

# Лекция 1.13\*. Упругие свойства среды.

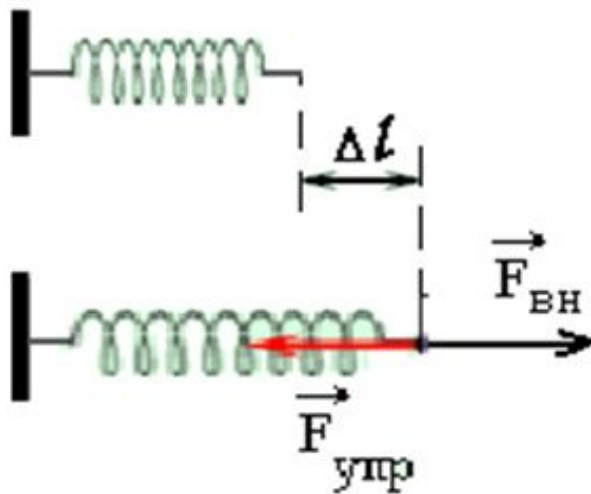
(тема для самостоятельного изучения)

- Закон Гука для растяжения-сжатия ТТ (2,3,4)
- Закон Гука в дифференциальной форме (5)
- Поперечные эффекты при деформации (6)
- Упругая и пластическая деформация (7,8)
- Механическое последствие (9, 10)
- Деформация сдвига (11,12,13)

**ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ ВОЛНЫ ЗАВИСИТ ТОЛЬКО ОТ  
СВОЙСТВ  
СРЕДЫ, В КОТОРОЙ ЭТА ВОЛНА  
РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ**

Рассмотрим деформацию твердых тел, и в особенности упругую, виды деформации и энергию упругой деформации, чтобы снова вернуться в волновому движению и к энергии упругих волн.

# Деформация пружины



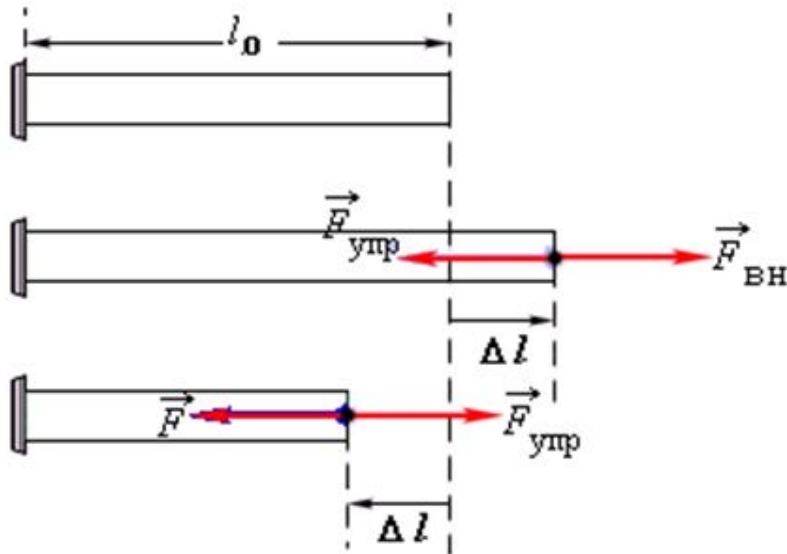
Растяжение или сжатие пружины:

$$\mathbf{F}_{\text{упр}} = - \mathbf{F}_{\text{вн}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{упр}} = - k \Delta l$$

Это закон Гука, справедливый при малых деформациях.

# Закон Гука для растяжения-сжатия ТТ



То же для деформации растяжения-сжатия ТТ.

Величина  $\Delta l$  ( $>0$  при растяжении и  $<0$  при сжатии) наз. *абсолютным удлинением*.

При этом:  $\Delta l \sim F$ ,  $l_0$  и  $1/S$  ( $S$  – площадь поперечного сечения образца).

К-нт пропорциональности

зависит от вещества деформируемого тела.

$$\Delta l = (1/E) l_0 (F/S)$$

$F/S = \sigma$  – *нормальное (сила  $\perp$  сечению) механическое напряжение*,  $[\sigma] = \text{Н/м}^2 = \text{Па}$ .

Величина  $E$  характеризует вещество и состояние, в кот. оно находится, и наз. *модулем упругости 1 рода, или модулем Юнга*,  $[E] = [\sigma] = \text{Па}$ .

# Закон Гука в дифференциальной форме

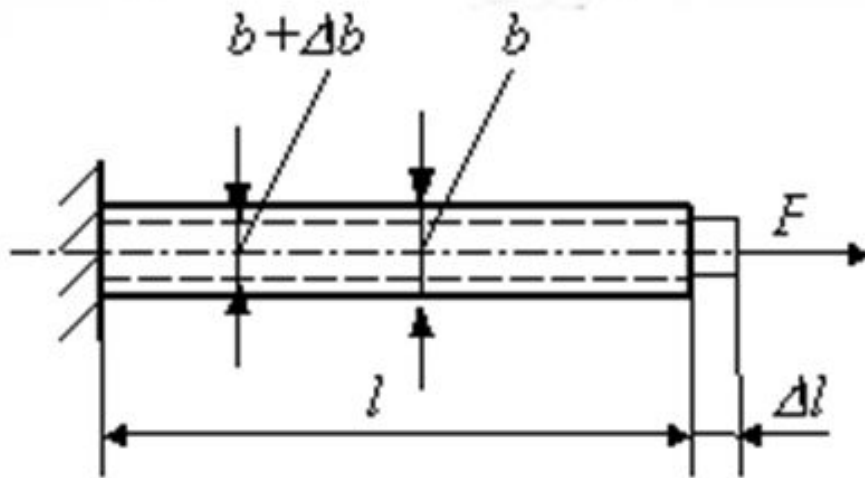
Обозначение  $\varepsilon = \Delta l / l_0$  – *относительное удлинение* (относительная деформация)  $\Rightarrow$  *закон Гука в дифференциальной форме:*

$$\varepsilon = \sigma / E$$

Значения модуля Юнга: от  $10^{10}$  -  $10^{12}$  Па для жестких тел (напр., металлы) до  $10^6$  –  $10^7$  Па для эластичных (резина).

Закон Гука действует для  $\varepsilon \lesssim 10^{-3}$

# Поперечные эффекты при деформации



Растяжение или сжатие тела  $\Rightarrow$  изменение его поперечных размеров - при растяжении на  $\Delta l$  поперечный размер  $b$   $\downarrow$  на  $\Delta b$ :

$$\Delta b/b = - \mu \varepsilon$$

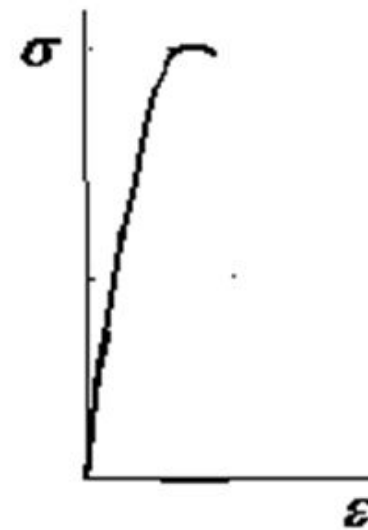
Безразмерная величина  $\mu$  наз. *коэффициентом Пуассона*. Значение  $\mu$  несколько менее  $1/2$ ,  $\mu = 1/2$  соответствует неизменному объему при деформации.

# Упругая деформация

При  $\varepsilon > 0.1\%$  ( $\sigma > 10^8$  Па) наблюдаются отклонения от закона Гука. Зак. Г. действует до значения  $\sigma_{пц}$ , наз-мого *пределом пропорциональности*. При  $\sigma < \sigma_{пц}$  деформация *упругая*, т.е. размеры тела возвращаются к исходному значению после снятия напряжения.



пластичные



хрупкие

# Отклонения от закона Гука. Пластическая деформация.

При  $\sigma > \sigma_{пц}$  появляется *пластическая деформация* – нагрузка снята, а размеры тела восстанавливаются не полностью.

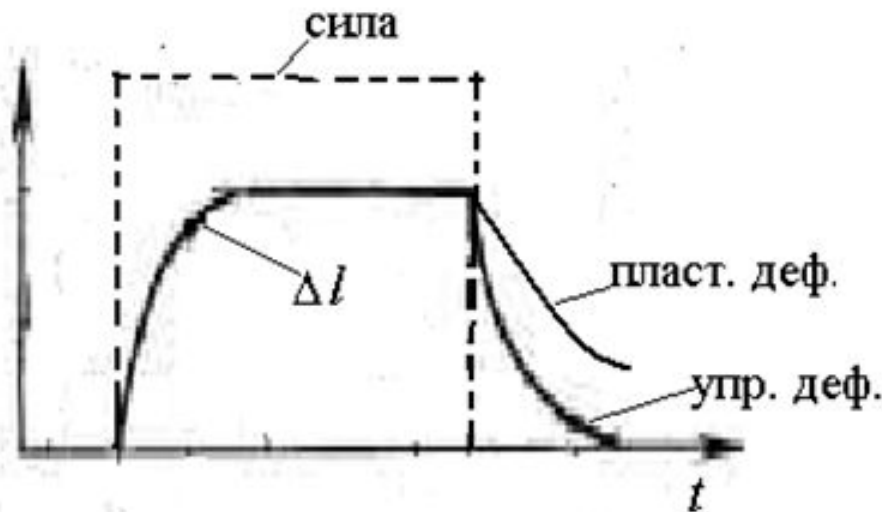
При дальнейшем  $\uparrow \sigma$  до *предела текучести*  $\sigma_T$  начинается *текучесть* материала, т.е. рост деформации без заметного увеличения  $\sigma$ .

По окончании этого участка дальнейшее  $\uparrow \varepsilon$  снова требует  $\uparrow \sigma$ , но уже с другим наклоном. Этот участок заканчивается при *пределе прочности*  $\sigma_{пр}$  разрушением образца.

Такой вид диаграммы растяжения характерен для *пластичных* материалов. Для *хрупких* материалов разрушение происходит при меньших деформациях, сразу за пределом пропорциональности.



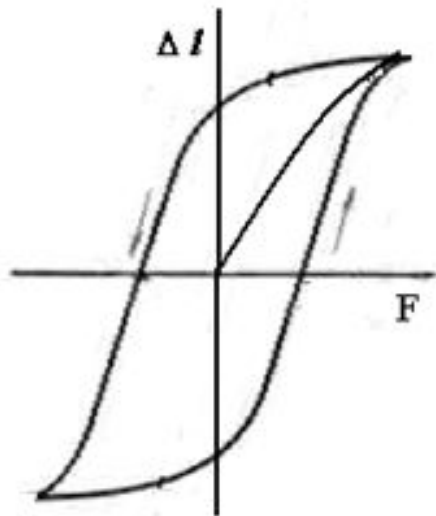
# Механическое последствие



Другое отклонение - механическое последствие. Деформация требует времени и запаздывает по отношению к нагружающей силе.

Кроме того, после снятия нагрузки может быть остаточная пластическая деформация.

# Упругий (квазиупругий) гистерезис



При циклической переменной нагрузке наблюдается *петля гистерезиса*. Она есть и при пластической, и при упругой (в меньшей степени) деформации. Площадь внутри петли гистерезиса равна работе внешней нагружающей силы за один цикл деформации, эта работа превращается в теплоту, кот. выделяется в деформируемом теле. Это явление хорошо известно по нагреванию многократно изгибаемой проволоки.

# Деформация сдвига

Второй основной тип деформации - *сдвиг*.

Закон Гука для сдвига:

$$\Delta \sim F (b/l d) = (F/l d) b$$

$l d = S$  - площадь основания бруска, а величина  $F/S = \tau$  наз.

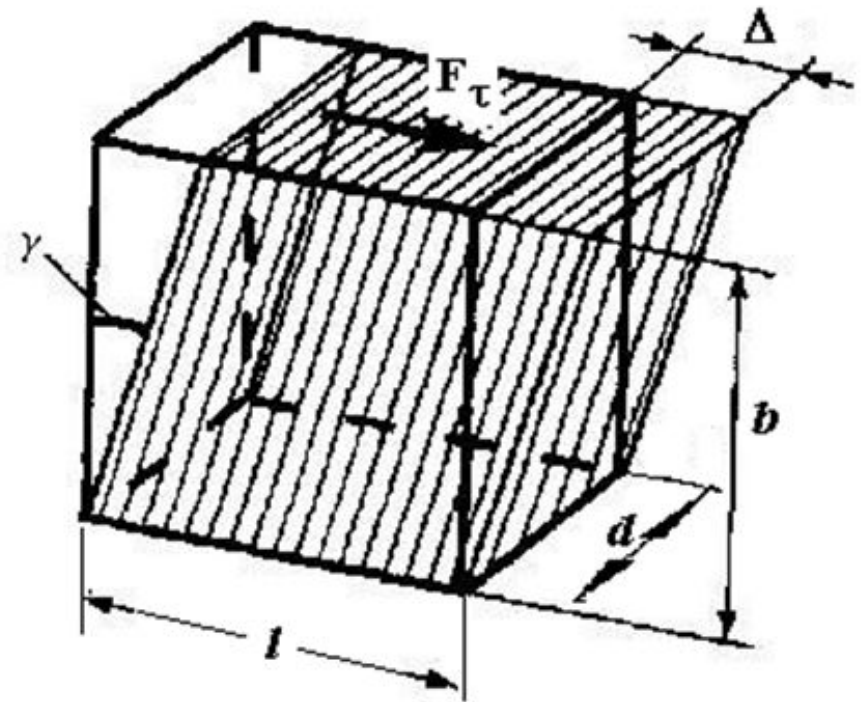
*тангенциальным механическим напряжением* (сила направлена вдоль сечения).

По аналогии с законом Гука для растяжения-сжатия:

модуль упругости 2 рода (модуль сдвига)  $G$ ,

характеризующий материал деформируемого тела, то:

$$\Delta = (1/G) (F/S) b$$



# Закон Гука для сдвига

Безразмерное отношение  $\Delta/b \rightarrow$  угол сдвига  $\gamma$ :

$$\Delta/b = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$$

Это аналог относительного удлинения.

Закон Гука в дифференциальной форме для сдвига:

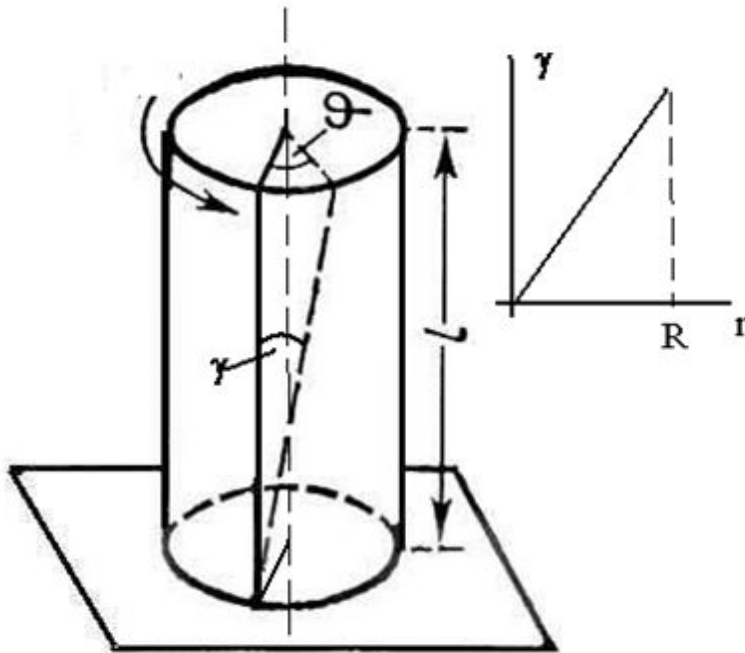
$$\gamma = \tau/G$$

$[\tau] = [G] = \text{Па}$ , а значения  $G \approx (0.3-0.5)E$ .

Можно определить объемную плотность упругой энергии для сдвига:

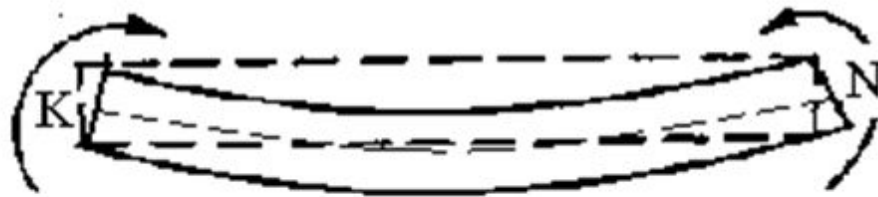
$$W_{\text{упр}} = \frac{1}{2}G \gamma^2 = \frac{1}{2} \tau^2/G = \frac{1}{2} \gamma \tau$$

# Сложные виды деформации



Кручение – неоднородный сдвиг.

Каждый элемент стержня испытывает сдвиг, а угол сдвига  $\gamma$  возрастает от оси стержня к его поверхности.



Изгиб – неоднородное растяжение-сжатие, часть стержня выше нейтральной плоскости  $KN$  сжата, а ниже – растянута. Деформация возрастает по мере удаления от

нейтральной плоскости.