




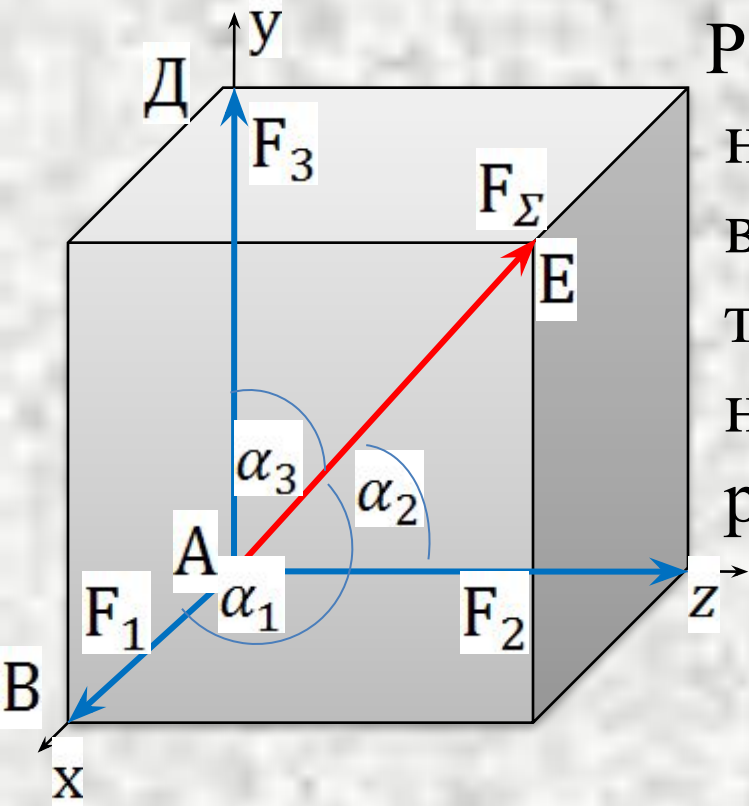
# **ПРОСТРАНСТВЕННА Я СИСТЕМА СИЛ**

# СОДЕРЖАНИЕ

1. Равнодействующая пространственной системы сходящихся сил. 
2. Аналитическое условие равновесия. 
3. Геометрическое условие равновесия. 

# Равнодействующая пространственной системы сходящихся сил

*Пространственная система сходящихся сил* – это система сил, линии действия которых не лежат в одной плоскости, но пересекаются в одной точке.



Равнодействующая, пространственной системы трех сил, сходящихся в одной точке, приложена в той же точке и = по модулю и направлению диагонали параллелепипеда, ребра которого равны и параллельны заданным силам.

Если действующие на тело три силы образуют м/у собой прямые углы, то при их сложении образуется прямоугольный параллелепипед, диагональ которого:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}$$

Направление определяется углами:

$$\alpha_1 = (\overline{F_{\Sigma}}, \overline{F_1}); \quad \alpha_2 = (\overline{F_{\Sigma}}, \overline{F_2}); \quad \alpha_3 = (\overline{F_{\Sigma}}, \overline{F_3})$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{F_1}{F_{\Sigma}}; \quad \cos \alpha_2 = \frac{F_2}{F_{\Sigma}}; \quad \cos \alpha_3 = \frac{F_3}{F_{\Sigma}}$$

$$F_1 = F_{\Sigma} \cos \alpha_1; \quad F_2 = F_{\Sigma} \cos \alpha_2; \quad F_3 = F_{\Sigma} \cos \alpha_3$$





# Аналитическое условие равновесия.

Проекция равнодействующей системы сил на ось равна алгебраической сумме составляющих сил на ту же ось:

$$F_{\Sigma x} = \Sigma F_{kx}; \quad F_{\Sigma y} = \Sigma F_{ky}; \quad F_{\Sigma z} = \Sigma F_{kz}$$

Модуль равнодействующей:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2 + F_{\Sigma z}^2} = \sqrt{F_{kx}^2 + F_{ky}^2 + F_{kz}^2};$$

$$\cos \alpha_x = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}}; \quad \cos \alpha_y = \frac{F_{\Sigma y}}{F_{\Sigma}}; \quad \cos \alpha_z = \frac{F_{\Sigma z}}{F_{\Sigma}}$$

Для равновесия пространственной системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил на каждую из трех осей координат были равны нулю:

$$\Sigma F_{KX} = 0; \quad \Sigma F_{Ky} = 0; \quad \Sigma F_{Kz} = 0$$



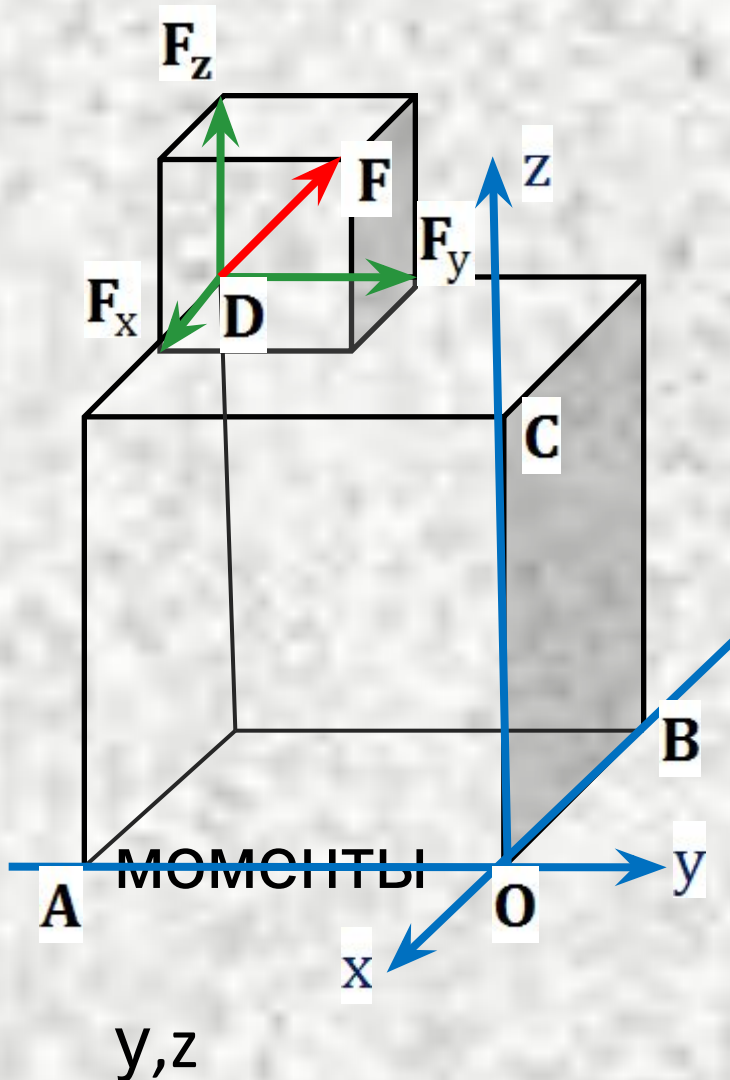
# Геометрическое условие равновесия.

Равнодействующая любого числа сходящихся сил, расположенных в пространстве, равна замыкающей стороне многоугольника, стороны которого равны и параллельны заданным силам (правило силового многоугольника ).

Пространственная система сходящихся сил уравновешена, если многоугольник сил замкнут, т.е.  $F_{\Sigma} = 0$ .

# Момент силы относительно ОСИ.

$$M_x(F) = \pm F_{yz} \cdot \ell; \quad M_y(F) = \pm F_{xz} \cdot \ell; \quad M_z(F) = \pm F_{yx} \cdot \ell$$



$F_{yz}, F_{xz}, F_{yx}$  — модули проекций сил на плоскости, перпендикулярные той оси, относительно которой определяется момент.

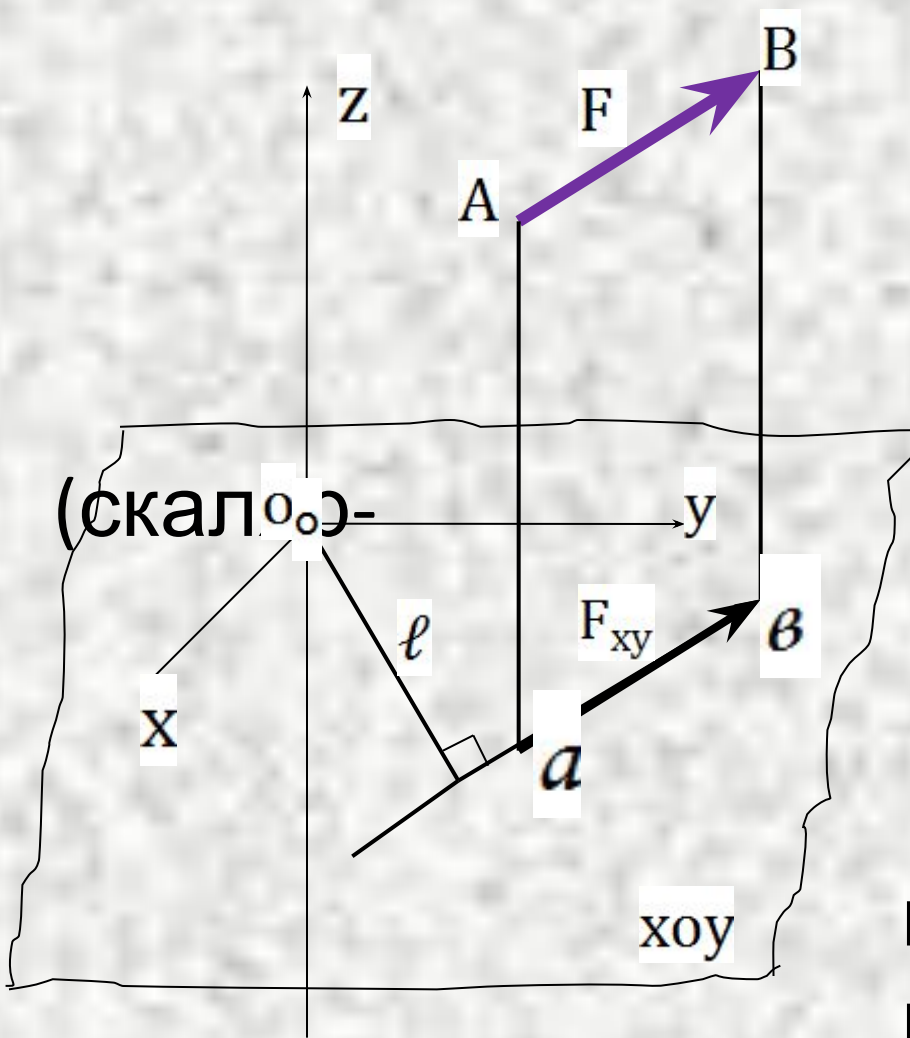
$\ell$  - плечи

$M_x(F), M_y(F), M_z(F)$  —

силы относительно осей x,



$$M_z(F) = F_{xy} \cdot \ell$$



Момент силы относительно оси называется алгебраическая

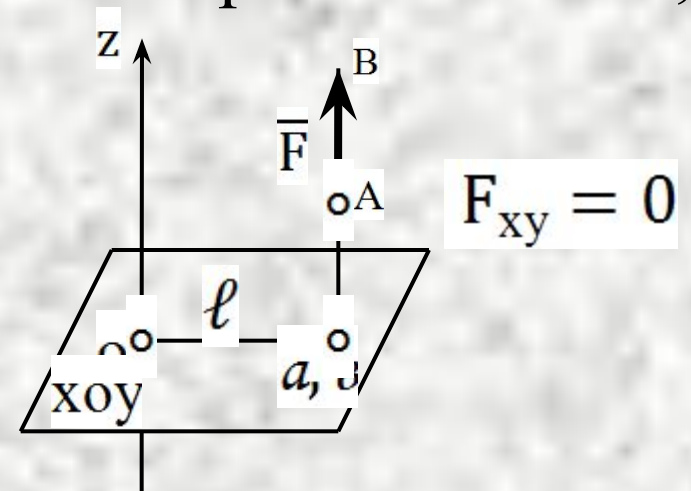
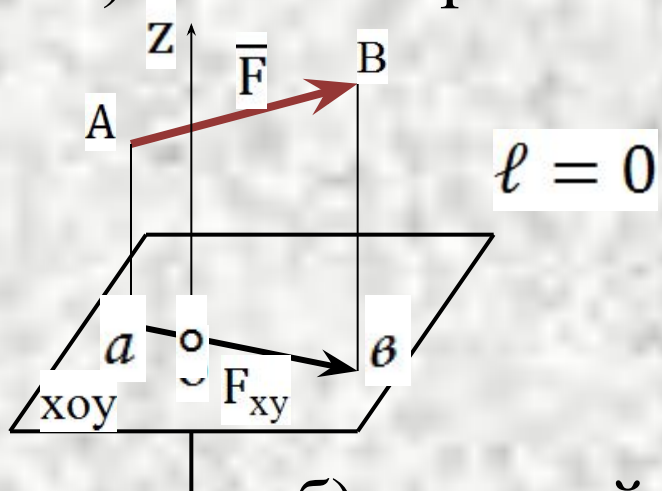
ная) величина, равная моменту проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с

ПЛОСКОСТЬЮ

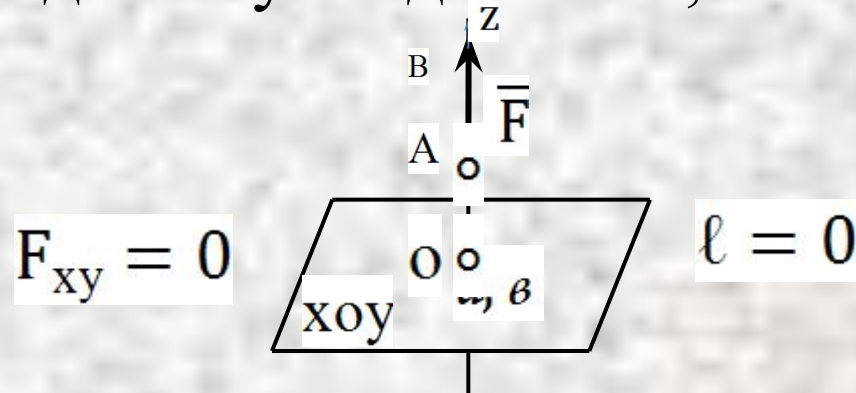
# Частный случай:

Момент силы относительно оси равен нулю, если сила и ось лежат в одной плоскости:

а) сила  $F$  пересекает ось;      в) сила  $F$  параллельна оси;

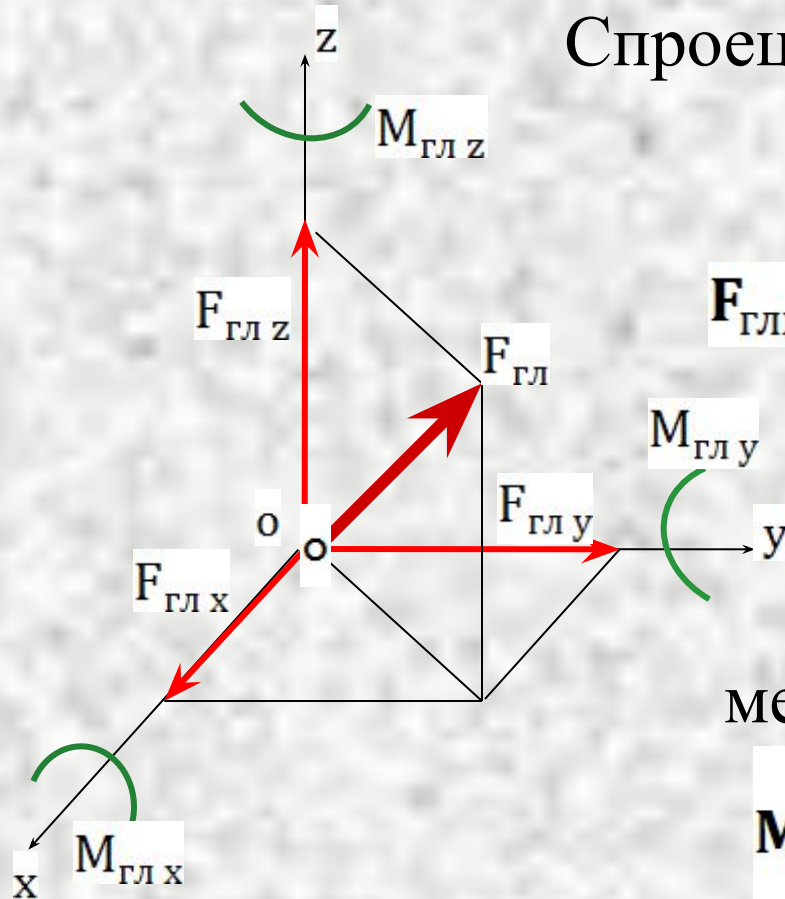


б) сила действует вдоль оси;



# Произвольная пространственная система сил.

Спроецируем главный вектор на оси:



$$F_{GL} = \sqrt{F_{GLx}^2 + F_{GLy}^2 + F_{GLz}^2};$$

$$F_{GLx} = \Sigma F_{Kx}; \quad F_{GLy} = \Sigma F_{Ky}; \quad F_{GLz} = \Sigma F_{Kz}$$

Разложим главный момент на три составляющие:

$M_{GLx}, M_{GLy}, M_{GLz}$  - главный момент относительно осей x, y, z

$$M_{GL} = \sqrt{M_{GLx}^2 + M_{GLy}^2 + M_{GLz}^2}$$

$$M_{GLx} = \Sigma M_x(F_K); \quad M_{GLy} = \Sigma M_y(F_K); \quad M_{GLz} = \Sigma M_z(F_K)$$

Когда пространственная система сил приводится к силе и к паре, возможны четыре результата:

1.  $F_{\text{ГЛ}} \perp M_{\text{ГЛ}}$  - система сил приводится к равнодействующей  $F_{\Sigma}$ , равной  $F_{\text{ГЛ}}$  ;
2.  $F_{\text{ГЛ}} \not\perp M_{\text{ГЛ}}$  - система сил равнодействующей не имеет;
3.  $F_{\text{ГЛ}} = 0, M_{\text{ГЛ}} \neq 0$  - система сил эквивалентна паре сил;
4.  $F_{\text{ГЛ}} = 0, M_{\text{ГЛ}} = 0$  - система сил уравновешена.



# произвольной пространственной системы

## сил

Система находится в равновесии, если

$F_{\text{гл}} = 0$   $M_{\text{гл}} = 0$  относительно произвольно выбранной точки приведения. Следовательно:

$$\Sigma F_{\text{кx}} = 0 ; \quad \Sigma M_{\text{x}}(F_{\text{к}}) = 0$$

$$\Sigma F_{\text{кy}} = 0 ; \quad \Sigma M_{\text{y}}(F_{\text{к}}) = 0$$

$$\Sigma F_{\text{кz}} = 0 ; \quad \Sigma M_{\text{z}}(F_{\text{к}}) = 0$$

# *Домашнее задание*

1. А.И. Аркуша ,. Техническая механика ”

Стр. 72 – 78

2. Лекции.

