

Лекция 1.13*. Упругие свойства среды.

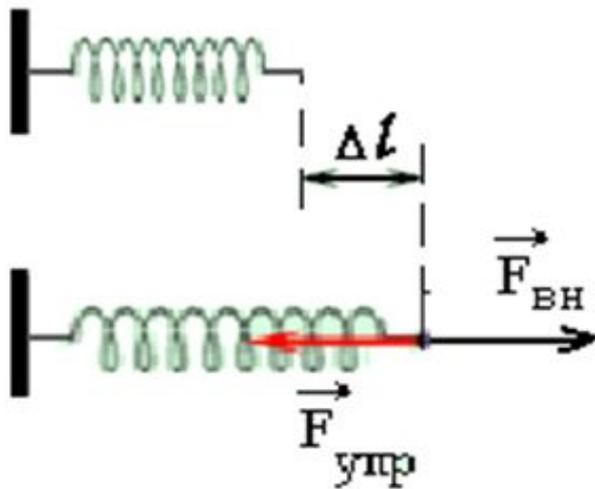
(тема для самостоятельного изучения)

- Закон Гука для растяжения-сжатия ТТ (2,3,4)
- Закон Гука в дифференциальной форме (5)
- Поперечные эффекты при деформации (6)
- Упругая и пластическая деформация (7,8)
- Механическое последствие (9, 10)
- Деформация сдвига (11,12,13)

**ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ ВОЛНЫ ЗАВИСИТ ТОЛЬКО ОТ
СВОЙСТВ
СРЕДЫ, В КОТОРОЙ ЭТА ВОЛНА
РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ**

Рассмотрим деформацию твердых тел, и в особенности упругую, виды деформации и энергию упругой деформации, чтобы снова вернуться в волновому движению и к энергии упругих волн.

Деформация пружины



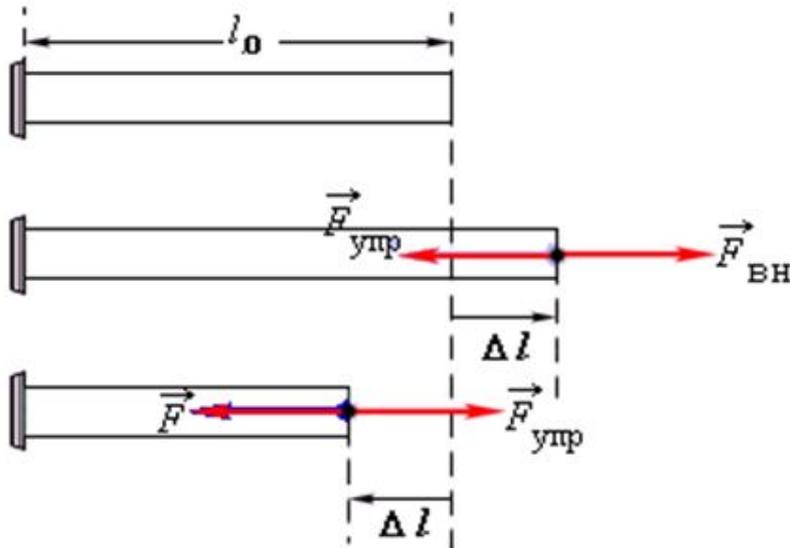
Растяжение или сжатие пружины:

$$\mathbf{F}_{\text{упр}} = - \mathbf{F}_{\text{вн}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{упр}} = - k \Delta l$$

Это закон Гука, справедливый при малых деформациях.

Закон Гука для растяжения-сжатия ТТ



То же для деформации растяжения-сжатия ТТ.

Величина Δl (>0 при растяжении и <0 при сжатии) наз. *абсолютным удлинением*.

При этом: $\Delta l \sim F$, l_0 и $1/S$ (S – площадь поперечного сечения образца).

К-нт пропорциональности

зависит от вещества деформируемого тела.

$$\Delta l = (1/E) l_0 (F/S)$$

$F/S = \sigma$ – *нормальное (сила \perp сечению) механическое напряжение*, $[\sigma] = \text{Н/м}^2 = \text{Па}$.

Величина E характеризует вещество и состояние, в кот. оно находится, и наз. *модулем упругости 1 рода, или модулем Юнга*, $[E] = [\sigma] = \text{Па}$.

Закон Гука в дифференциальной форме

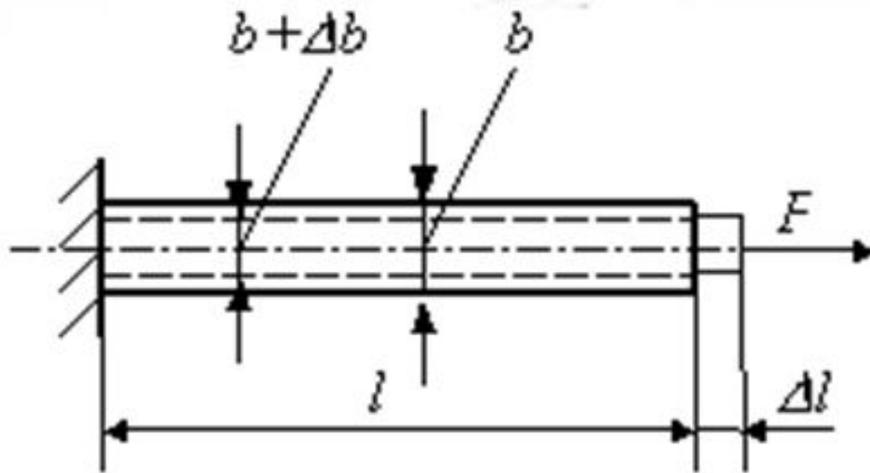
Обозначение $\varepsilon = \Delta l / l_0$ – *относительное удлинение* (относительная деформация) \Rightarrow
закон Гука в дифференциальной форме:

$$\varepsilon = \sigma / E$$

Значения модуля Юнга: от 10^{10} - 10^{12} Па для жестких тел (напр., металлы) до 10^6 – 10^7 Па для эластичных (резина).

Закон Гука действует для $\varepsilon \lesssim 10^{-3}$

Поперечные эффекты при деформации



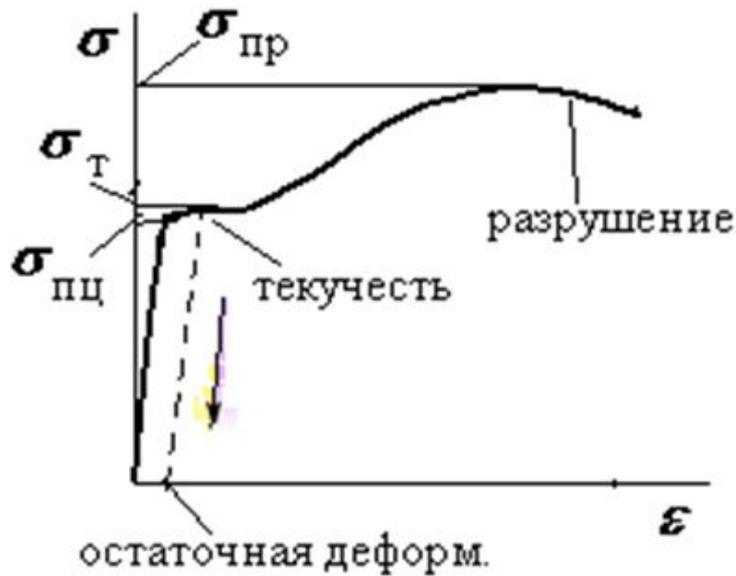
Растяжение или сжатие тела \Rightarrow изменение его поперечных размеров - при растяжении на Δl поперечный размер b \downarrow на Δb :

$$\Delta b/b = - \mu \epsilon$$

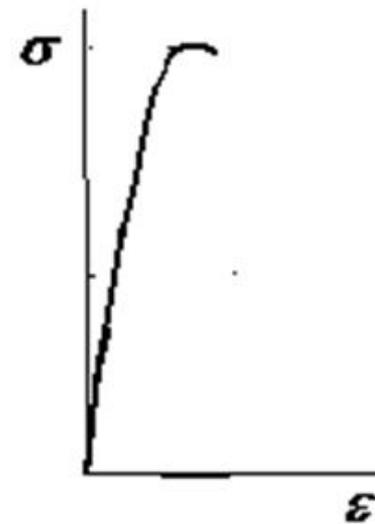
Безразмерная величина μ наз. *коэффициентом Пуассона*. Значение μ несколько менее $1/2$, $\mu = 1/2$ соответствует неизменному объему при деформации.

Упругая деформация

При $\varepsilon > 0.1\%$ ($\sigma > 10^8$ Па) наблюдаются отклонения от закона Гука. Зак. Г. действует до значения $\sigma_{пц}$, наз-мого *пределом пропорциональности*. При $\sigma < \sigma_{пц}$ деформация *упругая*, т.е. размеры тела возвращаются к исходному значению после снятия напряжения.



пластичные



хрупкие

Отклонения от закона Гука. Пластическая деформация.

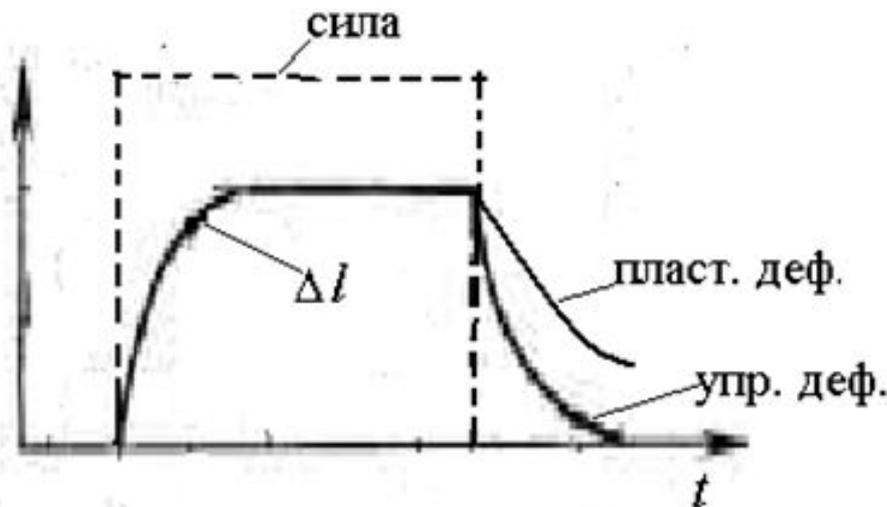
При $\sigma > \sigma_{пц}$ появляется *пластическая деформация* – нагрузка снята, а размеры тела восстанавливаются не полностью.

При дальнейшем $\uparrow \sigma$ до *предела текучести* σ_T начинается *текучесть* материала, т.е. рост деформации без заметного увеличения σ .

По окончании этого участка дальнейшее $\uparrow \varepsilon$ снова требует $\uparrow \sigma$, но уже с другим наклоном. Этот участок заканчивается при *пределе прочности* $\sigma_{пр}$ разрушением образца.

Такой вид диаграммы растяжения характерен для *пластичных* материалов. Для *хрупких* материалов разрушение происходит при меньших деформациях, сразу за пределом пропорциональности.

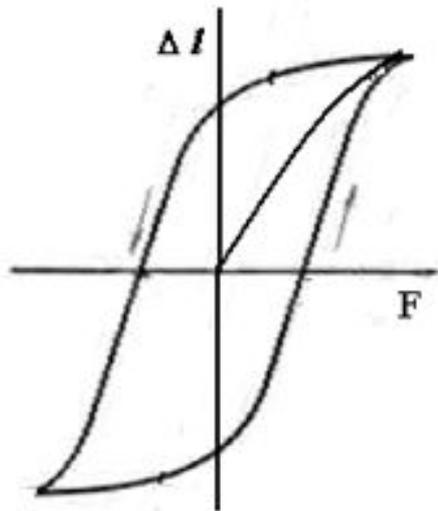
Механическое последствие



Другое отклонение - механическое последствие. Деформация требует времени и запаздывает по отношению к нагружающей силе.

Кроме того, после снятия нагрузки может быть остаточная пластическая деформация.

Упругий (квазиупругий) гистерезис



При циклической переменной нагрузке наблюдается *петля гистерезиса*. Она есть и при пластической, и при упругой (в меньшей степени) деформации. Площадь внутри петли гистерезиса равна работе внешней нагружающей силы за один цикл деформации, эта работа превращается в теплоту, кот. выделяется в деформируемом теле. Это явление хорошо известно по нагреванию многократно изгибаемой проволоки.

Деформация сдвига

Второй основной тип деформации - *сдвиг*.

Закон Гука для сдвига:

$$\Delta \sim F (b/l d) = (F/l d) b$$

$l d = S$ - площадь основания бруска, а величина $F/S = \tau$ наз.

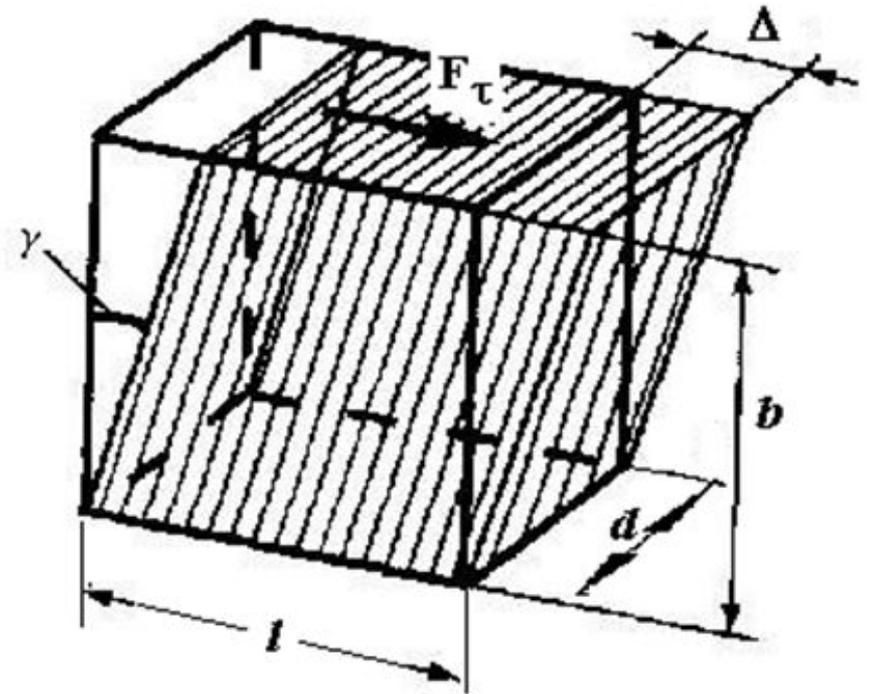
тангенциальным механическим напряжением (сила направлена вдоль сечения).

По аналогии с законом Гука для растяжения-сжатия:

модуль упругости 2 рода (модуль сдвига) G ,

характеризующий материал деформируемого тела, то:

$$\Delta = (1/G) (F/S) b$$



Закон Гука для сдвига

Безразмерное отношение $\Delta/b \rightarrow$ угол сдвига γ :

$$\Delta/b = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$$

Это аналог относительного удлинения.

Закон Гука в дифференциальной форме для сдвига:

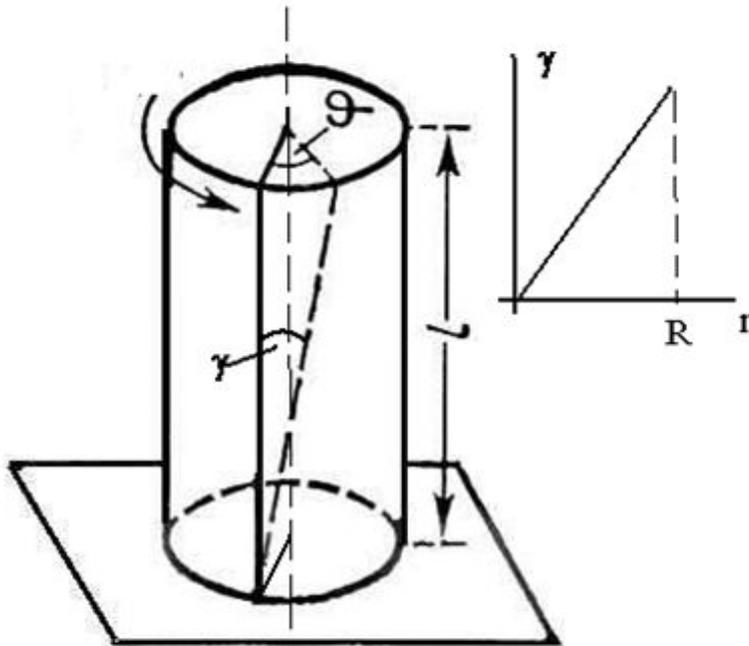
$$\gamma = \tau/G$$

$[\tau] = [G] = \text{Па}$, а значения $G \approx (0.3-0.5)E$.

Можно определить объемную плотность упругой энергии для сдвига:

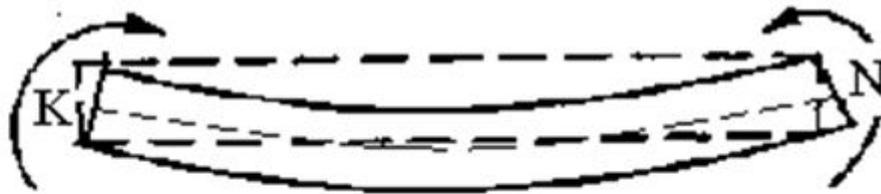
$$W_{\text{упр}} = \frac{1}{2}G \gamma^2 = \frac{1}{2} \tau^2/G = \frac{1}{2} \gamma \tau$$

Сложные виды деформации



Кручение – неоднородный сдвиг.

Каждый элемент стержня испытывает сдвиг, а угол сдвига γ возрастает от оси стержня к его поверхности.



Изгиб – неоднородное растяжение-сжатие, часть стержня выше нейтральной плоскости KN сжата, а ниже – растянута. Деформация возрастает по мере удаления от

нейтральной плоскости.