

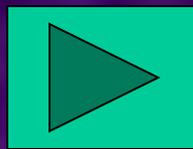
Самарский государственный технический университет
Инженерно-технологический факультет
Кафедра «Химия и технология органических соединений азота»

Лабораторная работа

«Оптимизация по методу Бокса-Уилсона»

Copyright © доцент А.К.Тарасов

Редакция 23.07.13

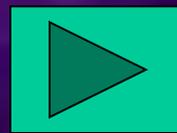
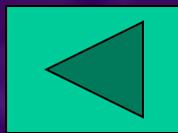
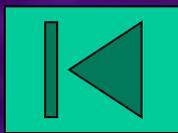


Методические указания к лабораторным практикумам по курсам «Информационные технологии в химии и производстве ЭНМ» и «Хеометрика».

Сост. *А.К.Тарасов* – Самара; Самар. гос. техн. ун-т; 2013. -104 кадра.

Содержат рекомендации о порядке выполнения лабораторной работы «Оптимизация по методу Бокса-Уилсона» по курсам «Информационные технологии в химии и производстве ЭНМ» (240301) и «Хеометрика» (280700).

Методические указания предназначены для студентов специальностей 240301 и 280700 инженерно-технологического факультета.



Цель работы

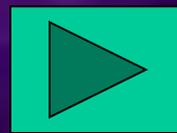
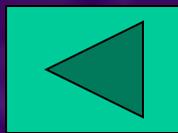
Целью данной работы является освоение метода оптимизации технологических процессов по методу Бокса=Уилсона с применением имитационного эксперимента.

Для выполнения данной работы используются файлы таблицы Excel.

Данные методические указания представляют из себя комплекс, в котором интегрированы обучающие модули типа презентаций Power Point и файлы-шаблоны Excel, в которых и выполняются упражнения.

Запуск обучающих модулей и открытие файлов-шаблонов выполняется с помощью гиперссылок из обучающих модулей.

Отчетом по выполненной работе является файл Excel с выполненным упражнением, сохраненный студентом в папке соответствующей группы (D:\Лабораторные занятия\Курс\Группа\...)



Введение

Поиск оптимальных условий является одной из наиболее распространенных научно-технических задач. Процесс их решения называется процессом **оптимизации**.

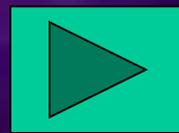
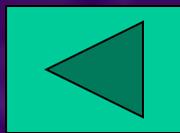
Задачу оптимизации, решаемую экспериментально на математической основе, называют также **планированием эксперимента**.

Планирование эксперимента (англ. experimental design techniques) — комплекс мероприятий, направленных на эффективную постановку опытов.

Основная цель планирования эксперимента — достижение максимальной точности измерений при минимальном количестве проведенных опытов и сохранении статистической достоверности результатов.

Планирование эксперимента по Боксу-Уилсону позволяет:

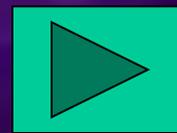
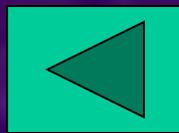
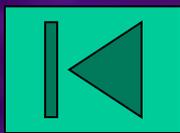
- минимизировать общее число опытов;
- одновременно варьировать всеми переменными, определяющими процесс, по специальным правилам — алгоритмам;
- использовать математический аппарат, формирующий многие действия экспериментатора;
- выбрать четкую стратегию для принятия обоснованных решений после каждой серии экспериментов.



Данный метод является *градиентным*, т.е. движение в процессе оптимизации выполняется по *градиенту*.

Градиент (от лат. *gradiens*, — шагающий, растущий) — *вектор, своим направлением указывающий направление наискорейшего возрастания некоторой величины.*

Применительно к оптимизации, *градиент* — *вектор, своим направлением указывающий в факторном пространстве направление наискорейшего возрастания параметра оптимизации.*



Независимые переменные величины, влияющие на протекание процесса, принято называть *факторами*.

Это, например, температура, время, состав реакционной смеси. Эти величины обозначают буквами с индексами **x1**, **x2** и т.д.

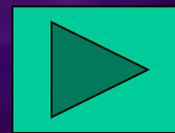
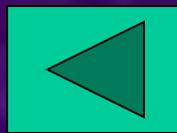
Протекание процесса количественно характеризуется результатами эксперимента - одной или несколькими величинами, такими, как коэффициент распределения, степень извлечения и т.д.

Такие величины в теории планирования эксперимента называют *функциями отклика* и обозначают буквами с индексами **y1**, **y2** и т.д.

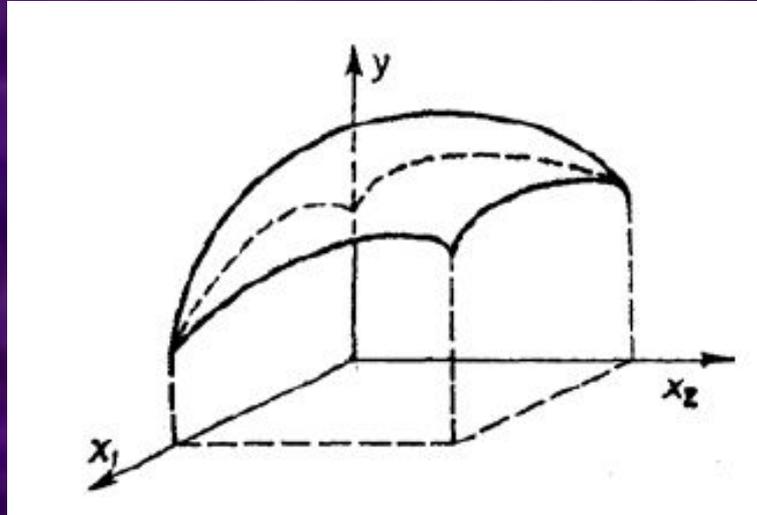
Функции отклика зависят от влияющих факторов:

$$y_j = y_j(x_1, \dots, x_n)$$

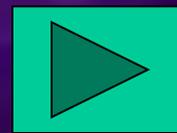
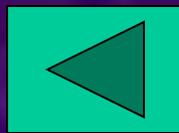
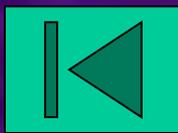
где $j=1, 2, \dots, m$.



Геометрический образ, соответствующий функции отклика, называют *поверхностью отклика* (см. рисунок).



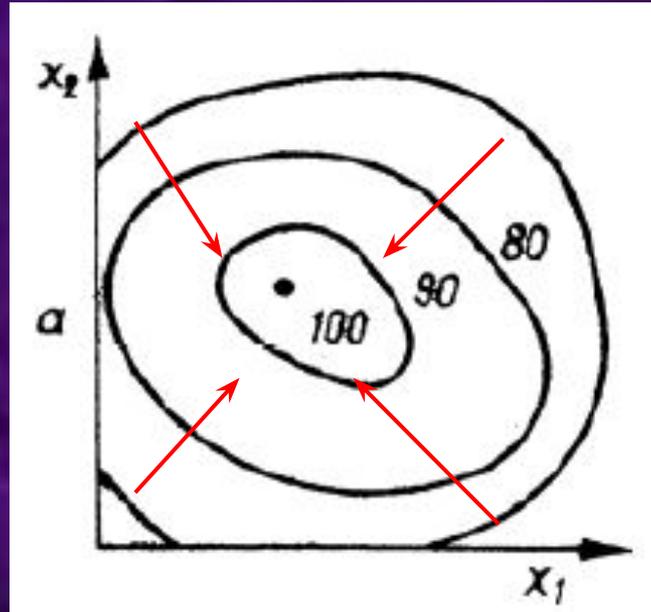
Координатное пространство, по осям которого отложены факторы, называют *факторным пространством*.



1 Основные понятия и определения

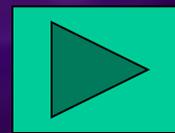
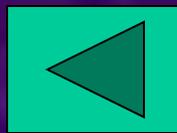
Рассмотрим некоторые типы поверхностей отклика.

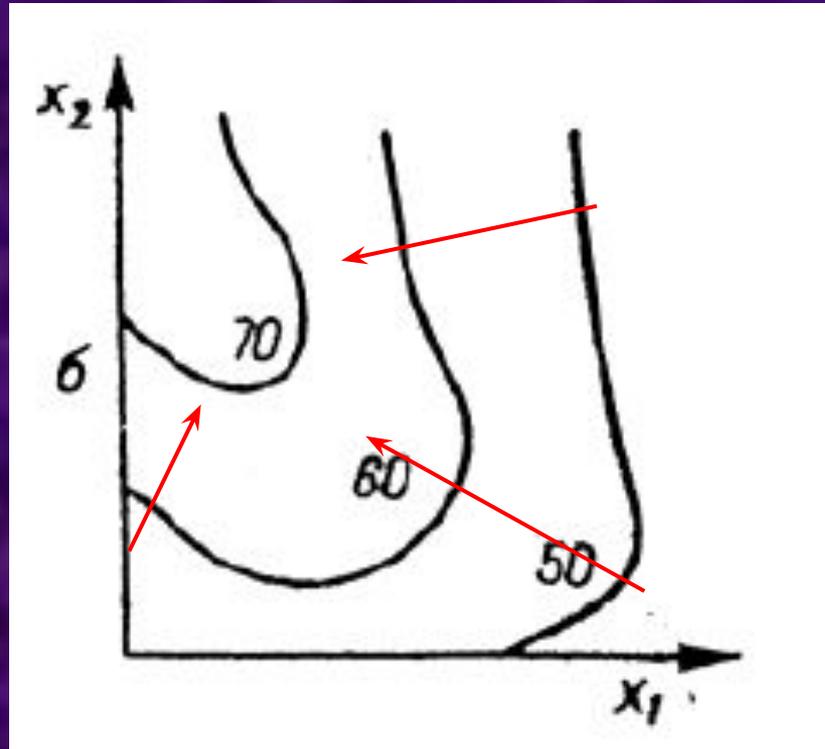
Здесь в качестве примера функции отклика взята степень чистоты продукта реакции, выраженная в процентах.



На этом рисунке поверхность отклика имеет вид «**вершины**» и соответствует области значений факторов, где расположен максимум величины Y .

Аналогичный вид имеют линии постоянного уровня и в случае минимума функции Y . Красными стрелками показаны **градиенты** в различных местах поверхности отклика.

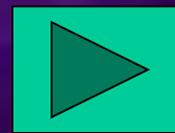
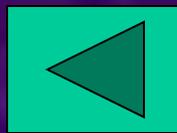


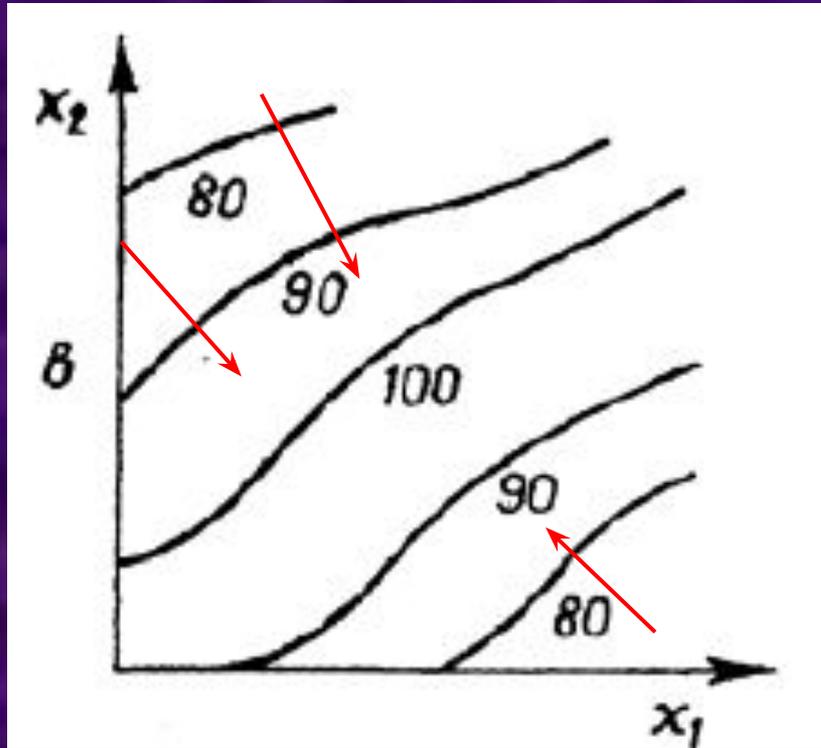


Поверхность, изображенная на этом рисунке характеризует плавное возрастание функции отклика с уменьшением фактора x_1 и увеличением x_2 .

Такую поверхность принято называть «*стационарным возвышением*».

Красными стрелками показаны *градиенты* в различных местах поверхности отклика.

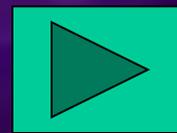
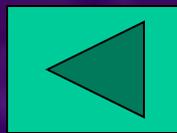
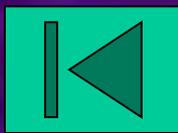


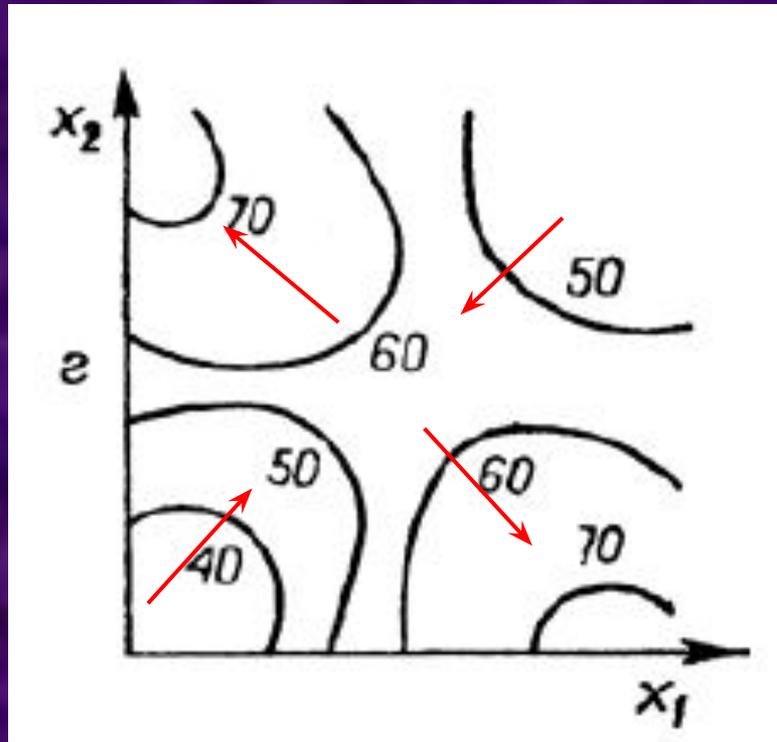


Поверхность, показанная на этом рисунке, называется «**хребтом**». Его гребень соответствует наибольшим значениям функции отклика.

Аналогично располагаются линии постоянных значений y и в случае «оврага», дно которого соответствует минимальным значениям функции отклика.

Красными стрелками показаны **градиенты** в различных местах поверхности отклика.

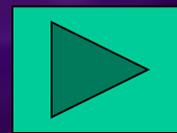
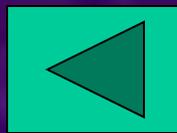




На этом рисунке изображена поверхность, называемая «седлом».

На двух участках этой поверхности наблюдается возрастание функции отклика, а на двух других – убывание.

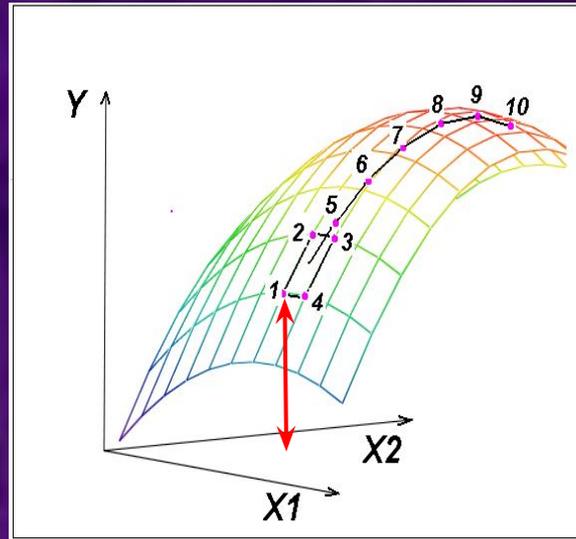
Красными стрелками показаны *градиенты* в различных местах поверхности отклика.



2 Сущность метода Бокса-Уилсона

Сущность метода оптимизации по Боксу-Уилсону заключается в следующем (на примере двухфакторной оптимизации).

Значение параметра оптимизации соответствует ординате Y

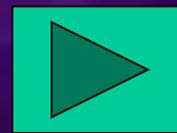
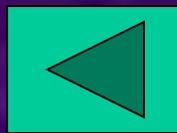


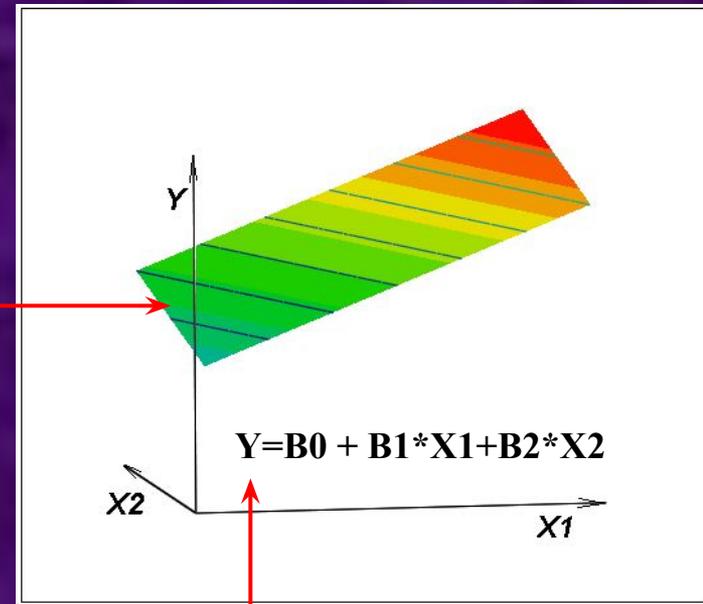
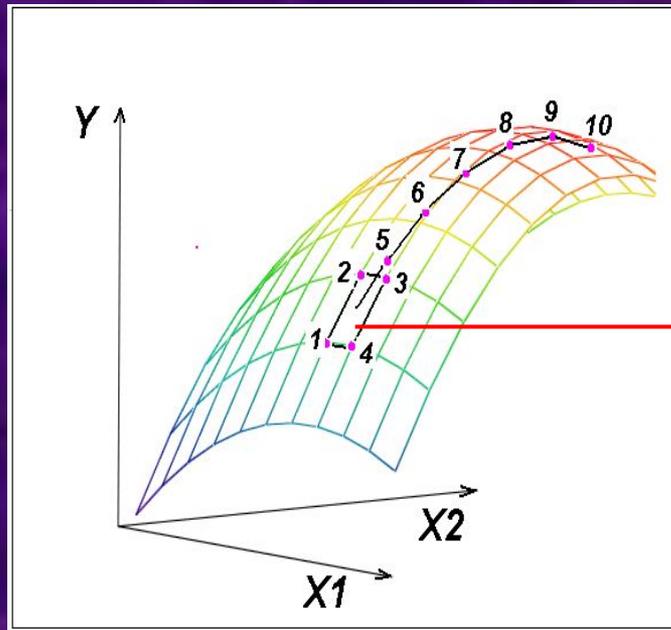
Нулевой уровень

1 В факторном пространстве выбирается начальная точка, от которой начинается оптимизация. Ее называют нулевым уровнем.

2 В этой области в точках 1, 2, 3, 4, имеющих координаты $X1$ и $X2$, соответствующие условиям (факторам) выполняют эксперименты, в которых определяют значения параметра оптимизации Y для каждого опыта.

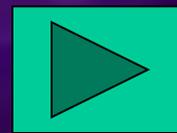
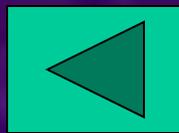
Значения параметра оптимизации в этих опытах соответствуют ординате Y точек 1, 2, 3, 4.

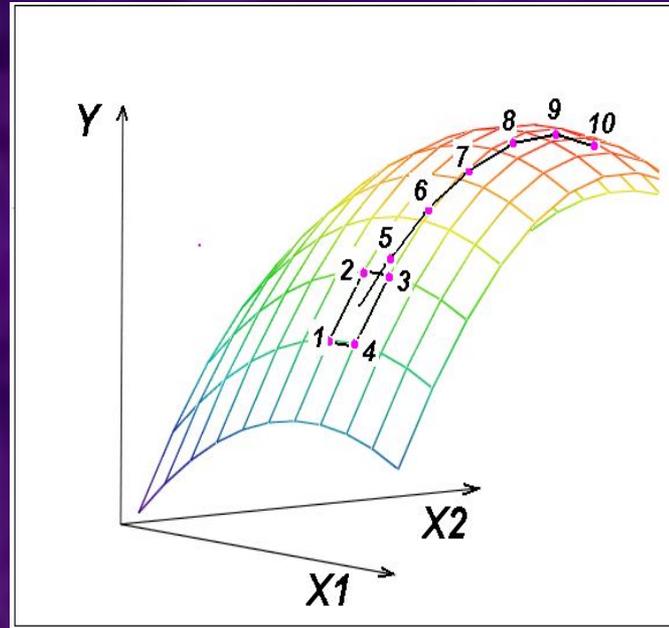




3 По этим значениям рассчитывают коэффициенты уравнения, описывающего вид поверхности отклика в этой области.

Это уравнение называют *уравнением регрессии*. Оно является *математической моделью* участка поверхности отклика. Его коэффициенты выражают собой наклон поверхности (то есть, степень зависимости параметра оптимизации от фактора).

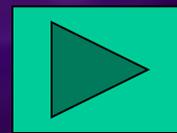
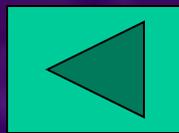




4 По уравнению регрессии рассчитывают направление градиента на данном участке поверхности.

5 По направлению градиента выполняется серия опытов, называемая **«крутым восхождением»** (опыты 5-10).

6 Точка с наилучшим значением параметра оптимизации (в данном примере 9) принимается за **оптимум**, а ее координаты **X1 и X2** – **оптимальными условиями**.

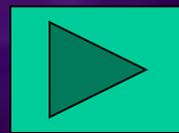
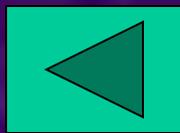
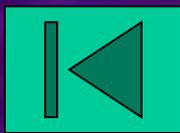


3.1 Выбор области эксперимента

При выборе области эксперимента прежде всего надо оценить *границы областей определения факторов*. При этом должны учитываться *принципиальные ограничения* для значений факторов, которые не могут быть нарушены ни при каких обстоятельствах.

Оптимизация обычно начинается в условиях, когда объект уже подвергался некоторым исследованиям. Информацию, содержащуюся в результатах предыдущих исследований, будем называть *априорной* (т. е. полученной до начала эксперимента).

Мы можем использовать априорную информацию для получения представления о параметре оптимизации, о факторах, о наилучших условиях ведения процесса и характере поверхности отклика, т. е. о том, как сильно меняется параметр оптимизации при небольших изменениях значений факторов, а также о кривизне поверхности.



3.2 Выбор основного уровня

Наилучшим условиям, определенным из анализа априорной информации, соответствует комбинация (или несколько комбинаций) уровней факторов.

Каждая комбинация является многомерной точкой в факторном пространстве.

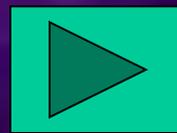
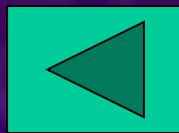
Ее можно рассматривать как исходную точку для построения плана эксперимента.

Назовем ее основным (нулевым) уровнем. Построение плана эксперимента сводится к выбору экспериментальных точек, симметричных относительно нулевого уровня.

3.3 Интервал варьирования

Интервалом варьирования факторов называется некоторое число (свое для каждого фактора), прибавление которого к основному уровню дает верхний, а вычитание — нижний уровни фактора.

Другими словами, интервал варьирования — это расстояние на координатной оси между основным и верхним (или нижним) уровнем.

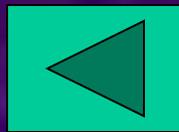


Для упрощения записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных масштабы по осям выбираются так, чтобы верхний уровень соответствовал + 1, нижний -1, а основной — нулю.

Интервал варьирования не может быть меньше той ошибки, с которой экспериментатор фиксирует уровень фактора.

Иначе верхний и нижний уровни окажутся неразличимыми.

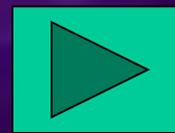
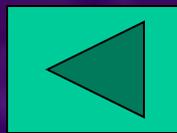
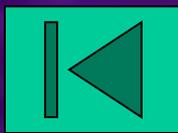
С другой стороны, интервал не может быть настолько большим, чтобы верхний или нижний уровни оказались за пределами области определения.



Формулы для нахождения координат нулевой точки и интервала варьирования в общем виде записываются следующим образом:

$$Z_{0i} = \frac{Z_i^{\max} + Z_i^{\min}}{2} \quad \Delta Z_i = \frac{Z_i^{\max} - Z_i^{\min}}{2}$$

Центральные композиционные планы представляют собой наборы точек, расположенные симметрично относительно центра изучаемой области факторного пространства.



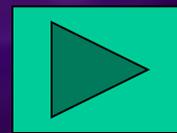
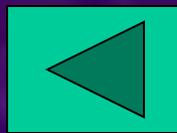
Все расчеты, начиная от вычисления коэффициентов регрессии и кончая исследованием уравнений, было предложено проводить в безразмерной системе координат, которую называют *кодированной системой*.

Переход от натуральной системы, т. е. системы координат, в которой ставят опыты, к кодированной, можно проиллюстрировать на примере двухфакторного пространства.

Пример

Изучается влияние на выход продукта в условном технологическом процессе (Y , %) двух факторов:

- температуры (Z_1 , °C) в диапазоне 20—30°C ;
- времени проведения реакции (Z_2 , мин) 25—35 мин.



На рисунке показана область факторного пространства, подлежащая исследованию, изображенная в *натуральной* и *кодированной* системах координат соответственно.

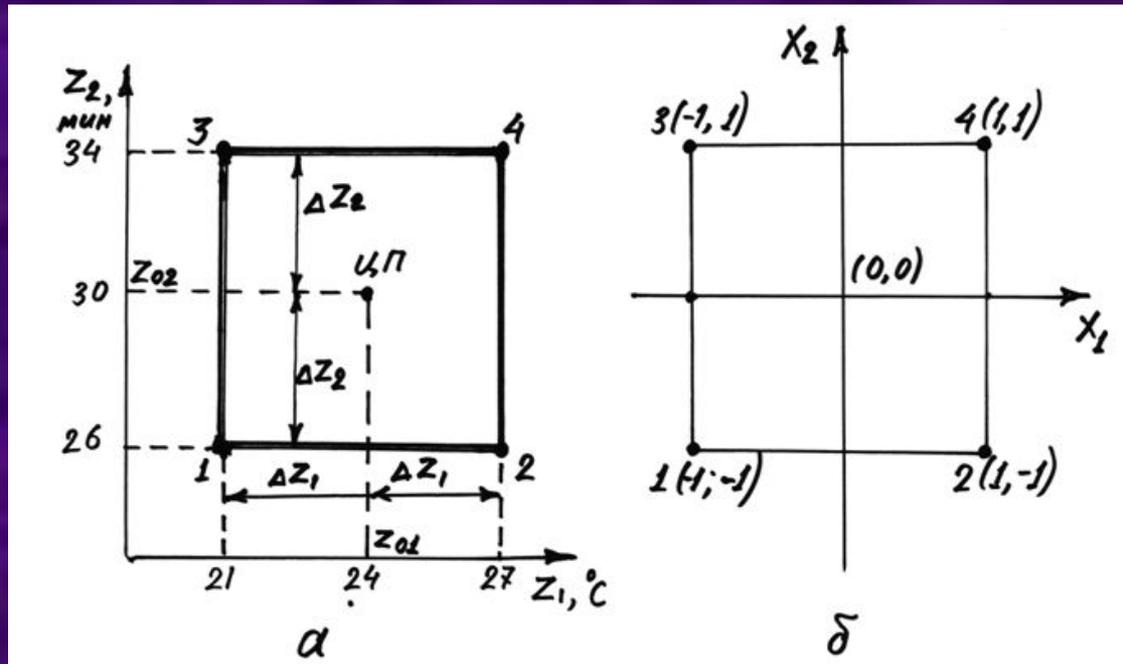
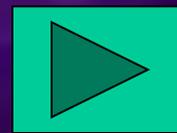
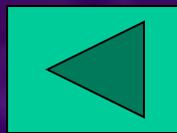
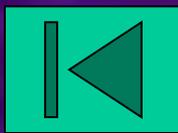


Рис. Исследуемая область в натуральной (а) и кодированной системе координат (б) .

Переход от натуральной системы к кодированной осуществляют посредством переноса начала координат в центр изучаемой области, т. е. в точку с координатами Z_{01} и Z_{02} и последующим изменением масштаба



Формула перехода от натуральной системы к кодированной имеет следующий вид:

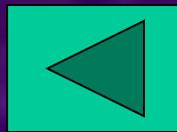
$$X_j = \frac{Z_j - Z_{0j}}{\Delta Z_j}$$

где j — номер фактора;

X_j — кодированное значение фактора;

Z_j — натуральное значение фактора;

ΔZ_j — интервал варьирования фактора.



Первый этап планирования эксперимента для получения линейной модели основан на *варьировании факторов на двух уровнях*.

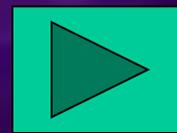
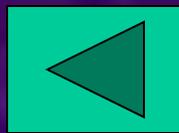
В этом случае, если число факторов известно, можно сразу найти число опытов, необходимое для реализации всех возможных сочетаний уровней факторов:

$$N = 2^k,$$

где N — число опытов, k — число факторов, 2 — число уровней.

В общем случае эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется *полным факторным экспериментом (ПФЭ)*.

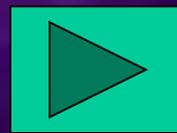
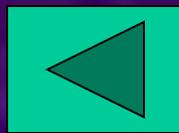
Если число уровней каждого фактора равно двум, то имеем *полный факторный эксперимент типа 2^k* .



При проведении ПФЭ зададимся условиями, приведенными в данной таблице
(*план эксперимента*).

Основные характеристики плана эксперимента

Характеристика	$z_1, ^\circ\text{C}$	$z_2, \%$
Основной уровень	24	30
Интервал варьирования	3	4
Верхний уровень	27	34
Нижний уровень	21	26



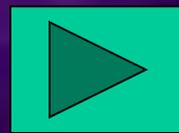
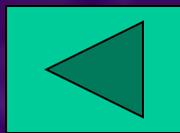
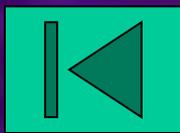
Нетрудно написать все сочетания уровней в эксперименте с двумя факторами.

В планировании эксперимента используются кодированные значения факторов:

+ 1 и -1 (часто для простоты записи единицы опускают).

Условия эксперимента можно записать в виде таблицы, где строки соответствуют различным опытам, а столбцы — значениям факторов.

Такие таблицы называются *матрицами планирования эксперимента*.



Матрица планирования для двух факторов приведена в данной таблице.

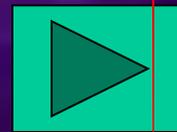
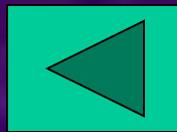
Матрица планирования ПФЭ 2^2

№ опыта	Порядок выполн.	Значения факторов						Y_1	Y_2	Y	S_f^2
		В кодированном виде				В натур. виде					
		X_0	X_1	X_2	X_{12}	Z_1	Z_2				
1	7 / 2	+1	-1	-1	+1	21	26				
2	3 / 6	+1	+1	-1	-1	27	26				
3	8 / 5	+1	-1	+1	-1	21	34				
4	1 / 4	+1	+1	+1	+1	27	34				

Столбцы для записи результатов параллельных (дублирующих) опытов

Столбец для записи среднеарифметического значения параметра оптимизации

Столбец для записи значения дисперсии параметра оптимизации



5 Построение матрицы планирования эксперимента 2^2

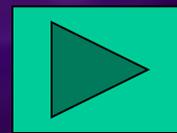
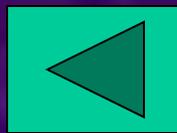
Рандомизация

Чтобы *исключить влияние систематических ошибок*, вызванных внешними условиями (переменной температуры, сырья, исполнителя и т. д.), рекомендуется использовать прием, называемый *рандомизацией*.

Он заключается в том, что опыты проводят в *случайной последовательности*, которая устанавливается с помощью таблицы случайных чисел .

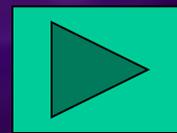
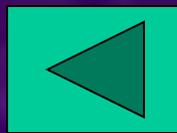
Матрица планирования ПФЭ 2^2

№ опыта	Порядок выполн.	Значения факторов						Y_1	Y_2	Y	S_i^2
		В кодированном виде				В натур. виде					
		X_0	X_1	X_2	X_{12}	Z_1	Z_2				
1	7 / 2	+1	-1	-1	+1	21	26				
2	3 / 6	+1	+1	-1	-1	27	26				
3	8 / 5	+1	-1	+1	-1	21	34				
4	1 / 4	+1	+1	+1	+1	27	34				

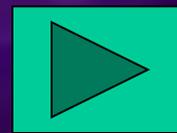
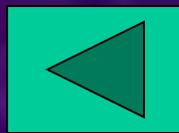
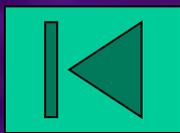


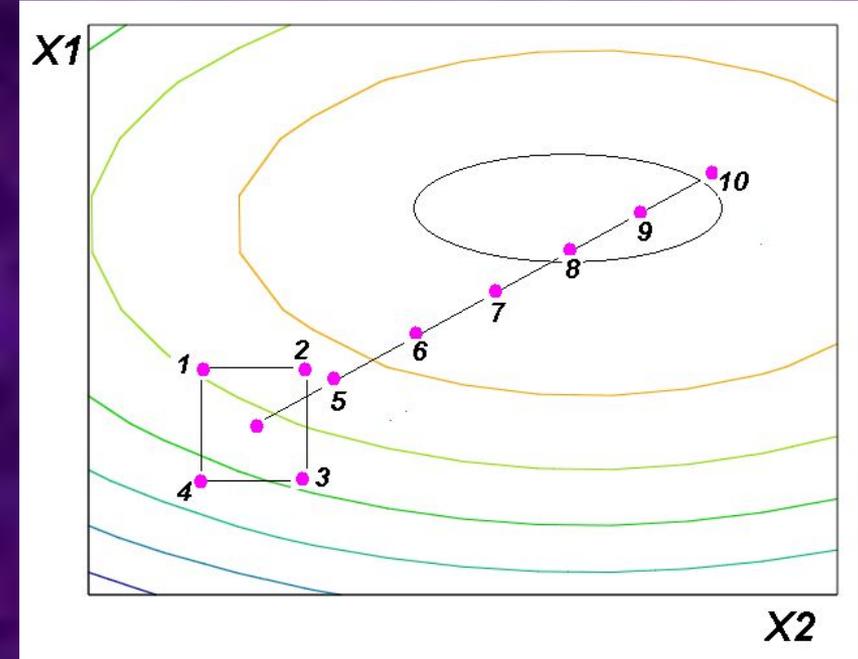
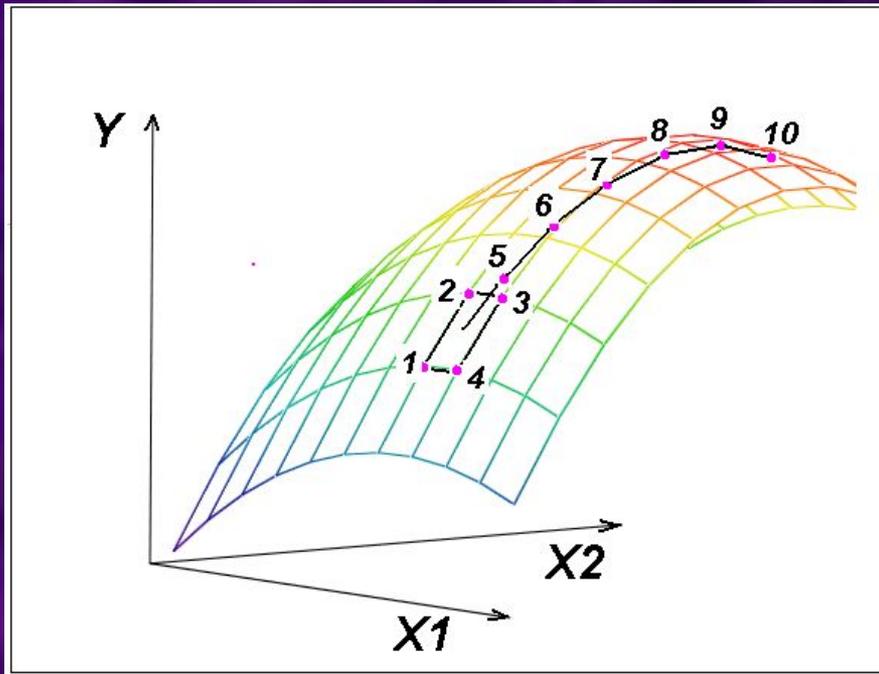
Для изучения алгоритма обработки результатов полнофакторного эксперимента откройте файл-шаблон системы MathCAD с соответствующим упражнением.

Ссылка для открытия файла-шаблона упражнения



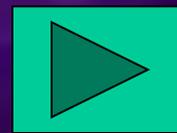
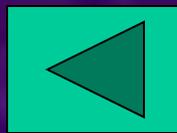
Для лучшего понимания процесса оптимизации по Боксу-Уилсону и сознательного выполнения виртуального эксперимента изучите данный раздел, в котором наглядно представлен ход процесса оптимизации с применением графики .

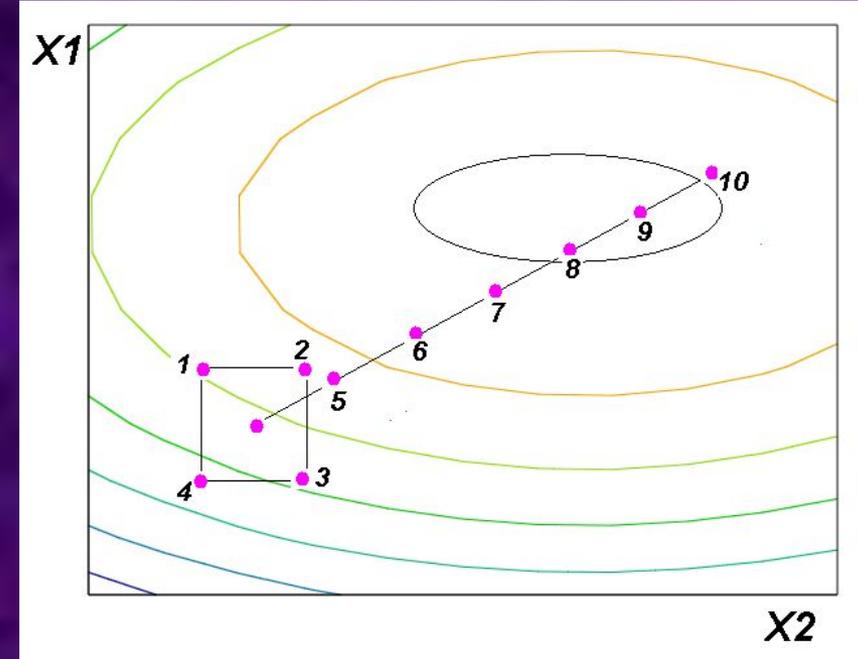
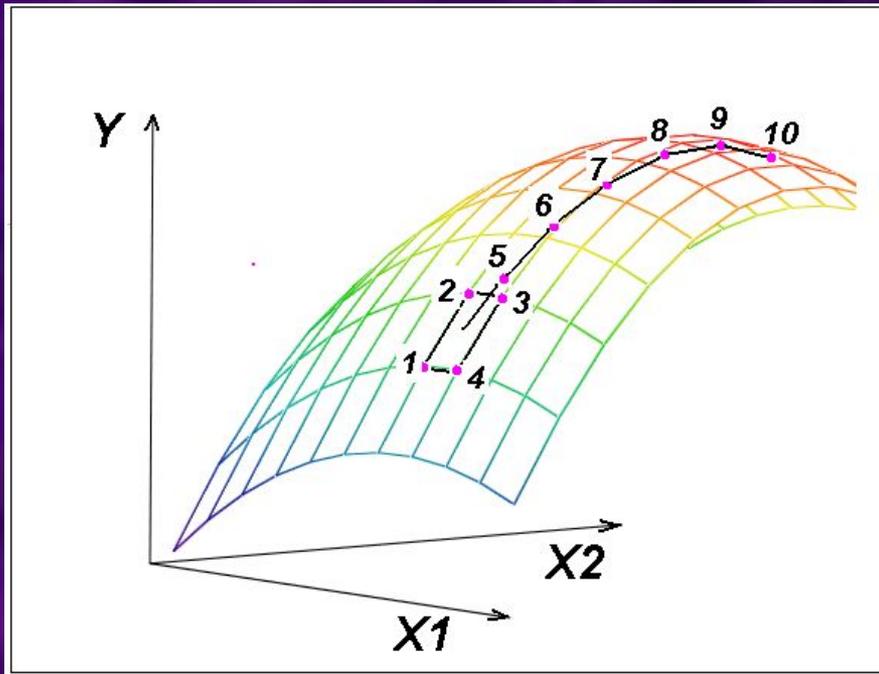




На данных рисунках представлена графически сущность данного метода, разъясненная в следующих кадрах.

Рассматриваем пример оптимизации условного технологического процесса по двум факторам – X_1 и X_2 .





На рисунке слева представлена процедура оптимизации в трехмерном пространстве.

$X1$ и $X2$ – оптимизирующие факторы, Y – параметр оптимизации.

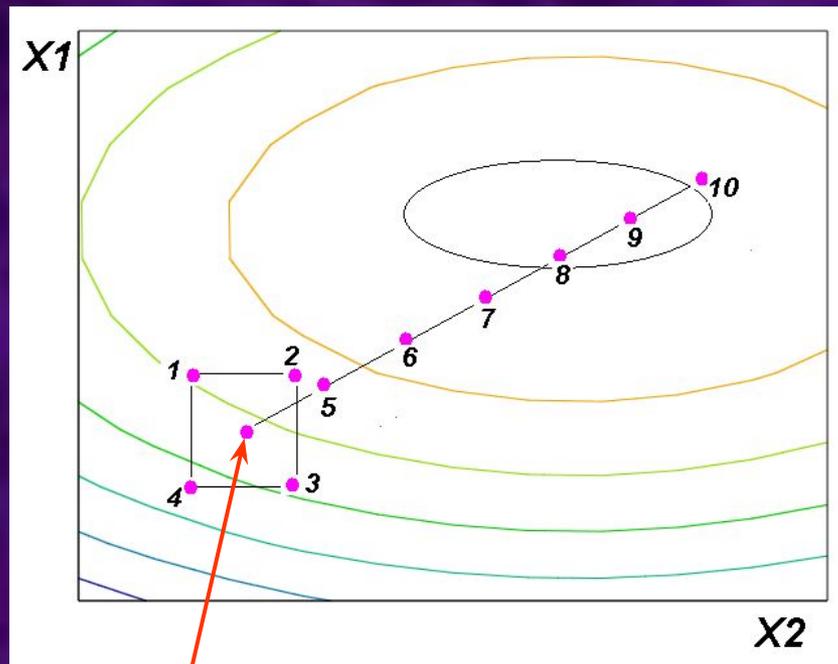
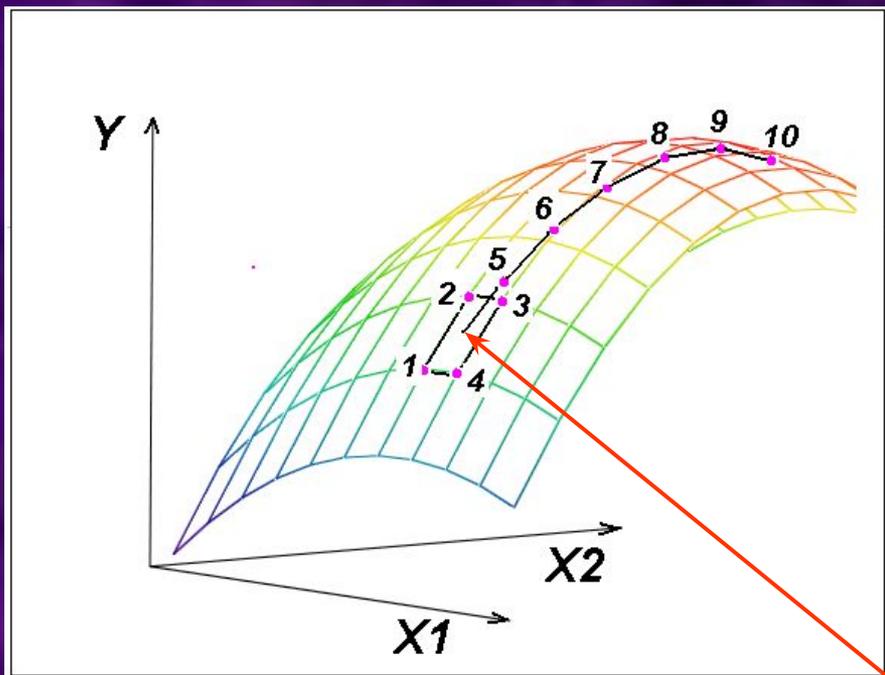
Поверхность отклика представлена каркасной сеткой, вид ее неизвестен экспериментатору.

На рисунке справа – представление процедуры оптимизации в двумерном факторном пространстве. Поверхность отклика показана линиями равного уровня, как на топографических картах.

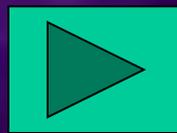
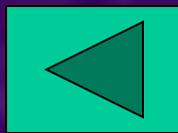


6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.1 Построение плана эксперимента

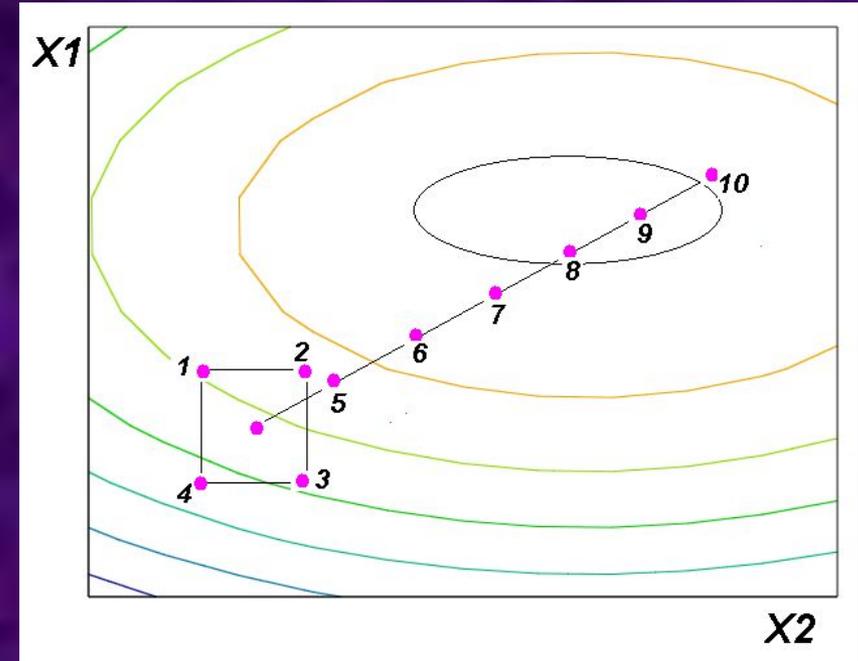
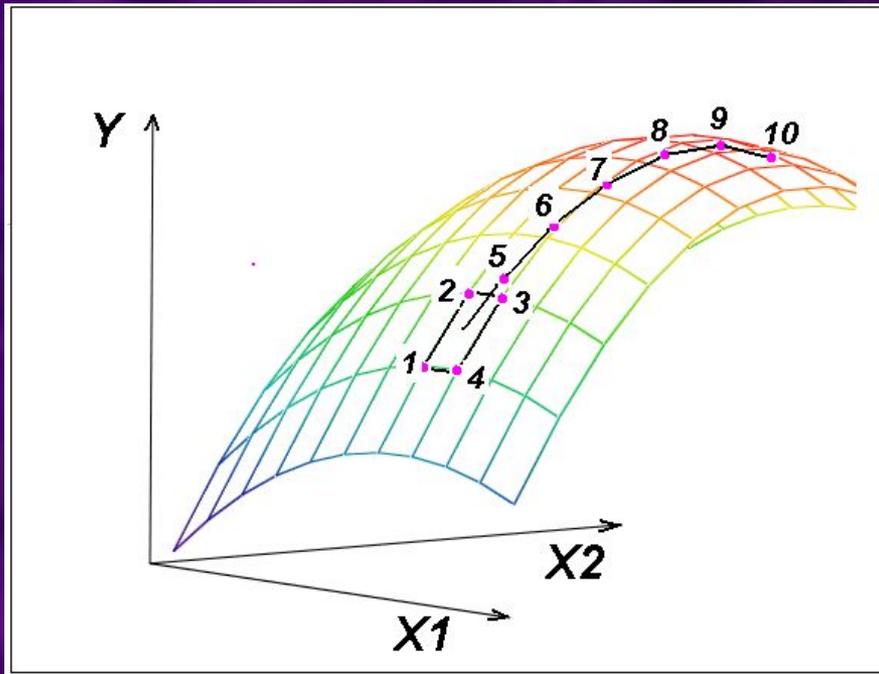


В факторном пространстве по априорным (доопытным сведениям) выбирается начальная точка, которая называется центром плана



6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.1 Построение плана эксперимента



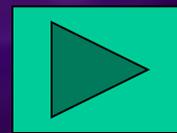
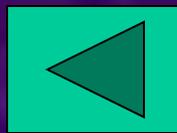
Для каждого фактора ($X1$ и $X2$) выбирается интервал варьирования, сложение которого со значением центра плана дает для каждого фактора верхний уровень, а вычитание – нижний уровень фактора.

В точках 1 и 2 значение фактора $X1$ на верхнем уровне,

В точках 3 и 4 значение фактора $X1$ на нижнем уровне,

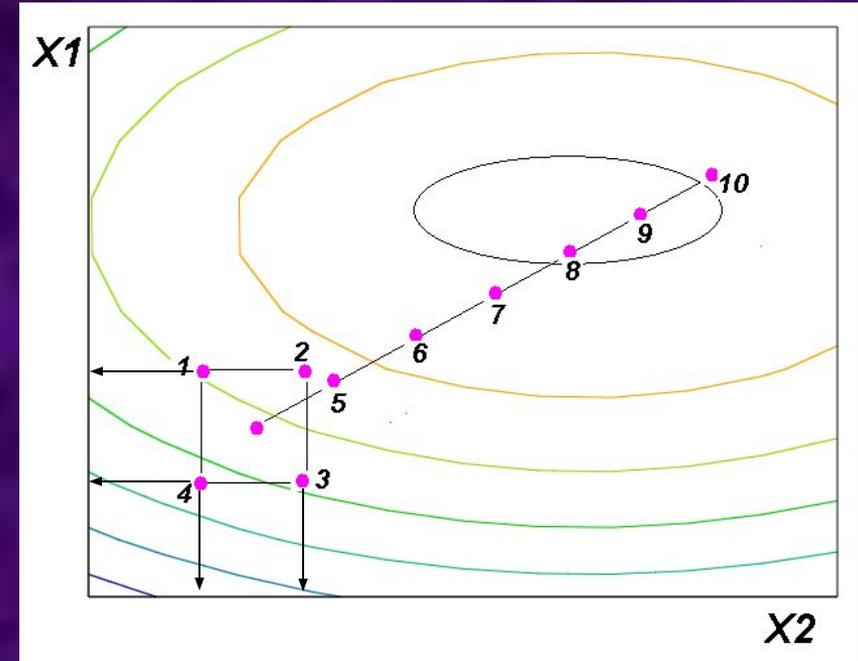
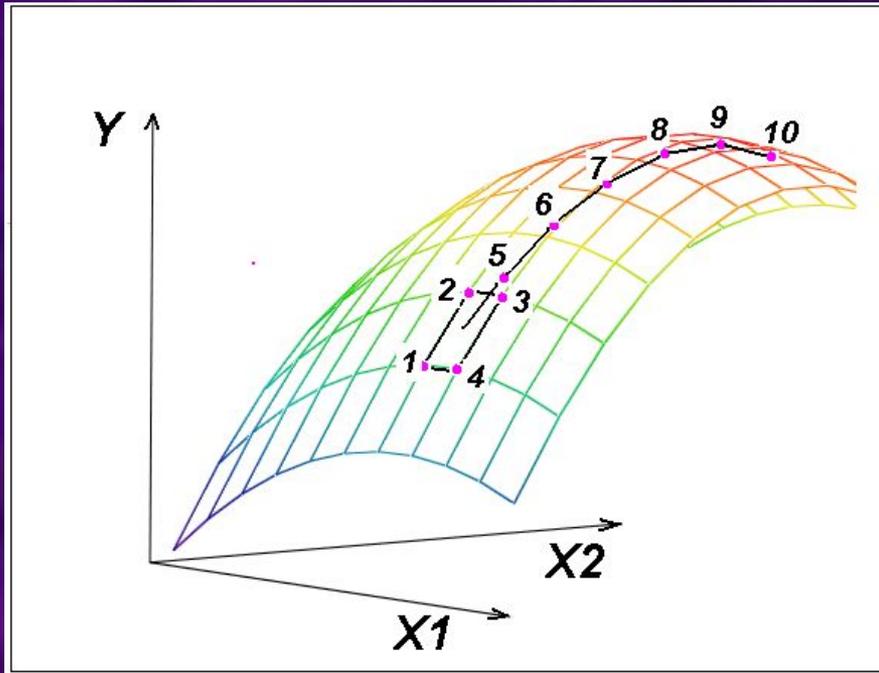
В точках 2 и 3 значение фактора $X2$ на верхнем уровне,

В точках 1 и 4 значение фактора $X2$ на нижнем уровне,



6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

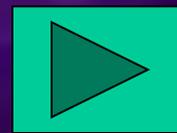
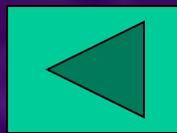
6.1 Построение плана эксперимента



Координаты каждой точки (1, 2, 3, 4) в факторном пространстве соответствуют условиям опытов.

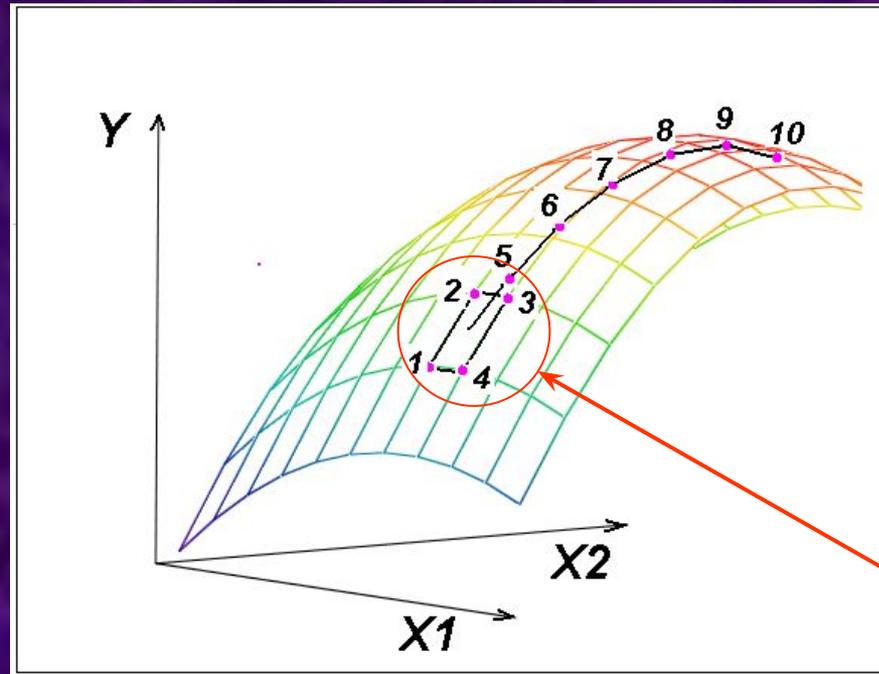
Точки 1, 2, 3, 4 образуют план двухфакторного эксперимента.

Затем выполняют опыты в этих условиях (соответствующих точкам 1, 2, 3, 4).

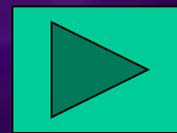
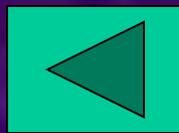


6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

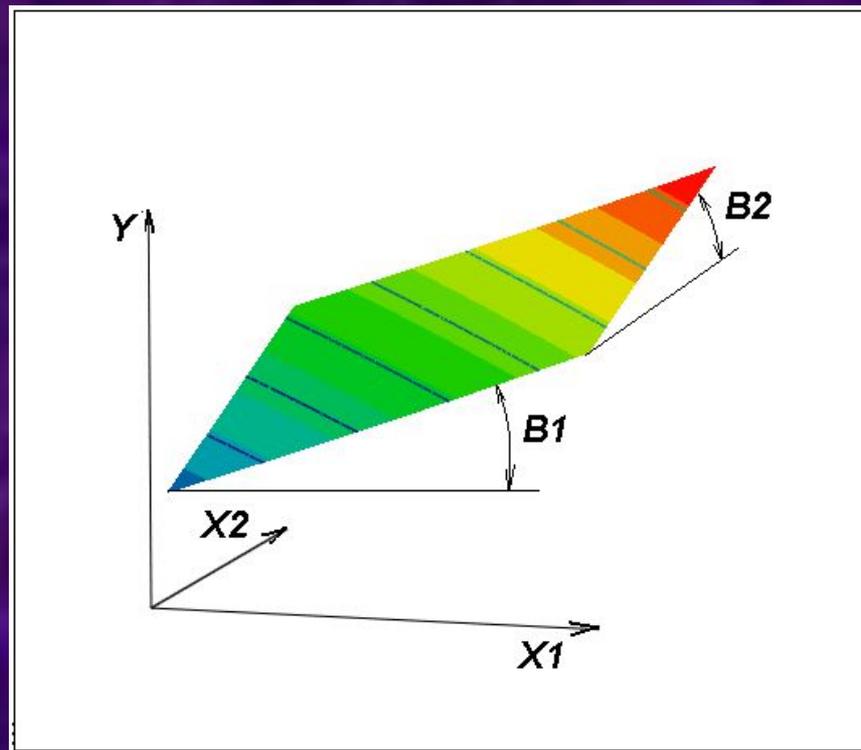
6.2 Получение математической модели



Полученные в результате этих опытов значения параметра оптимизации используют для расчета коэффициентов корреляционного уравнения, описывающего фрагмент поверхности отклика в области прямоугольника, с вершинами в точках 1, 2, 3, 4.



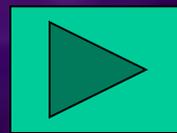
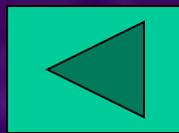
6.2 Получение математической модели



Уравнение регрессии имеет вид

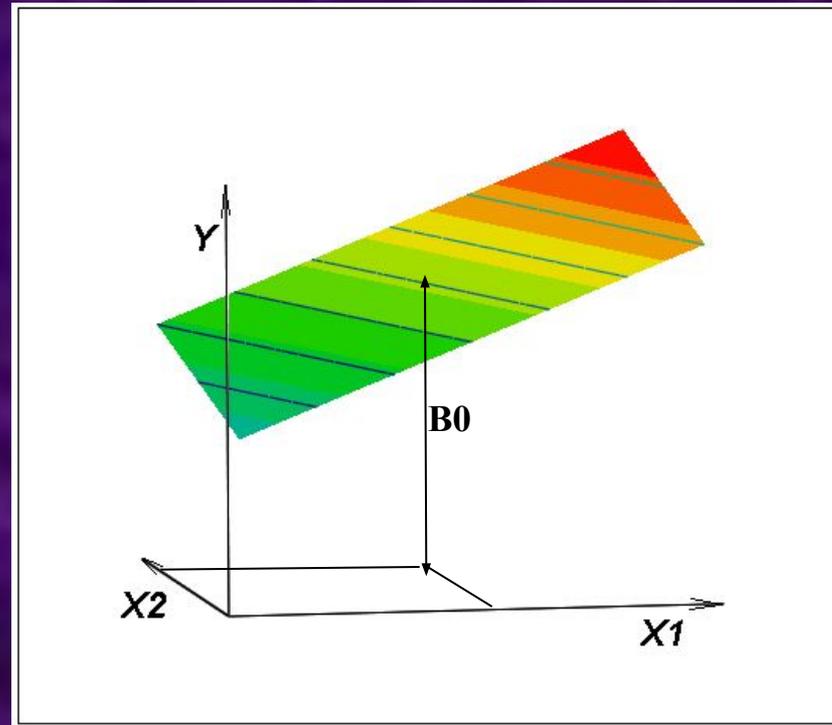
$$Y = B_0 + B_1 * X_1 + B_2 * X_2 + B_{12} * X_1 * X_2.$$

Коэффициенты при факторах B_1 и B_2 выражают степень наклона поверхности отклика к оси данного фактора, то есть чувствительность параметра оптимизации к данному фактору.

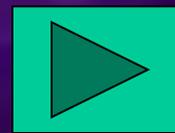
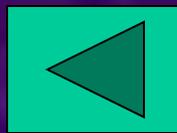


6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.2 Получение математической модели

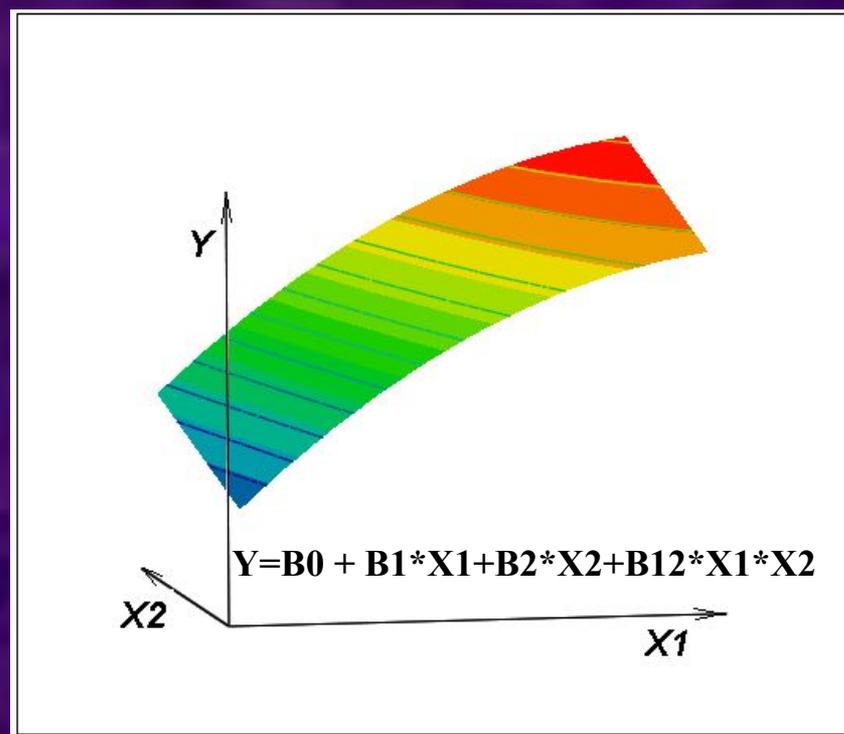
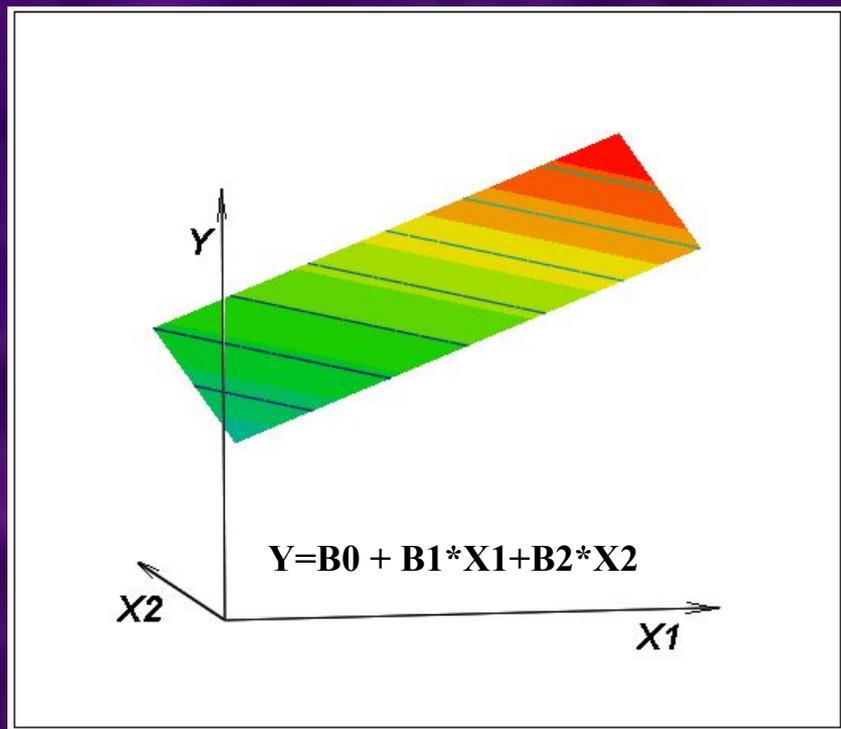


Коэффициент B_0 численно равен значению параметра оптимизации при постановке эксперимента в центре плана.

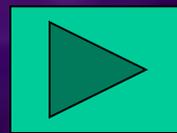
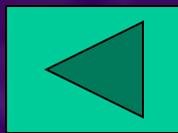


6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.2 Получение математической модели

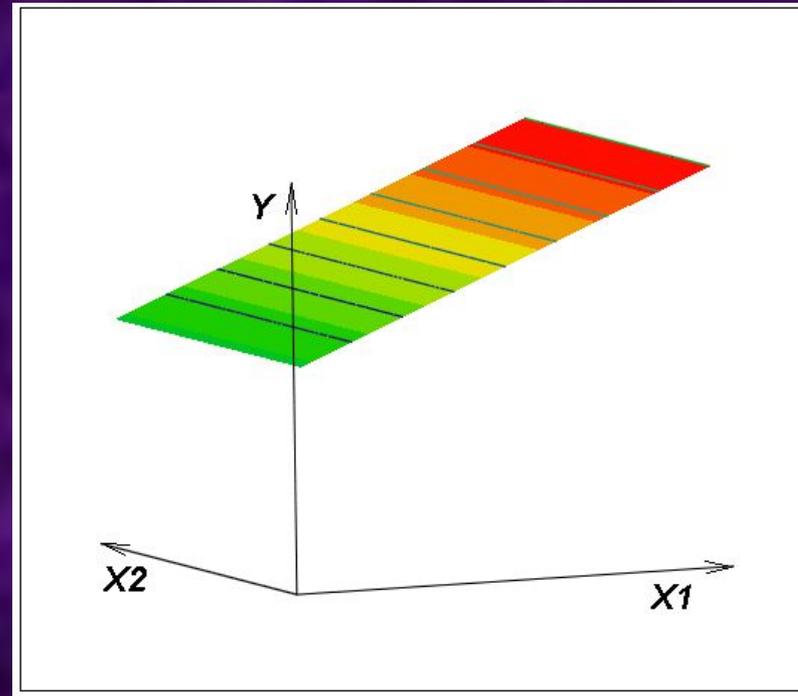


Коэффициент B_{12} выражает степень нелинейности фрагмента поверхности отклика.
На левом рисунке коэффициент B_{12} незначим (мал или равен 0),
на правом имеет значимую величину (поверхность нелинейна).



6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

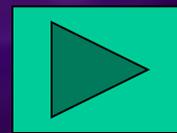
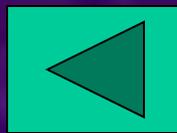
6.2 Получение математической модели



На данном рисунке корреляционное уравнение фрагмента поверхности отклика имеет значение коэффициента B_2 (при факторе X_2) близкое к 0 (или равное 0).

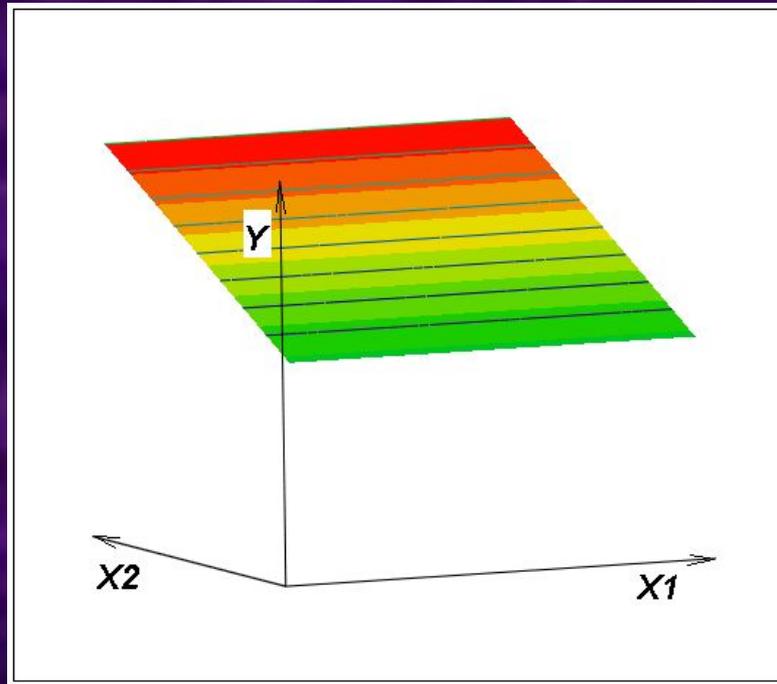
Параметр оптимизации не зависит от фактора X_2 .

Уравнение регрессии имеет вид $Y=B_0 + B_1 \cdot X_1$



6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

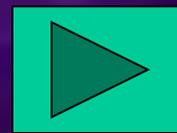
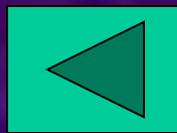
6.2 Получение математической модели



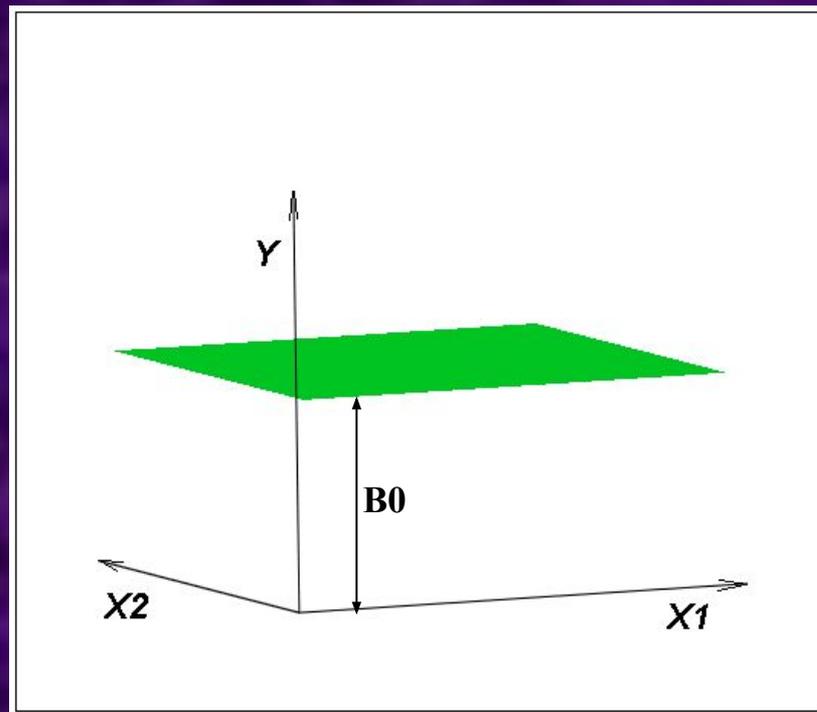
На данном рисунке корреляционное уравнение фрагмента поверхности отклика имеет значение коэффициента B_1 при факторе X_1 близкое к 0 (или равное 0).

Параметр оптимизации не зависит от фактора X_1 .

Уравнение регрессии имеет вид $Y = B_0 + B_2 * X_2$



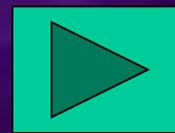
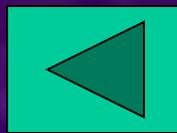
6.2 Получение математической модели



На данном рисунке фрагмент поверхности отклика имеет значение коэффициентов B_1 и B_2 при факторах X_1 и X_2 соответственно близкое к 0 (или равное 0).

Параметр оптимизации не зависит от оптимизирующих факторов X_1 и X_2 в данной подобласти.

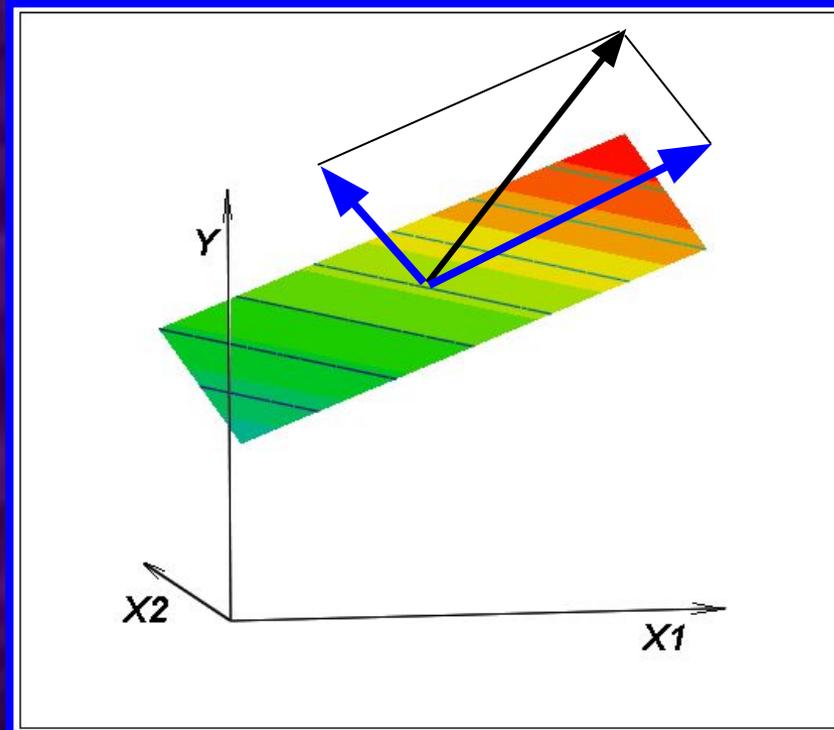
Уравнение регрессии имеет вид $Y=B_0$



6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.3 Крутое восхождение

*Шаг по фактору X_2
(рассчитывается)*



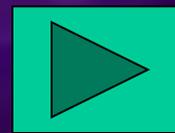
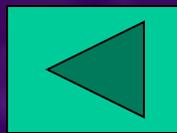
Градиент

*Шаг по фактору X_1
задается
(базовый)*

Полученная математическая модель позволяет рассчитать направление градиента (как изменять одновременно два фактора, чтобы результирующее движение в факторном пространстве происходило по градиенту).

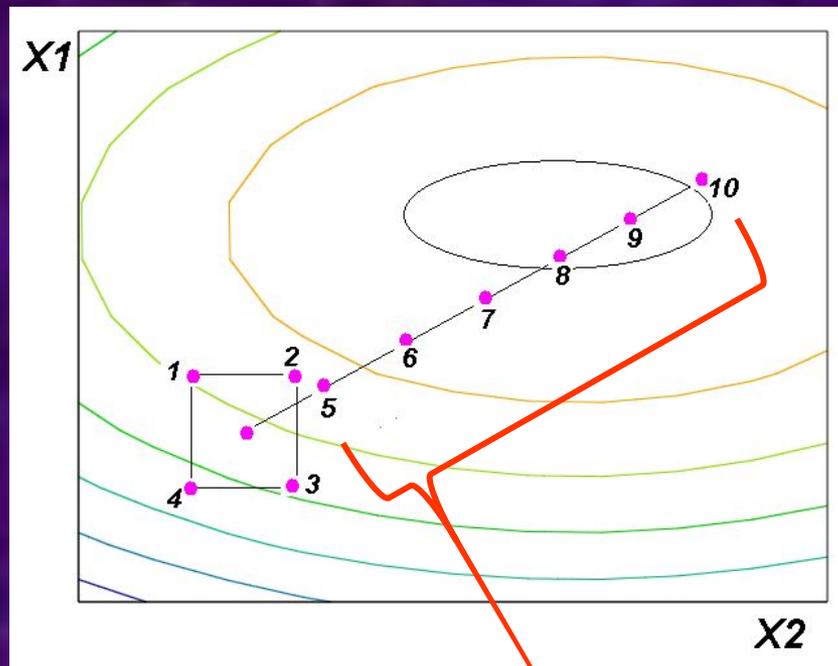
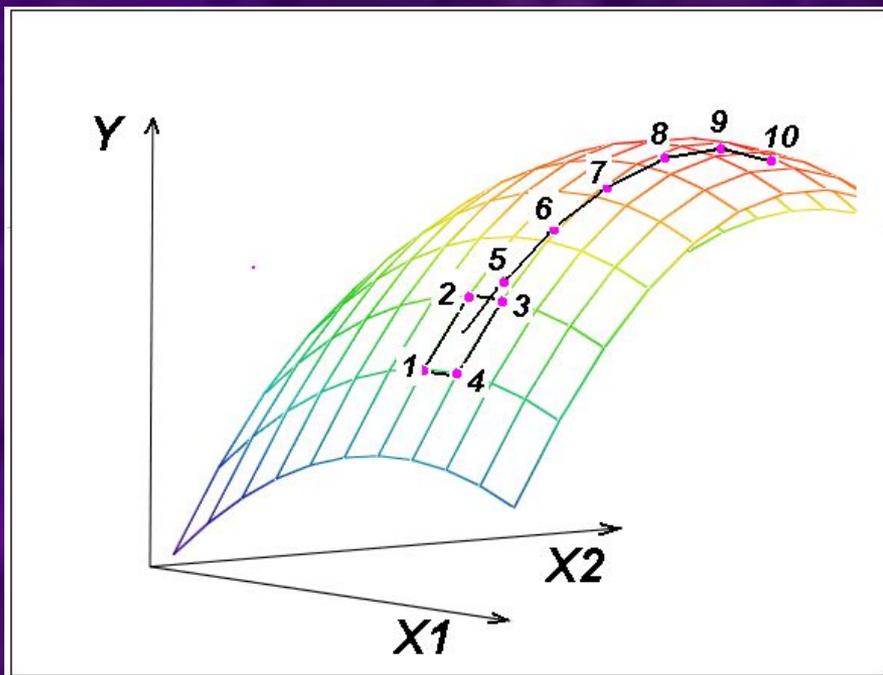
Выбирают величину шага для фактора, сильнее влияющего на параметр оптимизации (базового).

Для другого фактора шаг движения рассчитывают по коэффициентам уравнения регрессии.



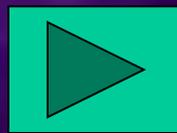
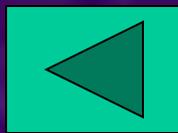
6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.3 Крутое восхождение

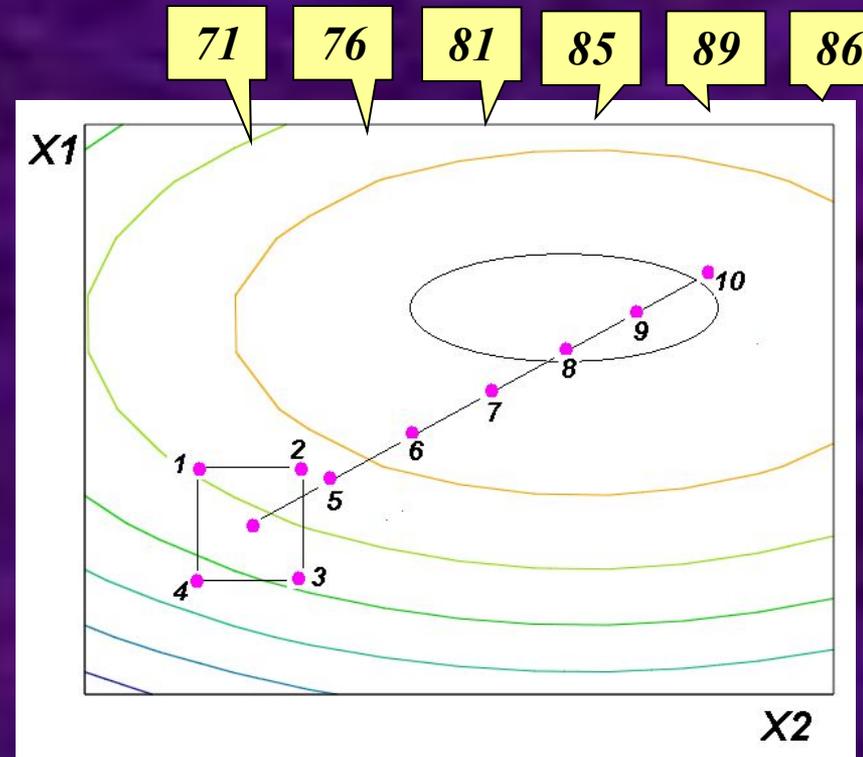
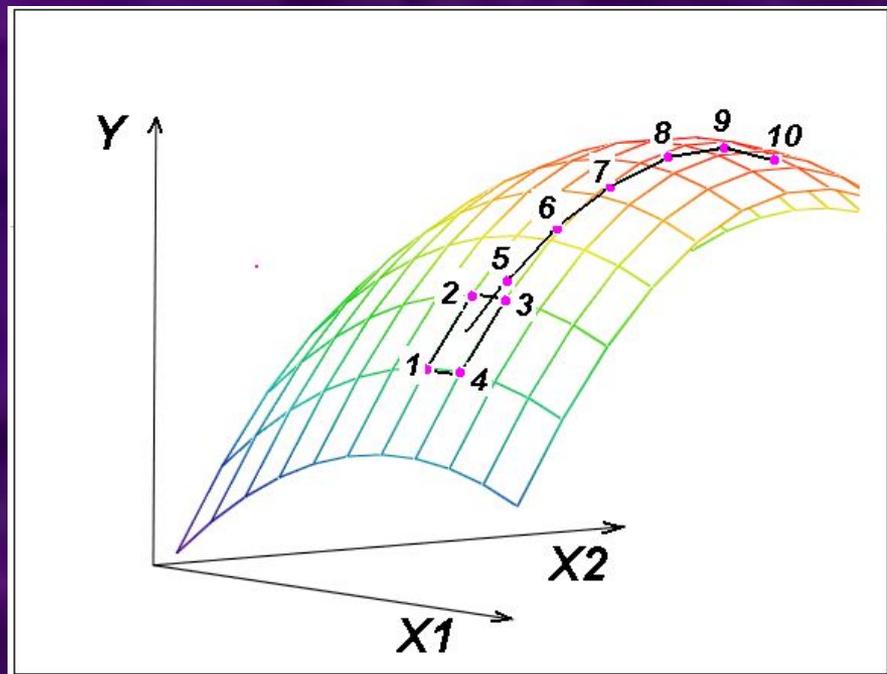


Опыты крутого восхождения

Используя значения шага по каждому фактору рассчитывают условия опытов крутого восхождения (точки 5, 6, 7, 8, 9, 10).



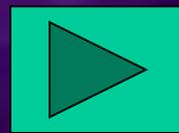
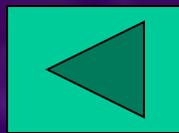
6.3 Крутое восхождение



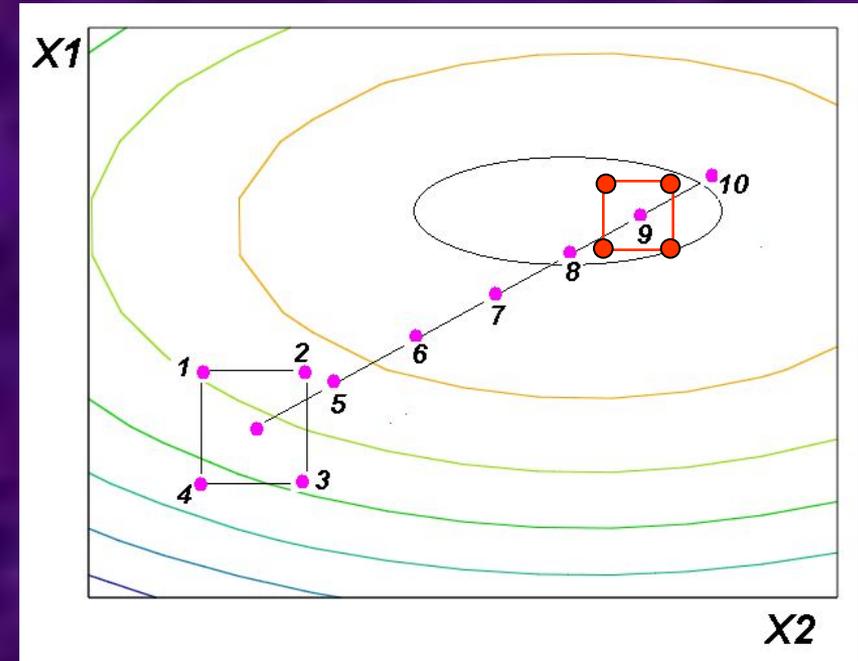
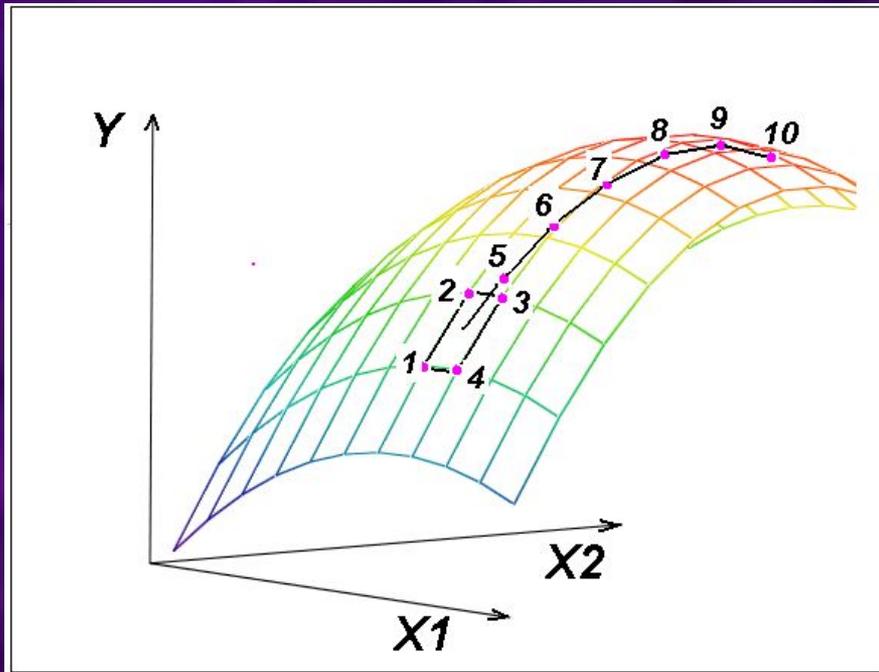
Выполняют опыты в условиях, соответствующих точкам 5, 6, 7, 8, 9, 10. Допустим, для каждого опыта получены значения параметра оптимизации, приведенные на рисунке справа.

Наилучшее значение параметра оптимизации получено в опыте 9.

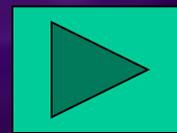
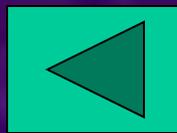
Координаты этой точки в факторном пространстве можно принять за оптимальные условия.



6.4 Уточнение положения экстремума

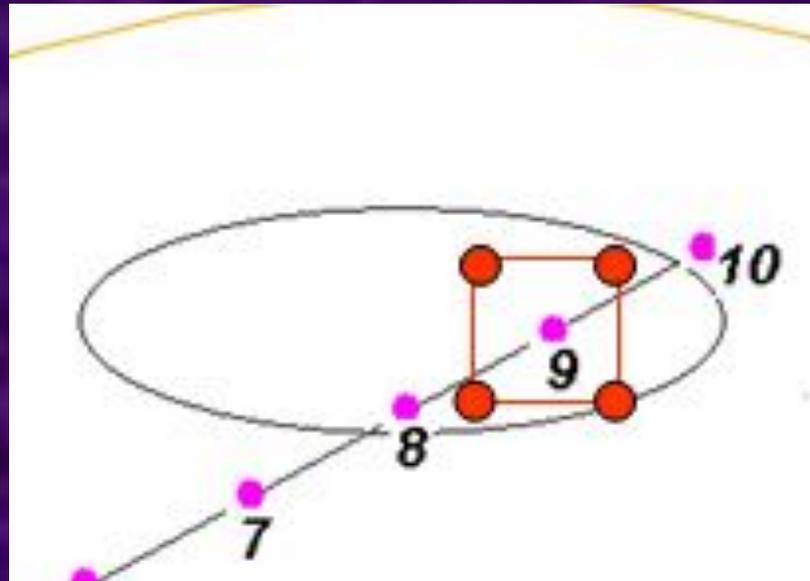


Для проверки истинности достигнутого экстремума точку, в которой достигнуто лучшее значение параметра оптимизации принимают за центр нового плана эксперимента с уменьшенным интервалом варьирования факторов.

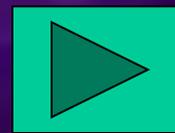
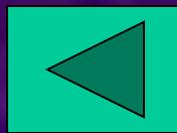


6 Графическая интерпретация процесса оптимизации

6.4 Уточнение положения экстремума

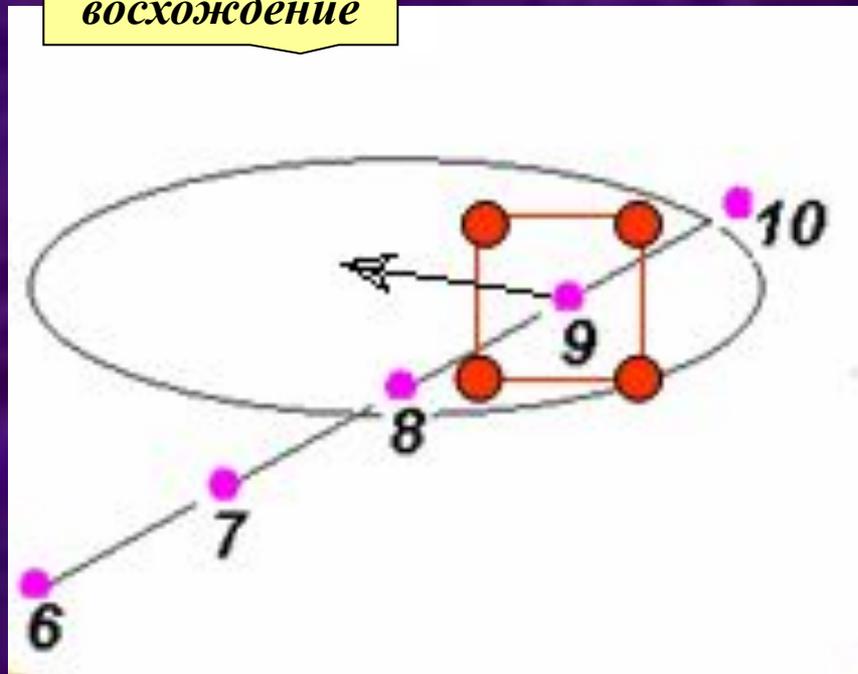


Проводят эксперименты в точках нового плана (**красные точки**), получают новую математическую модель (уравнение регрессии) в подобласти с центром в точке 9. Если коэффициенты уравнения регрессии будут незначимы, то это свидетельствует о достижении **квастационарной области** (области, в которой параметр оптимизации практически не зависит от значения оптимизирующих факторов).

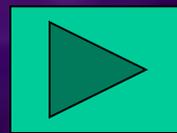
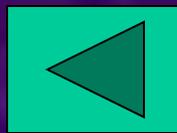


6.4 Уточнение положения экстремума

Новое крутое восхождение



Если коэффициенты уравнения оказываются значимы, то может быть выполнено новое крутое восхождение для уточнения положения экстремума.

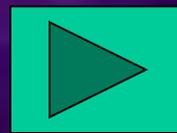
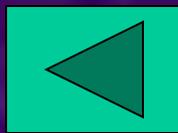


Выполнение оптимизации условного технологического процесса по
Боксу-Уилсону
(полнофакторный эксперимент 2^2)
с применением имитационно-моделирующей
программы-тренажера.

Перед работой с программой-имитатором изучите технику работы с ней, просмотрев кадры с информацией

Для запуска программы-имитатора лабораторной работы нажмите на ссылку.
При работе с программой сохраняйте ее периодически в каталоге
D:\Лабораторные работы\Курс\Группа\... , добавив к ее имени свою фамилию.

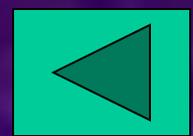
Ссылка для открытия программы-имитатора



Запустите программу «Метод Бокса-Уилсона»
Введите номер указанного преподавателем варианта.

№ варианта	1
------------	---

Нажмите на эту кнопку для выбора варианта



7.2 Составление плана эксперимента

Для выбранного варианта указываются рекомендованные значения нулевого уровня факторов.

Рекомендуемые значения нулевого уровня факторов
(для начала оптимизации)

Z1	17
Z2	24

Число опытов= 4

Число параллельных опытов= 2

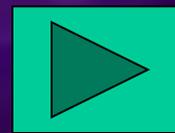
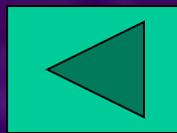
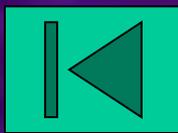
При нажатии на эту кнопку можно увидеть как составляется план эксперимента для варианта 1, выбранного в качестве примера.

1. Построение плана эксперимента

Составление плана эксперимента ✕

Заполните матрицу планирования:
значения нулевого уровня - рекомендованные,
интервал варьирования - 4 или 5,
верхний и нижний уровни рассчитайте самостоятельно,
Ниже приведен пример плана для варианта 1.

Характеристика		
Нулевой уровень	17	24
Интервал варьирования	4	4
Верхний уровень	21	28
Нижний уровень	13	20



Пустая таблица плана
эксперимента

Таблица 1

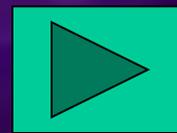
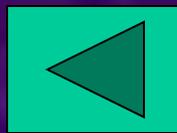
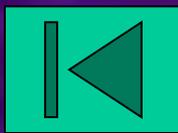
Характеристика		
Нулевой уровень		
Интервал варьирования		
Верхний уровень		
Нижний уровень		

Заполненная таблица плана
эксперимента

Таблица 1

Характеристика		
Нулевой уровень	17	24
Интервал варьирования	4	4
Верхний уровень	21	28
Нижний уровень	13	20

Составьте план эксперимента для своего варианта.

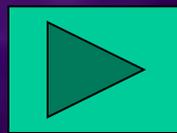
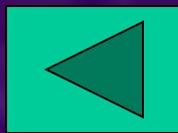
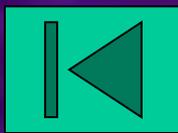
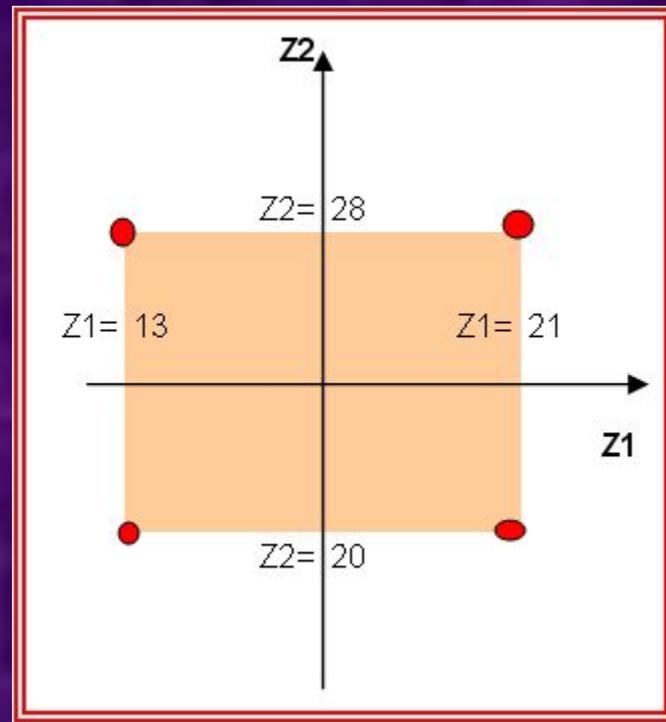


7.2 Составление плана эксперимента

На рисунке справа приведено графическое представление плана эксперимента 2^2 .

Таблица 1

Характеристика		
Нулевой уровень	17	24
Интервал варьирования	4	4
Верхний уровень	21	28
Нижний уровень	13	20



Пустой шаблон матрицы планирования эксперимента.

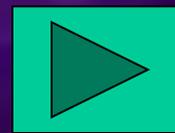
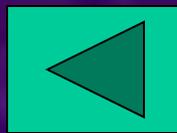
Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1					0,00
2	1	-1					0,00
3	-1	1					0,00
4	1	1					0,00

Заполненный шаблон матрицы планирования эксперимента

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	13	20			0,00
2	1	-1	21	20			0,00
3	-1	1	13	28			0,00
4	1	1	21	28			0,00



7.3 Составление матрицы планирования эксперимента

Натуральные значения факторов записываются в матрицу в соответствии с кодированными значениями данного фактора.

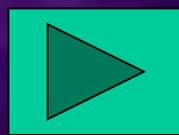
-1 соответствует нижнему уровню фактора (выделено синим цветом),

1 соответствует верхнему уровню фактора. (выделено красным цветом).

Соответствие столбцов кодированных и натуральных значений факторов показано стрелками.

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	13	20			0,00
2	1	-1	21	20			0,00
3	-1	1	13	28			0,00
4	1	1	21	28			0,00



7.4 Выполнение виртуального эксперимента

После составления матрицы планирования выполняют виртуальные опыты в условиях, указанных в матрице планирования.

Каждая строка в матрице соответствует опыту, каждый опыт дублируется два раза.

Нажатие на эту кнопку выводит на экран диалоговое окно виртуального эксперимента.

3. Выполнение виртуального эксперимента

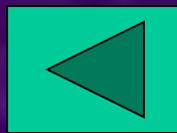
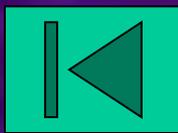
Условия опыта вводят в соответствующие поля

Виртуальный эксперимент

1 Выберите номер опыта	2 Для выбранного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2	3 Нажмите на эти кнопки для выполнения виртуального эксперимента (два дублирующих опыта)	4 Для обработки результатов эксперимента нажмите эту кнопку
Выбор опыта <input checked="" type="radio"/> Опыт №1 <input type="radio"/> Опыт №2 <input type="radio"/> Опыт №3 <input type="radio"/> Опыт №4	1 Z1 Z2 <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="button" value="1"/> <input type="button" value="2"/> Y1 Y2 <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="button" value="Обработка результатов"/>

Виртуальный эксперимент

1 Выберите номер опыта	2 Для выбранного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2	3 Нажмите на эти кнопки для выполнения виртуального эксперимента (два дублирующих опыта)	4 Для обработки результатов эксперимента нажмите эту кнопку
Выбор опыта <input checked="" type="radio"/> Опыт №1 <input type="radio"/> Опыт №2 <input type="radio"/> Опыт №3 <input type="radio"/> Опыт №4	1 Z1 Z2 <input type="text" value="13"/> <input type="text" value="20"/>	<input type="button" value="1"/> <input type="button" value="2"/> Y1 Y2 <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="button" value="Обработка результатов"/>



7.4 Выполнение виртуального эксперимента

Нажатие на кнопки 1 и 2 вызывает выполнение дублирующих опытов виртуального эксперимента (программа генерирует случайную ошибку).

Виртуальный эксперимент ✕

1 Выберите номер опыта

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4

2 Для выбранного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2

1

Z1	Z2
13	20

3 Нажмите на эти кнопки для выполнения виртуального эксперимента (два дублирующих опыта)

1	2
Y1	Y2
76.519	76.087

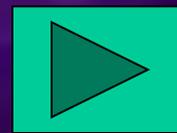
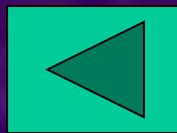
4 Для обработки результатов эксперимента нажмите эту кнопку

Обработка результатов

Полученные значения параметра оптимизации автоматически записываются в соответствующие ячейки матрицы.

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	13	20	76,52	76,09	76,30
2	1	-1	21	20			0,00
3	-1	1	13	28			0,00
4	1	1	21	28			0,00



7.4 Выполнение виртуального эксперимента

Выполняют второй опыт.

Виртуальный эксперимент X

1 Выберите номер опыта

Выбор опыта

Опыт №1

Опыт №2

Опыт №3

Опыт №4

2 Для выбранного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2

2

Z1 Z2

21 20

3 Нажмите на эти кнопки для выполнения виртуального эксперимента (два дублирующих опыта)

1 2

Y1 Y2

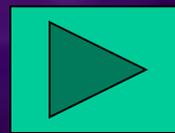
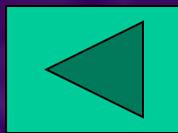
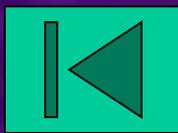
80.840 80.717

4 Для обработки результатов эксперимента нажмите эту кнопку

Обработка результатов

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	13	20	76,52	76,09	76,30
2	1	-1	21	20	80,84	80,72	80,78
3	-1	1	13	28			0,00
4	1	1	21	28			0,00



7.4 Выполнение виртуального эксперимента

Выполняют третий опыт.

Виртуальный эксперимент ✕

1 Выберите номер опыта

2 Для выбранного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2

3 Нажмите на эти кнопки для выполнения виртуального эксперимента (два дублирующих опыта)

4 Для обработки результатов эксперимента нажмите эту кнопку

Выбор опыта

Опыт №1

Опыт №2

Опыт №3

Опыт №4

3

Z1 Z2

13 28

1 2

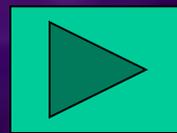
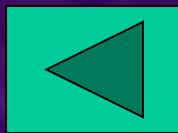
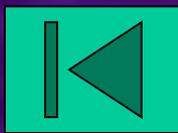
Y1 Y2

79.512 79.283

Обработка результатов

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	13	20	76,52	76,09	76,30
2	1	-1	21	20	80,84	80,72	80,78
3	-1	1	13	28	79,51	79,28	79,40
4	1	1	21	28			0,00



7.4 Выполнение виртуального эксперимента

Выполняют четвертый опыт.

Виртуальный эксперимент ✕

1 Выберите номер опыта

2 Для выбранного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2

3 Нажмите на эти кнопки для выполнения виртуального эксперимента (два дублирующих опыта)

4 Для обработки результатов эксперимента нажмите эту кнопку

Выбор опыта

Опыт №1

Опыт №2

Опыт №3

Опыт №4

4

Z1 Z2

21 28

1 2

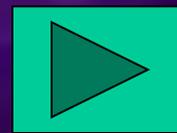
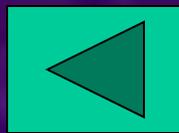
Y1 Y2

83.624 83.649

Обработка результатов

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	13	20	76,52	76,09	76,30
2	1	-1	21	20	80,84	80,72	80,78
3	-1	1	13	28	79,51	79,28	79,40
4	1	1	21	28	83,62	83,65	83,64



7.5 Проверка воспроизводимости опытов (однородности дисперсий)

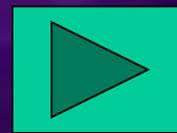
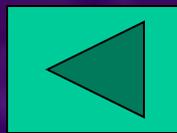
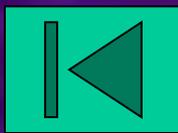
В этом фрагменте программы наглядно показано, как рассчитывается *критерий Кохрена* (максимальная дисперсия делится на сумму всех дисперсий).

Таблица 3

№	Параметр оптимизации (эксп)			Дисперсия
	Y1	Y2	Y _{ср}	S ²
1	76,52	76,0876	76,30	0,093
2	80,84	80,7171	80,78	0,008
3	79,51	79,2835	79,40	0,026
4	83,62	83,6497	83,64	0,000
Сумма всех дисперсий =				0,127

Максимальная дисперсия= 0,093

Расчетное значение критерия Кохрена $G_p = \frac{0,093}{0,127} = 0,731$



7.5 Проверка воспроизводимости опытов (однородности дисперсий)

Для проверки однородности дисперсий нужно вызвать диалоговое окна, нажав на кнопку:

4. Проверка воспроизводимости опытов

Проверка воспроизводимости опытов (одно... ✕

Если расчетное значение критерия Кохрена меньше табличного, то опыты считаются воспроизводимыми (дисперсии однородны). Можно продолжать расчет.

Если расчетное значение критерия Кохрена больше табличного, то дисперсии неоднородны (слишком велика дисперсия в одном из опытов. Нужно повторить опыт с завышенной дисперсией и снова выполнить проверку воспроизводимости.

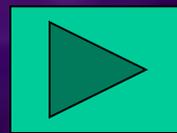
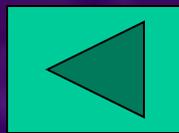
Вызов таблицы со значениями критерия Кохрена

Введите расчетное значение критерия Кохрена

Введите табличное значение критерия Кохрена

Сделайте вывод о воспроизводимости опытов, нажав соответствующую кнопку:

Опыты воспроизводимы **Опыты невоспроизводимы**



7.5 Проверка воспроизводимости опытов (однородности дисперсий)

Для вызова таблицы со значениями критерия Кохрена нужно нажать на кнопку:

Проверка воспроизводимости опытов (одно...

Если расчетное значение критерия Кохрена меньше табличного, то опыты считаются воспроизводимыми (дисперсии однородны). Можно продолжать расчет.

Если расчетное значение критерия Кохрена больше табличного, то дисперсии неоднородны (слишком велика дисперсия в одном из опытов. Нужно повторить опыт с завышенной дисперсией и снова выполнить проверку воспроизводимости.

Вызов таблицы со значениями критерия Кохрена

Введите расчетное значение критерия Кохрена

Введите табличное значение критерия Кохрена

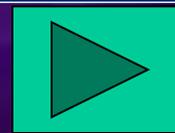
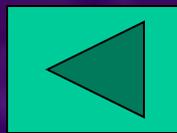
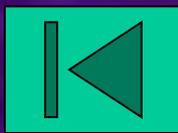
Сделайте вывод о воспроизводимости опытов, нажав соответствующую кнопку:

UserForm2

Выберите табличное значение критерия Кохрена

(число параллельных опытов $m=2$
число опытов $N=4$)

N	Число степеней свободы $F = m - 1$			
	1	2	3	4
2	0,999	0,975	0,935	0,906
3	0,967	0,871	0,798	0,746
4	0,907	0,768	0,684	0,629
5	0,841	0,684	0,598	0,544
6	0,781	0,616	0,532	0,480
7	0,727	0,561	0,480	0,431
8	0,680	0,516	0,438	0,391
9	0,639	0,478	0,403	0,358
10	0,602	0,445	0,373	0,331
12	0,541	0,392	0,326	0,288
15	0,471	0,335	0,276	0,242
20	0,389	0,271	0,221	0,192



7.5 Проверка воспроизводимости опытов (однородности дисперсий)

Расчетное значение критерия Кохрена $G_p = \frac{0,093}{0,127} = 0,731$

Проверка воспроизводимости опытов (одно...

Если расчетное значение критерия Кохрена меньше табличного, то опыты считаются воспроизводимыми (дисперсии однородны). Можно продолжать расчет.

Если расчетное значение критерия Кохрена больше табличного, то дисперсии неоднородны (слишком велика дисперсия в одном из опытов. Нужно повторить опыт с завышенной дисперсией и снова выполнить проверку воспроизводимости.

Вызов таблицы со значениями критерия Кохрена

Введите расчетное значение критерия Кохрена

Введите табличное значение критерия Кохрена

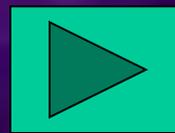
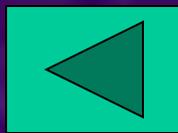
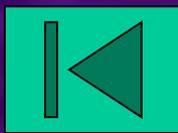
Сделайте вывод о воспроизводимости опытов, нажав соответствующую кнопку:

Опыты воспроизводимы

Опыты невоспроизводимы

В соответствующие поля нужно ввести расчетное и табличное значения критерия Кохрена

N	Число ст
	1
2	0,999
3	0,967
4	0,907
5	0,841
6	0,781



7.5 Проверка воспроизводимости опытов (однородности дисперсий)

Если расчетное значение критерия Кохрена меньше табличного, то дисперсии считаются однородными (опыты воспроизводимы).

Проверка воспроизводимости опытов (одно...

Если расчетное значение критерия Кохрена меньше табличного, то опыты считаются воспроизводимыми (дисперсии однородны). Можно продолжать расчет.

Если расчетное значение критерия Кохрена больше табличного, то дисперсии неоднородны (слишком велика дисперсия в одном из опытов. Нужно повторить опыт с завышенной дисперсией и снова выполнить проверку воспроизводимости.

Вызов таблицы со значениями критерия Кохрена

Введите расчетное значение критерия Кохрена

Введите табличное значение критерия Кохрена

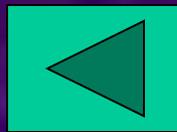
Сделайте вывод о воспроизводимости опытов, нажав соответствующую кнопку:

Сделайте нужный вывод нажимите на соответствующую кнопку.

Если вывод правильный, появится информационное окно:

Оценка ответа

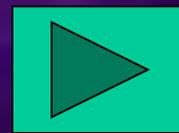
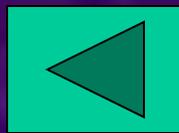
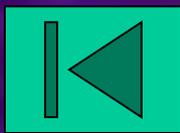
Верно, продолжайте обработку результатов



7.5 Проверка воспроизводимости опытов (однородности дисперсий)

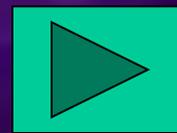
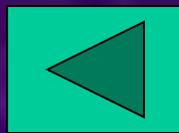
Если расчетное значение критерия Кохрена больше табличного, то дисперсии считаются неоднородными (опыты невоспроизводимы).

Следовательно, нужно повторить выполнение опыта, в котором получилась наибольшая дисперсия, добиваясь меньшей разности между результатами параллельных опытов.



Если дисперсии однородны, то затем рассчитывается дисперсия параметра оптимизации.

Дисперс. воспроизводимости параметра оптимизации ($S_{2\text{восп}}$) 0,032



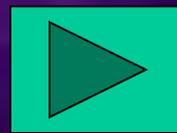
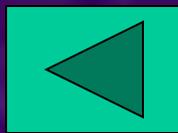
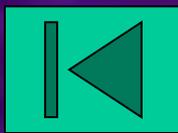
7.7 Расчет коэффициентов уравнения регрессии

В таблице 4 наглядно показано, как рассчитываются коэффициенты уравнения регрессии.

Коэффициент уравнения регрессии рассчитывается как среднеарифметическое значение параметров оптимизации для каждого опыта, взятых со знаком, соответствующим кодированному значению фактора в данном опыте.

Таблица 4

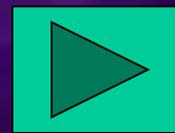
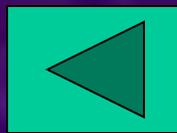
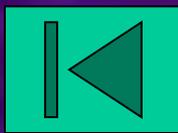
№ опыта		B1	B2	B12	B0	B1	B2	B12
1	1	-1	-1	1	76,30	-76,30	-76,30	76,30
2	1	1	-1	-1	80,78	80,78	-80,78	-80,78
3	1	-1	1	-1	79,40	-79,40	79,40	-79,40
4	1	1	1	1	83,64	83,64	83,64	83,64
					80,03	2,18	1,49	-0,06



В таблице 5 приведены полученные значения коэффициентов уравнения регрессии

B0=	80,03
B1=	2,18
B2	1,49
B12=	-0,06

Коэффициенты уравнения регрессии вида $Y=B_0+B_1*X_1+B_2*X_2+B_{12}*X_1*X_2$

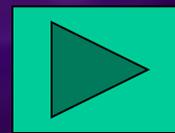
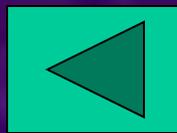


7.8 Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Оценить значимость коэффициентов уравнения регрессии можно сопоставляя их с ошибкой определения коэффициентов уравнения.

Для этого рассчитывается ошибка определения коэффициентов уравнения (ошибка эксперимента по следующей формуле:

$S_b =$	0,01126
---------	---------



7.8 Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

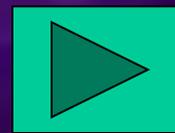
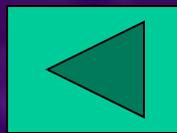
Значимость коэффициентов уравнения проверяют с помощью t -критерия, значение которого для 4-х опытов берут из таблицы:

Таблица 6

№ опытов	t -критерий
1	12,71
2	4,3
3	3,18
4	2,78
5	2,57
6	2,45
7	2,36
8	2,31

Для четырех опытов t -критерий равен:

$t_{\text{табл}} =$	2,78
---------------------	------



7.8 Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Расчетное значение t -критерия для каждого фактора определяют как частное от деления значения коэффициента на ошибку эксперимента.

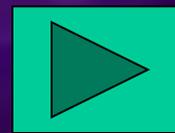
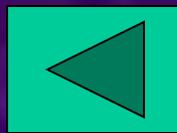
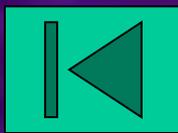
В таблице 7 приведены значения коэффициентов и расчетные значения t -критерия для каждого фактора.

Если расчетное значение t -критерия больше табличного, то коэффициент значим.

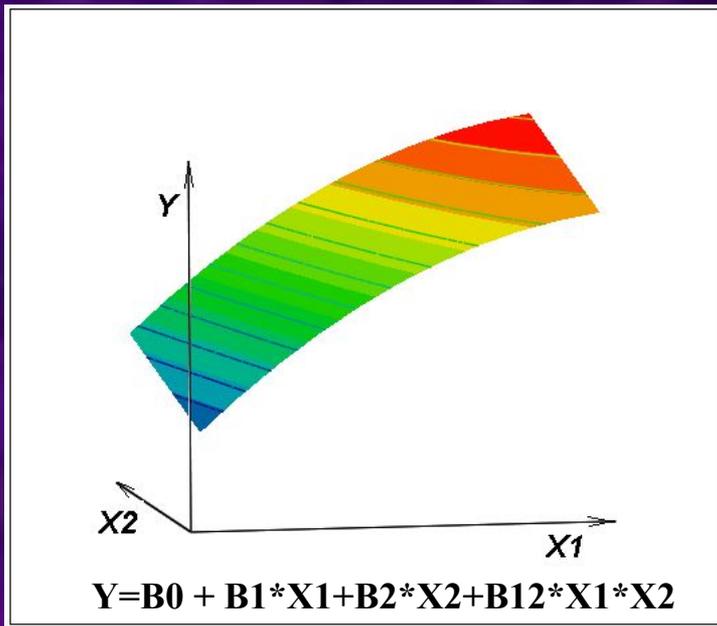
Для данного примера табличное значение t -критерия равно 2,78, поэтому все коэффициенты значимы.

Таблица 7

	$B_j=$	$t_j=$	
B0	80,0294	7106,09	$t_j > t$ табл, значим
B1	2,17854	193,44	$t_j > t$ табл, значим
B2	1,48823	132,15	$t_j > t$ табл, значим
B12	-0,05913	5,25	$t_j > t$ табл, значим



7.8 Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии



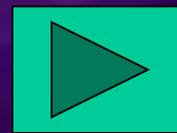
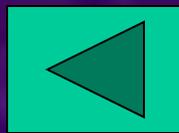
Значимость коэффициента при совместном влиянии факторов означает, что фрагмент поверхности в области плана эксперимента нелинеен, а градиент поверхности можно рассчитывать только для плоской поверхности

Поэтому обнуляем коэффициент B_{12} .

Таблица 8

B_0	80,03
B_1	2,18
B_2	1,49
B_{12}	-0,06

Если коэффициент, учитывающий совместное влияние факторов значим, то приравняем его нулю: $B_{12} = 0$



7.8 Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Этап, выполняемый при нажатии на данную кнопку имеет контролирующий характер.

5. Проверка значимости коэффициентов уравнения

Нужно ввести количество значимых коэффициентов уравнения регрессии.

Значимость коэффициентов уравнения регрессии 

Получено уравнение регрессии следующего вида:
 $Y = B_0 + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_{12} \cdot X_1 \cdot X_2,$

где $B_0 =$ $B_1 =$ $B_2 =$ $B_{12} =$

Введите число значимых коэффициентов уравнения
(больше 0, включая свободный член)

Значимость коэффициентов уравнения регрессии 

Получено уравнение регрессии следующего вида:
 $Y = B_0 + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_{12} \cdot X_1 \cdot X_2,$

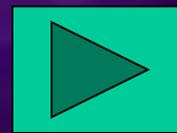
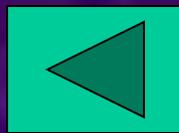
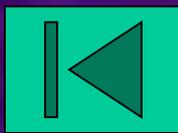
где $B_0 =$ $B_1 =$ $B_2 =$ $B_{12} =$

Введите число значимых коэффициентов уравнения
(больше 0, включая свободный член)

Если ответ верный, то появляется сообщение:

Microsoft Ex... 

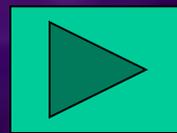
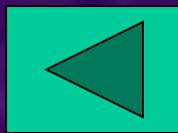
Верно



7.8 Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Далее появляется еще одно сообщение:

Число значимых коэффициентов уравнения		3
Число значимых коэффициентов введено верно		



7.9 Проверка адекватности уравнения регрессии

Так как в уравнении регрессии теперь отсутствует член, учитывающий *совместное влияние факторов*, то необходима проверка уравнение на *адекватность (способность описывать поверхность отклика)*.

Расчетные значения параметра оптимизации получают, подставляя в уравнение регрессии условия каждого опыта в кодированном виде. В таблице 9 приведены экспериментальные и расчетные значения параметра оптимизации, а также разности между ними. Ниже показано, как рассчитывается дисперсия адекватности.

Таблица 9

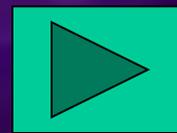
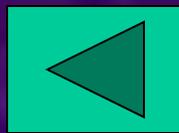
№	B0	B1	B2	Yэксп	Yрасч	Yэксп-Yрасч
1	1	-1	-1	76,30	76,36	-0,0591
2	1	1	-1	80,78	80,72	0,0591
3	1	-1	1	79,40	79,34	0,0591
4	1	1	1	83,64	83,70	-0,0591

Число параллельных опытов = 2

Рассчитываем дисперсию адекватности $S_{ад}$ ад =
$$\frac{m}{N - B} \sum_{i=1}^N (y_i - y_{ip})^2 = 0,02797$$

Число опытов = 4

Число значимых коэффициентов уравнения (включая свободный член) = 3



7.9 Проверка адекватности уравнения регрессии

В этом фрагменте программы представлена процедура проверки уравнения на *адекватность* с помощью *критерия Фишера*.

Рассчитываем критерий Фишера для оценки адекватности уравнения регрессии

Таблица 10

Дисперсия адекватности	0,0280	Число степеней свободы =	1 (N-B)
Дисперсия воспроизводимости	0,0319	Число степеней свободы =	4 (N*(m-1))

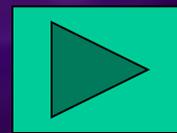
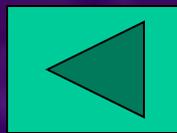
Критерий Фишера рассчитывается как частное от деления большей дисперсии на меньшую:

$$F_{\text{рас}} = \frac{0,03185}{0,02797} = 1,1$$

$$F_{\text{табл}} = 224,00$$

Делаем вывод об адекватности уравнения регрессии на основании сравнения расчетного значения критерия Фишера с табличным (*если $F_{\text{рас}} < F_{\text{табл}}$, то уравнение адекватно*):

Как получено табличное значение критерия Фишера, показано далее.



6. Проверка адекватности уравнения регрессии

При нажатии на эту кнопку открывается диалоговое окно проверки уравнения регрессии на адекватность.

Проверка адекватности уравнения регрессии ✕

Число степеней свободы числителя

Число степеней свободы знаменателя

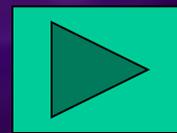
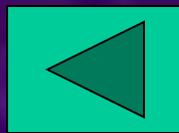
Подсказка

Введите найденное значение критерия Фишера

Значения критерия Фишера
(уровень доверительной вероятности $P=0,95$)

Число степеней свободы знаменателя f2	Число степеней свободы числителя f1							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	161,45	199,50	217,51	224,58	230,16	233,99	236,77	237,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
4	7,17	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44

OK



7.9 Проверка адекватности уравнения регрессии

Если нажать на кнопку подсказка, то в соответствующих полях появятся значения степеней свободы для числителя и знаменателя

Проверка адекватности уравнения регрессии X

Число степеней свободы числителя 4

Число степеней свободы знаменателя 1

Подсказка

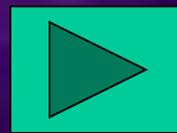
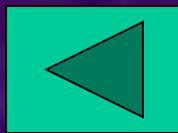
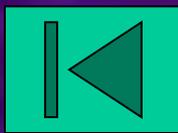
Введите найденное значение критерия Фишера 0

Значения критерия Фишера

(уровень доверительной вероятности $P=0,95$)

Число степеней свободы знаменателя	Число степеней свободы числителя f1							
	f2	1	2	3	4	5	6	7
1	161,45	199,50	217,51	224,58	230,16	233,99	236,77	237,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
4	7,17	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44

OK



7.9 Проверка адекватности уравнения регрессии

Определенное по таблице значение *критерия Фишера* нужно ввести в данное поле, затем закрыть окно, нажав ОК.

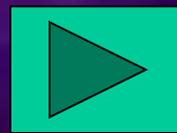
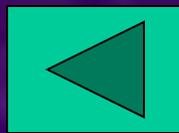
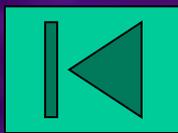
Проверка адекватности уравнения регрессии ✕

Число степеней свободы числителя:

Число степеней свободы знаменателя:

Введите найденное значение критерия Фишера:

Значения критерия Фишера (уровень доверительной вероятности $P=0,95$)		Число степеней свободы числителя f1							
		f2	1	2	3	4	5	6	7
1	161,45	199,50	217,51	224,58	230,16	233,99	236,77	237,88	
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	
4	7,17	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	

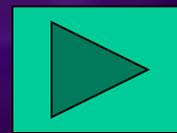
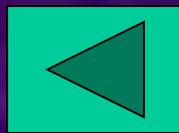
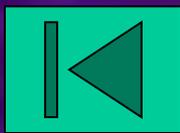


Если расчетное значение критерия Фишера *меньше табличного*, то уравнение *адекватно*.

В данном примере уравнение регрессии адекватно, так как $F_{\text{рас}} = 1,1 < F_{\text{табл}} = 224$.

Причиной неадекватности чаще всего является слишком *большой интервал варьирования*.

Если уравнение неадекватно, то использование его коэффициентов для расчета градиента может привести к существенной ошибке в определении направления движения к оптимуму.



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Для расчета условий опытов крутого восхождения сначала выбирают *базовый фактор*.

За базовый выбирают фактор, у которого *произведение коэффициента уравнения на интервал варьирования больше*.

В таблице 11 показана процедура выбора базового фактора.

Выбираем базовый фактор по модулю произведения коэффициента при данном факторе на его интервал варьирования (*за базовый выбираем фактор с большим значением произведения*)

Таблица 11

Z1	B1*dZ1=	2,18	x	4	=	8,71
Z2	B2*dZ2=	1,49	x	24	=	5,95

Нажмите кнопку для фактора, выбранного базовым:

Z1

Z2

Номер фактора, выбранного за базовый:

Нужно нажать на кнопку с номером выбранного базового фактора. (в данном примере – 1, т.к. $8,71 > 5,95$)

Если выбор верный, появится сообщение

Таблица 11

Z1	B1*dZ1=	2,18	x	4	=	8,71
Z2	B2*dZ2=	1,49	x	24	=	5,95

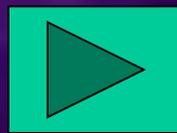
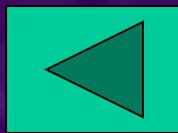
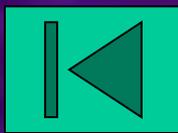
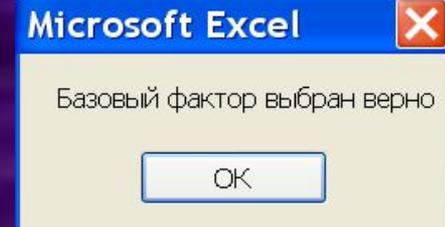
Нажмите кнопку для фактора, выбранного базовым:

Z1

Z2

Номер фактора, выбранного за базовый:

1



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Ввод коэффициента базового фактора – контролирующая процедура. нужно нажать на данную кнопку для открытия диалогового окна ввода коэффициента.

Таблица 11

Z1	$B1*dZ1=$	2,18	x	4	=	8,71
Z2	$B2*dZ2=$	1,49	x	24	=	5,95

7. Ввод коэффициента базового фактора

Введите коэффициент при данном факторе

Ввод коэффициента базового фактора

Введите коэффициент базового фактора (посмотрите таблицу 11)

2,18

OK

7. Ввод коэффициента базового фактора

Введите коэффициент при данном факторе

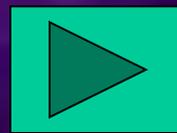
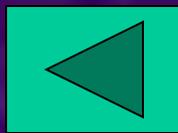
2,18

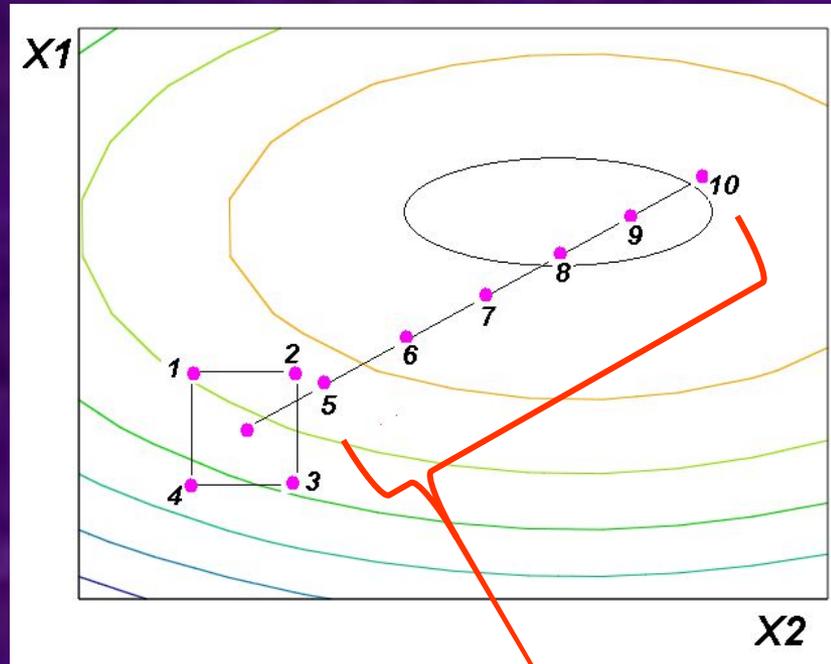
Если ошибки нет, то появится сообщение:

Microsoft Ex...

Верно

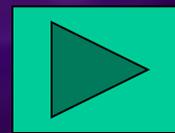
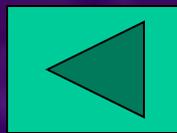
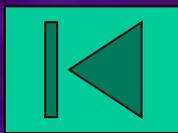
OK





Опыты крутого восхождения

Математическая модель (уравнение регрессии) фрагмента поверхности отклика (квадрат с вершинами 1,2, 3,4) позволяет рассчитать координаты (условия) опытов крутого восхождения по градиенту.



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Крутое восхождение выполняется *из центра плана*,

Поэтому нужно ввести его характеристики из таблицы 1.

Нужно нажать на данную кнопку для появления диалогового окна.

8. Ввод характеристик плана эксперимента

Таблица 12

Характеристика	Z1	Z2
Центр плана		
Интервал		

Таблица 12

Характеристика	Z1	Z2
Центр плана	17	24
Интервал	4	4

Ввод завершен

Таблица 1

Характеристика		
Нулевой уровень	17	24
Интервал варьирования	4	24
Верхний уровень	21	28
Нижний уровень	13	20

Ввод характеристик плана экспериме...

Введите характеристики плана эксперимента (см. табл. 1)

Z1 Z2

Нулевой уровень

Интервал варьирования

OK

Ввод характеристик плана:

Ввод характеристик плана экспериме...

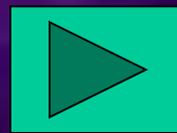
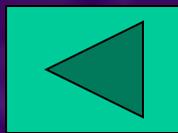
Введите характеристики плана эксперимента (см. табл. 1)

Z1 Z2

Нулевой уровень

Интервал варьирования

OK



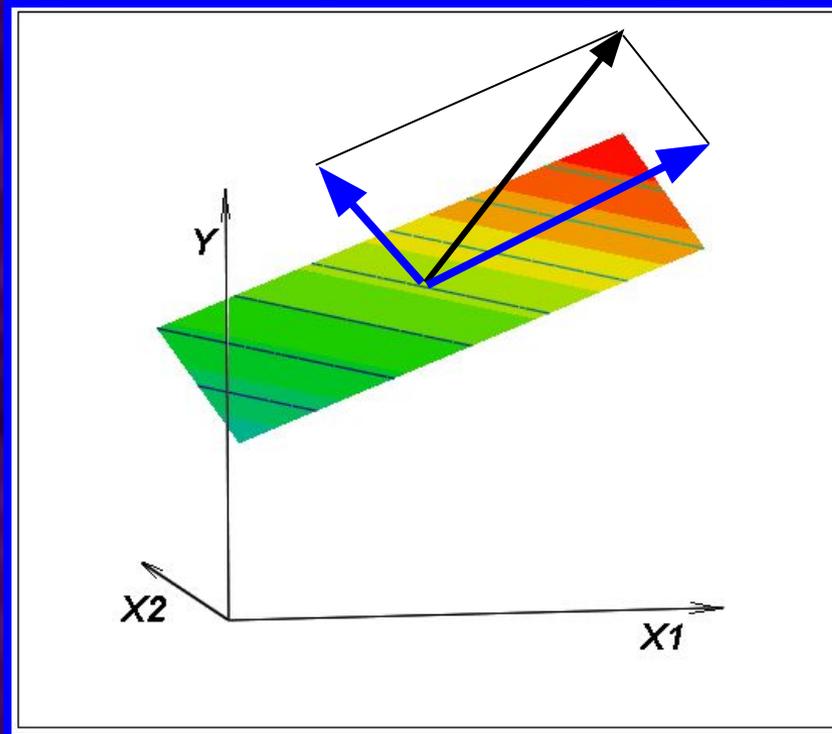
7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Шаг крутого восхождения выбирают для *базового фактора*.

В данном примере мы ищем максимум параметра оптимизации, поэтому **знак шага должен быть таким же как у коэффициента при данном факторе**.

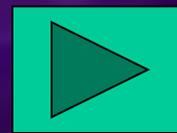
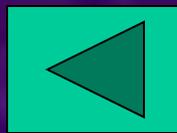
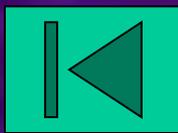
Величину шага выбирают *равной или несколько меньше интервала варьирования*.

*Шаг по фактору X2
(рассчитывается)*



Градиент

*Шаг по фактору X1
задается
(базовый)*



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Для ввода шага нужно нажать данную кнопку и ввести в поле диалогового окна значение шага.

9. Выбор шага крутого восхождения

Введите выбранный шаг движения для базового фактора (равный или меньше интервала варьирования)

dZ*=

Выбор шага крутого восхождения

Введите шаг крутого восхождения для базового фактора (равный интервалу варьирования или несколько меньше):

Шаг базового фактора

ОК

Ввод значения шага

9. Выбор шага крутого восхождения

Введите выбранный шаг движения для базового фактора (равный или меньше интервала варьирования)

dZ*=

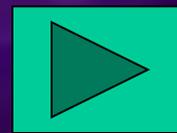
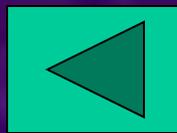
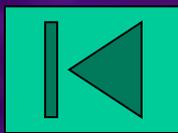
Ввод
завершен

Выбор шага крутого восхождения

Введите шаг крутого восхождения для базового фактора (равный интервалу варьирования или несколько меньше):

Шаг базового фактора

ОК



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Таблица 13 является планом крутого восхождения.

Расчетное значение параметра оптимизации в центре плана называется «мысленным опытом»

10. Выполнение крутого восхождения

Таблица 13

Хар-ка, № опыта	Z1	Z2	X1	X2	Yрасч	Yэксп
Центр плана	17	24	0	0		81,26
Интервал	4	4	1	1		
Шаг движения	3,00	2,05	0,75	0,51		
Крутое восхождение						
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	

Мысленный опыт

Экспериментальные значения параметра оптимизации

Натуральные значения 1-го фактора

Натуральные значения 2-го фактора

Кодированные значения 1-го фактора

Кодированные значения 1-го фактора

Расчетные значения параметра оптимизации



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Для виртуального выполнения опытов крутого восхождения нужно нажать эту кнопку.

10. Выполнение крутого восхождения

Диалоговое окно виртуального эксперимента такое же, как при выполнении опытов матрицы планирования.

Крутое восхождение ✕

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

1 Выберите номер опыта

Выбор опыта

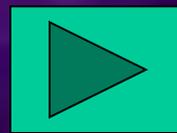
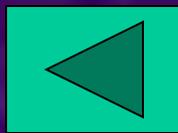
- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)

Z1	Z2
<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Уэксп=



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Выполняем опыт №1.

(равный и

Крутое восхождение

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

- 1 Выберите номер опыта
- 2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)
- 3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

Z1 Z2

Yэксп=

10. Вып

Таблица 1

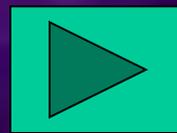
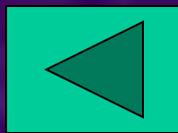
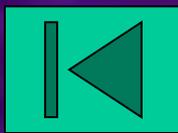
Хар-ка, №

Центр план

Интервал

Шаг движе

Крутое восхождение						
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Выполняем опыт №2.

(равный и

Крутое восхождение

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

1 Выберите номер опыта

2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)

3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

Z1 Z2

23 28,1

Эксперимент

Уэксп= 84.848

Закрыть

10. Выг

Таблица 1

Хар-ка, №

Центр план

Интервал

Шаг движе

Крутое восхождение						
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Выполняем опыт №3.

(равный и

Крутое восхождение ✕

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

1 Выберите номер опыта

2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)

3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

Z1 Z2

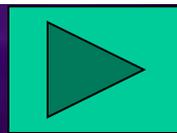
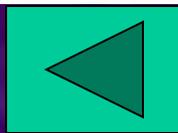
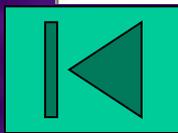
Эксперимент

Yэксп=

Закреть

Крутое восхождение

1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	85,01
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Выполняем опыт №4.

(равный и

Крутое восхождение

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

- 1 Выберите номер опыта
- 2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)
- 3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

Z1 Z2

Эксперимент

Yэксп=

Заккрыть

10. Выг

Таблица 1

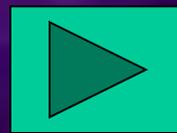
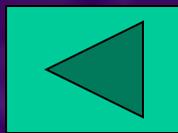
Хар-ка, №

Центр план

Интервал

Шаг движе

Крутое восхождение						
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	85,01
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	86,02
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Выполняем опыт №5.

(равный ил

Крутое восхождение

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

- 1 Выберите номер опыта
- 2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)
- 3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

Z1 Z2

32 34,25

Эксперимент

Уэксп= 85.548

Заккрыть

10. Вып

Таблица 1

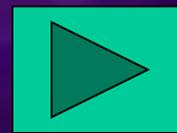
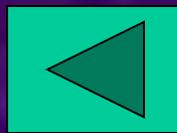
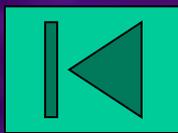
Хар-ка, №

Центр план

Интервал

Шаг движен

Крутое восхождение						
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	85,01
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	86,02
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	85,55
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	



7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Выполняем опыт №6.

(равный и

Крутое восхождение

Выполните последовательно все опыты крутого восхождения

- 1 Выберите номер опыта
- 2 Для данного опыта введите значения оптимизирующих факторов Z1 и Z2 (см. табл. 13)
- 3 Нажмите на эту кнопку для выполнения виртуального эксперимента

Выбор опыта

- Опыт №1
- Опыт №2
- Опыт №3
- Опыт №4
- Опыт №5
- Опыт №6

Z1 Z2

35 36,3

Эксперимент

Yэксп= 83.928

Закреть

10. Выг

Таблица 1

Хар-ка, №

Центр план

Интервал

Шаг движе

Крутое восхождение						
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	85,01
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	86,02
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	85,55
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	83,93



Анализируем результаты крутого восхождения.

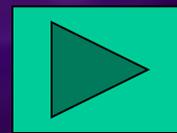
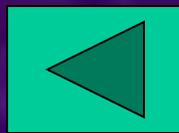
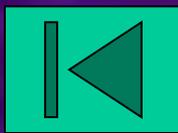
Наилучшее значение параметра оптимизации (86.02) получено в опыте №4.

Оптимальные условия:

Фактор 1: 29

Фактор 2: 32.2

1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	85,01
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	86,02
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	85,55
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	83,93



Для контроля правильности решения нужно нажать на данную кнопку.

11. Анализ результатов крутого восхождения

Введите результаты крутого восхождения в поля диалогового окна.

10. В

Анализ результатов крутого восхождения

Введите номер опыта, в котором получено наилучшее значение параметра оптимизации

Введите найденные оптимальные условия

Z1 Z2

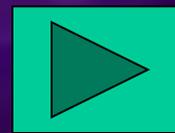
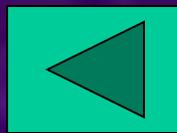
1	20,00	26,05	0,75	0,51	82,43	83,35	
2	23,00	28,10	1,50	1,02	84,82	84,85	
3	26,00	30,15	2,25	1,54	87,22	85,01	
4	29,00	32,20	3,00	2,05	89,61	86,02	
5	32,00	34,25	3,75	2,56	92,01	85,55	
6	35,00	36,30	4,50	3,07	94,41	83,93	

Анализ результатов крутого восхождения

Введите номер опыта, в котором получено наилучшее значение параметра оптимизации

Введите найденные оптимальные условия

Z1 Z2

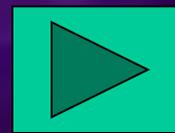
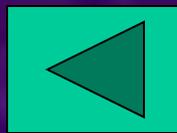
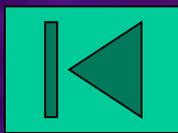
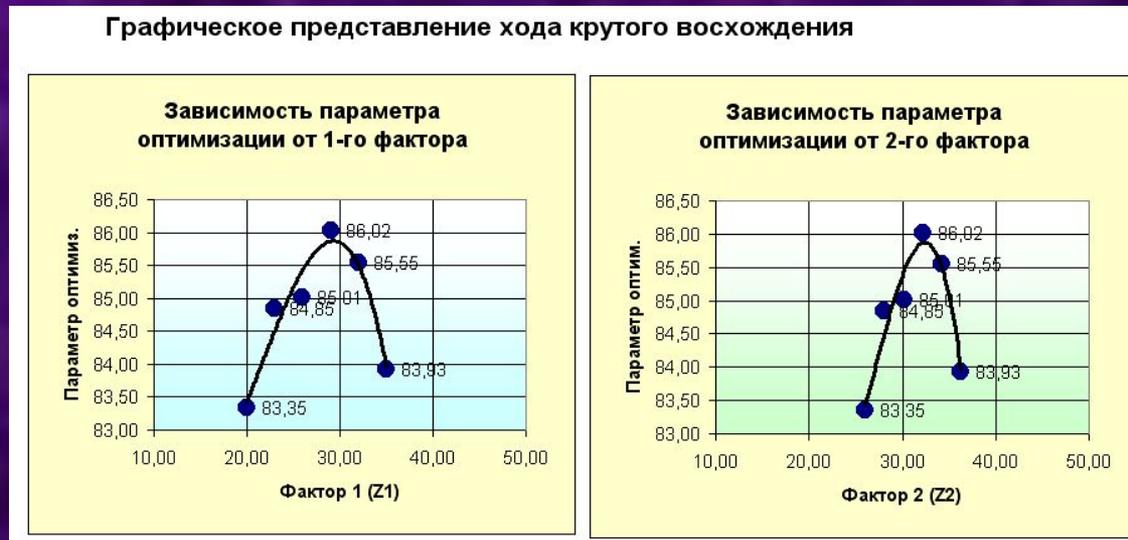


7.10 Крутое восхождение по поверхности отклика

Если решение верное, оно фиксируется в таблице «Оптимальные условия»:

Оптимальные условия:		
Значение фактора 1	Z1оптим=	29,00
Значение фактора 2	Z2оптим=	32,20
Параметр оптимизации	Yоптим=	86,02

На графиках наглядно показывается ход крутого восхождения по каждому фактору:



7.11 Проверка истинности достигнутого оптимума

Для получения инструкции о проверке истинности достигнутого экстремума нужно нажать на данную кнопку:

12. Проверка истинности экстремума

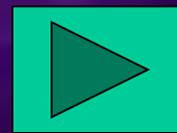
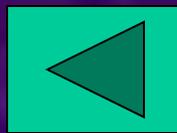
Внимательно изучите эту информацию:

В результате выполненного крутого восхождения были найдены оптимальные условия: значения факторов 1 и 2, при которых получается наибольшее значение параметра оптимизации.

О достижении максимума параметра оптимизации судили по его возрастанию с последующим уменьшением. Однако найденный максимум может быть не глобальным из-за ошибок в определении коэффициентов уравнения регрессии, которые неизбежно приведут к ошибке при расчете плана крутого восхождения.

Поэтому нужно выполнить проверку истинности достигнутого экстремума.

Сущность этой проверки заключается в получении математической модели (уравнения регрессии) области с центром плана в точке с найденными оптимальными условиями. Если коэффициенты при оптимизирующих факторах будут малозначимыми, то экстремум можно считать истинным.



7.11 Проверка истинности достигнутого оптимума

Нужно составить *новый план эксперимента с центром в точке факторного пространства, в которой получено наилучшее значение* параметра оптимизации. Значения факторов *округлим* до целых значений.

Оптимальные значения факторов, которые нужно принять за новый центр плана (*округлить до целого!*)

Z1	29
Z2	32

1. Построение плана эксперимента

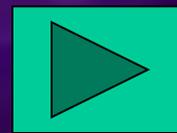
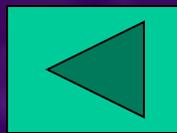
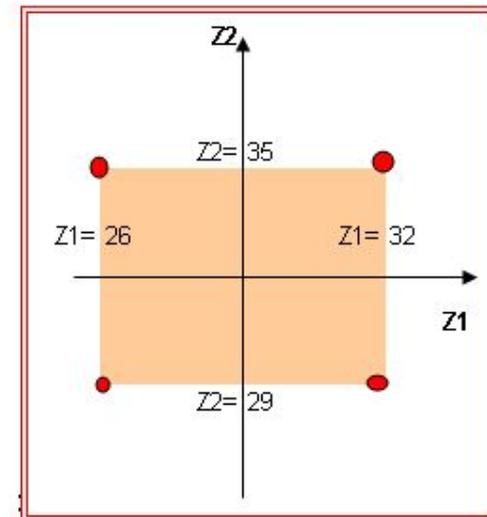
Число опытов= 4

Число параллельных опытов= 2

Таблица 1

Характеристика		
Нулевой уровень	29	32
Интервал варьирования	3	3
Верхний уровень	32	35
Нижний уровень	26	29

Графическое представление плана эксперимента



7.11 Проверка истинности достигнутого оптимума

Составляем *новую матрицу планирования эксперимента* и выполняем виртуальные эксперименты, как в начале процесса оптимизации.

2. Составление матрицы планирования

Составьте матрицу планирования эксперимента

Таблица 2

№ опыта	Значения факторов				Параметр оптимизации		
	Кодированные		Натуральные				
	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2	Y _{ср}
1	-1	-1	26	29	84,98	85,35	85,17
2	1	-1	32	29	85,21	84,41	84,81
3	-1	1	26	35	84,98	84,98	84,98
4	1	1	32	35	84,74	84,95	84,85

3. Выполнение виртуального эксперимента

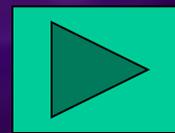
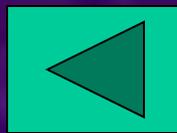


Выполняем проверку воспроизводимости опытов (однородности дисперсий).

4. Проверка воспроизводимости опытов

Таблица 3

№	Параметр оптимизации (эксп)			Дисперсия
	Y1	Y2	Y _{ср}	S ₂
1	84,98	85,3511	85,17	0,069
2	85,21	84,4098	84,81	0,316
3	84,98	84,9795	84,98	0,000
4	84,74	84,9511	84,85	0,022
Сумма всех дисперсий =				0,408
Максимальная дисперсия=				0,316
Расчетное значение критерия Кохрена $G_p = \frac{0,316}{0,408} =$				
				0,776
Дисперс. воспроизводимости параметра оптимизации (S ₂ восп)				0,102



Получены коэффициенты корреляционного уравнения, описывающего поверхность отклика в области достигнутого экстремума.

Дисперс. воспроизводимости параметра оптимизации ($S^2_{\text{восп}}$) 0,102

Расчет коэффициентов уравнения регрессии:

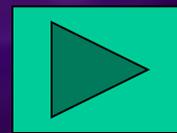
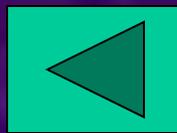
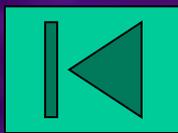
Таблица 4

№ опыта		B1	B2	B12	B0	B1	B2	B12
1	1	-1	-1	1	85,17	-85,17	-85,17	85,17
2	1	1	-1	-1	84,81	84,81	-84,81	-84,81
3	1	-1	1	-1	84,98	-84,98	84,98	-84,98
4	1	1	1	1	84,85	84,85	84,85	84,85
					84,95	-0,12	-0,04	0,06

Таблица 5

B0=	84,95
B1=	-0,12
B2	-0,04
B12=	0,06

Кoeffициенты уравнения регрессии вида $Y=B_0+B_1 \cdot X_1+B_2 \cdot X_2+B_{12} \cdot X_1 \cdot X_2$



Коэффициенты корреляционного уравнения проверяем на значимость.

Расчет погрешности в определении коэффициентов уравнения регрессии (ошибка эксперимента):

Sb= 0,03603

Расчет t-критерия (отношение значения коэффициента уравнения к ошибке эксперимента):

Таблица 6

№ опытов	t-критерий
1	12,71
2	4,3
3	3,18
4	2,78
5	2,57
6	2,45
7	2,36
8	2,31

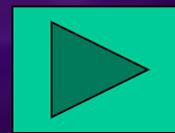
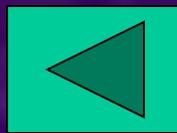
Для четырех опытов t-критерий равен:

t_{табл}= 2,78

Проверка коэффициентов на значимость:

Таблица 7

	Bj=	tj=	
B0	84,9498	2358,04	tj > t табл, значим
B1	-0,12351	3,43	tj > t табл, значим
B2	-0,03676	1,02	tj < t табл, незначим
B12	0,05556	1,54	tj < t табл, незначим



Принимаем решение о завершении оптимизации.

Проверка коэффициентов на значимость:

Таблица 7

	$B_j=$	$t_j=$	
B0	84,9498	2358,04	$t_j > t$ табл, значим
B1	-0,12351	3,43	$t_j > t$ табл, значим
B2	-0,03676	1,02	$t_j < t$ табл, незначим
B12	0,05556	1,54	$t_j < t$ табл, незначим

Незначимые коэффициенты приравниваются к нулю:

Таблица 8

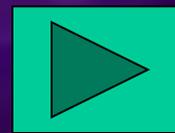
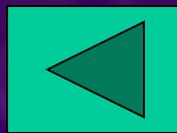
B0	84,95
B1	-0,12
B2	0,00
B12	0,00

Если коэффициенты B1 и B2 близки к нули, то можно считать, что достигнута квазистационарная область (область, в которой факторы почти не влияют на параметр оптимизации). Такая область есть в районе экстремума. Крутое восхождение для уточнения положения экстремума в этом случае выполнять не нужно. Оптимизация закончена.

Если коэффициент, учитывающий совместное влияние факторов значим,

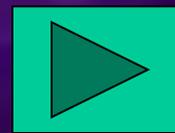
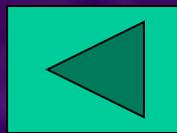
то приравниваем его нулю:

B12= 0



Для запуска программы-имитатора лабораторной работы нажмите на ссылку.
При работе с программой сохраняйте ее периодически в каталоге
D:\Лабораторные работы\Курс\Группа\... , добавив к ее имени свою фамилию.

Ссылка для открытия программы-имитатора



Конец программы

