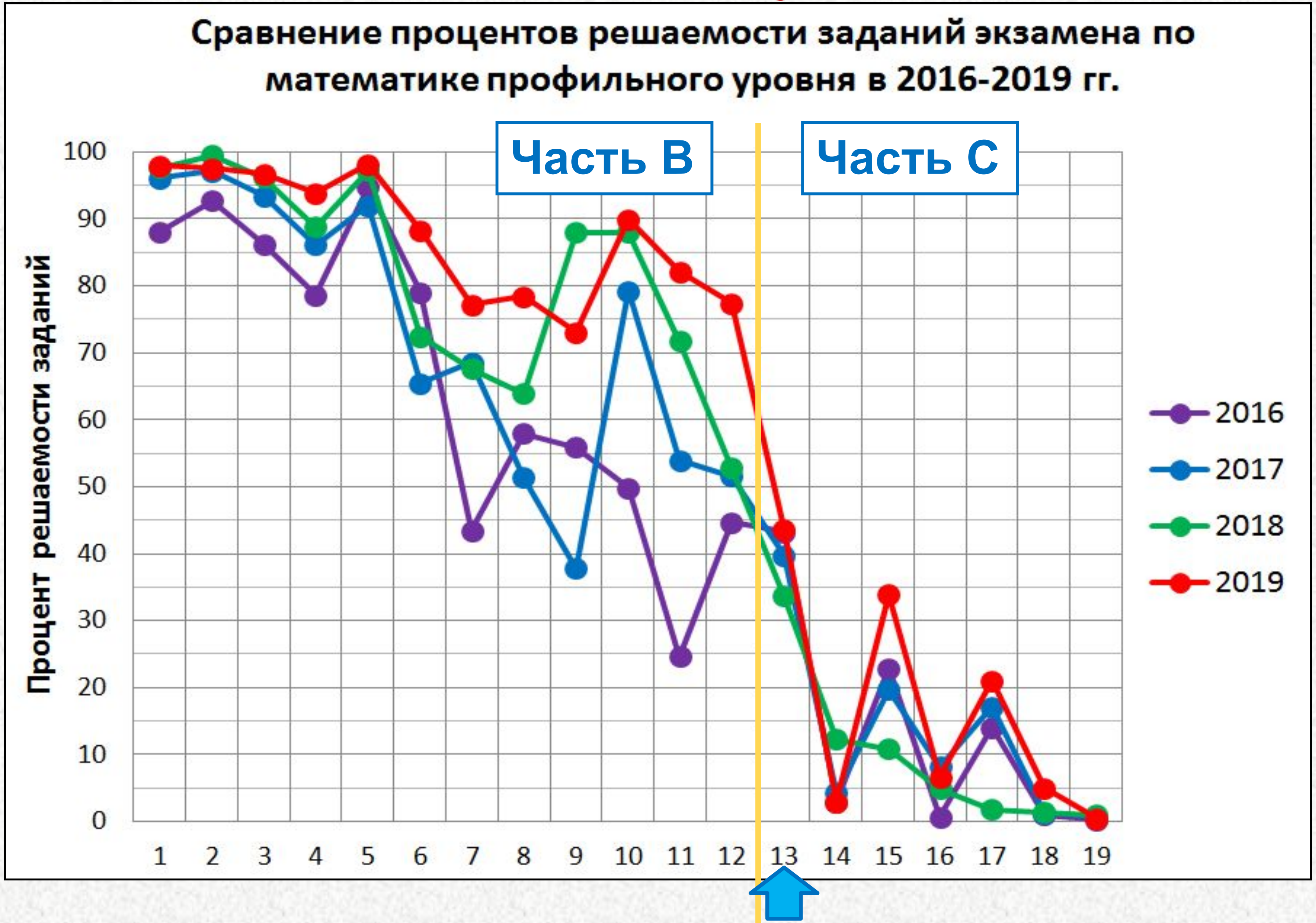
$$Q = \frac{\pi}{4}\int_0^l d^2\,dl.$$

Марафон по математике

День 1
Задание 13

Сравнение процентов решаемости заданий в ЕГЭ 2016-2019 гг.



Программа модуля:

1) Задание 13. Критерии
2) Отбор корней на промежутке, по ОДЗ и другим ограничениям
3) Формулы тригонометрии
4) Комбинированные уравнения
5) Прочие уравнения

10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1–6.3	2.1, 2.2	П	1	15	5
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1, 2.2	П	1	20	10
12	Уметь выполнять действия с функциями	3.2, 3.3	4.1, 4.2	П	1	20	10
13	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1, 2.2	П	2	20	10
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2, 4.3, 5.2, 5.3	5.2–5.6	П	2	40	20
15	Уметь решать уравнения и неравенства	2.3	2.1, 2.2	П	2	30	15
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 5.2, 5.3	5.1	П	3	–	25
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1, 6.3	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	П	3	–	35
18	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3, 5.1	2.1, 2.2, 3.2, 3.3	В	4	–	35
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1, 5.3	1.1–1.4	В	4	–	40

Всего заданий – **19**; из них
по типу заданий: с кратким ответом – **12**; с развернутым ответом – **7**;
по уровню сложности: Б – **8**; П – **9**; В – **2**.
Максимальный первичный балл за работу – **32**.
Общее время выполнения работы – **235** минут.

$\boldsymbol{2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0}$ a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0$$

a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$cos2x = 1 - 2sin^2x$$

$$4sin^2x - 2a \cdot sinx - a - 1 = 0$$

$$2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0$$

a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$cos2x = 1 - 2sin^2x$$

$$4sin^2x - 2a \cdot sinx - a - 1 = 0$$

$$sinx = t$$

$$\boldsymbol{4t^2 - 2at - a - 1 = 0}$$

$$2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0$$

a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$cos2x = 1 - 2sin^2x$$

$$4sin^2x - 2a \cdot sinx - a - 1 = 0$$

$$sinx = t$$

$$\mathbf{4t^2 - 2at - a - 1 = 0}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$$

$$2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0$$

a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$cos2x = 1 - 2sin^2x$$

$$4sin^2x - 2a \cdot sinx - a - 1 = 0$$

$$sinx = t$$

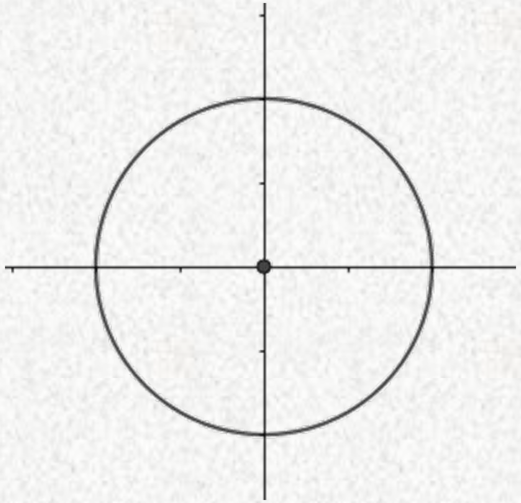
$$\boldsymbol{4t^2 - 2at - a - 1 = 0}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$$

$$\boldsymbol{D = 0} \Leftrightarrow a = -2$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$sinx = -\frac{1}{2}$$



$$2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0$$

a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$cos2x = 1 - 2sin^2x$$

$$4sin^2x - 2a \cdot sinx - a - 1 = 0$$

$$sinx = t$$

$$\mathbf{4t^2 - 2at - a - 1 = 0}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$$

$$a \neq -2$$

Корни уравнения $t_1 = -\frac{1}{2}$ и $t_2 = \frac{a+1}{2}$.

$$2cos2x + 2a \cdot sinx + a - 1 = 0$$

a: единственное решение на $(-\frac{\pi}{2}; 0)$

$$cos2x = 1 - 2sin^2x$$

$$4sin^2x - 2a \cdot sinx - a - 1 = 0$$

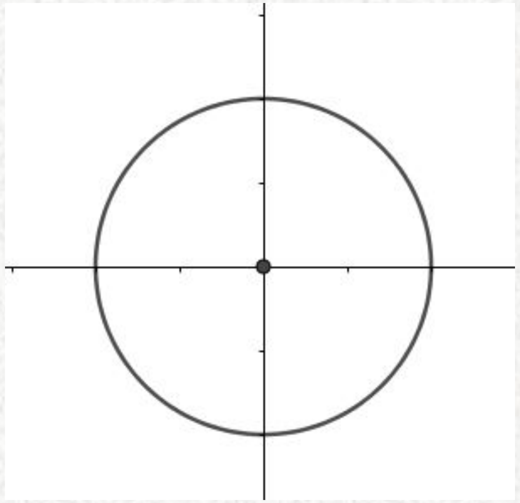
$$sinx = t$$

$$\mathbf{4t^2 - 2at - a - 1 = 0}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$$

$$a \neq -2$$

Корни уравнения $t_1 = -\frac{1}{2}$ и $t_2 = \frac{a+1}{2}$.



Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Что такое
«обоснованно получен ответ в пункте а»?

$$2cos^2x + 5\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0; \quad [\pi; \frac{5\pi}{2}]$$

№13 $2\cos^2 x + 5\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0$

воспользуемся формулой приведения

$2\cos^2 x + 5\sqrt{3}\cos x - 9 = 0$

Пусть $\cos x = t$

тогда $\cos^2 x = t^2$

Сделаем замену

$2t^2 + 5\sqrt{3}t - 9 = 0$

$D = 25\cdot 3 + 9\cdot 2\cdot 4 = 147$

$\sqrt{D} = \sqrt{147} = \sqrt{49\cdot 3} = 7\sqrt{3}$

Ограничение:
Т.к $\cos x$ опр на промежутке от -1 до 1 $\Rightarrow$
$-1 \le t \le 1$

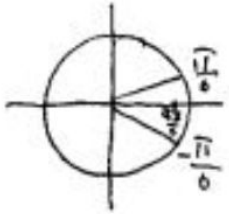
$t_1 = \frac{-5\sqrt{3} - 7\sqrt{3}}{4} = \frac{-12\sqrt{3}}{4} = -3\sqrt{3}$ – не подходит, т.к $-3\sqrt{3} < -1$

$t_2 = \frac{-5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ – подходит

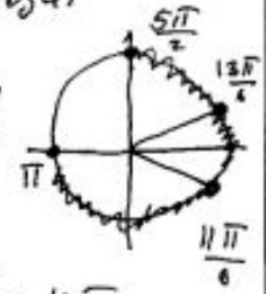
а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x_1 = \frac{\pi}{6}$

$x_2 = -\frac{\pi}{6}$



б) $\left[\pi ; \frac{5\pi}{2}\right]$



Ответ: $\frac{13\pi}{6}$; $\frac{11\pi}{6}$

Что такое «вычислительная ошибка»?

$$2log_4^2(4sinx) - 5log_4(4sinx) + 2 = 0; \quad [-\frac{3\pi}{2}; 0]$$

Пример 1.

Вычислительная ошибка

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$, $\log_4(4\sin x) = t$,

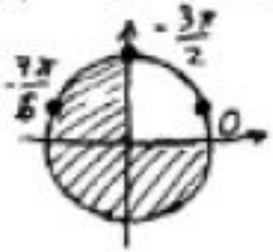
$2t^2 - 5t + 2 = 0$; $D = 25 - 16 = 9 = 3^2$, $t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$; $t_2 = \frac{5+3}{4} = 1$;

$\log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 2$, $4\sin x = 2$; $\sin x = \frac{1}{2}$;

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$;

$\log_4(4\sin x) = t_2 = 1$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 4$; $4\sin x = 4$; $\sin x = 1$;

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$

б)


Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

1 балл

Пример 2.

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geq 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4\cdot 2\cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $\quad t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $\quad t_2 = 1$

НЕ !!! вычислительная ошибка

Обратная замена

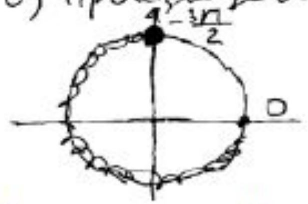
$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $\qquad 4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\qquad \sin x = 64$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\qquad$ Нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности



$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

0 баллов

$$6cos^2x + 5\sqrt{2}sinx + 2 = 0; \quad [\pi; \frac{5\pi}{2}]$$

Единый государственный экзамен - 2019

Дополнительный бланк ответов № 2

Код региона	Код предмета	Название предмета	Резерв 6
59	02	МАТ	

Дополнительный бланк ответов № 2 [redacted] Лист 3

$6\cos^2 x + 5\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$; $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$

ВНИМАНИЕ! *Данный бланк использовать только после заполнения основного бланка ответов № 2*

$\sin x = t$

$-6t^2 + 5\sqrt{2}t + 8 = 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{50+192} = \sqrt{242}$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-5\sqrt{2}-\sqrt{242}}{-12} \\ t = \frac{-5\sqrt{2}+\sqrt{242}}{-12} \end{array}\right.$$

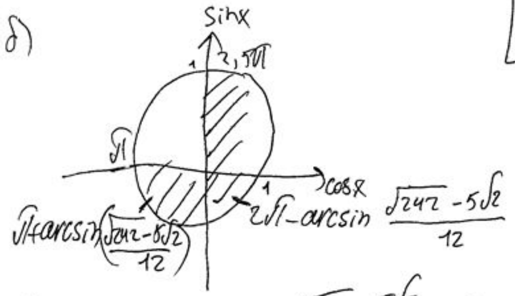
1) $\sin x = \frac{-5\sqrt{2}-\sqrt{242}}{-12}$

$x \in \varnothing$

2) $\sin x = \frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{-12}$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\arcsin\frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in Z \\ x = \pi + \arcsin\frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right.$$

б)



Ответ: а) $x = -\arcsin\frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in Z$; $x = \pi + \arcsin\frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{12} + 2\pi n, n \in Z$

б) $x = \pi + \arcsin\frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{12}$; $x = 2\pi - \arcsin\frac{\sqrt{242}-5\sqrt{2}}{12}$

19. а) Нет, не могло.

Если в ящиках поровну фруктов массой больше и меньше 100г, то

Разные или одинаковые буквы в сериях решений?

$$(sin2x - 1)\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$$

$$sin2x \cdot sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$$