

Правила комбинаторики

Основные понятия

- **КОМБИНАТОРИКОЙ** называется раздел математики, в котором исследуется, сколько различных комбинаций (всевозможных объединений элементов), подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству

Правило суммы

- **Если надо выбрать n вещей, причём одну выбрать t способами, а вторую k способами, то или одну или другую вещь можно выбрать $(t + k)$ способами.**
- Имеется 8 шаров: в первый ящик положили 5 шт., а во второй - 3 шт. Сколькими способами можно вытащить 1 шар?
- Решение: из первого ящика шар можно вытащить 5-ю способами, а из второго 3-мя. Значит, всего $5+3=8$ способов

Правило произведения

- Если надо выбрать n вещей, причём одну выбрать m способами, а вторую k способами, то одну и другую можно выбрать $(m \cdot k)$ способами.
- В первом ящике 5 зелёных, а во втором - 3 красных шара. Сколькими способами можно вытащить 1 зелёный и 1 красный шар?
- Решение: зелёный можно выбрать 5-ю способами, а красный – 3-мя. Значит, 1 зелёный и 1 красный можно выбрать $3 \cdot 5 = 15$ способами.

Виды комбинаций (выборок)

- Если из данного множества предметов мы будем выбирать некоторое подмножество, то его будем называть выборкой.
- Размещениями без повторений из n элементов по m называются такие выборки, которые содержат по m элементов, взятых из числа данных n элементов, и отличаются друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения. Число размещений из n по m обозначается
- $A_n^m = n! / (n - m)!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$,
($n!$ - эн факториал) произведение n - последовательных натуральных чисел

Рассмотрение примеров

- В звене 12 человек. Требуется выбрать звеньевое, санитаря, командира. Сколькими способами это можно сделать?
- Решение: сначала выбирают звеньевое, затем санитаря, и наконец командира. Каждый может быть выбран звеньевым, поэтому существует 12 возможностей, для выбора санитаря остаётся 11 возможностей, а выбор командира уже 10 способов. Следовательно, всего получается $12 \times 11 \times 10 = 1320$ способов, что бы выбрать трёх учеников из 12 т.е. $A_{12}^3 = 12 \times 11 \times 10 = 1320$

- **Перестановками** без повторений из n элементов по n называются размещения, отличающиеся друг от друга только порядком расположения элементов. Число перестановок обозначается $P_n = n!$
- Сколько четырёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 1,2,3,4, если каждая цифра входит в число только один раз?
- Решение: $P_n = 4! = 1*2*3*4 = 24$

- Размещения без повторений из n элементов по m , которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, называются сочетаниями

- $\underline{C}_n^m = (A_n^m) / P_m$

Рассмотрение примеров

- На тренировке занимаются 10 баскетболистов. Сколько различных стартовых пятёрок может образовать тренер?
- Решение: так как при составлении стартовой пятёрки тренера интересует только состав пятёрки, то достаточно определить число сочетаний из 10 элементов по 5:
- $C_{10}^5 = (10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6) / (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5) = 252$

Различие между перестановками, размещениями, сочетаниями

- В случае перестановок берутся все элементы и изменяется только их местоположение.
- В случае размещений берётся только часть элементов и важно расположение элементов друг относительно друга.
- В случае сочетаний берётся только часть элементов и не имеет значения расположение элементов друг относительно друга.

Проверь себя

- Что такое комбинаторика?
- В чём состоит правило суммы?
- В чём состоит правило произведения?
- Что такое размещения?
- Запишите формулу для нахождения числа размещений.
- Что такое перестановки?
- Запишите формулу для нахождения числа перестановок.
- Что такое факториал?
- Что такое сочетания?
- Запишите формулу для нахождения числа сочетаний.
- В чём различие между перестановками, размещениями, сочетаниями?