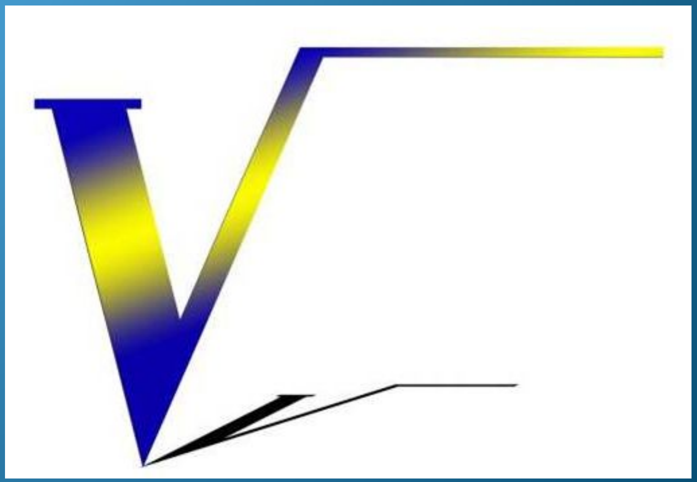
# КОРНИ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ ИЗ ЧИСЛА, ИХ СВОЙСТВА.



# Цель урока:

- Обеспечение усвоения понятия корня натуральной степени из числа.
- Формирование представлений о свойствах корней и действиях с корнями.
- Формирование умений преобразования корней.

***Корнем n – й степени из действительного числа a*** ***(n*** *– натуральное число) называют такое действительное число* ***x****, при возведении которого в степень* ***n*** *получается число* ***a****.*

*Это число обозначают:* $x = \sqrt[n]{a}$

***a - подкоренное выражение***

***n - показатель корня***

***Если a ≥ 0, n = 2,3,4,5,…, то***

***1)*** $\sqrt[n]{a} \geq 0$; ***2)*** $(\sqrt[n]{a})^n = a$;

*Неотрицательное значение корня* ***n*** *–й степени из неотрицательного числа называется* ***арифметическим корнем.***

***Операция извлечения корня является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень.***

| *Возведение в степень* | *Извлечение корня* |
|---|---|
| $5^2 = 25$ | $\sqrt{25} = 5$ |
| $10^3 = 1000$ | $\sqrt[3]{1000} = 10$ |
| $0,3^4 = 0,0081$ | $\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$ |

***Иногда выражение $\sqrt[n]{a}$ называют радикалом от латинского слова radix – «корень».***

***Символ $\sqrt{\phantom{a}}$ - это стилизованная буква r.***

**Пример 1:**

**Вычислить: а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt[3]{0{,}125}$; в) $\sqrt[7]{0}$; г) $\sqrt[4]{17}$**

**Решение:**

а) $\sqrt{49} = 7$, так как $7 > 0$ и $7^2 = 49$;

б) $\sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5$, так как $0{,}5 > 0$ и $0{,}5^3 = 0{,}125$;

в) $\sqrt{0}$; г) $\sqrt[4]{17} \approx 2{,}03$

***Корнем нечётной степени n из отрицательного числа a** (n=3,5,…) называют такое отрицательное число, которое при возведении в степень n даёт в результате число a.*

***Корень чётной степени имеет смысл** (т.е. определён) только для неотрицательного подкоренного выражения; корень нечётной степени имеет смысл д [illegible] подкоренного выражения.*

Подобные корни

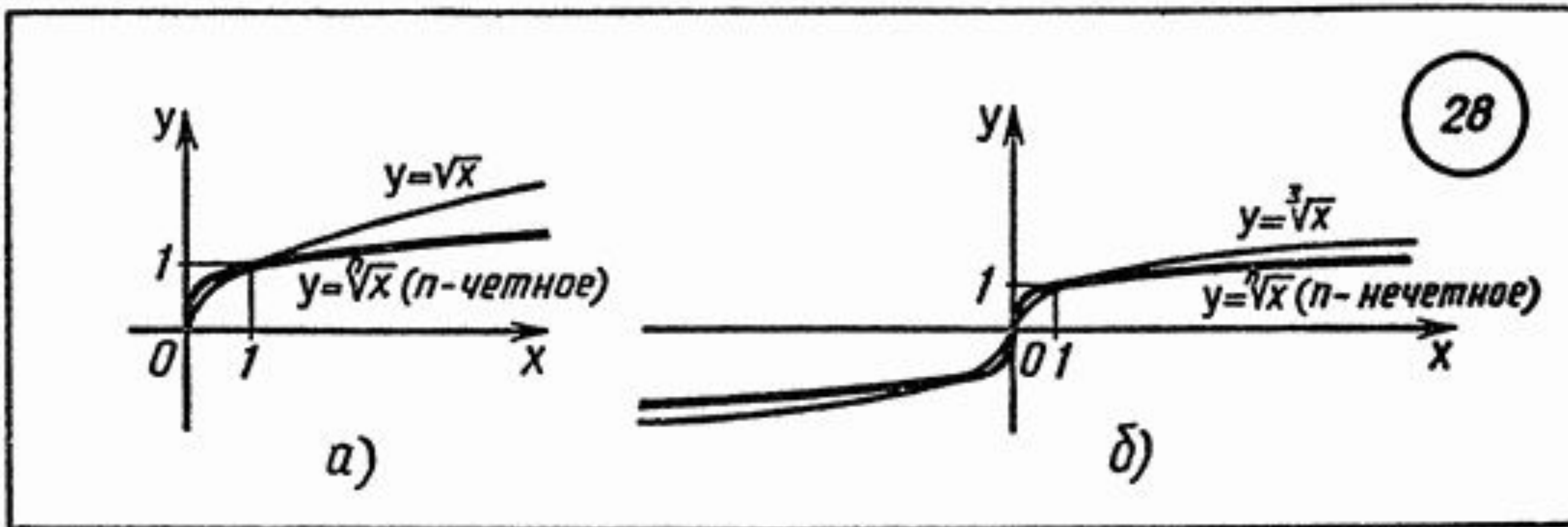
$$\boxed{\sqrt[3]{-125}=\sqrt[3]{(-5)(-5)(-5)}=-5}$$

$$\cancel{\sqrt[4]{16}=4}$$

$$\boxed{\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5\cdot5\cdot5}=5}$$

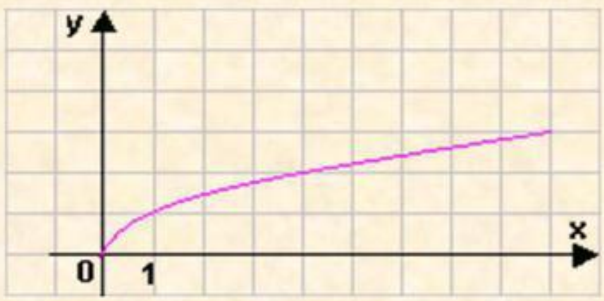
$$\sqrt[4]{16}=\pm2$$

# График функции корня с натуральным показателем



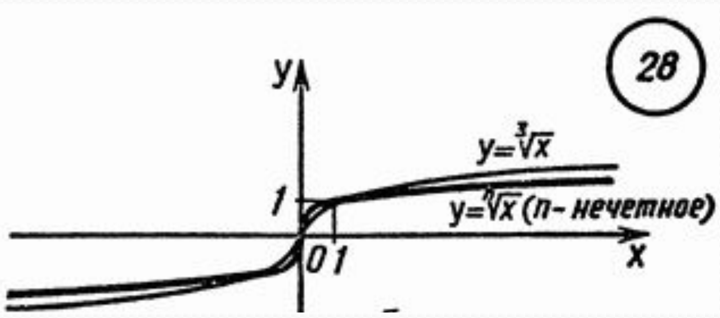
# Квадратный корень $y = \sqrt{x}$

**График функции –** ветвь параболы в первой четверти




**Свойства функции**

1. $D(f)=[0;+\infty)$
2. $E(f)=[0;+\infty)$
3. Не является ни четной, ни нечетной
4. Возрастает на луче $[0;+\infty)$
5. Ограничена снизу, не ограничена сверху
6. $y_{наим}=0$, $y_{наиб}$ не существует
7. Непрерывна
8. Выпукла вверх




**<u>самостоятельно</u>**

# Свойства корней *n*-степени

1.Корень *n*-степени (*n*=2,3,4,5, …) из произведения неотрицательных чисел равен **произведению корней *n*-степени из этих чисел:**

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

**Пример:**

$$\sqrt[4]{16 * 81} = \sqrt[4]{16}\sqrt[4]{81} = 2*3=6$$

**2. Чтобы извлечь корень из дроби, нужно извлечь корень из числителя и знаменателя отдельно и первый результат разделить на второй:**

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

**Пример:** $$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

**3. Если $a \geq 0$, $n=2,3,4,5,\ldots$ и $k$ – любое натуральное число, то справедливо равенство:**

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

**Пример:** $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = \sqrt[3]{5^2}$

4. Если $a \geq 0$, $n$ и $k$ - натуральные числа, большие 1, то справедливо равенство:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример: $$\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[12]{6}$$

**5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то *значение корня не изменится:***

$$\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^{k}}$$

**Пример:** $\sqrt[12]{a^{8}} = \sqrt[3]{a^{2}}$

**6. Чтобы извлечь корень из степени, показатель которой делится на показатель корня, нужно *показатель степени разделить на показатель корня:***

$$\sqrt[p]{a^{kp}} = a^k$$

**Пример:**

$$\sqrt[3]{a^{6}} = a^2$$

**Приближенные значения корней умели находить еще жители древнего Вавилона около 4 тысяч лет назад. Не имея вычислительных машин, люди применяли формулу, автор которой неизвестен:**

$$\sqrt{a} = \sqrt{в^2 + c} \approx в + \frac{c}{2 \times в}$$

***Пример:***

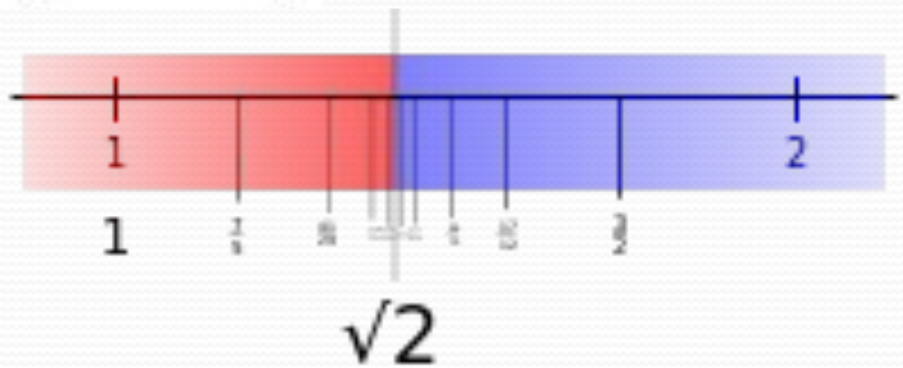
$$\sqrt{18} = \sqrt{16 + 2} \approx 4 + \frac{2}{2 \times 4} = 4{,}25$$

# Также можно вычислить приближенное значение квадратного корня пользуясь таблицей квадратов

| Единицы / Десятки | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 25 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 67 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |

**Пример:**

$$\sqrt{2} = 1,41421\ldots$$




$$\sqrt{3} =$$

## § 33. Понятие корня n-й степени из действительного числа

**33.1.** Назовите подкоренное число и показатель корня:

а) $\sqrt[4]{3}$; б) $\sqrt[7]{5}$; в) $\sqrt{11}$; г) $\sqrt[15]{37}$.

**33.2.** Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt{361} = 19$; в) $\sqrt[3]{343} = 7$;

б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$.

**33.3.** Объясните, почему неверно равенство:

а) $\sqrt{25} = -5$; в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$;

б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; г) $\sqrt[4]{625} = -25$.

○**33.4.** Верно ли равенство:

а) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$; в) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2$;

б) $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 3$; г) $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} = 3 - \sqrt{6}$?

Вычислите:

**33.5.** а) $\sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt[5]{32}$; в) $\sqrt[4]{81}$; г) $\sqrt[3]{64}$.

**33.6.** а) $\sqrt[3]{0,125}$; б) $\sqrt[4]{0,0625}$; в) $\sqrt[4]{0,0081}$; г) $\sqrt[3]{0,027}$.

**33.7.** а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$; в) $\sqrt{\frac{100}{121}}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$.

**33.8.** а) $\sqrt[7]{-128}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt[3]{-64}$; г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$.

**33.9.** Вычислите:

а) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$; в) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$;

б) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$; г) $12 - 6\sqrt[3]{0,125}$.

○**33.10.** Найдите отрезок $[n; n+1]$, где $n \in N$, которому принадлежит заданное число:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt[3]{19}$; в) $\sqrt[4]{52}$; г) $\sqrt[3]{63}$.