Производная сложной функции

Функция **h** есть **сложная функция**, составленная из функций **g** и **f**, если

$$h(x)=g(f(x))$$

f(x) – «внутренняя функция»

g(f) – «внешняя функция»

Определим внутреннюю(f) и внешнюю(g) элементарные функции, из которых составлена сложная функция h(x)=g(f(x))

1) $h(x) = \cos 3x$

$f(x) = 3x$

$g(f) = \cos f$

2) $h(x) = tg(2x-\Pi/4)$

$f(x) = 2x-\Pi/4$

$g(f) = tg f$

3) $h(x)=(3-5x)^5$

$f(x) = 3-5x$

$g(f) = f^5$

4) $h(x) = \sqrt{\sin x}$

$f(x) = \sin x$

$g(f) = \sqrt{f}$

Определите внутреннюю(f) и внешнюю(g) элементарные функции, из которых составлена сложная функция y=g(f(x))

1) $y = \sqrt{9-x^2}$	$f(x)= 9-x^2$,	$g(f)=\sqrt{f}$
2) $y = \sin \frac{x}{3}$	$f(x)= \frac{x}{3}$,	$g(f)=\sin f$
3) $y = 2(3x^3-6x)^7$	$f(x)= 3x^3-6x$,	$g(f)=2f^7$

Формула производной сложной функции

$$h'(x) = g'(f) \cdot f'(x)$$

$$h'(x) = g'(f) \cdot f'(x)$$

Алгоритм нахождения производной сложной функции

1) Определи внутреннюю и внешнюю элементарные функции $f(x)$ и $g(f)$

2) Найди производную внутренней функции $f'(x)$

3) Найди производную внешней функции $g'(f)$

4) Перемножь производные внутренней и внешней функции и получишь производную сложной функции

$$h'(x) = f'(x) \cdot g'(f)$$

Задание 1. Найдите производную функции

$$h(x) = (2x+3)^{100}$$

1. Определим внутреннюю(f)и внешнюю(g) функции

$f(x)=2x+3$ $g(f)=f^{100}$

2. Найдем производную внутренней функции

$f'(x)=(2x+3)'=2$

3. Найдем производную внешней функции

$g'(f)=(f^{100})'=100 f^{99}$

4. Перемножим производные внутренней и внешней функций

$$h'(x) = 2 \cdot 100 f^{99} = 200 f^{99} = \underline{200(2x+3)^{99}}$$

Задание 2. Найдите производную функции

$y(x) = 4\cos 3x$

1. Определим внутреннюю(f)и внешнюю(g) функции

$f(x)=3x \qquad g(f)=4\cos f$

2. Найдем производную внутренней функции

$f'(x)=(3x)'=3$

3. Найдем производную внешней функции

$g'(f)=(4\cos f)' = -4\sin f$

4. Перемножим производные внутренней и внешней функций

$$\mathbf{y'(x) = 3 \cdot (-4\sin f) = -12\sin f = \underline{-12\sin 3x}}$$

Задание 3. Найдите производную функции

а) $y=\sqrt{9-x^2}$ б) $y= 6\sin\frac{x}{3}$

а) $f(x)=9-x^2$, $g(f)=\sqrt{f}$

$f'(x)=(9-x^2)'=-2x$

$g'(f)=(\sqrt{f})'=\frac{1}{2\sqrt{f}}$

$y' = -2x\,\frac{1}{2\sqrt{f}} = -\frac{2x}{2\sqrt{f}} =$

$= -\frac{x}{\sqrt{f}} = \boxed{-\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}}$

б) $f(x)=\frac{x}{3}$, $g(f)= 6\sin f$

$f'(x)=\left(\frac{x}{3}\right)'=\frac{1}{3}$

$g'(f)=(6\sin f)'=6\cos f$

$y' = \frac{1}{3}.6\cos f = 2\cos f =$

$= \boxed{2\cos\frac{x}{3}}$

Тест

1 вариант	A	B	C
1. $y=(x+1)^{12}$	$12(x+1)$	$12(x+1)^{11}$	$12(x+1)^{13}$
2. $y=(4x-3)^5$	$20(4x-3)^4$	$5(4x-3)^4$	$20x(4x-3)^4$
3 $y=(x^7-x^5-3)^5$	$5(x^7-x^5-3)^4$	$5(x^7-x^5-3)^4\cdot(7x^6-5x^4)$	$5(7x^6-5x^4)$
4 $y=3\cos(5x+6)$	$-3\sin(5x+6)$	$-15\sin(5x+6)$	$15\sin(5x+6)$
5 $y=\sqrt{x^2-2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x^2-2}}$	$\frac{2x}{\sqrt{x^2-2}}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$

2 вариант	A	B	C
1 $y=(x+4)^6$	$6(x+4)^5$	$6(x+4)$	$x+4$
2 $y=(3x-2)^3$	$3(3x-2)^4$	$3(3x-2)^2$	$9(3x-2)^2$
3 $y=(x^5+x^3+1)^6$	$6(x^5+x^3+1)^5\cdot(5x^4+3x^2)$	$6(x^5+x^3+1)^5$	$5x^4+3x^2$
4 $y=2\sin(3x-4)$	$2\cos(3x-4)$	$6\cos(3x-4)$	$\cos(3x-4)$
5 $y=\sqrt{x^2+8}$	$\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$	$\frac{2x}{\sqrt{x^2+8}}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2+8}}$