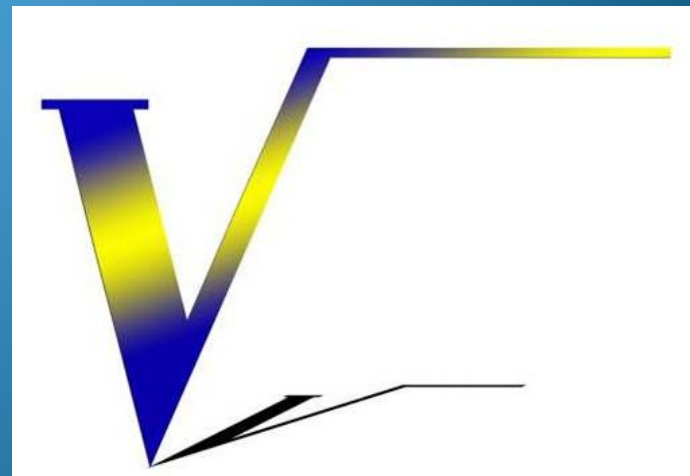


КОРНИ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ ИЗ ЧИСЛА, ИХ СВОЙСТВА.



Цель урока:

- Обеспечение усвоения понятия корня натуральной степени из числа.
- Формирование представлений о свойствах корней и действиях с корнями.
- Формирование умений преобразования корней.



Корнем n – й степени из действительного числа a (n – натуральное число) называют такое действительное число x , при возведении которого в степень n получается число a .

*Это число обозначают: $x = \sqrt[n]{a}$
 a - подкоренное выражение
 n - показатель корня*

Если $a \geq 0$, $n = 2, 3, 4, 5, \dots$, то
1) $\sqrt[n]{a} \geq 0$; 2) $(\sqrt[n]{a})^n = a$;

*Неотрицательное значение корня n –й степени из неотрицательного числа называется **арифметическим корнем**.*

Операция извлечения корня является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень.

<i>Возведение в степень</i>	<i>Извлечение корня</i>
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$
$0,3^4 = 0,0081$	$\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$

*Иногда выражение $\sqrt[n]{a}$ называют **радикалом** от латинского слова **radix** – «корень».*

*Символ $\sqrt{\quad}$ - это стилизованная буква *r*.*

Пример 1:

Вычислить: а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt[3]{0,125}$; в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17}$

Решение:

а) $\sqrt{49} = 7$, так как $7 > 0$ и $7^2 = 49$;

б) $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$, так как $0,5 > 0$ и $0,5^3 = 0,125$;

в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17} \approx 2,03$

Корнем нечётной степени n из отрицательного числа a ($n=3,5,\dots$) называют такое отрицательное число, которое при возведении в степень n даёт в результате число a .

Корень чётной степени имеет смысл (т.е. определён) только для неотрицательного подкоренного выражения; корень нечётной степени имеет смысл для любого подкоренного выражения.

Подобные корни

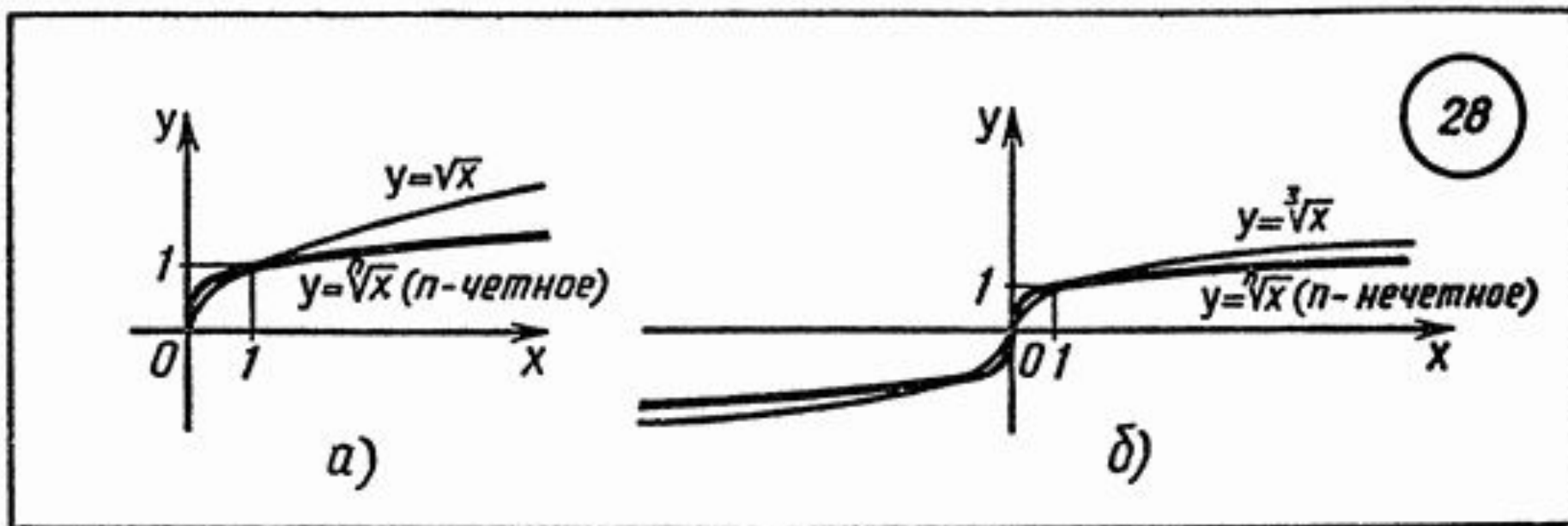
$$\sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{(-5)(-5)(-5)} = -5$$

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5} = 5$$

~~$$\sqrt{16} = 4$$~~

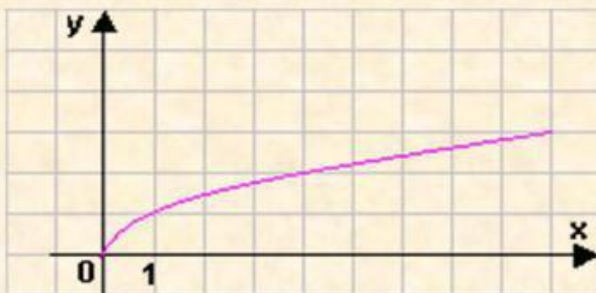
$$\sqrt[4]{16} = \pm 2$$

График функции корня с натуральным показателем



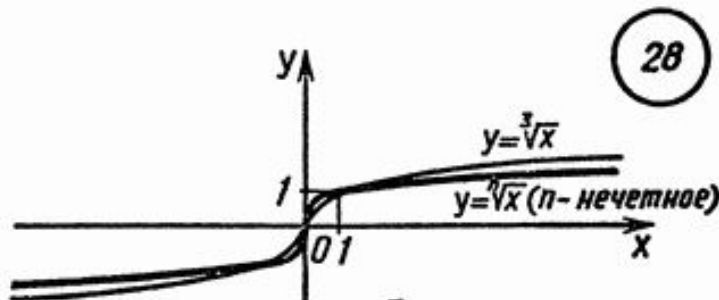
Квадратный корень $y = \sqrt{x}$

График функции – ветвь параболы в первой четверти



Свойства функции

1. $D(f)=[0;+\infty)$
2. $E(f)=[0;+\infty)$
3. Не является ни четной, ни нечетной
4. Возрастает на луче $[0;+\infty)$
5. Ограничена снизу, не ограничена сверху
6. $y_{\text{наим}}=0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует
7. Непрерывна
8. Выпукла вверх



самостоятельно

Свойства корней n -степени

1. Корень n -степени ($n=2,3,4,5, \dots$) из произведения неотрицательных чисел равен **произведению корней n -степени из этих чисел:**

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

Пример:

$$\sqrt[4]{16 * 81} = \sqrt[4]{16} \sqrt[4]{81} = 2 * 3 = 6$$

2. Чтобы извлечь корень из дроби, нужно извлечь корень из числителя и знаменателя отдельно и первый результат разделить на второй:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример:

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

3. Если $a \geq 0$, $n=2,3,4,5,\dots$ и k – любое натуральное число, то справедливо равенство:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример:

$$\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$$

4. Если $a \geq 0$, n и k - натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример:

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[12]{6}$$

5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то *значение корня не изменится*:

$${}^{np}\sqrt{a^{kp}} = {}^n\sqrt{a^k}$$

Пример: ${}^{12}\sqrt{a^8} = {}^3\sqrt{a^2}$

6. Чтобы извлечь корень из степени, показатель которой делится на показатель корня, нужно *показатель степени разделить на показатель корня:*

$$\sqrt[p]{a^{kp}} = a^k$$

Пример:

$$\sqrt[3]{a^6} = a^2$$

Приближенные значения корней умели находить еще жители древнего Вавилона около 4 тысяч лет назад. Не имея вычислительных машин, люди применяли формулу, автор которой неизвестен:

$$\sqrt{a} = \sqrt{b^2 + c} \approx b + \frac{c}{2 \times b}$$

Пример:

$$\sqrt{18} = \sqrt{16 + 2} \approx 4 + \frac{2}{2 \times 4} = 4,25$$

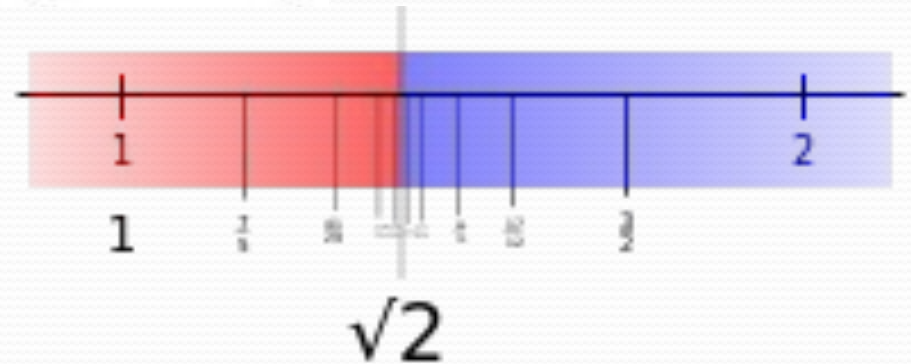
Также можно вычислить приближенное значение квадратного корня пользуясь таблицей квадратов

Единицы \ Десятки	0	1	2	3	4	5	6
1	100	121	144	169	196	225	256
2	400	441	484	529	576	625	676
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296

Пример:

$$\sqrt{2} = 1,41421 \dots$$

$$\sqrt{3} =$$



§ 33. Понятие корня n -й степени из действительного числа

33.1. Назовите подкоренное число и показатель корня:

а) $\sqrt[4]{3}$; б) $\sqrt[7]{5}$; в) $\sqrt{11}$; г) $\sqrt[15]{37}$.

33.2. Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt{361} = 19$; в) $\sqrt[3]{343} = 7$;

б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$.

33.3. Объясните, почему неверно равенство:

а) $\sqrt{25} = -5$; в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$;

б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; г) $\sqrt[4]{625} = -25$.

О33.4. Верно ли равенство:

а) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$; в) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2$;

б) $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 3$; г) $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} = 3 - \sqrt{6}$?

Вычислите:

33.5. а) $\sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt[5]{32}$; в) $\sqrt[4]{81}$; г) $\sqrt[3]{64}$.

33.6. а) $\sqrt[3]{0,125}$; б) $\sqrt[4]{0,0625}$; в) $\sqrt[4]{0,0081}$; г) $\sqrt[3]{0,027}$.

33.7. а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$; в) $\sqrt{\frac{100}{121}}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$.

33.8. а) $\sqrt[7]{-128}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt[3]{-64}$; г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$.

33.9. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$; в) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$;

б) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$; г) $12 - 6\sqrt[3]{0,125}$.

○33.10. Найдите отрезок $[n; n+1]$, где $n \in \mathbb{N}$, которому принадлежит заданное число:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt[3]{19}$; в) $\sqrt[4]{52}$; г) $\sqrt[3]{63}$.