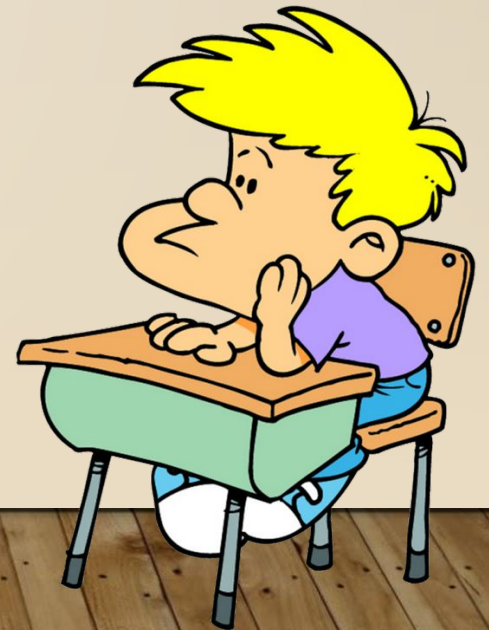


# *Площа паралелограма*



**8** клас



Епігра

ф:

«Недостатньо лише зрозуміти задачу,  
Рівняння, нерівність. Необхідне бажання їх розв'язати. Де є бажання, знайдеться і шлях зв'язання»

Д. Пойа

(Угорський, швейцарський і американський математик)



# Повторим

Яку фігуру називають



**Паралелограмом** називають чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні.

Сформулюйте властивості

Пз



1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює  $180^\circ$ .



2. Паралелограм є опуклим чотирикутником.



3. У паралелограмі протилежні сторони рівні й протилежні кути рівні.



4. Периметр паралелограма  $P_{ABCD} = 2(AB + BC)$ .

5. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.



Яку фігуру називають



**Ромбом** називають паралелограм, у якого всі сторони рівні (мал. 48).

Сформулюйте властивості

ромба



1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів ромба дорівнює  $180^\circ$ .

2. У ромба протилежні кути рівні.

3. Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл.

4. Периметр ромба  $P_{ABCD} = 4AB$ .



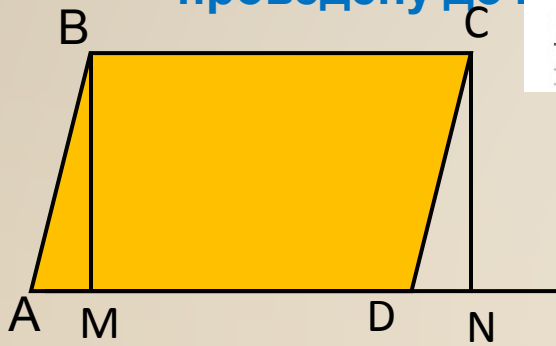
5. Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні і ділять його кути навпіл.



# Площа

**Теорема** (про площу паралелограма).

Площа паралелограма дорівнює добутку його сторони на висоту,  
проведену до і



Д о в е д е н н я. Нехай  $ABCD$  – довільний паралелограм,  $BM$  – його висота (мал. 231). Доведемо, що площу  $S$  паралелограма можна обчислити за формулою  $S = AD \cdot BM$ .

1) Проведемо висоту  $CN$  до прямої, що містить сторону  $AD$  паралелограма  $ABCD$ .

2)  $\angle BAM = \angle CDN$  (як відповідні кути при паралельних прямих  $AB$  і  $CD$  та січній  $AN$ ). Тому  $\triangle BAM = \triangle CDN$  (за гіпотенузою і гострим кутом).

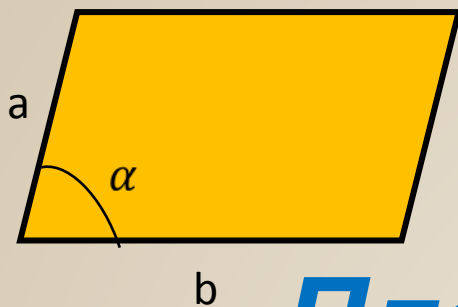
3) Паралелограм  $ABCD$  складається з трапеції  $MBCD$  і трикутника  $BAM$ , а прямокутник  $MBCN$  з трапеції  $MBCD$  і трикутника  $CDN$ . Оскільки трикутники  $BAM$  і  $CDN$  між собою рівні, то рівні і їх площі, а тому рівними є площі паралелограма  $ABCD$  та прямокутника  $MBCN$ .

4) Площа прямокутника  $MBCN$  дорівнює  $MN \cdot BM$ . Але  $AM = DN$ , а тому  $MN = AD$ . Отже,  $S = AD \cdot BM$ . ▲

$$S = a \cdot h_a$$

$a$  – сторона паралелограма

$h_a$  – висота проведена до сторони  $a$

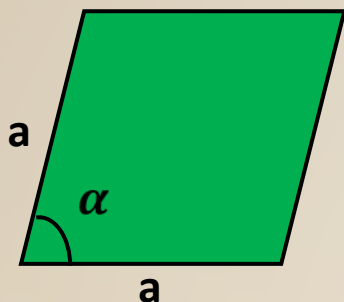


# Площа паралелограма

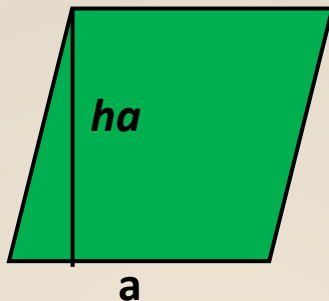
*Площа  
паралелограма  
дорівнює добутку  
двох його сторін на  
sin кута між ними.*

$$S = absin \alpha$$

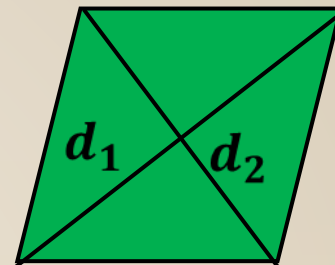
# Площа ромба



$$S = a^2 \sin \alpha$$



$$S = ah_a$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

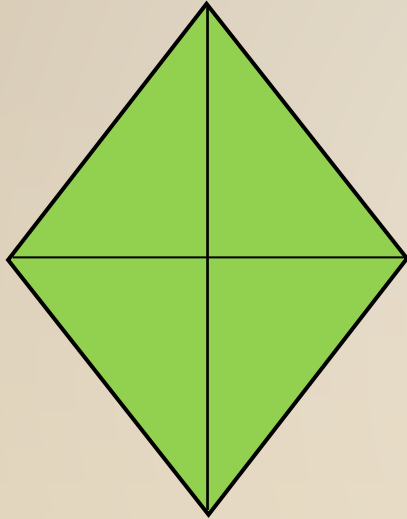
*Площа ромба  
дорівнює  
півдобутку  
його діагоналей.*

# Для

## ДОПУТЛИВИХ

Площа опуклого  
чотирикутника з  
перпендикулярними  
діагоналями  
дорівнює півдобутку  
діагоналей

Теорем  
а:



РОМ  
Б



ДЕЛЬТО  
ЇД

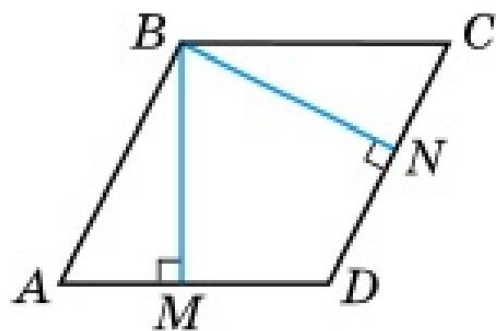
Наслідки

1. Площа ромба дорівнює півдобутку його діагоналей.

2. Площа дельтоїда дорівнює півдобутку діагоналей



**Задача 1.** Доведіть, що висоти ромба, проведені з однієї вершини, між собою рівні.



Мал. 232

**Д о в е д е н н я.** Нехай  $ABCD$  – даний ромб,  $BM$  і  $BN$  – його висоти (мал. 232). Оскільки ромб є паралелограмом, то

$$S_{ABCD} = AD \cdot BM = DC \cdot BN.$$

Але  $AD = DC$ , тому  $BM = BN$ . ▲

*Висоти ромба, проведені з однієї вершини, рівні.*





**Задача 2.** Периметр паралелограма дорівнює 36 см, а його висоти – 4 см і 5 см. Знайдіть площу паралелограма.

**Розв'язання.** 1) Нехай  $ABCD$  – даний паралелограм,  $BM = 4$  см і  $BN = 5$  см – його висоти (мал. 232).

2)  $P_{ABCD} = 2(AD + DC)$ . За умовою  $2(AD + DC) = 36$ , тому  $AD + DC = 18$  (см).

3) Нехай  $AD = x$  см, тоді  $DC = (18 - x)$  см.

4) За формулами площі паралелограма:

$$S_{ABCD} = AD \cdot BM \text{ або } S_{ABCD} = DC \cdot BN.$$

Тому маємо рівняння:  $x \cdot 4 = (18 - x) \cdot 5$ .

Тобто  $4x = 90 - 5x$ ; звідки  $x = 10$  (см).

5) Тоді  $S = 10 \cdot 4 = 40$  (см<sup>2</sup>).

**Відповідь.** 40 см<sup>2</sup>. ▲

# Розв'язуємо

Задача  
1.

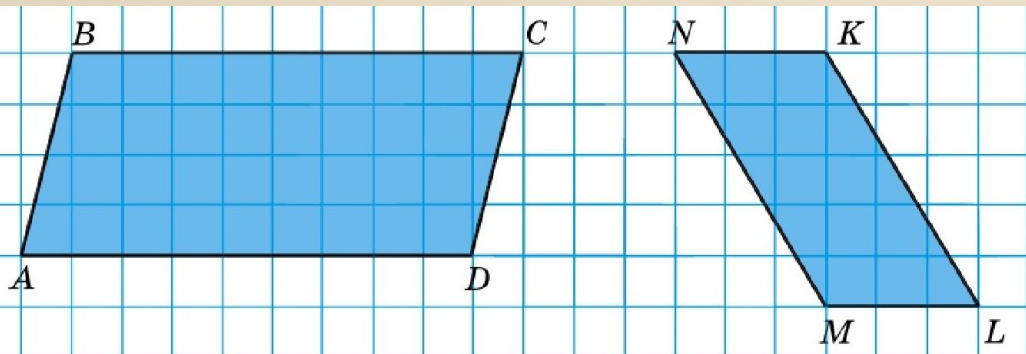
Знайдіть площу паралелограма, сторона якого дорівнює 14 см, а проведена до неї висота — 6 см.

Задача  
2.

Площа паралелограма дорівнює  $17 \text{ см}^2$ , а одна з його сторін — 3,4 см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.

Задача  
3.

. Знайдіть площі фігур, зображених на малюнках 233 і 234, якщо сторона клітинки дорівнює 0,5 см.



Мал. 233

Мал. 234

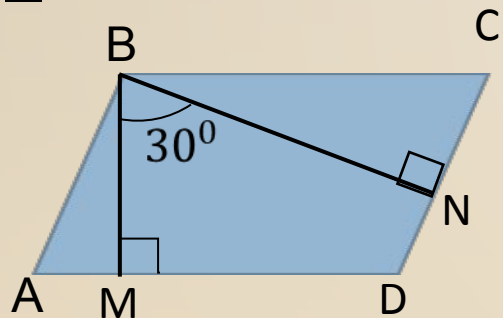
Задача  
4.

Сторона ромба дорівнює 4 см, а один з його кутів –  $150^\circ$ .  
Знайдіть площу ромба.



Задача  
5.

Висоти паралелограма дорівнюють 8 см і 6 см, а кут між ними –  $30^\circ$ . Знайдіть площу паралелограма.





**БАЖАЮ  
УСПІХІВ**

**У НАВЧАННІ!**





**ДЯКУЮ ЗА**

**УВАГУ!**