространственная система произвольно расположенных сил

## Плоские системы

### сил

**Система сходящихся сил** – силы такой системы лежат в одной плоскости, причем все они (или линии их действия) пересекаются в одной точке (рис.2.1).

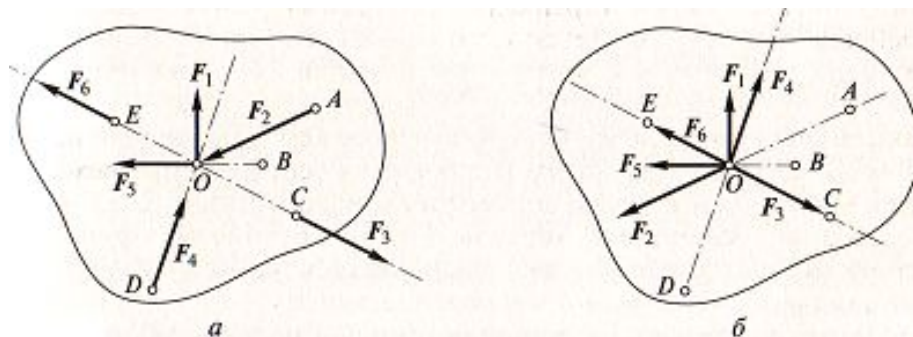


Рис.2.1. Плоская система сил:  
сходящихся в одной точке; б — пересекающихся в одной точке

**Частными случаями плоской системы сходящихся сил являются:**  
система двух сил; система трех сил; система четырех и более сил.

**Система произвольно расположенных сил** – силы такой системы лежат в одной плоскости, причем часть из них может пересекаться в одной или разных точках, а некоторые могут вообще не пересекаться (рис.2.2).

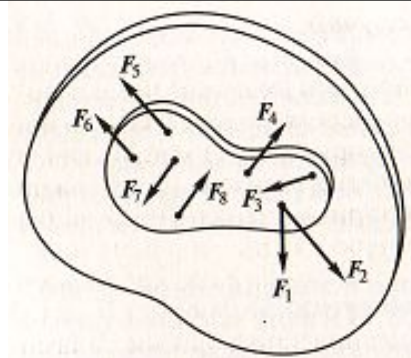


Рис.2.2 Плоская система произвольно расположенных сил:

В статике для любого из приведенных случаев могут быть решены следующие задачи:

- сложение или вычитание сил;
- нахождение условий равновесия сил.

Эти задачи могут быть решены двумя способами: графическим (использование графических действий над векторами) и аналитическим (использование способа проекций).

**Главной задачей статики является составление уравнений равновесия для каждой из систем, которые позволяют найти реакции и усилия в теле от действия сил.**

## 2.2 Система трех сходящихся сил

Система трех сил, под действием которых тело находится в равновесии, - это наиболее распространенный случай, встречающийся в практических задачах.

**Общий порядок решения задач о равновесии трех сил аналитическим способом.**

**Суть аналитического способа состоит в том, что сумма проекций всех находящихся в равновесии сил на обе координатные оси  $Ox$  и  $Oy$  должна быть равна нулю.**

$$\sum X=0; \sum Y=0 \quad (2.1)$$

$\sum X$ ,  $\sum Y$  – алгебраическая сумма проекций сил на ось  $x$  и ось  $y$ .

Еще проще уравнения можно записать в виде:

$$\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} &= 0; \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} &= 0; \end{aligned}$$

(2.2)

где  $F_{1x}$ ,  $F_{2x}$ ,  $F_{3x}$  - проекции сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  на ось X,  $F_{1y}$ ,  $F_{2y}$ ,  $F_{3y}$  - на ось Y.

**Для решения задач аналитическим способом должны быть известны углы между силами и координатными осями.**

### **Общий порядок решения задач о равновесии трех сил графическим способом**

**Устанавливают масштаб сил. Из произвольной точки на листе в принятом масштабе откладывают заданные две силы, или заданную силу и направления двух других. Строят силовой треугольник. Если заданы две силы, то третью – уравнивающую можно найти, соединив конец вектора 2-й силы и начало вектора 1-й (рис.2.3,б). В начало вектора 1-й силы будет направлена стрелка вектора уравнивающей силы. Если заданы одна сила и направления действия 2-й и 3-й силы, которые уравнивают первую, то через начало и конец вектора 1-й силы проводят две параллельные заданным направлениям линии так, чтобы они пересеклись в одной точке и получился треугольник (рис.2,4б,в). Измеряют в масштабе сил каждый вновь полученный отрезок и находят величины сил. Ставят стрелки на полученных отрезках так, чтобы все они были направлены в одну сторону при обходе треугольника, т.е. конец вектора 3-й силы**

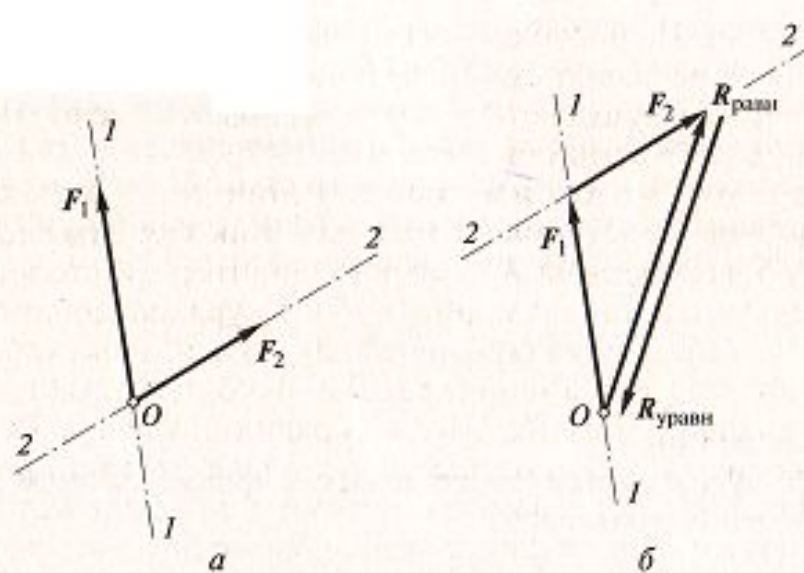


Рис. 2.3 . Нахождение уравновешивающей при двух заданных силах:

$a$  — заданная система;  $b$  — построение силового треугольника и определение уравновешивающей силы

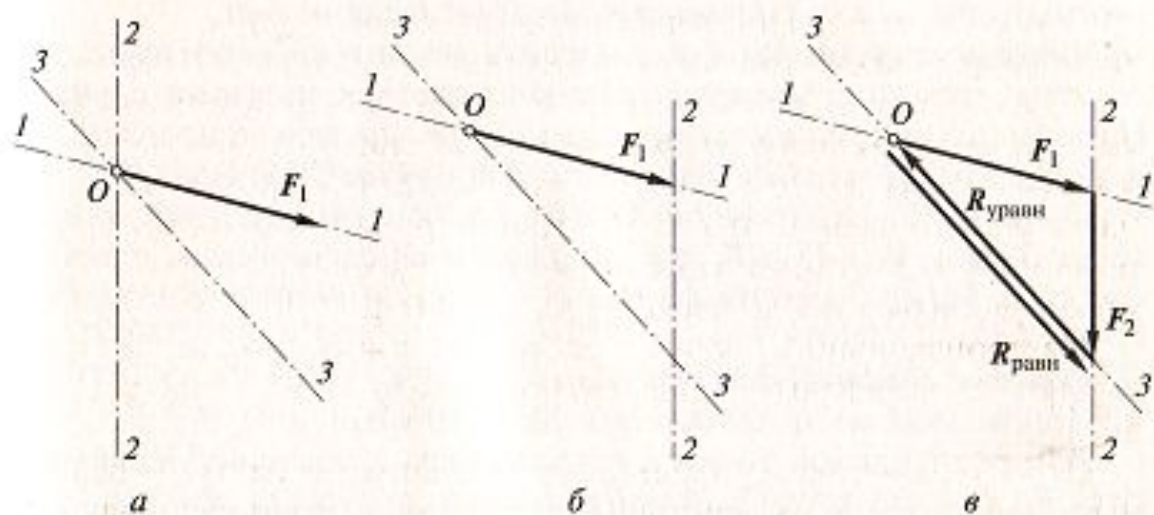


Рис. 2.4 . Нахождение уравновешивающей при одной заданной силе и направлениях двух других:

$a$  — заданная система;  $b$  — построение силового треугольника;  $v$  — определение уравновешивающей силы



**Пример 2.1.** Найти величины и направления действия уравновешивающих сил  $F_2$  и  $F_3$  графическим и аналитическим способами, если заданы величина силы  $F_1=20\text{кН}$  и линии действия сил  $F_2$  и  $F_3$  (рис.2,5,а).

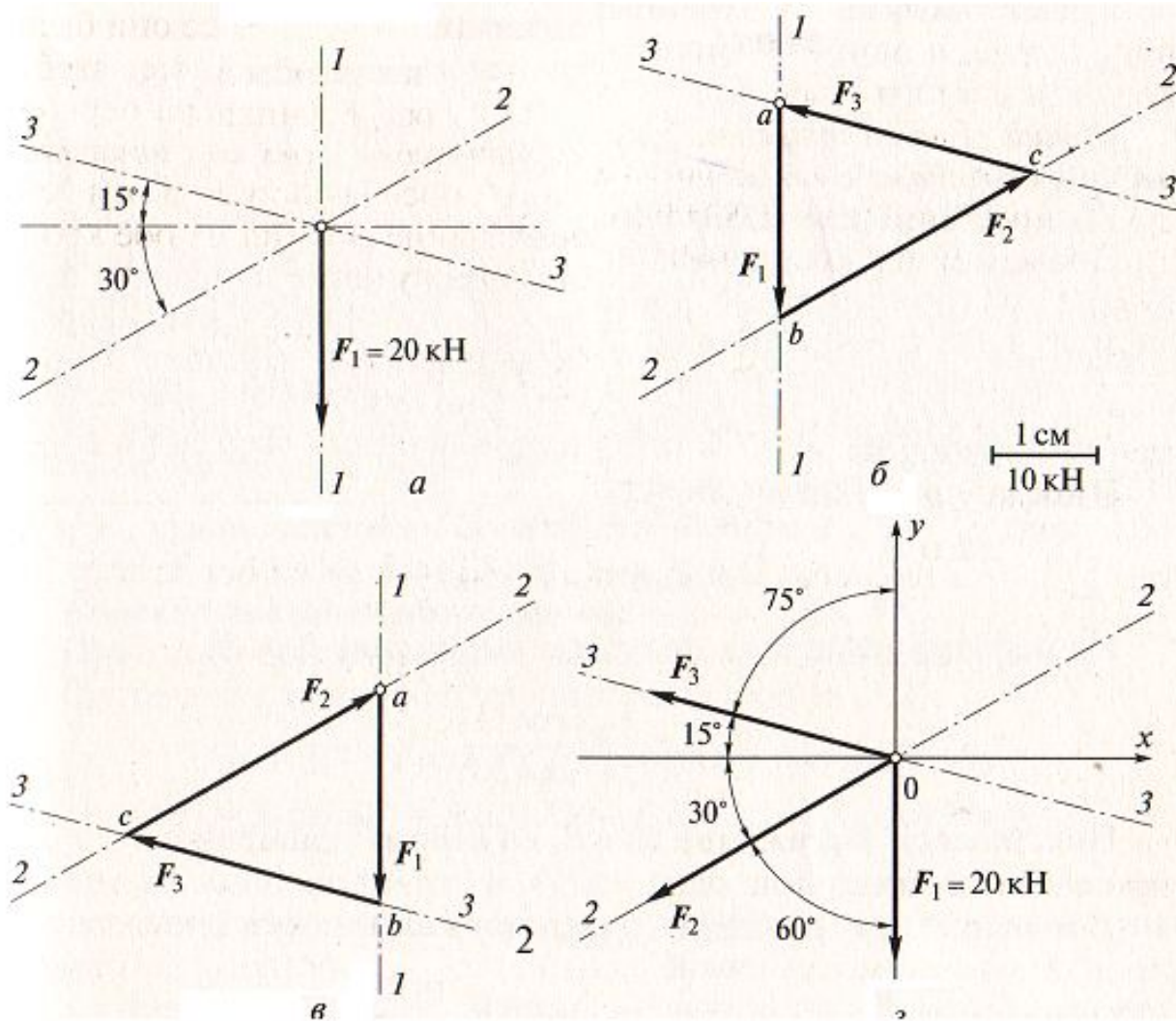


Рис.2.5 . К примеру 2.1:

а — заданная схема действия сил; б, в — варианты построения силового треугольника; г — схема сил для аналитического решения

## Решение графическим

1. Принимаем масштаб сил:  $1\text{см}-10\text{кН}$ .
2. Из произвольной точки  $a$  откладываем в масштабе известную силу  $F_1$ , длина вектора которой равна длине отрезка  $ab=2\text{см}$  (рис.2.5,б).
3. Через начало и конец вектора силы  $F_1$ , т.е. через точки  $a$  и  $b$ , проводим линии, параллельные линиям действия сил  $F_2$  и  $F_3$  так, чтобы они пересеклись в одной точке  $c$ . При этом силы  $F_2$  и  $F_3$  могут оказаться как справа от силы  $F_1$  (рис.2.5,б), так и слева от нее (рис.2.5,в). Это не является ошибкой, но все же правильнее, когда при обходе треугольника номера сил идут в нарастающем порядке, т.е. вариант  $F_1, F_2, F_3$  предпочтительнее. Силы  $F_2$  и  $F_3$  являются уравнивающими силу  $F_1$ .
4. Измеряем отрезки  $bc$  и  $ca$  ( $2,8\text{см}$  и  $2,5\text{см}$ ). Так как  $1\text{см}$  соответствует  $10\text{кН}$ , получаем  $F_2=28\text{кН}$  и  $F_3=25\text{кН}$ .
5. Расставляем стрелки на отрезках  $bc$  и  $ca$ . Поскольку направление силы  $F_1$  задано (вниз), остальные силы должны быть направлены так, как показано на рис.2.5,б,в, при этом конец вектора силы  $F_3$  будет совпадать с началом вектора силы  $F_1$ .

## Решение аналитическим

1. Проводим оси координат  $Ox$  и  $Oy$ . Силы направляем из начала координат по заданным линиям действия 3-3 и 2-2. Направление выбираем произвольно (например, влево - рис.2.5,г). Проставляем углы между направлениями всех сил и координатными осями.

2. Составляем уравнение в форме (2.1):

$$\begin{aligned} -F_2 \cos 30^\circ - F_3 \cos 15^\circ &= 0; \\ -F_1 - F_2 \cos 60^\circ + F_3 \cos 75^\circ &= 0. \end{aligned}$$

3. Из первого уравнения получаем выражение для  $F_2$ :

$$F_2 = -F_3 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ}.$$

4. Подставляем выражение для  $F_2$  во второе уравнение и находим  $F_3$ :

$$-F_1 + F_3 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} \cos 60^\circ + F_3 \cos 75^\circ = 0.$$

$$F_3 = \frac{F_1}{\frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} \cos 60^\circ + \cos 75^\circ} = \frac{20}{\frac{0,966}{0,866} \cdot 0,5 + 0,259} = 24,48 \text{ кН.}$$

5. Определив  $F_3$  находим  $F_2$ :

$$F_2 = -F_3 \frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = -24,48 \frac{0,966}{0,866} = -27,31 \text{ кН.}$$

$F_2$  направлена в сторону, противоположную показанной на рис.2.5,г, о чем говорит знак «минус». Направление силы  $F_3$  совпадает с ранее заданным на рис.2.5.г

**Вывод:** сравнив ответы, можно сделать вывод о том, что аналитический способ более точный.



## 2.3 Система четырех и более

### сходящихся сил

При решении задач о равновесии четырех и более сходящихся сил необходимо выполнить одно условие: неизвестных сил должно быть не более двух и при этом должны быть известны линии их действия. Остальные силы должны быть известны и по величине и по направлению.

**Для самостоятельного решения !**

**Задача 2.** Определить величины и направления действия сил  $F_4$  и  $F_5$ , уравнивающих известные силы  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  графическим и аналитическим способами при заданных  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  (рис.2.5). Исходные данные взять из таблицы 1 (см. следующий кадр).

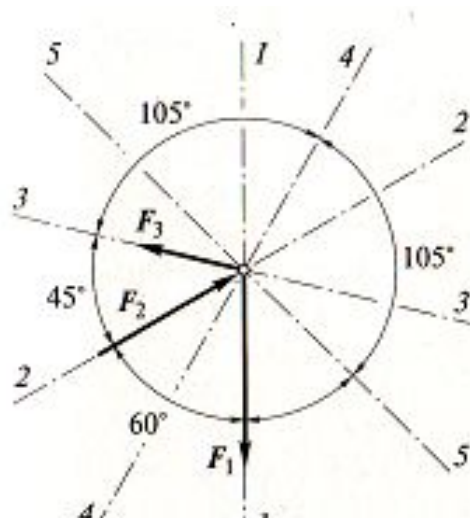


Рисунок 2.5

**Вариант числовых данных выбирается по последней цифре зачетной книжки**

**Таблица 1**

Величины	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$F_1$ (кН)	30	20	10	15	20	30	35	20	30	40
$F_2$ (кН)	20	10	30	20	25	40	40	20	40	30
$F_3$ (кН)	10	40	20	25	30	30	40	20	20	20