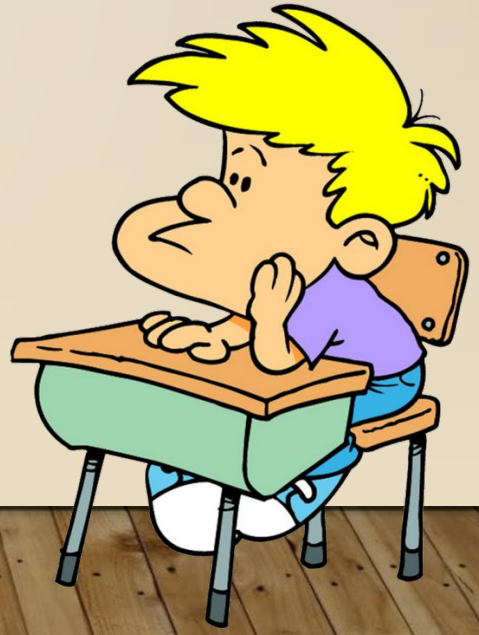
Площа паралелограма



8 клас

Епіграф:

«Недостатньо лише зрозуміти задачу,
Рівняння, нерівність. Необхідне бажання їх розв’язати. Де є бажання , знайдеться і шлях розв’язання»

Д. Пойа

(Угорський, швейцарський і американський математик)

Повторим

Яку фігуру називають

Паралелограмом **називають чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні.**

Сформулюйте властивості

1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180°.

2. Паралелограм є опуклим чотирикутником.

3. У паралелограмі протилежні сторони рівні й протилежні кути рівні.

4. Периметр паралелограма $P_{ABCD} = 2(AB + BC)$.
5. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.

Яку фігуру називають

Ромбом **називають паралелограм, у якого всі сторони рівні** (мал. 48).

Сформулюйте властивості

1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів ромба дорівнює 180°.
2. У ромба протилежні кути рівні.
3. Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл.
4. Периметр ромба $P_{ABCD} = 4AB$.

5. Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні і ділять його кути навпіл.

Площа паралелограма

Теорема (про площу паралелограма).

Площа паралелограма дорівнює добутку його сторони на висоту, проведену до і

Доведення. Нехай $ABCD$ – довільний паралелограм, BM – його висота (мал. 231). Доведемо, що площу S паралелограма можна обчислити за формулою $S = AD \cdot BM$.

1) Проведемо висоту CN до прямої, що містить сторону AD паралелограма $ABCD$.

2) $\angle BAM = \angle CDN$ (як відповідні кути при паралельних прямих AB і CD та січній AN). Тому $\triangle BAM = \triangle CDN$ (за гіпотенузою і гострим кутом).

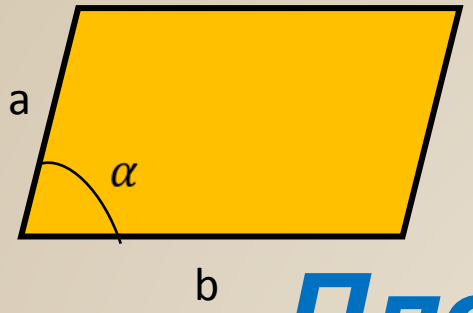
3) Паралелограм $ABCD$ складається з трапеції $MBCD$ і трикутника BAM, а прямокутник $MBCN$ з трапеції $MBCD$ і трикутника CDN. Оскільки трикутники BAM і CDN між собою рівні, то рівні і їх площі, а тому рівними є площі паралелограма $ABCD$ та прямокутника $MBCN$.

4) Площа прямокутника $MBCN$ дорівнює $MN \cdot BM$. Але $AM = DN$, а тому $MN = AD$. Отже, $S = AD \cdot BM$. ▲

$$\boxed{S = a \cdot h_a}$$

a – сторона паралелограма

h_a – висота проведена до сторони а

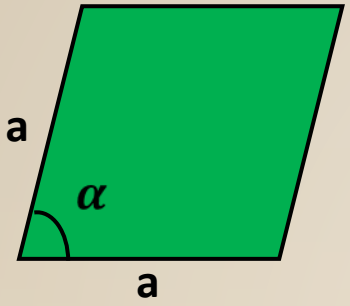


Площа паралелограма

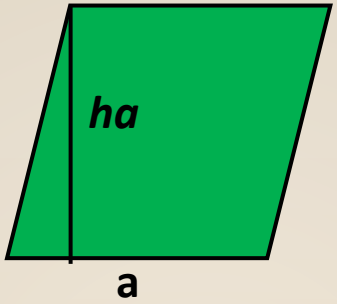
Площа паралелограма дорівнює добутку двох його сторін на sin кута між ними.

$$\boxed{S = ab\sin\alpha}$$

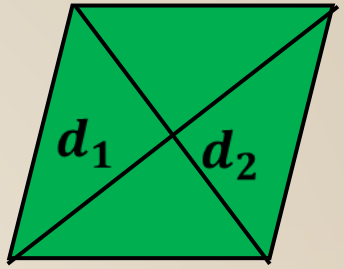
Площа ромба



$$S = a^2 sin\alpha$$



$$S = ah_a$$



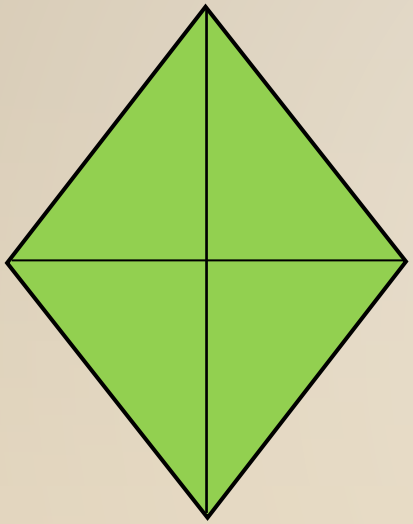
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Площа ромба дорівнює півдобутку його діагоналей.

Для допитливих

Теорема:

Площа опуклого чотирикутника з перпендикулярними діагоналями дорівнює півдобутку діагоналей



РОМБ

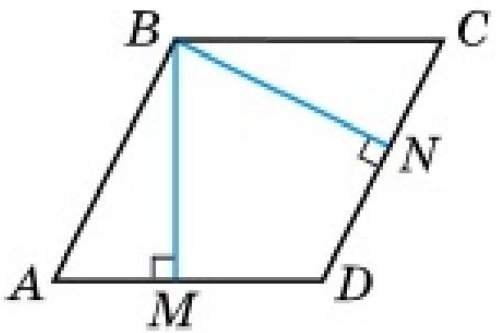
ДЕЛЬТОЇД

Наслідки

1. Площа ромба дорівнює півдобутку його діагоналей.

2. Площа дельтоїда дорівнює півдобутку діагоналей

Задача 1. Доведіть, що висоти ромба, проведені з однієї вершини, між собою рівні.



Мал. 232

Д о в е д е н н я. Нехай $ABCD$ – даний ромб, BM і BN – його висоти (мал. 232). Оскільки ромб є паралелограмом, то

$$S_{ABCD} = AD \cdot BM = DC \cdot BN.$$

Але $AD = DC$, тому $BM = BN$. ▲

Висоти ромба, проведені з однієї вершини, рівні.

Задача 2. Периметр паралелограма дорівнює 36 см, а його висоти – 4 см і 5 см. Знайдіть площу паралелограма.

Р о з в' я з а н н я. 1) Нехай $ABCD$ – даний паралелограм, $BM = 4$ см і $BN = 5$ см – його висоти (мал. 232).

2) $P_{ABCD} = 2(AD + DC)$. За умовою $2(AD + DC) = 36$, тому $AD + DC = 18$ (см).

3) Нехай $AD = x$ см, тоді $DC = (18 - x)$ см.

4) За формулами площі паралелограма:

$$S_{ABCD} = AD \cdot BM \text{ або } S_{ABCD} = DC \cdot BN.$$

Тому маємо рівняння: $x \cdot 4 = (18 - x) \cdot 5$.

Тобто $4x = 90 - 5x$; звідки $x = 10$ (см).

5) Тоді $S = 10 \cdot 4 = 40$ (см^2).

В і д п о в і д ь. 40 см^2. ▲

Розв'язуємо

Задача 1.

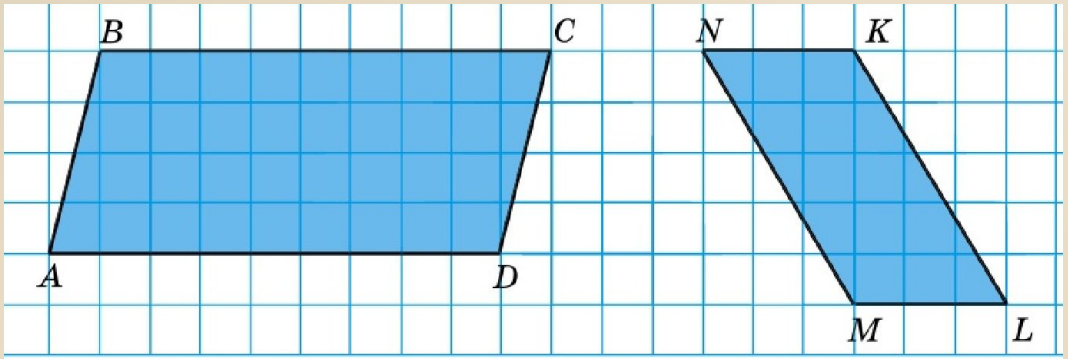
Знайдіть площу паралелограма, сторона якого дорівнює 14 см, а проведена до неї висота — 6 см.

Задача 2.

Площа паралелограма дорівнює 17 см², а одна з його сторін — 3,4 см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.

Задача 3.

. Знайдіть площі фігур, зображених на малюнках 233 і 234, якщо сторона клітинки дорівнює 0,5 см.



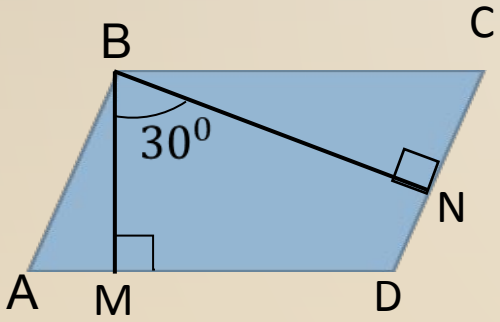
Мал. 233 Мал. 234

Задача 4.

. Сторона ромба дорівнює 4 см, а один з його кутів – 150°. Знайдіть площу ромба.

Задача 5.

. Висоти паралелограма дорівнюють 8 см і 6 см, а кут між ними – 30°. Знайдіть площу паралелограма.



БАЖАЮ УСПІХІВ

У НАВЧАННІ!

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!