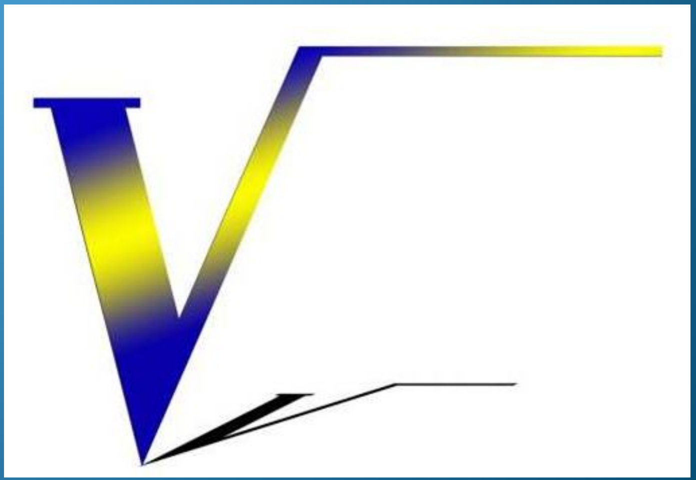
КОРНИ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ ИЗ ЧИСЛА, ИХ СВОЙСТВА.



Цель урока:

- Обеспечение усвоения понятия корня натуральной степени из числа.
- Формирование представлений о свойствах корней и действиях с корнями.
- Формирование умений преобразования корней.

Корнем n – й степени из действительного числа a (**n** – натуральное число) называют такое действительное число **x**, при возведении которого в степень **n** получается число **a**.

Это число обозначают: **x**= $\sqrt[n]{a}$

a - подкоренное выражение

n - показатель корня

Если a ≥ 0, n = 2,3,4,5,…, то

1) $\sqrt[n]{a} \geq 0$; **2)** $(\sqrt[n]{a})^n = a$;

Неотрицательное значение корня **n** –й степени из неотрицательного числа называется **арифметическим корнем.**

Операция извлечения корня является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень.

Возведение в степень	*Извлечение корня*
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$
$0{,}3^4 = 0{,}0081$	$\sqrt[4]{0{,}0081} = 0{,}3$

Иногда выражение $\sqrt[n]{a}$ называют радикалом от латинского слова radix – «корень».

Символ $\sqrt{}$ - это стилизованная буква r.

Пример 1:

Вычислить: а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt[3]{0{,}125}$; в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17}$

Решение:

а) $\sqrt{49} = 7$, так как $7 > 0$ и $7^2 = 49$;

б) $\sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5$, так как $0{,}5 > 0$ и $0{,}5^3 = 0{,}125$;

в) $\sqrt{0}$;　　　г) $\sqrt[4]{17} \approx 2{,}03$

Корнем нечётной степени n из отрицательного числа a ***(n=3,5,…) называют такое отрицательное число, которое при возведении в степень n даёт в результате число a.***

Корень чётной степени имеет смысл ***(т.е. определён) только для неотрицательного подкоренного выражения; корень нечётной степени имеет смысл д… подкоренного выражения.***

Подобные корни

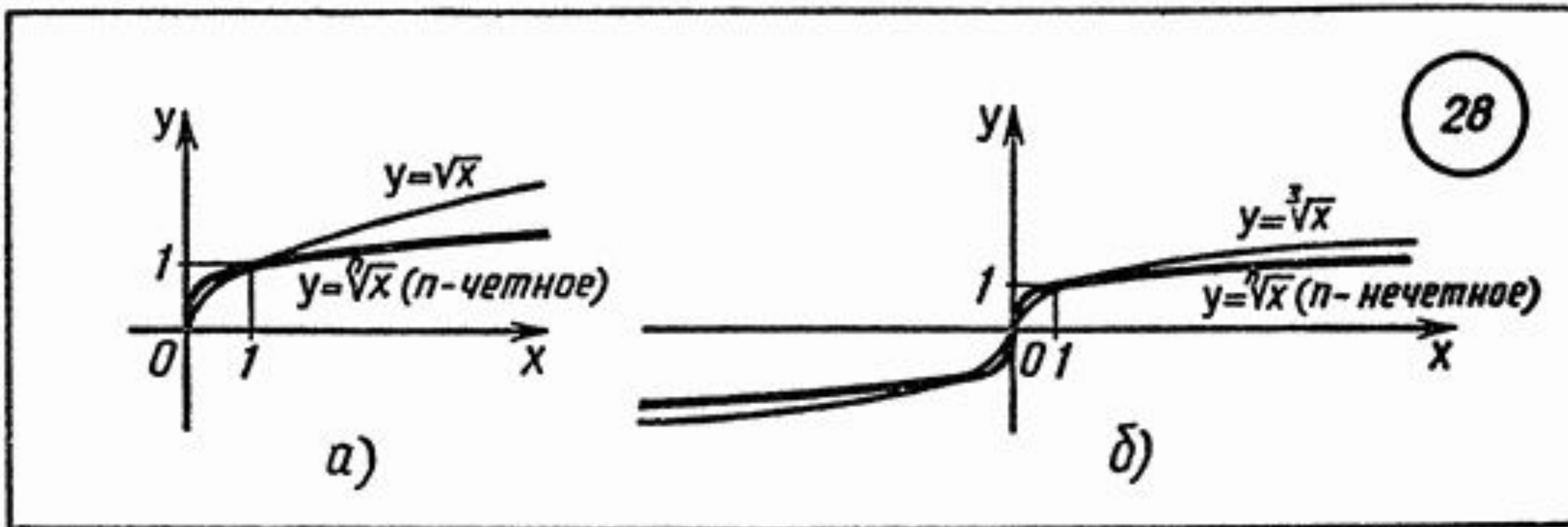
$$\boxed{\sqrt[3]{-125}=\sqrt[3]{(-5)(-5)(-5)}=-5}$$

$$\boxed{\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5\cdot5\cdot5}=5}$$

$$\cancel{\sqrt[4]{16}=4}$$

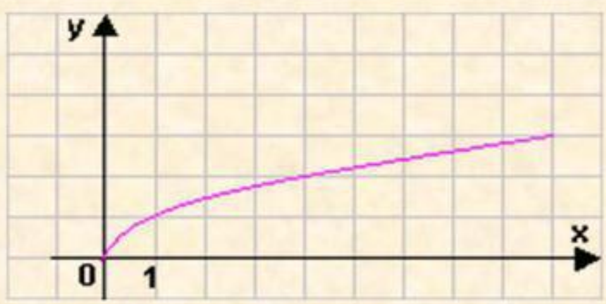
$$\sqrt[4]{16}=\pm2$$

График функции корня с натуральным показателем



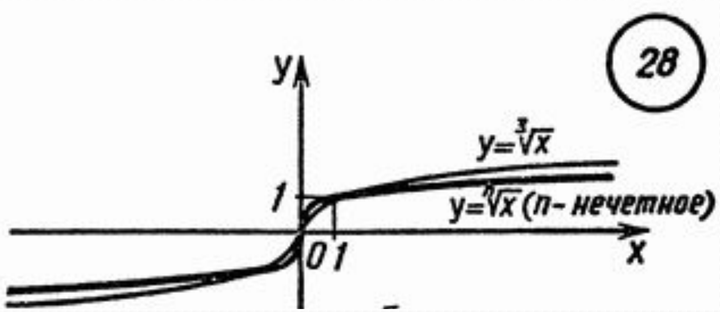
Квадратный корень $y = \sqrt{x}$

График функции – ветвь параболы в первой четверти



Свойства функции

1. $D(f)=[0;+\infty)$
2. $E(f)=[0;+\infty)$
3. Не является ни четной, ни нечетной
4. Возрастает на луче $[0;+\infty)$
5. Ограничена снизу, не ограничена сверху
6. $y_{наим}=0$, $y_{наиб}$ не существует
7. Непрерывна
8. Выпукла вверх



самостоятельно

Свойства корней *n*-степени

1.Корень *n*-степени (*n*=2,3,4,5, …) из произведения неотрицательных чисел равен произведению корней *n*-степени из этих чисел:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

Пример:

$$\sqrt[4]{16 * 81} = \sqrt[4]{16}\sqrt[4]{81} = 2*3=6$$

2. Чтобы извлечь корень из дроби, нужно **извлечь корень из числителя и знаменателя отдельно и первый результат разделить на второй:**

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример:

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

3. Если $a \geq 0$, $n = 2,3,4,5,\ldots$ и k – любое натуральное число, то справедливо равенство:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$

4. Если $a \geq 0$, n и k - натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример:

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[12]{6}$$

5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то *значение корня не изменится:*

$$\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример: $\sqrt[12]{a^8} = \sqrt[3]{a^2}$

6. Чтобы извлечь корень из степени, показатель которой делится на показатель корня, нужно *показатель степени разделить на показатель корня:*

$$\sqrt[p]{a^{kp}} = a^k$$

Пример:

$$\sqrt[3]{a^6} = a^2$$

Приближенные значения корней умели находить еще жители древнего Вавилона около 4 тысяч лет назад. Не имея вычислительных машин, люди применяли формулу, автор которой неизвестен:

$$\sqrt{a} = \sqrt{в^2 + c} \approx в + \frac{c}{2 \times в}$$

Пример:

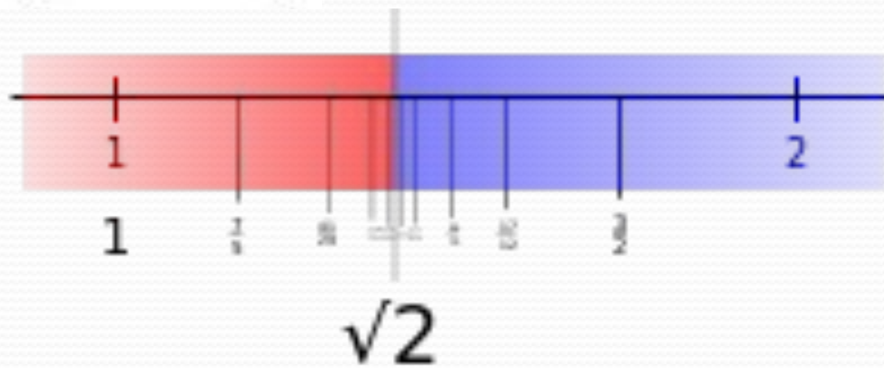
$$\sqrt{18} = \sqrt{16 + 2} \approx 4 + \frac{2}{2 \times 4} = 4{,}25$$

Также можно вычислить приближенное значение квадратного корня пользуясь таблицей квадратов

Единицы / Десятки	0	1	2	3	4	5	6
1	100	121	144	169	196	225	25
2	400	441	484	529	576	625	67
3	900	961	1024	1089	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Пример:

$\sqrt{2} = 1,41421 \ldots$



$\sqrt{3} =$

§ 33. Понятие корня n-й степени из действительного числа

33.1. Назовите подкоренное число и показатель корня:

а) $\sqrt[4]{3}$; б) $\sqrt[7]{5}$; в) $\sqrt{11}$; г) $\sqrt[15]{37}$.

33.2. Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt{361} = 19$; в) $\sqrt[3]{343} = 7$;

б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$.

33.3. Объясните, почему неверно равенство:

а) $\sqrt{25} = -5$; в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$;

б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; г) $\sqrt[4]{625} = -25$.

○**33.4.** Верно ли равенство:

а) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$; в) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2$;

б) $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 3$; г) $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} = 3 - \sqrt{6}$?

Вычислите:

33.5. а) $\sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt[5]{32}$; в) $\sqrt[4]{81}$; г) $\sqrt[3]{64}$.

33.6. а) $\sqrt[3]{0{,}125}$; б) $\sqrt[4]{0{,}0625}$; в) $\sqrt[4]{0{,}0081}$; г) $\sqrt[3]{0{,}027}$.

33.7. а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$; в) $\sqrt{\frac{100}{121}}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$.

33.8. а) $\sqrt[7]{-128}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt[3]{-64}$; г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$.

33.9. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$; в) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$;

б) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$; г) $12 - 6\sqrt[3]{0{,}125}$.

○**33.10.** Найдите отрезок $[n; n+1]$, где $n \in N$, которому принадлежит заданное число:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt[3]{19}$; в) $\sqrt[4]{52}$; г) $\sqrt[3]{63}$.