Тема: Деление многочленов

Разделить уголком многочлен $P(x) = 10x^2 - 7x - 12$ на $Q(x) = 5x + 4$

ДЕЛИМОЕ

$10x^2 - 7x - 12$

ДЕЛИТЕЛЬ

$5x + 4$

$-$ $10x^2 + 8x$

ПЕРВЫЙ ОСТАТОК

$-15x - 12$

$-$ $-15x - 12$

ЧАСТНОЕ

$2x - 3$

ОСТАТОК

0

Остаток равен нулю, поэтому многочлен P(x) делиться на многочлен Q(x)

Пример 1 : Разделить многочлен $P(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ на многочлен $Q(x) = x^2 + x$.

$$
\begin{array}{r|l}
-\;\; 3x^4 + 2x^2 - 1 & x^2 + x \\
\underline{3x^4 + 3x^3 \qquad\qquad} & \overline{3x^2 - 3x + 5} \\
-\;\; -3x^3 + 2x^2 - 1 & \\
\underline{-3x^3 - 3x^2 \qquad} & \\
-\;\; 5x^2 - 1 & \\
\underline{5x^2 + 5x} & \\
-5x - 1 &
\end{array}
$$

Степень остатка $-5x - 1$ меньше степени делителя $x^2 + x$, деление закончено.

Ответ: $3x^2 - 3x + 5$ − частное, $-5x - 1$ −остаток.

Формула деления многочленов с остатком

Если многочлен P(x) степени $n > 1$ делят на многочлен Q(x) степени $k \geq 1, k \leq n$ то справедливо равенство:

$$\mathbf{P}(x) = \mathbf{M}(x) \cdot \mathbf{Q}(x) + \mathbf{R}(x)$$

где $M(x)$ – частное, степень которого $m = n - k$, $R(x)$ – остаток , степень которого $l < k$.

Чтобы разделить многочлен P(x) на многочлен Q(x) нужно:

1. Расположить делимое и делитель по убывающим степеням x;
2. Разделить старший член делимого на старший член делителя; полученный одночлен сделать первым членом частного;
3. Первый член частного умножить на делитель; результат вычесть из делимого; полученная разность является первым остатком;
4. Чтобы получить следующий член частного, нужно с первым остатком поступить так, как поступали с делимым и делителем в пунктах 2 и 3.

Пример 2 : Разделить многочлен $3x + 4x^4 + 1 - 15x^3 + 2x^5 - 9x^2$ на многочлен $2x^2 - x^3$

$$
\begin{array}{r|l}
- \; 2x^5 + 4x^4 - 15x^3 - 9x^2 + 3x + 1 & -x^3 + 2x^2 \\
\underline{2x^5 - 4x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} & \overline{-2x^2 - 8x - 1} \\
- \; -8x^4 - 15x^3 - 9x^2 + 3x + 1 & \\
\underline{8x^4 - 16x^3 - 9x^2 + 3x + 1} & \\
- \; -x^3 - 9x^2 + 3x + 1 & \\
\underline{-x^3 - 2x^2 \qquad\qquad\quad} & \\
-7x^2 + 3x + 1 &
\end{array}
$$

Ответ: $-2x^2 - 8x - 1$ – частное, $-7x^2 + 3x + 1$ –остаток.

Свойства делимости многочленов

1. Если многочлен $P(x)$ делится на многочлен $Q(x)$, а многочлен $Q(x)$ делится на многочлен $M(x)$, то многочлен $P(x)$ делиться на многочлен $M(x)$.

2. Если многочлены $P(x)$ и $Q(x)$ делятся на многочлен $M(x)$, то многочлены $P(x) + Q(x)$ и $P(x) - Q(x)$ делятся на многочлен $M(x)$, а многочлен $P(x) \cdot Q(x)$ делиться на многочлен $M^2(x)$.

Найдите частное:

1) $(x^2 + 3x - 4) : (x + 4)$

2) $(x^2 - 7x + 10) : (x - 5)$

3) $(6x^3 + 7x^2 - 6x + 1) : (3x - 1)$

4) $(4x^3 - 5x^2 + 6x + 9) : (4x + 3)$

5) $(15x^3 - x^2 + 8x - 4) : (3x^2 + x + 2)$

6) $(9x^4 - 9x^3 - x^2 + 3x - 2) : (3x^2 - 2x + 1)$