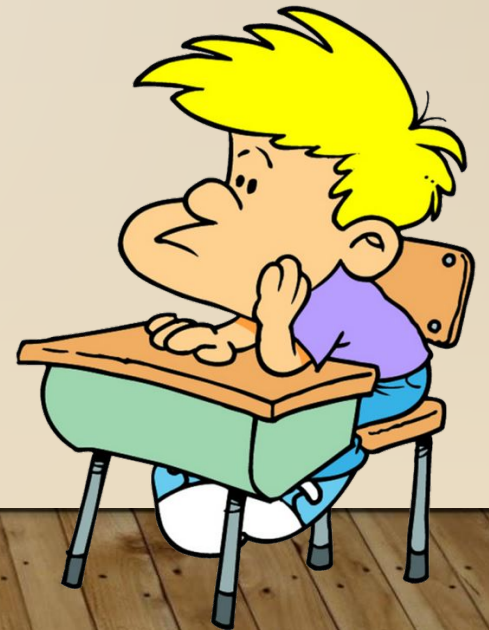


Площа паралелограма



8 клас



Епігра

ф:

«Недостатньо лише зрозуміти задачу,
Рівняння, нерівність. Необхідне бажання їх розв'язати. Де є бажання, знайдеться і шлях зв'язання»

Д. Пойа

(Угорський, швейцарський і американський математик)



Повторим

Яку фігуру називають



Паралелограмом називають чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні.

Сформулюйте властивості

Пз



1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180° .



2. Паралелограм є опуклим чотирикутником.



3. У паралелограмі протилежні сторони рівні й протилежні кути рівні.



4. Периметр паралелограма $P_{ABCD} = 2(AB + BC)$.

5. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.



Яку фігуру називають



Ромбом називають паралелограм, у якого всі сторони рівні (мал. 48).

Сформулюйте властивості

ромба



1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів ромба дорівнює 180° .

2. У ромба протилежні кути рівні.

3. Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл.

4. Периметр ромба $P_{ABCD} = 4AB$.

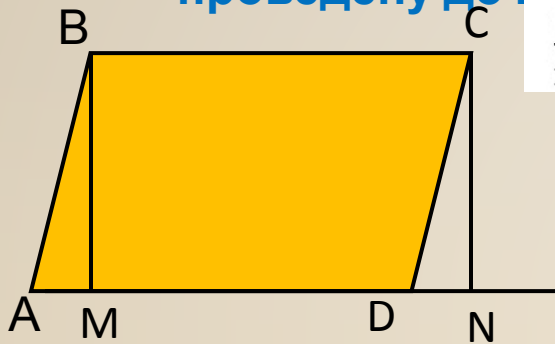


5. Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні і ділять його кути навпіл.

Площа

Теорема (про площу паралелограма).

Площа паралелограма дорівнює добутку його сторони на висоту,
проведену до і



Д о в е д е н н я. Нехай $ABCD$ – довільний паралелограм, BM – його висота (мал. 231). Доведемо, що площу S паралелограма можна обчислити за формулою $S = AD \cdot BM$.

1) Проведемо висоту CN до прямої, що містить сторону AD паралелограма $ABCD$.

2) $\angle BAM = \angle CDN$ (як відповідні кути при паралельних прямих AB і CD та січній AN). Тому $\triangle BAM = \triangle CDN$ (за гіпотенузою і гострим кутом).

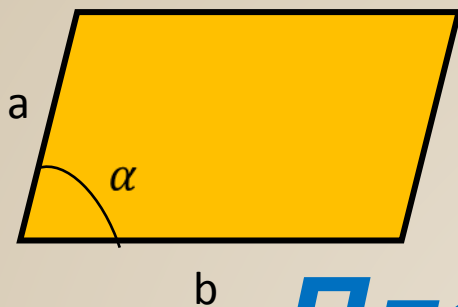
3) Паралелограм $ABCD$ складається з трапеції $MBCD$ і трикутника BAM , а прямокутник $MBCN$ з трапеції $MBCD$ і трикутника CDN . Оскільки трикутники BAM і CDN між собою рівні, то рівні і їх площі, а тому рівними є площі паралелограма $ABCD$ та прямокутника $MBCN$.

4) Площа прямокутника $MBCN$ дорівнює $MN \cdot BM$. Але $AM = DN$, а тому $MN = AD$. Отже, $S = AD \cdot BM$. ▲

$$S = a \cdot h_a$$

a – сторона паралелограма

h_a – висота проведена до сторони a

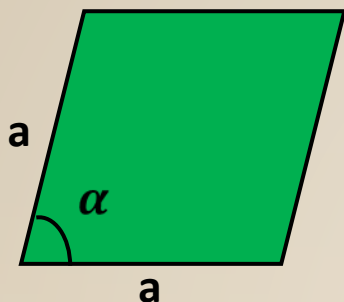


Площа паралелограма

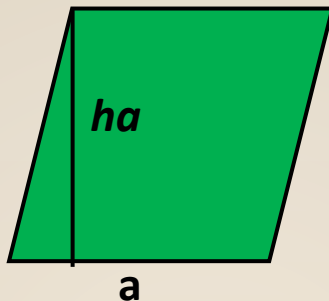
*Площа
паралелограма
дорівнює добутку
двох його сторін на
sin кута між ними.*

$$S = absin \alpha$$

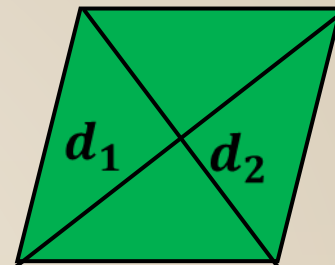
Площа ромба



$$S = a^2 \sin \alpha$$



$$S = ah_\alpha$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

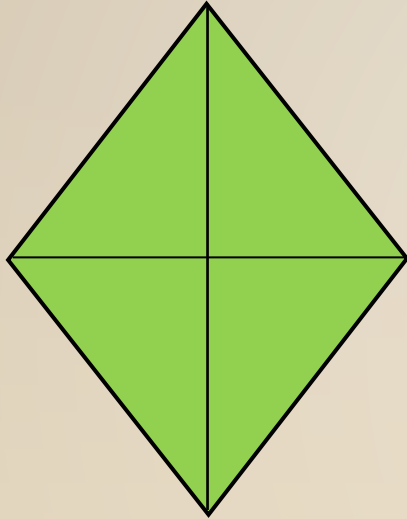
*Площа ромба
дорівнює
півдобутку
його діагоналей.*

Для

ДОПУТЛИВИХ

Площа опуклого
чотирикутника з
перпендикулярними
діагоналями
дорівнює півдобутку
діагоналей

Теорем
а:



РОМ
Б



ДЕЛЬТО
ЇД

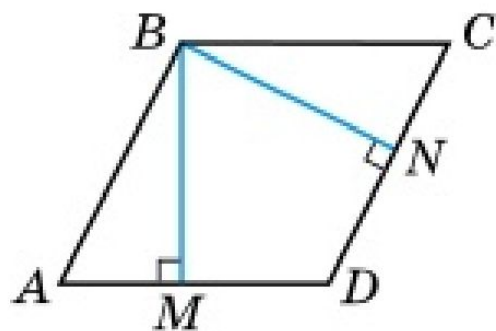
Наслідки

1. Площа ромба дорівнює півдобутку його діагоналей.

2. Площа дельтоїда дорівнює півдобутку діагоналей



Задача 1. Доведіть, що висоти ромба, проведені з однієї вершини, між собою рівні.



Мал. 232

Д о в е д е н н я. Нехай $ABCD$ – даний ромб, BM і BN – його висоти (мал. 232). Оскільки ромб є паралелограмом, то

$$S_{ABCD} = AD \cdot BM = DC \cdot BN.$$

Але $AD = DC$, тому $BM = BN$. ▲

Висоти ромба, проведені з однієї вершини, рівні.



Задача 2. Периметр паралелограма дорівнює 36 см, а його висоти – 4 см і 5 см. Знайдіть площу паралелограма.

Розв'язання. 1) Нехай $ABCD$ – даний паралелограм, $BM = 4$ см і $BN = 5$ см – його висоти (мал. 232).

2) $P_{ABCD} = 2(AD + DC)$. За умовою $2(AD + DC) = 36$, тому $AD + DC = 18$ (см).

3) Нехай $AD = x$ см, тоді $DC = (18 - x)$ см.

4) За формулами площі паралелограма:

$$S_{ABCD} = AD \cdot BM \text{ або } S_{ABCD} = DC \cdot BN.$$

Тому маємо рівняння: $x \cdot 4 = (18 - x) \cdot 5$.

Тобто $4x = 90 - 5x$; звідки $x = 10$ (см).

5) Тоді $S = 10 \cdot 4 = 40$ (см²).

Відповідь. 40 см². ▲

Розв'язуємо

Задача
1.

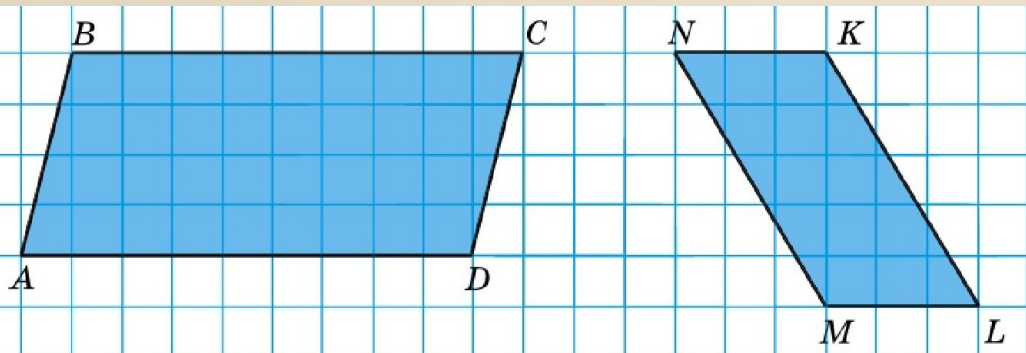
Знайдіть площу паралелограма, сторона якого дорівнює 14 см, а проведена до неї висота — 6 см.

Задача
2.

Площа паралелограма дорівнює 17 см^2 , а одна з його сторін — 3,4 см. Знайдіть висоту паралелограма, проведену до цієї сторони.

Задача
3.

. Знайдіть площі фігур, зображених на малюнках 233 і 234, якщо сторона клітинки дорівнює 0,5 см.



Мал. 233

Мал. 234

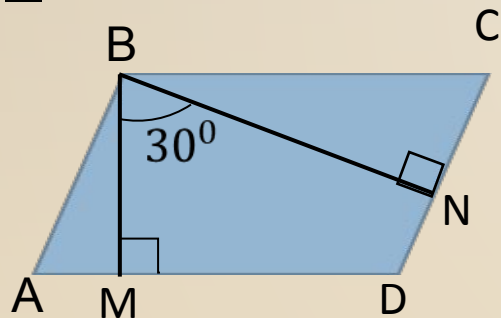
Задача
4.

Сторона ромба дорівнює 4 см, а один з його кутів – 150° .
Знайдіть площу ромба.



Задача
5.

Висоти паралелограма дорівнюють 8 см і 6 см, а кут між ними – 30° . Знайдіть площу паралелограма.





**БАЖАЮ
УСПІХІВ**

У НАВЧАННІ!



ДЯКУЮ ЗА

УВАГУ!