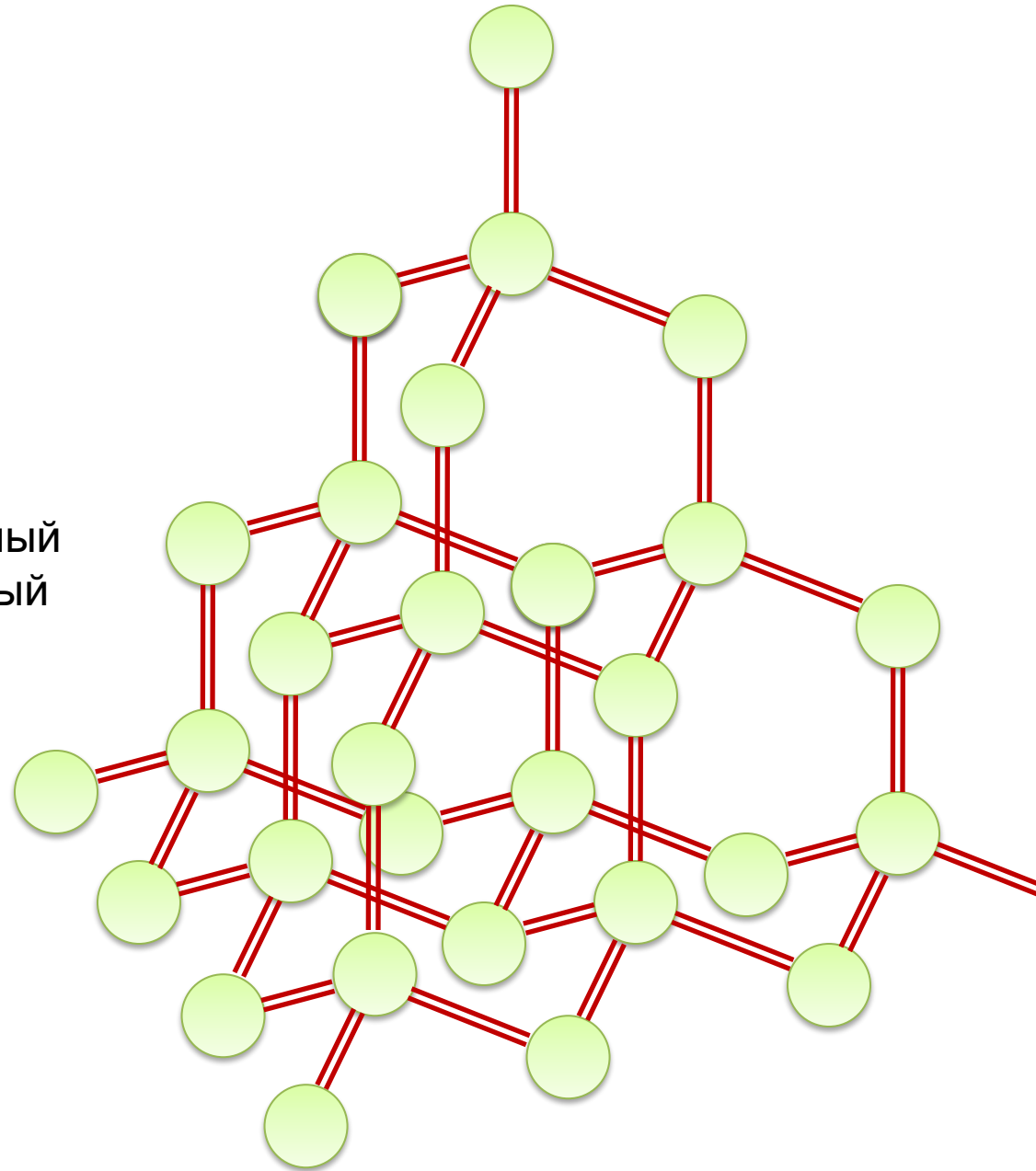
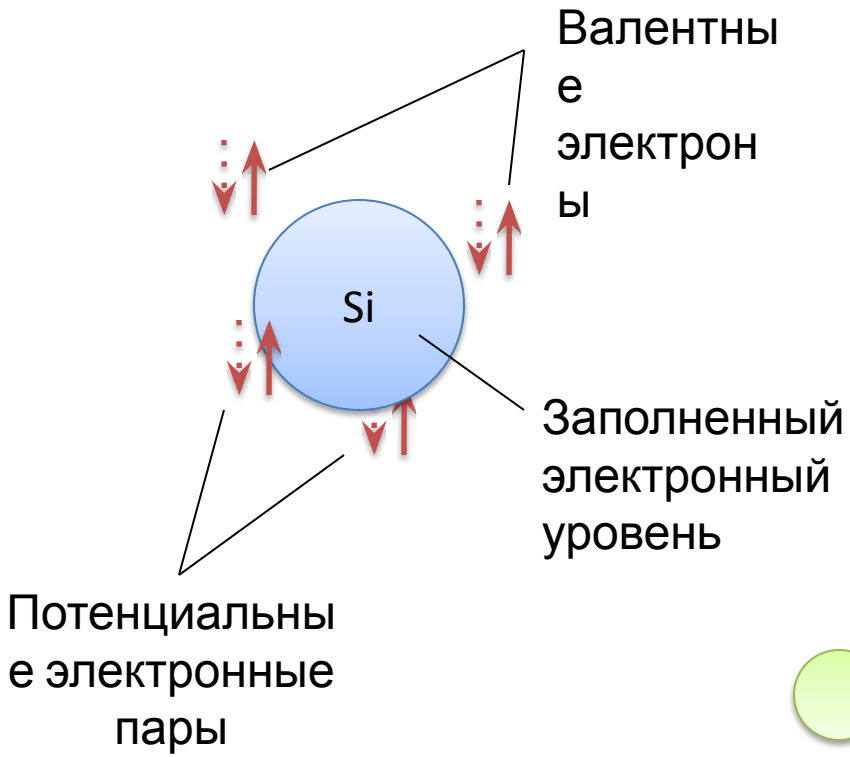




*Курс «Квантовая электроника»*  
**ЧЕТВЕРТАЯ ЛЕКЦИЯ**  
*полупроводник как активная среда*

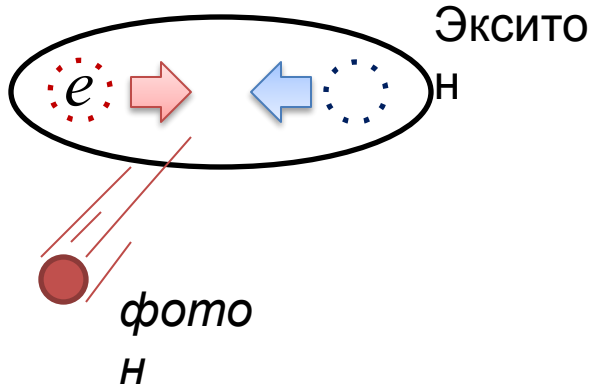
Евгений Николаевич Попов  
н.с. лаб. «волоконная оптика и сенсорика»

# Структура кристалла



# Образование носителей заряда

При рекомбинации электрона и дырки образуется фотон



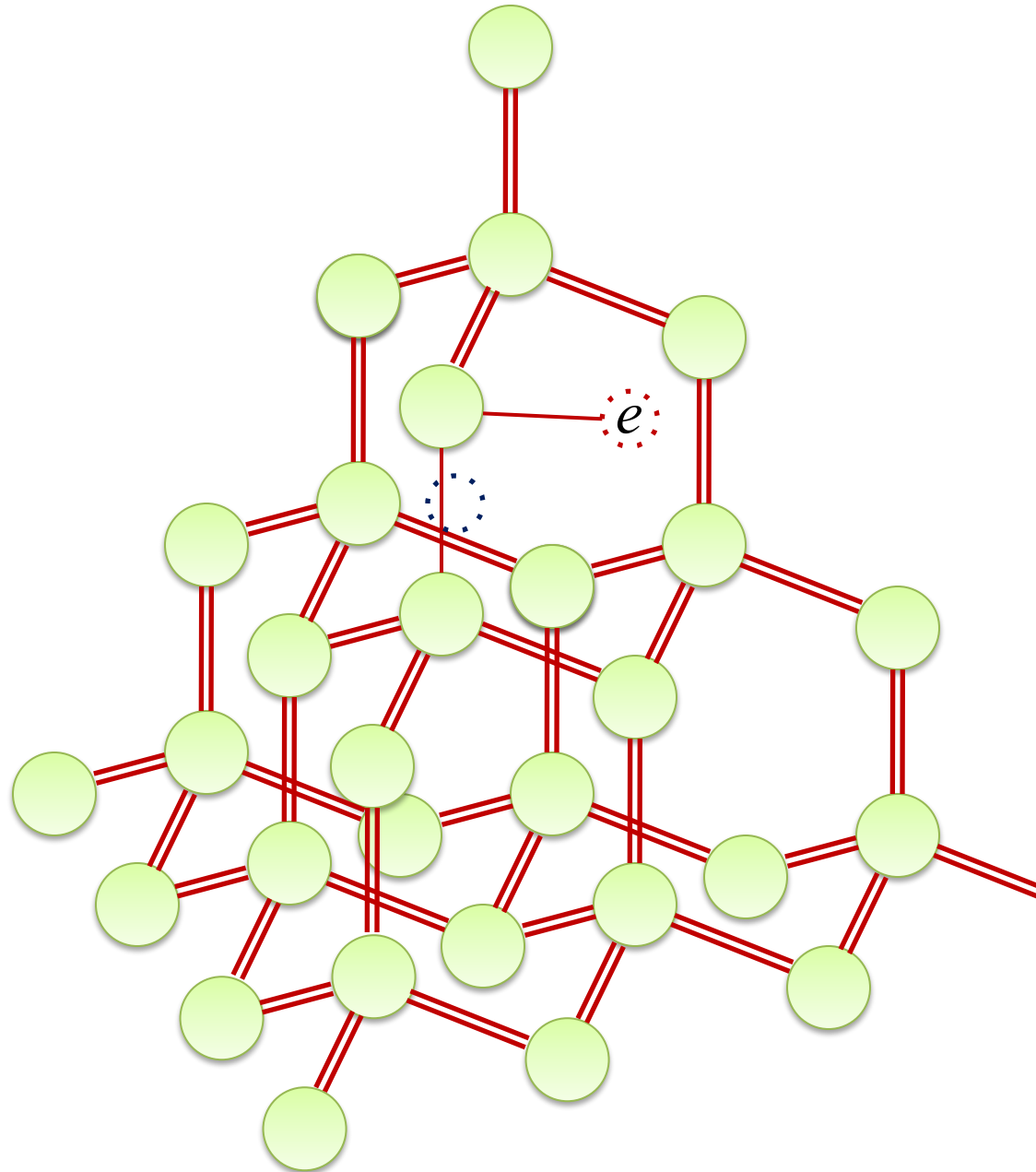
Закон сохранения энергии

$$E_{эл} + E_{\partial} = E_{\phi} = \hbar \omega$$

Закон сохранения

импульса

$$\hbar p_{эл} + \hbar p_{\partial} = \hbar p_{\phi} \approx 0$$



# Периодическая структура

Уравнение

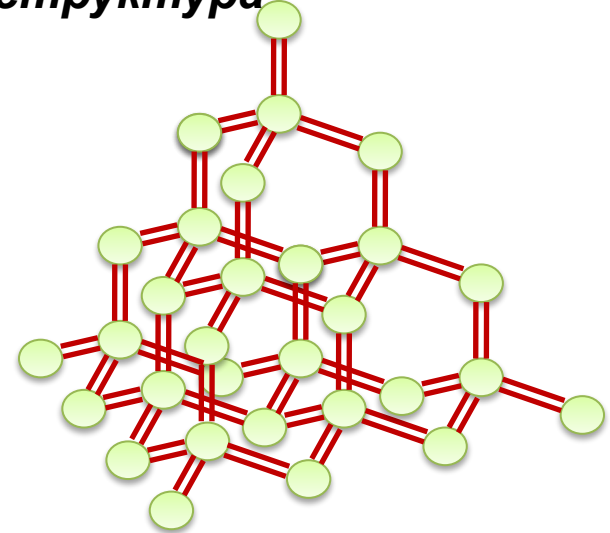
Шрёдингера:

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0$$

Решение в отсутствие  
периодической структуры:

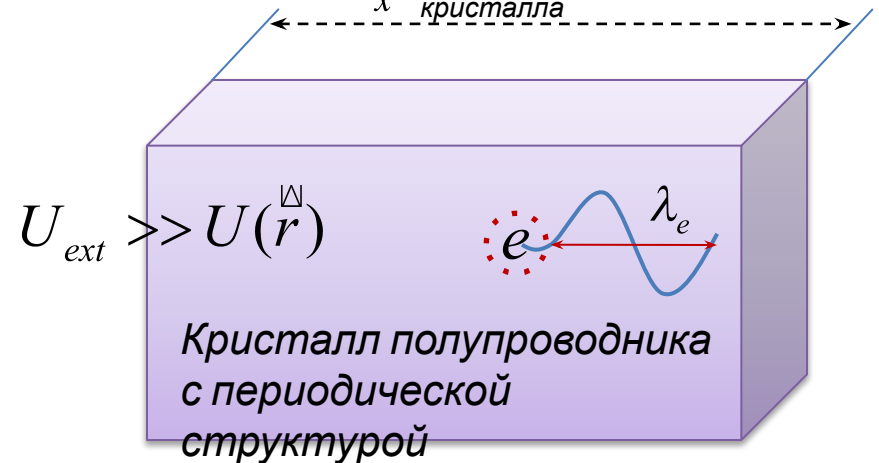
$$\nabla^2 \psi_{fr}(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U_{const}) \psi_{fr}(\mathbf{r}) = 0$$

# Периодическая структура



$U(\mathbf{r}) \sim$  периодическая функция

$L_x$  Характерный размер кристалла



# Периодическая структура

Уравнение Шрёдингера:

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0$$

Решение в отсутствие периодической структуры:

$$\nabla^2 \psi_{fr}(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U_{const}) \psi_{fr}(\mathbf{r}) = 0$$

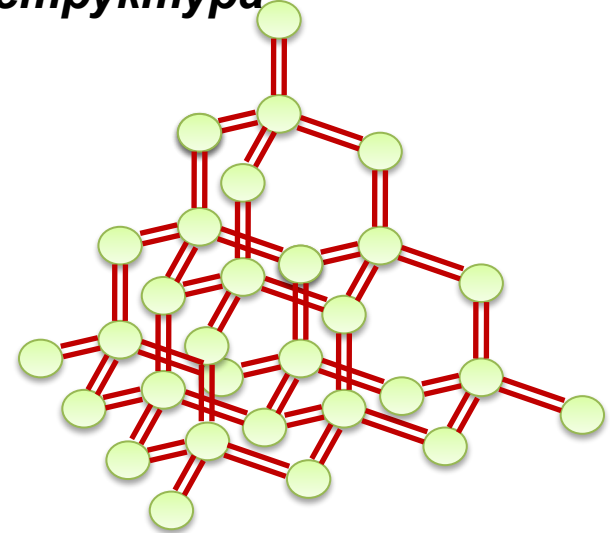
$$\psi_{fr,k}(\mathbf{r}) = C e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

Решение для периодической структуры:

$$\psi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) \cdot e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad \text{Волновая функция Блоха}$$

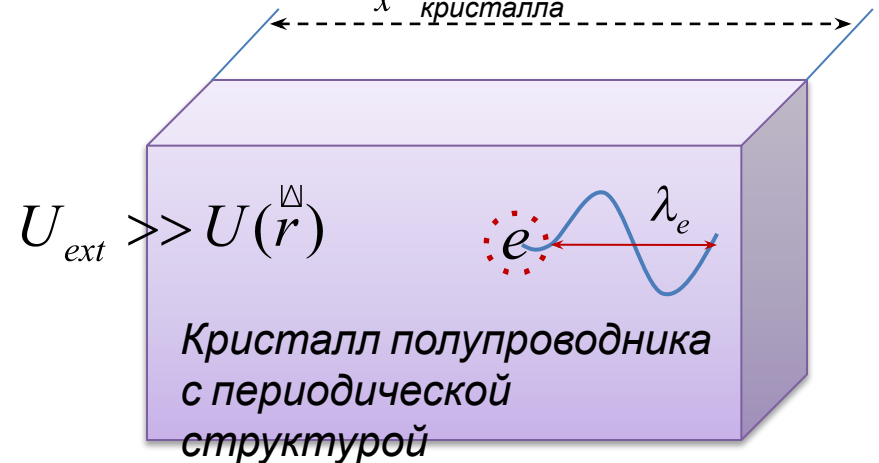
$$u_k(\mathbf{r}) - \text{Периодическая функция}$$

# Периодическая структура



$U(\mathbf{r}) \sim$  периодическая функция

$L_x$  Характерный размер кристалла

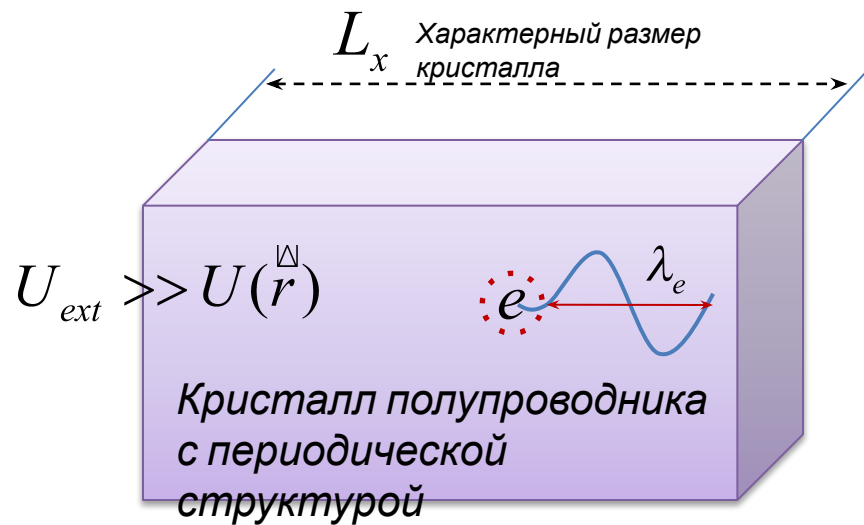


Волновой вектор  $k$

Блоховская волновая

функция:

$$\psi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) \cdot \exp\{ik_x x + ik_y y + ik_z z\}$$



Волновой вектор  $k$

$$k_x L_x = 2\pi \cdot n_x$$

$$k_y L_y = 2\pi \cdot n_y$$

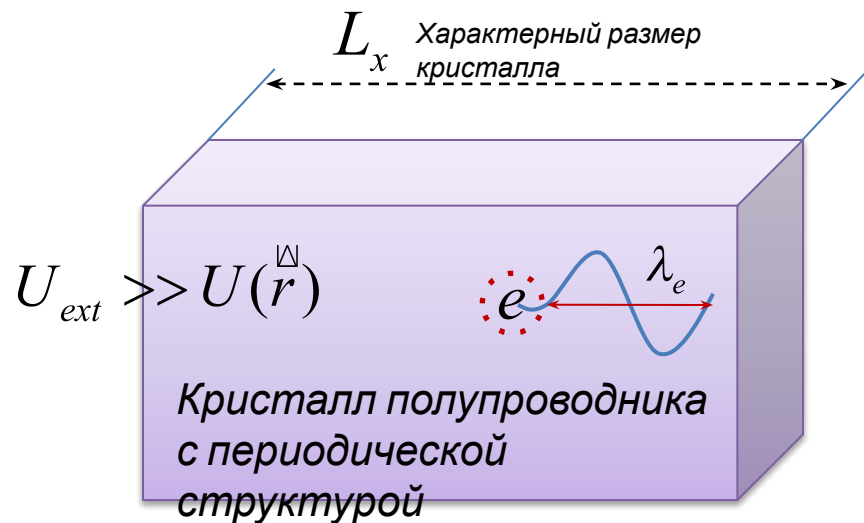
$$k_z L_z = 2\pi \cdot n_z$$

Блоховская волновая

функция:

$$\psi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) \cdot \exp\{ik_x x + ik_y y + ik_z z\}$$

Целые  
числа



Волновой вектор  $k$

Блоховская волновая

Функция:

$$\psi_k(r) = u_k(r) \cdot \exp\{ik_x x + ik_y y + ik_z z\}$$

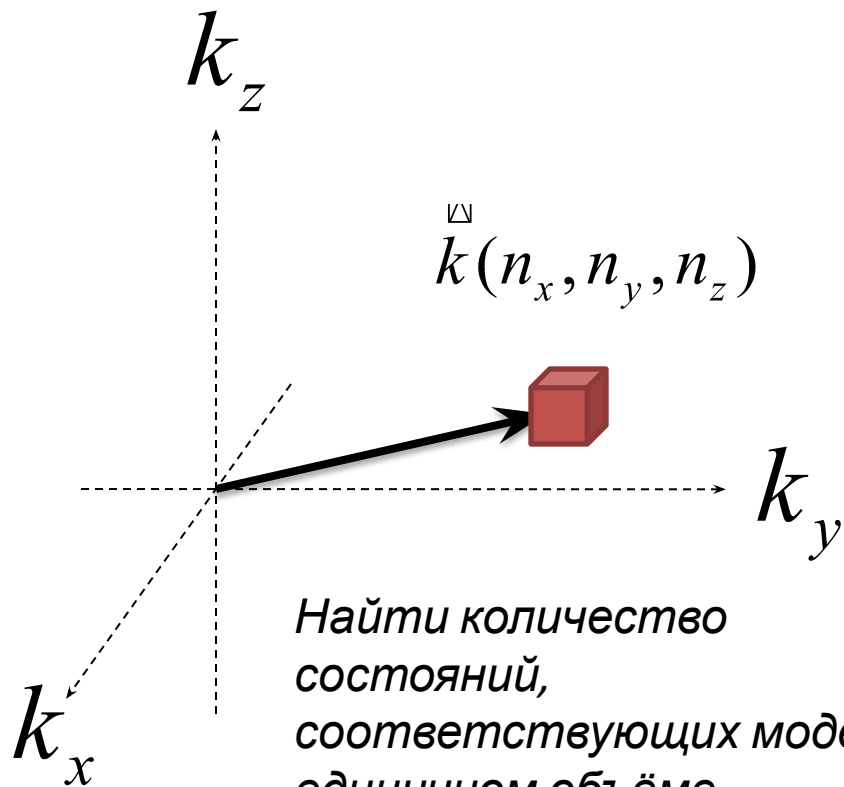
$$k_x L_x = 2\pi \cdot n_x$$

$$k_y L_y = 2\pi \cdot n_y$$

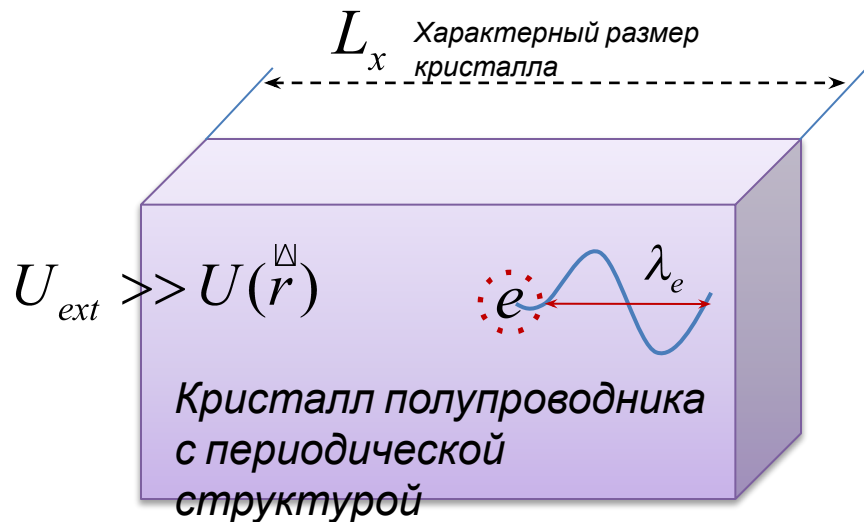
$$k_z L_z = 2\pi \cdot n_z$$

Целые  
числа

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L_x} n_x \vec{x} + \frac{2\pi}{L_y} n_y \vec{y} + \frac{2\pi}{L_z} n_z \vec{z}$$



Найти количество состояний, соответствующих моде  $k$  в единичном объёме





Волновой вектор  $k$

Блоховская волновая

Функция:

$$\psi_k(r) = u_k(r) \cdot \exp\{ik_x x + ik_y y + ik_z z\}$$

$$k_x L_x = 2\pi \cdot n_x$$

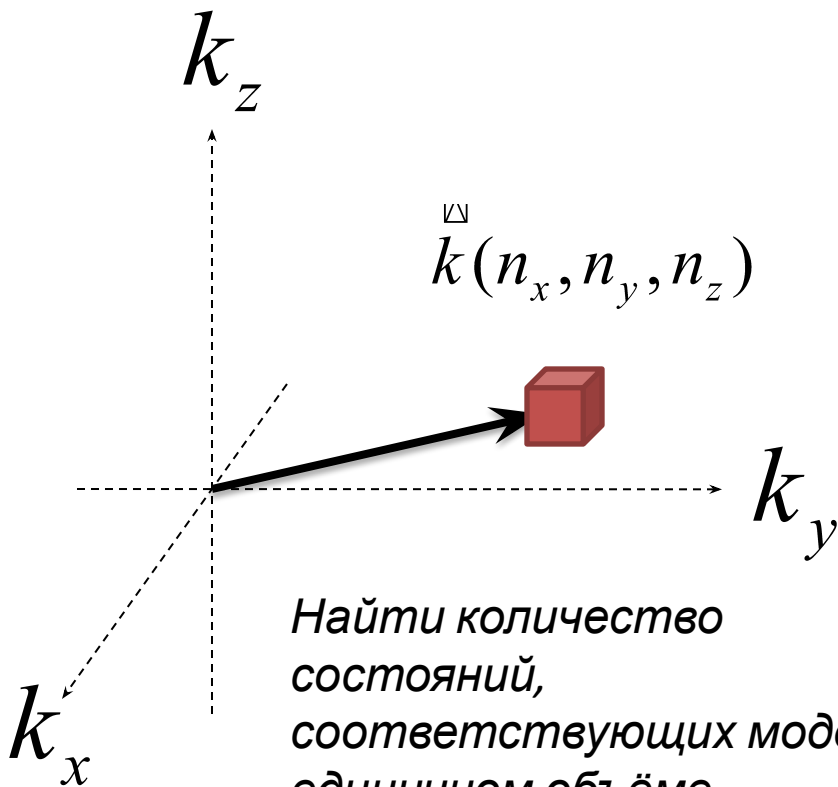
$$k_y L_y = 2\pi \cdot n_y$$

$$k_z L_z = 2\pi \cdot n_z$$

Целые  
числа

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{L_x} n_x \vec{x} + \frac{2\pi}{L_y} n_y \vec{y} + \frac{2\pi}{L_z} n_z \vec{z}$$

$$\vec{k}(n_x, n_y, n_z)$$



$$\rho(k) = \left(\frac{k}{\pi}\right)^2$$

$$k^2 \sim E$$

# Движение электрона в полупроводнике

Электронный волновой пакет:

$$\psi_{эл}(\mathbf{r}) = \int a(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3k$$

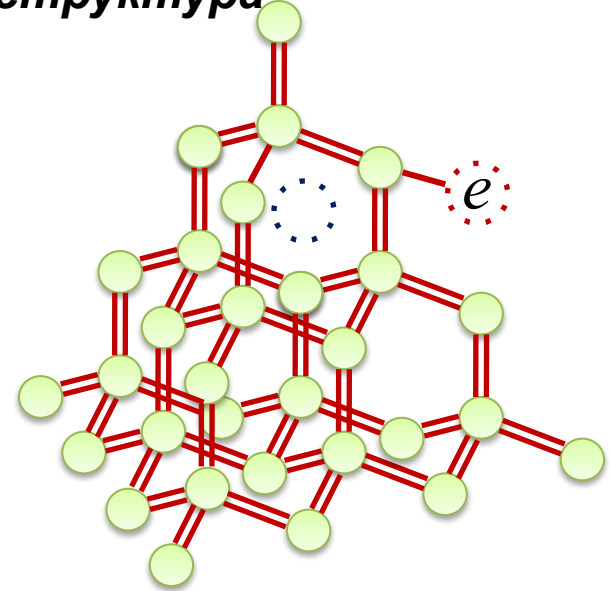
$$E \rightarrow E(\mathbf{k})$$

При  $\mathbf{k}$   
малом:  
 $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim u_0(\mathbf{r})$

$$\psi_{эл}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \int a(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3k$$

$$\psi_{эл}(\mathbf{r}) = u_0(\mathbf{r}) F(\mathbf{r})$$

Периодическая  
структура



Огибающая

функция:

$$F(\mathbf{r}) = \int a(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3k$$

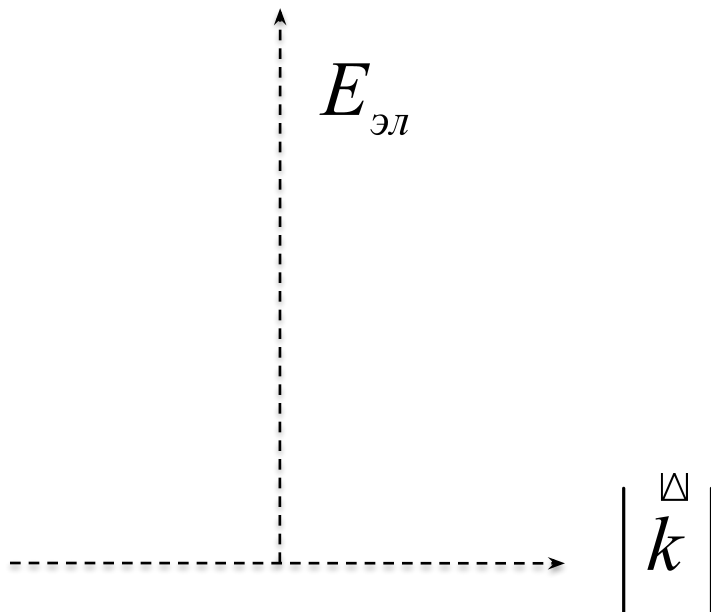
# Движение электрона в полупроводнике

Электронный волновой пакет:

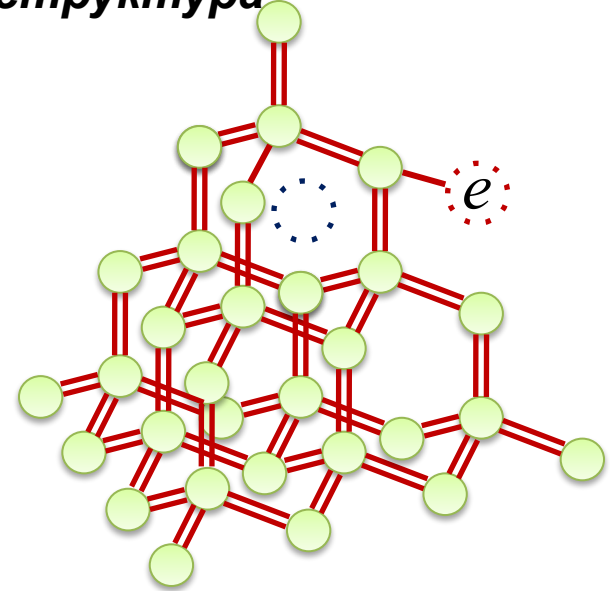
$$\psi_{эл}(\mathbf{r}) = \int a(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d k_x d k_y d k_z$$

$$E \rightarrow E(\mathbf{k})$$

При  $\mathbf{k}$  малом:  
 $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim u_0(\mathbf{r})$



## Периодическая структура



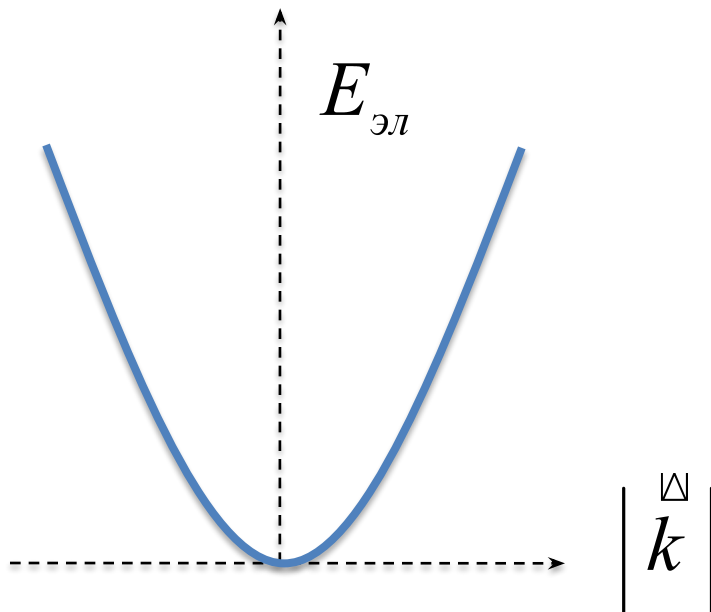
# Движение электрона в полупроводнике

Электронный волновой пакет:

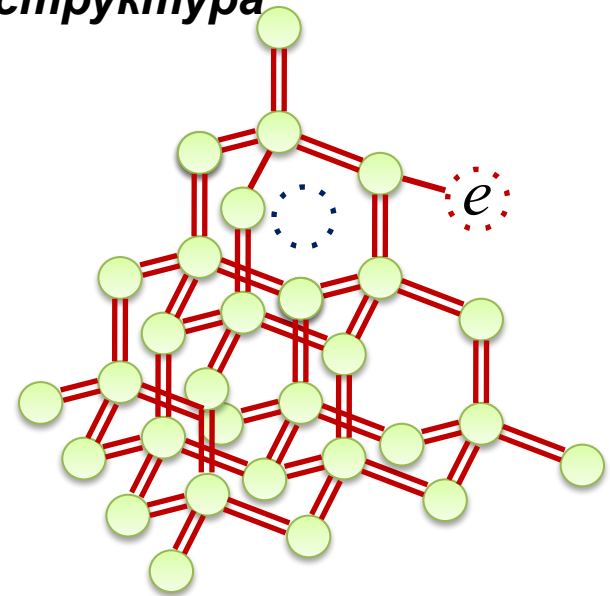
$$\psi_{эл}(\mathbf{r}) = \int a(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d k_x d k_y d k_z$$

$$E \rightarrow E(\mathbf{k})$$

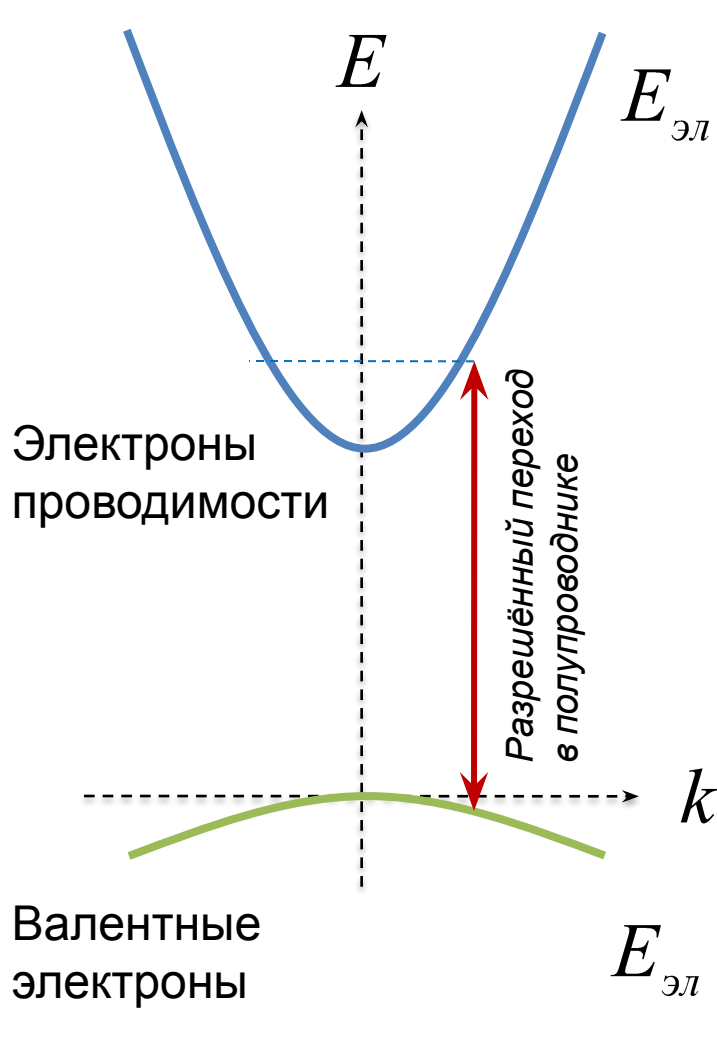
При  $\mathbf{k}$  малом:  
 $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim u_0(\mathbf{r})$



## Периодическая структура



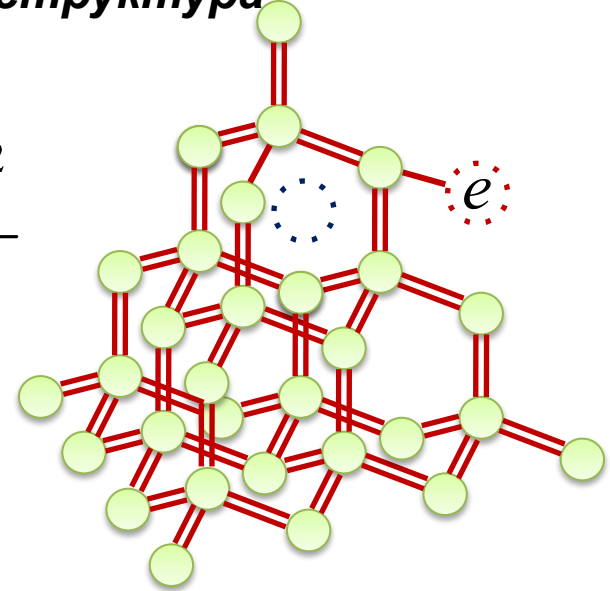
# Схема переходов в полупроводнике



$$E_{эл} = U_{33} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}$$

$$E_{эл} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}$$

## Периодическая структура



Закон сохранения энергии

$$E_{эл} + E_{\partial} = E_{\phi} = \hbar \omega$$

Закон сохранения импульса

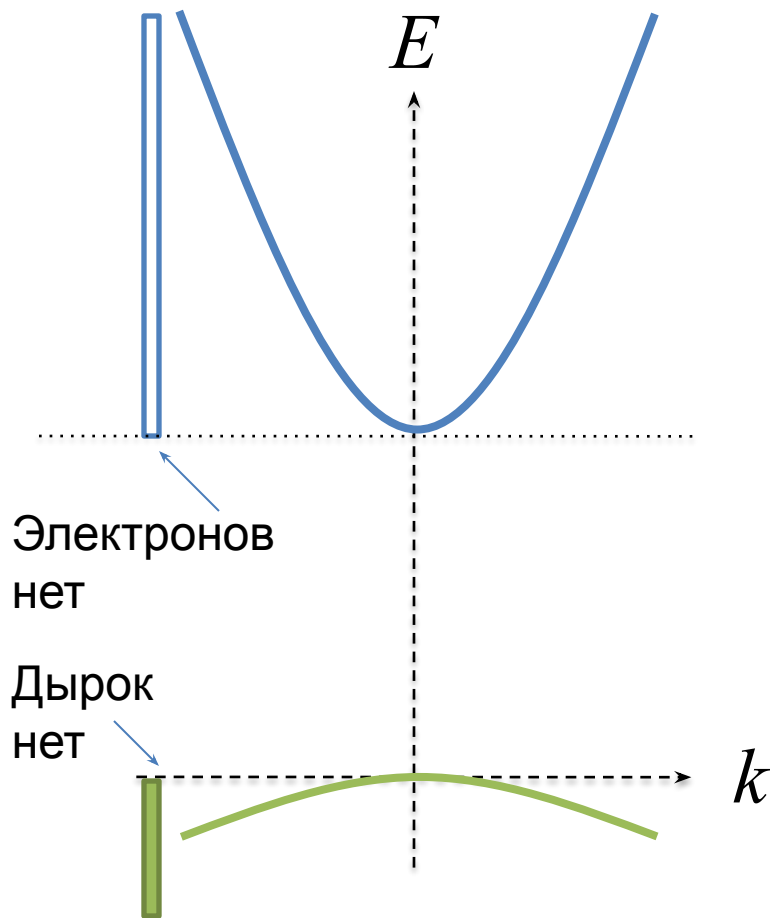
$$p_{эл} + p_{\partial} = p_{\phi} \approx 0$$

# Принцип заполнения зоны проводимости

Распределение  
электронов  
подчиняется  
статистике Ферми-  
Дирака

$$f(E) = \frac{1}{e^{E_F/kT} + 1}, \quad E_F = E - F$$

Абсолютный  
холод:



Присутствует  
тепло

