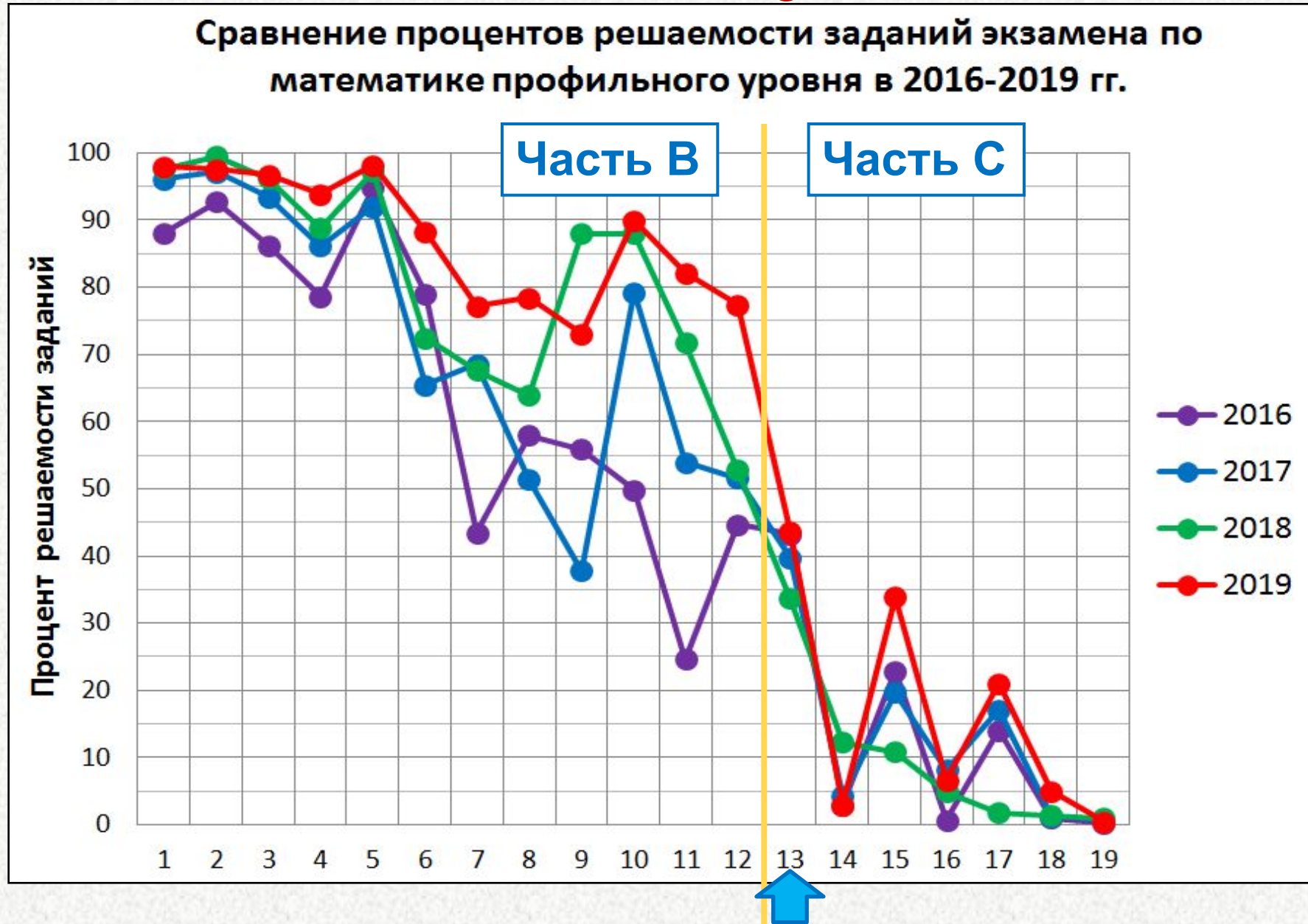


*Марафон*  
*по математике*

$$Q = \frac{\pi}{4} \int_0^l d^2 dl.$$

**День 1**  
**Задание 13**

# Сравнение процентов решаемости заданий в ЕГЭ 2016-2019 гг.



## Программа модуля:

- 1) Задание 13. Критерии
- 2) Отбор корней на промежутке, по ОДЗ и другим ограничениям
- 3) Формулы тригонометрии
- 4) Комбинированные уравнения
- 5) Прочие уравнения



|    |   |                    |                      |   |   |    |    |
|----|---|--------------------|----------------------|---|---|----|----|
| 10 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1–6.3            | 2.1, 2.2             | П | 1 | 15 | 5  |
| 11 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.1                | 2.1, 2.2             | П | 1 | 20 | 10 |
| 12 | Уметь выполнять действия с функциями  | 3.2, 3.3           | 4.1, 4.2             | П | 1 | 20 | 10 |
| 13 | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1–2.3            | 2.1, 2.2             | П | 2 | 20 | 10 |
| 14 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.2, 4.3, 5.2, 5.3 | 5.2–5.6              | П | 2 | 40 | 20 |
| 15 | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.3                | 2.1, 2.2             | П | 2 | 30 | 15 |
| 16 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.1, 5.2, 5.3      | 5.1                  | П | 3 | –  | 25 |
| 17 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1, 6.3           | 1.1.1, 1.1.3, 2.1.12 | П | 3 | –  | 35 |
| 18 | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1–2.3, 5.1       | 2.1, 2.2, 3.2, 3.3   | В | 4 | –  | 35 |
| 19 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.1, 5.3           | 1.1–1.4              | В | 4 | –  | 40 |


Всего заданий – 19; из них

по типу заданий: с кратким ответом – 12; с развернутым ответом – 7;

по уровню сложности: Б – 8; П – 9; В – 2.

Максимальный первичный балл за работу – 32.

Общее время выполнения работы – 235 минут.

  $2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$   $a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

○  $2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$       $a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^2 x - 2a \cdot \sin x - a - 1 = 0$$

○  $2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$       $a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^2 x - 2a \cdot \sin x - a - 1 = 0$$

$$\sin x = t$$

$$4t^2 - 2at - a - 1 = 0$$



○  $2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$       $a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^2 x - 2a \cdot \sin x - a - 1 = 0$$

$$\sin x = t$$

$$4t^2 - 2at - a - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$$





$$2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$$

$a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^2 x - 2a \cdot \sin x - a - 1 = 0$$

$$\sin x = t$$

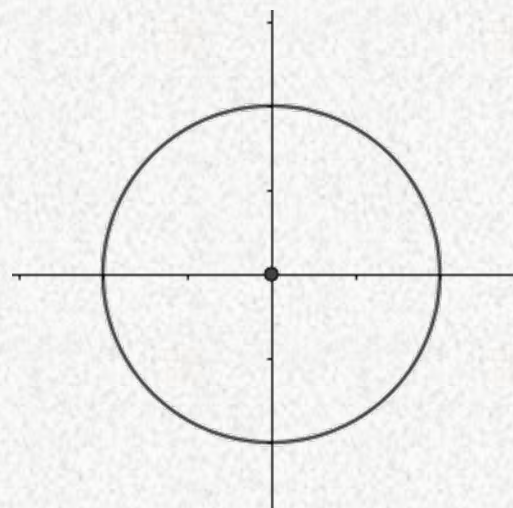
$$4t^2 - 2at - a - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$$

$$D = 0 \Leftrightarrow a = -2$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$



○  $2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$       $a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^2 x - 2a \cdot \sin x - a - 1 = 0$$

$$\sin x = t$$

$$4t^2 - 2at - a - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$$

$$a \neq -2$$

Корни уравнения  $t_1 = -\frac{1}{2}$  и  $t_2 = \frac{a+1}{2}$ .



$$2\cos 2x + 2a \cdot \sin x + a - 1 = 0$$

$a$ : единственное решение на  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^2 x - 2a \cdot \sin x - a - 1 = 0$$

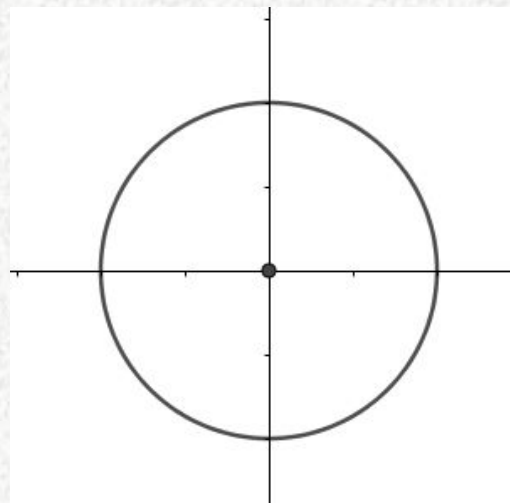
$$\sin x = t$$

$$4t^2 - 2at - a - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$$

$$a \neq -2$$

Корни уравнения  $t_1 = -\frac{1}{2}$  и  $t_2 = \frac{a+1}{2}$ .





# Критерии оценивания

| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах  | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i><br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта <i>a</i> и пункта <i>б</i> | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |

Что такое  
«обоснованно получен ответ в пункте а»?

$$2\cos^2 x + 5\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0; \quad \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$$



$$\sqrt{13} \quad 2 \cos^2 x + 5\sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0$$

$$2 \cos^2 x + 5\sqrt{3} \cos x - 9 = 0$$

пусть  $\cos x = t$

тогда  $\cos^2 x = t^2$

Сделаем замену

$$2t^2 + 5\sqrt{3}t - 9 = 0$$

$$D = 25 \cdot 3 + 9 \cdot 2 \cdot 4 = 147$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{147} = \sqrt{49 \cdot 3} = 7\sqrt{3}$$

$$t_1 = \frac{-5\sqrt{3} - 7\sqrt{3}}{4} = \frac{-12\sqrt{3}}{4} = -3\sqrt{3} \text{ — не подходит, т.к. } -3\sqrt{3} < -1$$

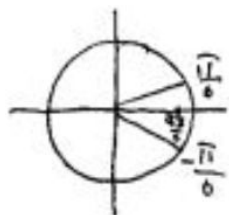
$$t_2 = \frac{-5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ — подходит}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

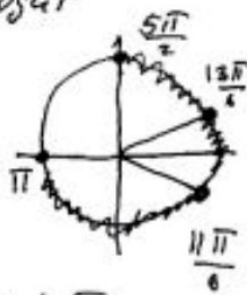
$$x_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{6}$$

а)



б)  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$



ответ:  $\frac{13\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$

воспользуемся формулой приведения

Ограничения:

т.к.  $\cos x$  отпр на промежутке от  $-1$  до  $1 \Rightarrow$

$$-1 \leq t \leq 1$$

Что такое «вычислительная ошибка»?

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0; \quad \left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$$



Вычислительная  
ошибка

### Пример 1.

$$a) 2 \log_4^2(4 \sin x) - 5 \log_4(4 \sin x) + 2 = 0, \quad \log_4(4 \sin x) = t,$$

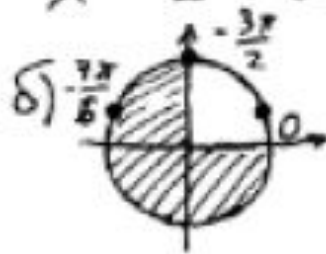
$$2t^2 - 5t + 2 = 0; \quad D = 25 - 16 = 9 = 3^2, \quad t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}; \quad t_2 = \frac{5+3}{4} = 1;$$

$$\log_4(4 \sin x) = t_1 = \frac{1}{2}; \quad \log_4(4 \sin x) = \log_4 2, \quad 4 \sin x = 2; \quad \sin x = \frac{1}{2};$$

$$x \in \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

$$\log_4(4 \sin x) = t_2 = 1; \quad \log_4(4 \sin x) = \log_4 4; \quad 4 \sin x = 4; \quad \sin x = 1;$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\delta) \text{ Ответ: } -\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{8}.$$

1 балл

## Пример 2.

$$13) a) \text{ODЗ: } \begin{cases} 4 \sin x > 0 \\ \sin x > 0 \end{cases}$$

Для любых  $x$  решим методом интервалов

$$\text{Пусть } \log_4(4 \sin x) = t; \quad t > 0$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$D = 25 - 16$$

$$D = 9$$

$$t_1 = \frac{5+3}{2} \quad t_1 = 4$$

$$t_2 = \frac{5-3}{2} \quad t_2 = 1$$

Обратная замена

$$\log_4(4 \sin x) = 1 \quad \text{или} \quad \log_4(4 \sin x) = 4$$

$$4 \sin x = 4$$

$$\sin x = 1$$

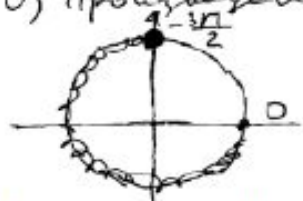
$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$4 \sin x = 256$$

$$\sin x = 64$$

Нет решений.

5) Произведем отбор на единичной окружности



$$-\frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: а) } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \text{ б) } -\frac{3\pi}{2}$$

**НЕ !!!**  
**вычислительная**  
**ошибка**

**0**  
**баллов**

$$6\cos^2 x + 5\sqrt{2}\sin x + 2 = 0; \quad \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$$



|             |              |                   |        |
|-------------|--------------|-------------------|--------|
| Код региона | Код предмета | Название предмета | Резерв |
| 59          | 02           | МАТ               | 6      |

Дополнительный бланк ответов № 2 Лист 3

СЯ РЕГИСТРАЦИЯ  
за разметку страницы

$$6 \cos^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0 ; \quad \left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$$

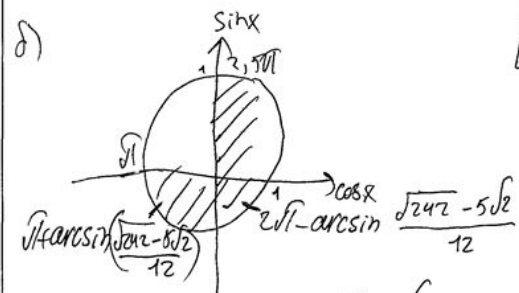
**ВНИМАНИЕ!** Данный бланк использовать только после заполнения основного бланка ответов № 2

$$\begin{aligned} \sin x &= t \\ -6t^2 + 5\sqrt{2}t + 2 &= 0 \\ D &= \sqrt{50 + 48} = \sqrt{98} \\ t &= \frac{-5\sqrt{2} \pm \sqrt{98}}{-12} \\ t &= \frac{-5\sqrt{2} \pm \sqrt{2} \cdot 7}{-12} \end{aligned}$$

$$1) \sin x = \frac{-5\sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot 7}{-12}$$

$x \in \emptyset$

2)



$$2) \sin x = \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{-12}$$

$$\begin{cases} x = -\arcsin \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \arcsin \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: а)  $x = -\arcsin \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;  $x = \pi + \arcsin \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $x = \pi + \arcsin \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{12}$ ;  $x = 2\pi - \arcsin \frac{\sqrt{242} - 5\sqrt{2}}{12}$

19. а) Нет, не можно.

Если в смеси поровну фруктов массой больше и меньше 100г, то



Разные или одинаковые буквы в  
сериях решений?

$$(\sin 2x - 1) \left( \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0$$

$$\sin 2x \cdot \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$$

