ТЕМА: «МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА. СТАТИКА»

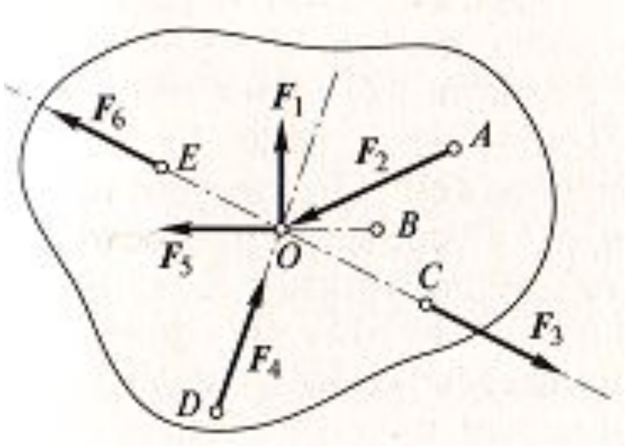
Лекция №2 «Системы сил в статике»

2.1 Классификация систем сил в статике

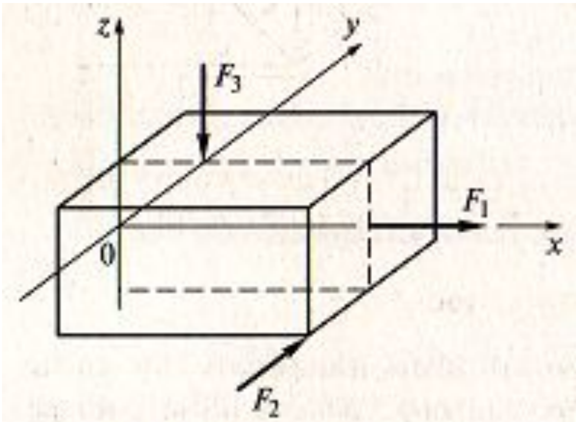
Главными признаками, по которым классифицируют систему сил, являются *положение этих систем в пространстве и относительно друг друга:*

1. Плоские системы сил (расположенные в одной плоскости). Подразделяются на систему сходящихся сил и систему произвольно расположенных сил.

2. Пространственные системы сил (не лежащие в одной плоскости). Подразделяются на систему сходящихся сил и систему произвольно расположенных сил.



Плоская система сил



Пространственная система произвольно расположенных сил

Плоские системы сил

Система сходящихся сил – силы такой системы лежат в одной плоскости, причем все они (или линии их действия) пересекаются в одной точке (рис.2.1).

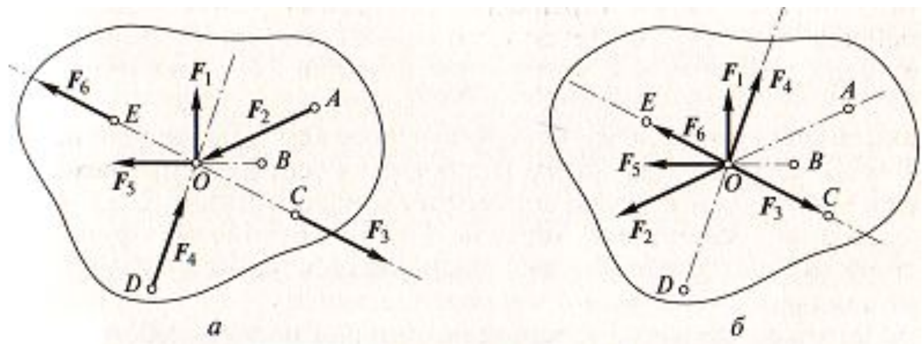


Рис.2.1. Плоская система сил:
сходящихся в одной точке; б — пересекающихся в одной точке

Частными случаями плоской системы сходящихся сил являются:
система двух сил; система трех сил; система четырех и более сил.

Система произвольно расположенных сил – силы такой системы лежат в одной плоскости, причем часть из них может пересекаться в одной или разных точках, а некоторые могут вообще не пересекаться (рис.2.2).

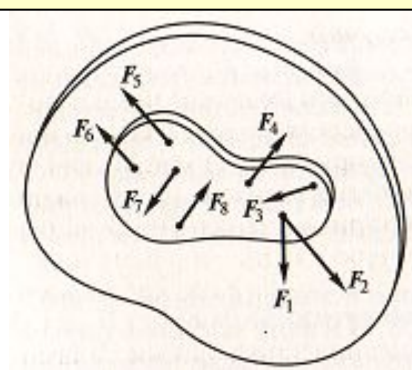


Рис.2.2 Плоская система произвольно расположенных сил:

В статике для любого из приведенных случаев могут быть решены следующие задачи:

-сложение или вычитание сил;

-нахождение условий равновесия сил.

Эти задачи могут быть решены двумя способами: графическим (использование графических действий над векторами) и аналитическим (использование способа проекций).

Главной задачей статики является составление уравнений равновесия для каждой из систем, которые позволяют найти реакции и усилия в теле от действия сил.

2.2 Система трех сходящихся сил

Система трех сил, под действием которых тело находится в равновесии, - это наиболее распространенный случай, встречающийся в практических задачах.

Общий порядок решения задач о равновесии трех сил аналитическим способом.

Суть аналитического способа состоит в том, что сумма проекций всех находящихся в равновесии сил на обе координатные оси Ox и Oy должна быть равна нулю.

$$\sum X=0; \quad \sum Y=0 \qquad (2.1)$$

$\sum X$, $\sum Y$ – алгебраическая сумма проекций сил на ось x и ось y.

Еще проще уравнения можно записать в виде:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0; \quad F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0; \qquad (2.2)$$

где F_{1x}, F_{2x}, F_{3x} - проекции сил F_1, F_2, F_3 на ось X, F_{1y}, F_{2y}, F_{3y} -на ось Y.

Для решения задач аналитическим способом должны быть известны углы между силами и координатными осями.

Общий порядок решения задач о равновесии трех сил графическим способом

Устанавливают масштаб сил. Из произвольной точки на листе в принятом масштабе откладывают заданные две силы, или заданную силу и направления двух других. Строят силовой треугольник. Если заданы две силы, то третью – уравновешивающую можно найти, соединив конец вектора 2-й силы и начало вектора 1-й (рис.2.3,б). В начало вектора 1-й силы будет направлена стрелка вектора уравновешивающей силы. Если заданы одна сила и направления действия 2-й и 3-й силы, которые уравновешивают первую, то через начало и конец вектора 1-й силы проводят две параллельные заданным направлениям линии так, чтобы они пересеклись в одной точке и получился треугольник (рис.2,4б,в). Измеряют в масштабе сил каждый вновь полученный отрезок и находят величины сил. Ставят стрелки на полученных отрезках так, чтобы все они были направлены в одну сторону при обходе треугольника, т.е. конец вектора 3-й силы

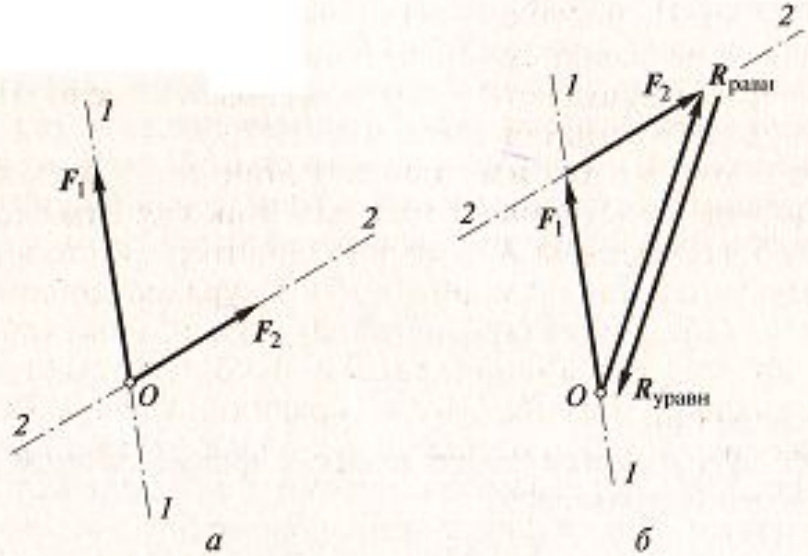


Рис. 2.3 . Нахождение уравновешивающей при двух заданных силах:
а — заданная система; *б* — построение силового треугольника и определение уравновешивающей силы

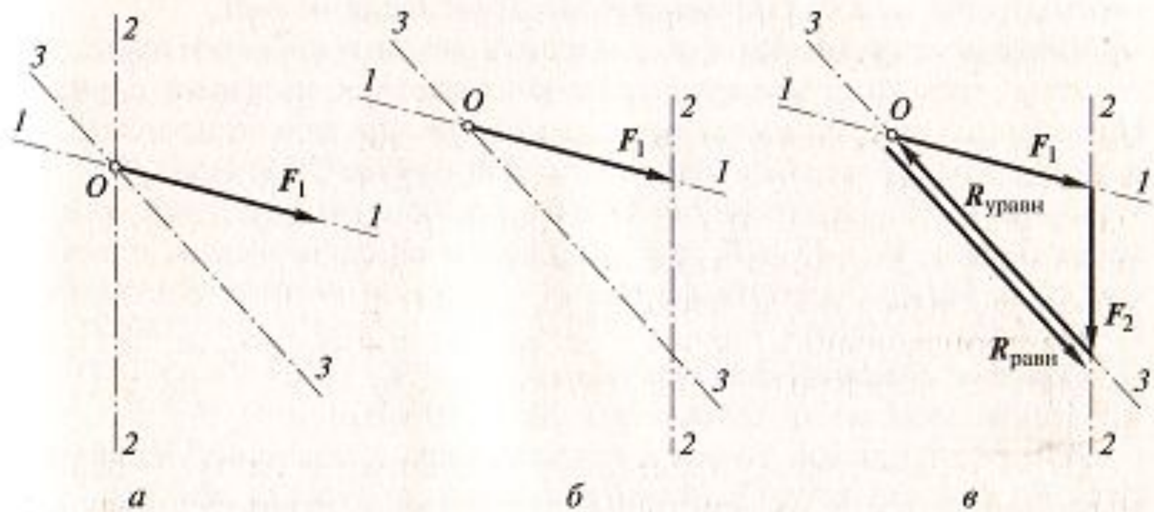


Рис. 2.4 . Нахождение уравновешивающей при одной заданной силе и направлениях двух других:
а — заданная система; *б* — построение силового треугольника; *в* — определение уравновешивающей силы

Пример 2.1. **Найти величины и направления действия уравновешивающих сил F_2 и F_3 графическим и аналитическим способами, если заданы величина силы F_1=20кН и линии действия сил F_2 и F_3 (рис.2,5,а).**

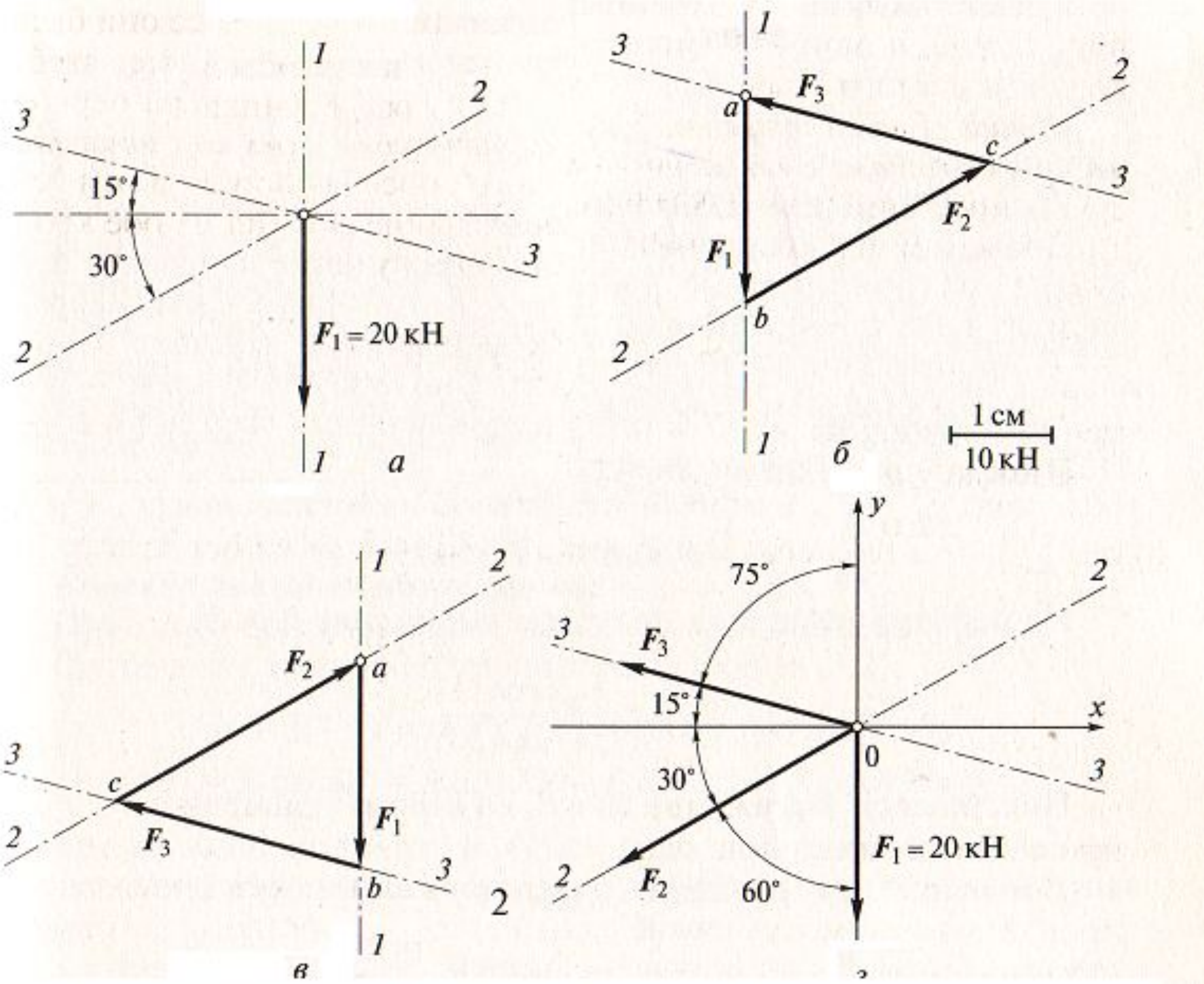


Рис. 2.5 . К примеру 2.1:

а — заданная схема действия сил; *б*, *в* — варианты построения силового треугольника; *г* — схема сил для аналитического решения

Решение графическим способом

1. Принимаем масштаб сил: *1см-10кН*.
2. Из произвольной точки *а* откладываем в масштабе известную силу F_1, длина вектора которой равна длине отрезка *ab=2см* (рис.2.5,б).
3. Через начало и конец вектора силы F_1, т.е. через точки *а* и *b*, проводим линии, параллельные линиям действия сил F_2 и F_3 так, чтобы они пересеклись в одной точке *с*. При этом силы F_2 и F_3 могут оказаться как справа от силы F_1 (рис.2.5,б), так и слева от нее (рис.2.5,в). Это не является ошибкой, но все же правильнее, когда при обходе треугольника номера сил идут в нарастающем порядке, т.е. вариант F_1, F_2, F_3 предпочтительнее. Силы F_2 и F_3 являются уравновешивающими силу F_1 .
4. Измеряем отрезки *bc* и *ca (2,8см и 2,5см).* Так как 1см соответствует 10кН, получаем F_2 *=28кН и* F_1 *=25кН*
5. Расставляем стрелки на отрезках *bc* и *ca* . Поскольку направление силы F_1 задано (вниз), остальные силы должны быть направлены так, как показано на рис.2.5,б.в, при этом конец вектора силы F_3 будет совпадать с началом вектора силы F_1.

Решение аналитическим способом

1. Проводим оси координат Ох и Оу. Силы направляем из начала координат по заданным линиям действия 3-3 и 2-2. Направление выбираем произвольно (например, влево - рис.2.5,г). Проставляем углы между направлениями всех сил и координатными осями.

2. Составляем уравнение в форме (2.1):

$$-F_2\cos 30^\circ - F_3\cos 15^\circ = 0;$$
$$-F_1 - F_2\cos 60^\circ + F_3\cos 75^\circ = 0.$$

3. Из первого уравнения получаем выражение для $\boldsymbol{F_2}$:

$$F_2 = -F_3\frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ}.$$

4. Подставляем выражение для $\boldsymbol{F_2}$ во второе уравнение и находим $\boldsymbol{F_3}$:

$$-F_1 + F_3\frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ}\cos 60^\circ + F_3\cos 75^\circ = 0.$$

$$F_3 = \frac{F_1}{\dfrac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ}\cos 60^\circ + \cos 75^\circ} = \frac{20}{\dfrac{0,966}{0,866}\cdot 0,5 + 0,259} = 24,48\ \text{кН}.$$

5. Определив $\boldsymbol{F_3}$ находим $\boldsymbol{F_2}$:

$$F_2 = -F_3\frac{\cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = -24,48\frac{0,966}{0,866} = -27,31\ \text{кН}.$$

$\boldsymbol{F_2}$ направлена в сторону, противоположную показанной на рис.2.5,г, о чем говорит знак «минус» . Направление силы $\boldsymbol{F_3}$ совпадает с ранее заданным на рис.2.5,г.

Вывод: ***сравнив ответы, можно сделать вывод о том, что аналитический способ более точный.***

2.3 Система четырех и более сходящихся сил

При решении задач о равновесии четырех и более сходящихся сил необходимо выполнить одно условие: неизвестных сил должно быть не более двух и при этом должны быть известны линии их действия. Остальные силы должны быть известны и по величине и по направлению.

Для самостоятельного решения !

Задача 2. **Определить величины и направления действия сил F_4 и F_5, уравновешивающих известные силы F_1 , F_2 и F_3 графическим и аналитическим способами при заданных F_1 , F_2, F_3 (рис.2.5). Исходные данные взять из таблицы 1 (см. следующий кадр).**

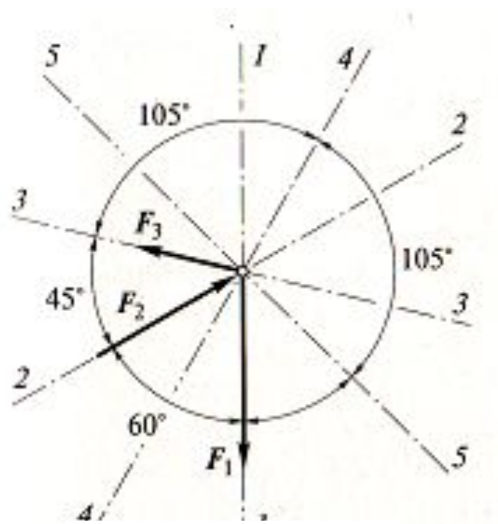


Рисунок 2.5

Вариант числовых данных выбирается по последней цифре зачетной книжки

Таблица 1

Величины	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
F_1 (кН)	30	20	10	15	20	30	35	20	30	40
F_2 (кН)	20	10	30	20	25	40	40	20	40	30
F_3 (кН)	10	40	20	25	30	30	40	20	20	20