

*Новосибирский Государственный Архитектурно-Строительный
Университет (Сибстрин)*

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. СТАТИКА

ЛЕКЦИЯ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И АКСИОМЫ



Кафедра теоретической механики

План лекции

И вечный бой! Покой нам только снится.
Александр Блок

- Введение
- Основные понятия
- Аксиомы статики
- Связи и реакции связей
- Заключение

Цель лекции

*Построение моделей,
в рамках которых будет изучаться
теоретическая механика.*

Определения

Теоретическая механика – раздел физики, в котором изучается движение тел при их взаимодействии.

Движение тел – изменение их положения в пространстве со временем.

Пространство – «обычное» трехмерное Евклидово.

Время – протекает в любой точке пространства одинаково и не зависит от движения тел (модель классической механики $v \ll c$).

Тела – либо материальные точки, либо абсолютно твердые тела, либо механическая система, состоящая из материальных точек или абсолютно твердых тел.

Взаимодействие тел – чисто механическое, осуществляется только посредством **сил**.

Система отсчета

Система отсчета – вводится в механике для описания движение тел.

Инерциальная система отсчета – та, в которой справедливы законы Ньютона. Постулируется, что она существует.

Гелиоцентрическая система отсчета (начало в центре Солнечной системы, оси направлены к далеким «неподвижным» Звездам) – с высокой степенью точности является инерциальной.

Геоцентрическая система отсчета (жестко связанная с Землей) – часто в инженерных задачах приближенно принимается за инерциальную.

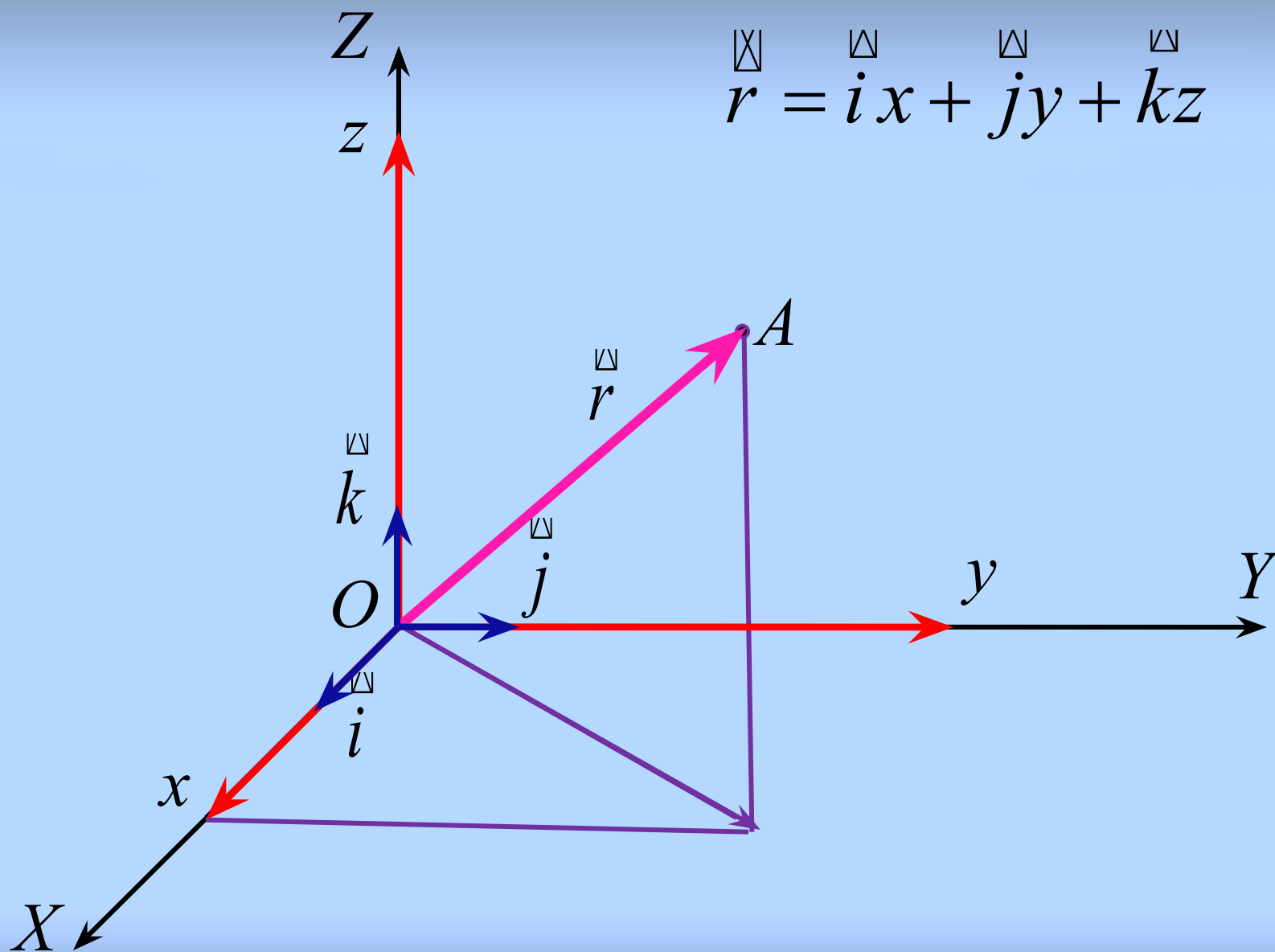
Тела в механике

Материальная точка - геометрическая точка, имеющая массу.

Абсолютно твердое тело - тело, у которого при любых нагрузках не меняются расстояния между его точками (не гнется и не ломается при любых нагрузках).

Механическая система - совокупность материальных точек или абсолютно твердых тел.

Радиус-вектор точки



$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$$

Сила

Сила – единственная мера взаимодействия тел в механике.

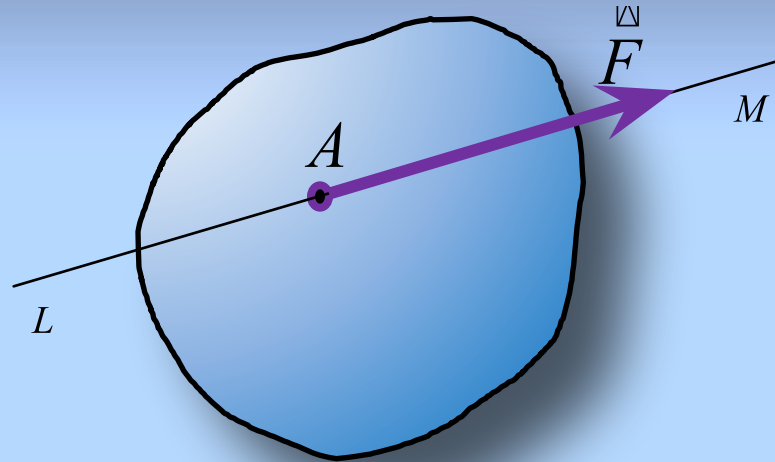
Силы могут возникать:

- при непосредственном контакте тел,
- на расстоянии – через **силовые поля**, (силы притяжения небесных тел, силы взаимодействия электрически заряженных или намагниченных тел).

Физическую природу сил механика не изучает.

Сила

\vec{F}



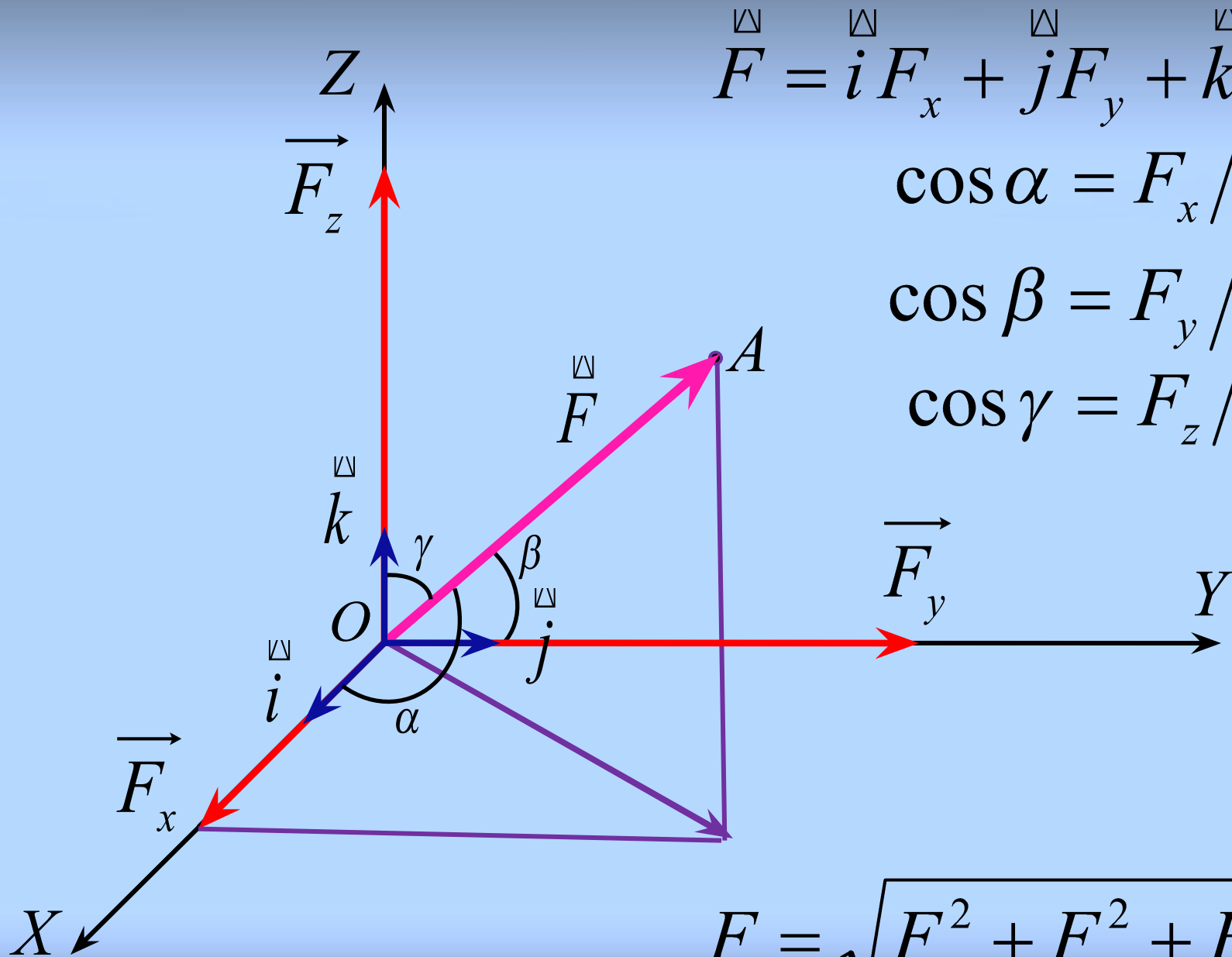
\vec{F}

векторная величина, которая характеризуется модулем, точкой приложения и направлением.

LM

прямая вдоль которой направлена сила называется *линией действия силы*

Аналитическое задание силы



$$\vec{F} = i F_x + j F_y + k F_z$$

$$\cos \alpha = F_x / F$$

$$\cos \beta = F_y / F$$

$$\cos \gamma = F_z / F$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Система сил

$(\overset{\sphericalangle}{F}_1, \overset{\sphericalangle}{F}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}_n)$ совокупность нескольких сил,
называется **системой сил**

Две системы сил $(\overset{\sphericalangle}{F}_1, \overset{\sphericalangle}{F}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}_n)$ и $(\overset{\sphericalangle}{P}_1, \overset{\sphericalangle}{P}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{P}_k)$

называются **эквивалентными** $(\overset{\sphericalangle}{F}_1, \overset{\sphericalangle}{F}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}_n) \sim (\overset{\sphericalangle}{P}_1, \overset{\sphericalangle}{P}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{P}_n)$

если они производят одно и тоже действие на тело.

Если **система сил** эквивалентна **одной силе**

$$(\overset{\sphericalangle}{F}_1, \overset{\sphericalangle}{F}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}_n) \sim \overset{\sphericalangle}{R}$$

то последняя называется **равнодействующей** данной
системы сил.

Уравновешенная система сил

Система сил называется **уравновешенной**
(эквивалентной нулю)

$$(\overset{\sphericalangle}{F}_1, \overset{\sphericalangle}{F}_2, \dots, \overset{\sphericalangle}{F}_n) \sim 0$$

если под ее действием тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Сила, равная заданной по модулю, противоположно ей направленная и действующая вдоль той же прямой, называется **уравновешивающей**.

Замечание

Различие между понятиями *эквивалентность* и *равенство векторов*, изображающих эти силы.

Два вектора равны, если они:

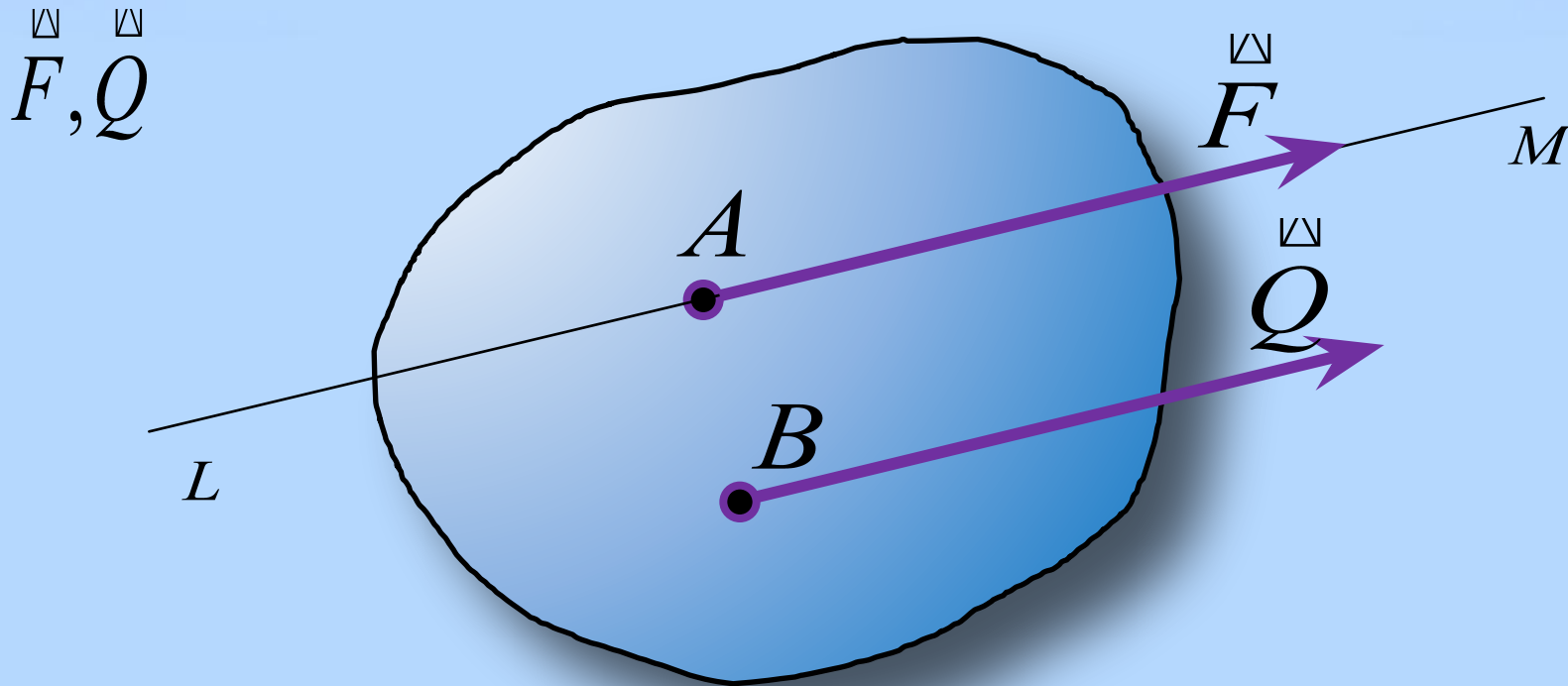
- параллельны,
- направлены в одну сторону,
- равны по модулю.

Для *эквивалентности* этого недостаточно!

Они должны быть приложены к одной точке тела.

Две силы

Две геометрически равные, но не эквивалентные силы



Три раздела механики

Статика – изучает частный случай движения - **равновесие тел** (покой или равномерное и прямолинейное движение).

Кинематика – исследует движение тел с геометрической точки зрения , т.е. без учета силовых взаимодействий между телами.

Динамика - дает ответ на основной вопрос курса – из-за чего возникает и как изменяется движение.

Статика

Статика – изучает частный случай движения - **равновесие тел** (покой или равномерное и прямолинейное движение).

Две основные задачи статики

1. Первая состоит в замене данной **системы сил**, приложенных к твердому телу, **эквивалентной** и, как правило, более простой системой сил.

2. Вторая задача заключается в формировании условий равновесия тела, под действием данной системы сил.

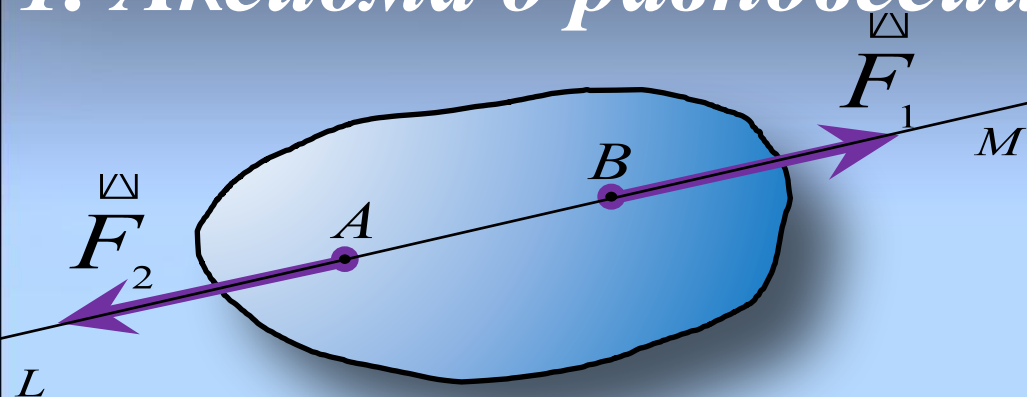
Аксиомы статики

Статика – наука аксиоматическая. В ее основе лежит ряд аксиом, на основе которых и строится все здание теории.

Аксиомы статики

1. Аксиома о равновесии системы двух тел.
2. Аксиома о добавлении (отбрасывании) системы сил, эквивалентной нулю.
3. Аксиома параллелограмма сил.
4. Аксиома о равенстве сил действия и противодействия.
5. Аксиома отвердевания.
6. Аксиома связей.

1. Аксиома о равновесии двух сил



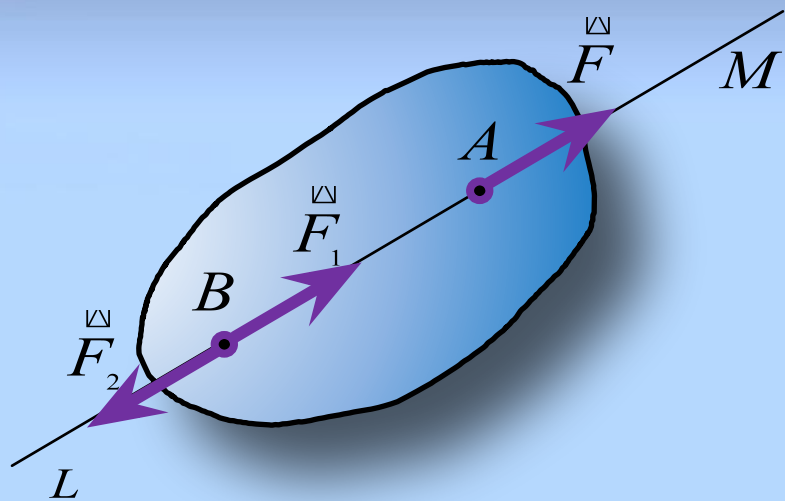
$$(\overset{\square}{F}_1; \overset{\square}{F}_2)$$

Абсолютно твердое тело находится в равновесии под действием **двух сил** только когда эти силы равны по модулю, противоположно направлены и линии их действия совпадают.

Эта аксиома определяет простейшую **уравновешенную систему**, т.е. систему сил, эквивалентную нулю

$$(\overset{\square}{F}_1; \overset{\square}{F}_2) \sim 0$$

2. Аксиома о добавлении (отбрасывании) системы сил эквивалентной нулю



Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или отнять **уравновешенную систему сил**

$$(\overset{\square}{F}_1, \overset{\square}{F}_2) \sim 0$$

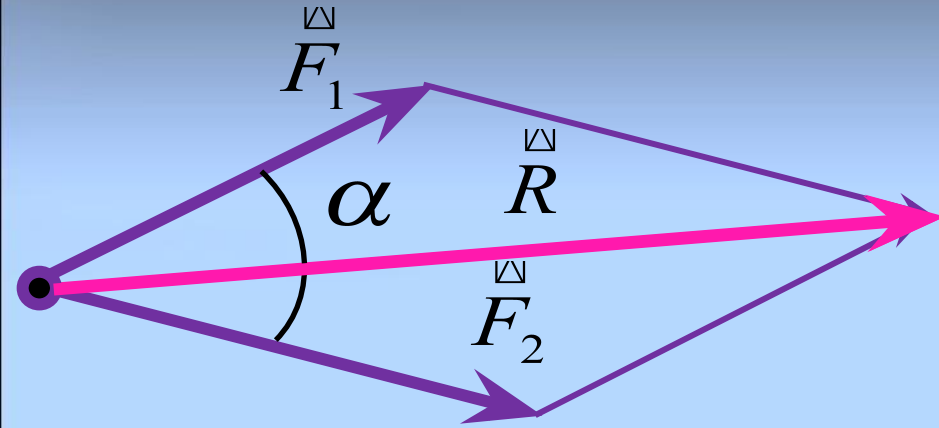
Следствие из аксиом 1,2

Точку приложения силы можно переносить вдоль линии её действия. По этой причине силу называют **скользящим вектором**, а не **свободным**, как в математике.

$$\overset{\square}{F}_1, \overset{\square}{F}_2 \quad F_1 = F_2 = F$$

$$\overset{\square}{F} \sim (\overset{\square}{F}, 0) \sim (\overset{\square}{F}, (\overset{\square}{F}_1, \overset{\square}{F}_2)) \sim ((\overset{\square}{F}_1, \overset{\square}{F}_2), \overset{\square}{F}_1) \sim (0, \overset{\square}{F}_1) \sim \overset{\square}{F}_1$$

3. Аксиома параллелограмма сил



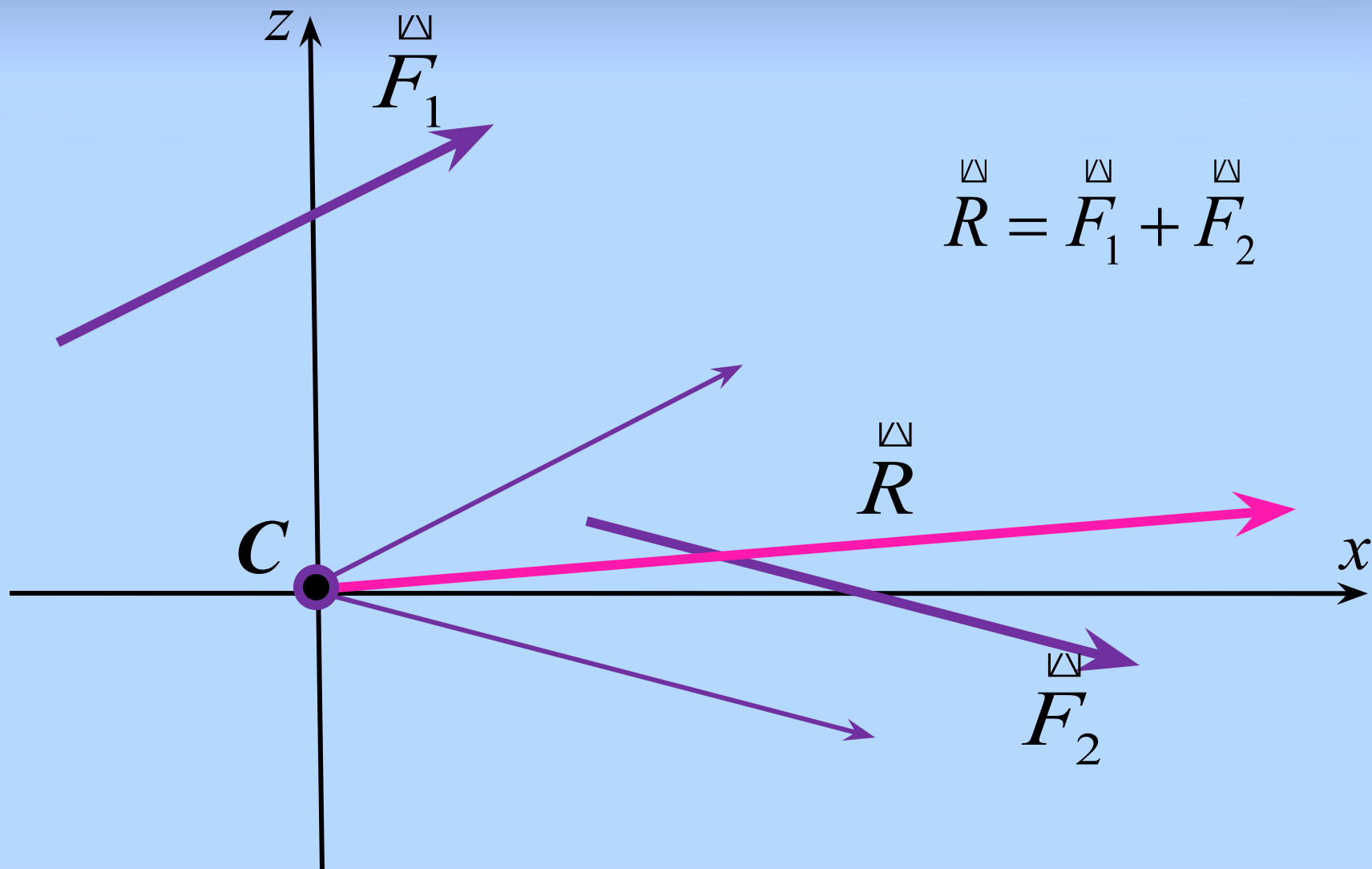
Две силы приложенные к телу в одной точке, можно заменить *одной равнодействующей силой*, равной по модулю и направленной по диагонали параллелограмма, построенного на заданных силах.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

Справедливо и обратное: *силу* можно разложить на *две составляющие* силы, действующих по заранее заданным направлениям (все три силы лежат в одной плоскости).

В пространстве *силу* можно разложить на *три составляющие*: по сторонам параллелепипеда.

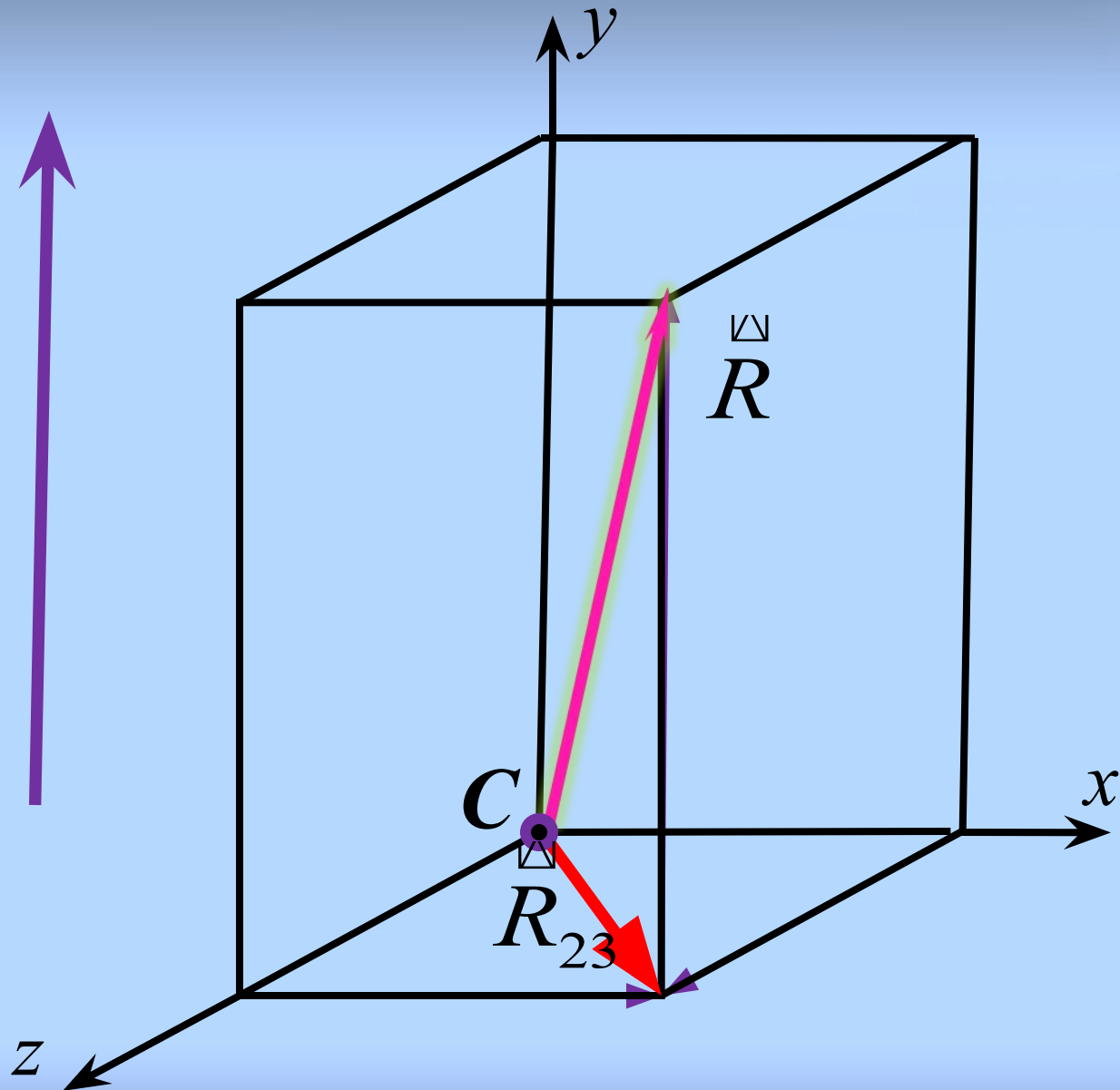
Сложение двух сил на плоскости



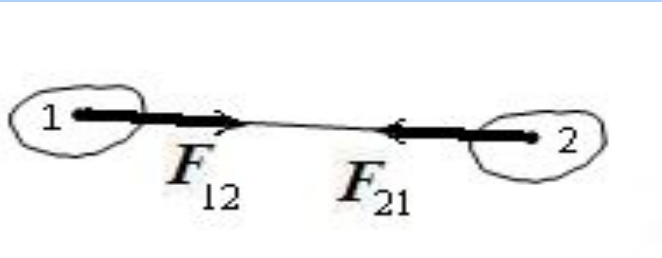
Сложение трех сил в пространстве

$$\vec{R}_{23} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$



4. Аксиома о равенстве сил действия и противодействия (3-й закон Ньютона)



Силы взаимодействия **двух тел** равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.

Замечание

Сила взаимодействия двух тел не составляют систему уравновешенных сил, так как они приложены к разным телам.

5. Аксиома отвердевания

Равновесие деформируемого тела не нарушится, если жестко связать его точки и считать тело **абсолютно твердым**.

Замечание.

Эта аксиома дает необходимые, но не достаточные условия равновесия нетвердых тел.

Пример. Равновесие гибкой нити.

Необходимо, чтобы силы были равны по величине и противоположно направлены.



Требуется ещё, чтобы эти силы были растягивающими.

Связи и реакции связей

Тело называется **свободным**, если его перемещения ничем не ограничены. Тело, перемещения которого ограничены другими телами называются **несвободным**, а тела, ограничивающие перемещения данного тела – **связями**.

Силу, с которой связь действует на тело, называют **силой реакции связи**. **Сила, с которой тело действует на связь** называется **силой давления на связь**. Согласно **Аксиоме 4** эти силы равны по величине и противоположно направлены.

Силы, не являющимися реакциями связей, будем называть **активными**. **Реакция связи** отличается от действующих на них активных сил тем, что всегда зависит от величины этих сил и, как правило, **неизвестна**.

6. Аксиома связей

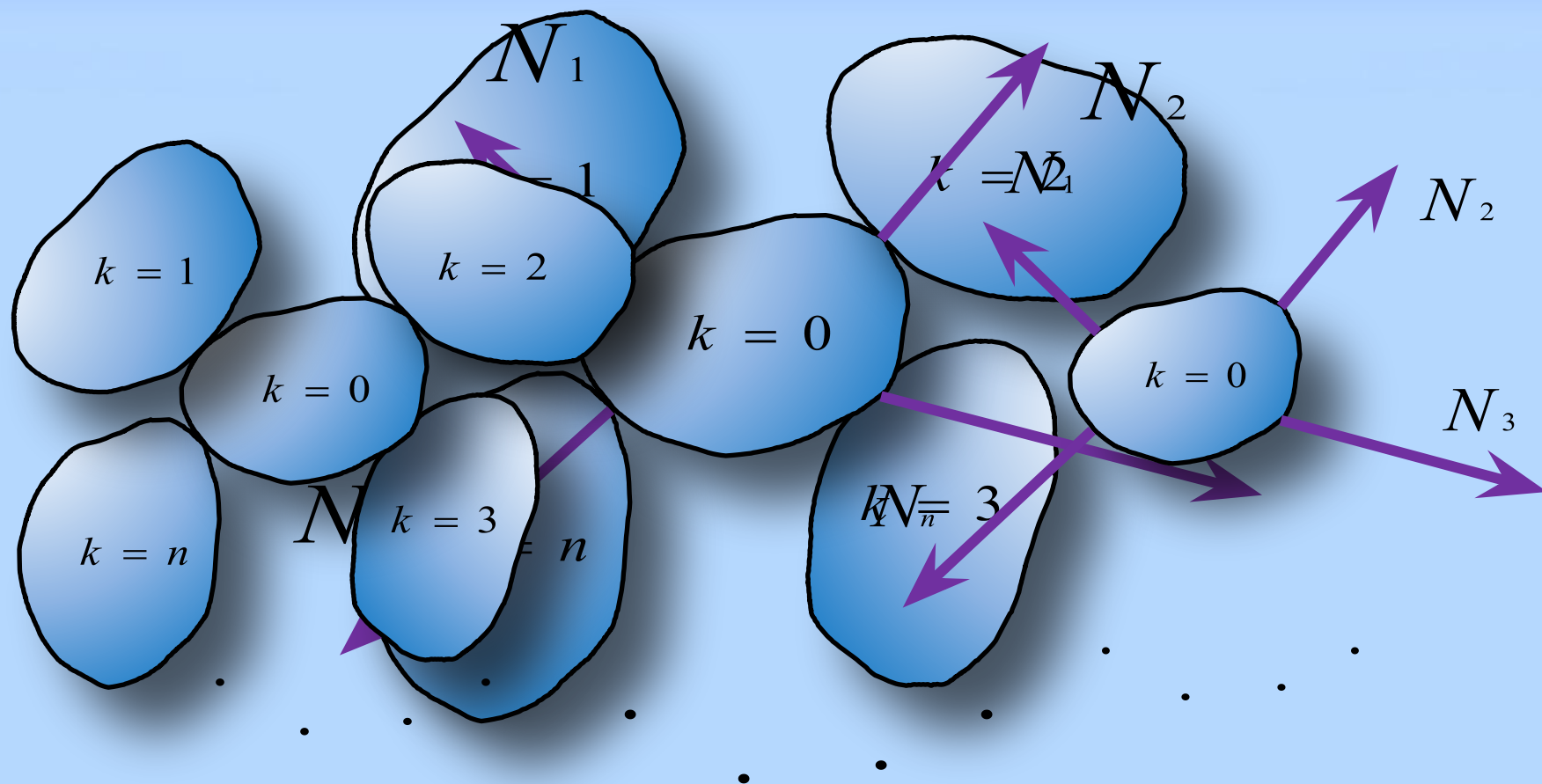
Всякое *несвободное* тело можно рассматривать как *свободное*, если отбросить *связи* и заменить их действие *силами реакции связи*.

Силу реакции связи всегда направлена в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться данному телу.

Вывод из аксиомы:

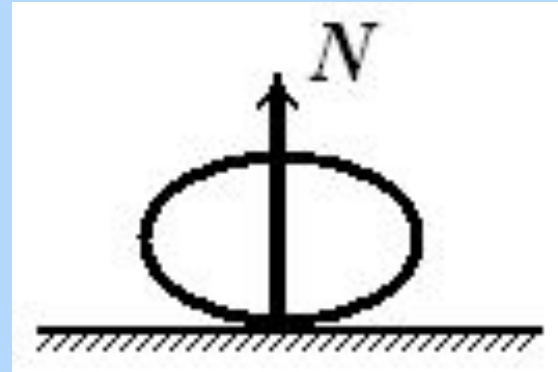
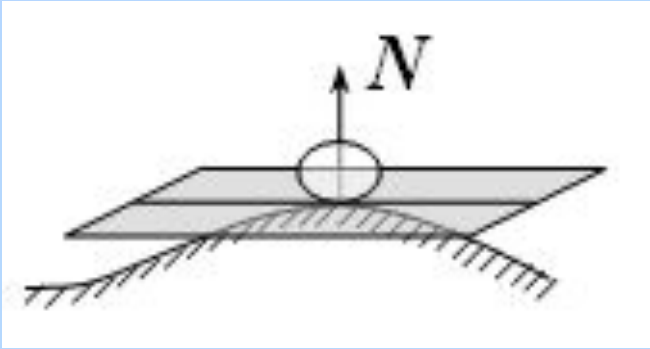
Исходная реальная система физических тел заменяется одним телом с силами реакции связи.

Аксиома связей



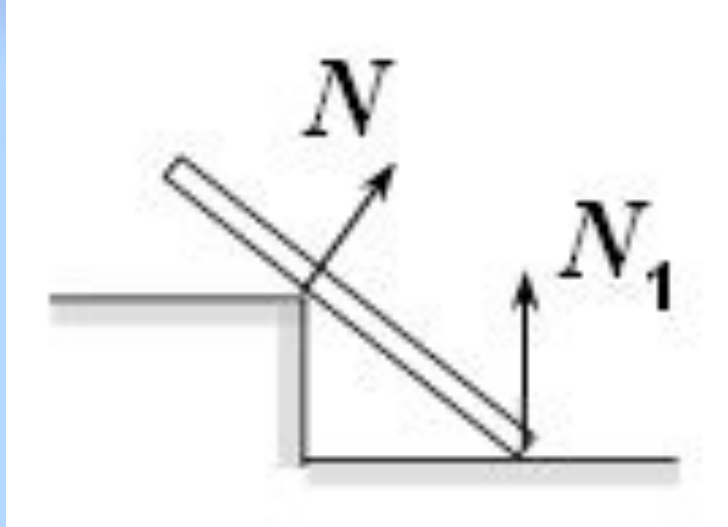
Примеры связей

Гладкая поверхность без трения



Гладкая поверхность без трения не дает перемещаться телу по направлению внутренней к ней нормали. Следовательно реакция связи направлена по внешней нормали к гладкой поверхности.

Гладкая поверхность с угловой точкой



Реакция

перпендикулярна опирающейся поверхности, поскольку вдоль опирающейся поверхности гладкое ребро не препятствует движению.

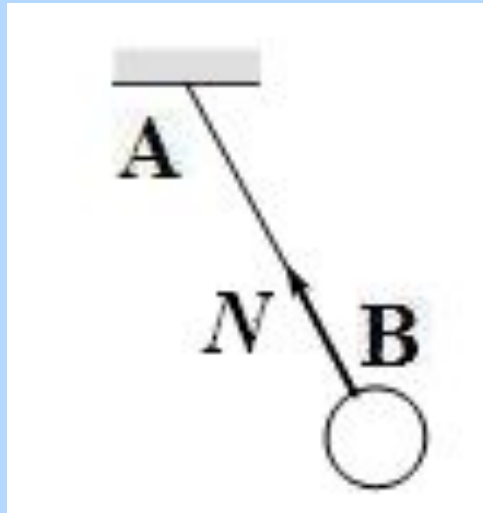
Соприкосновение тел по поверхности

Если соприкосновение происходит не в точке, а по некоторой площади поверхности, то реакция такой связи сводится к системе **распределенных по поверхности сил**, которые в некоторых случаях удастся заменить **одной равнодействующей силой реакции связи**.

Идеальная нить

Идеальная нить

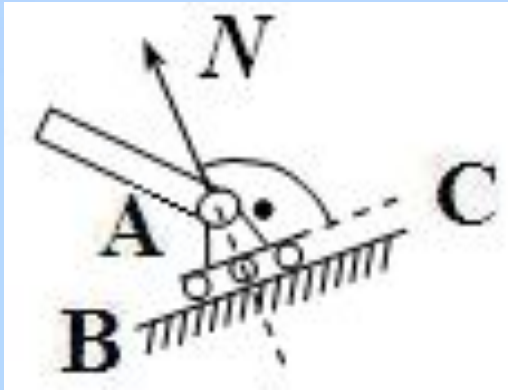
(гибкая, невесомая, нерастяжимая)



Связь не дает телу двигаться вдоль линии AB в сторону точки B .

Реакция поэтому направлена также вдоль AB , но к точке подвеса A .

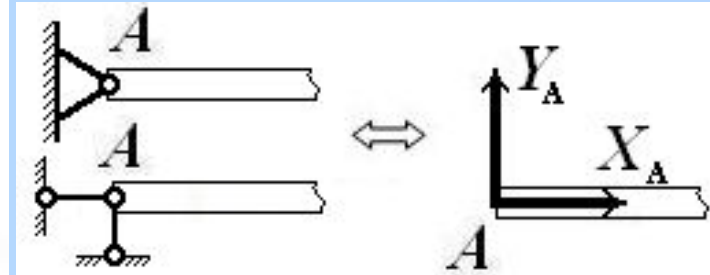
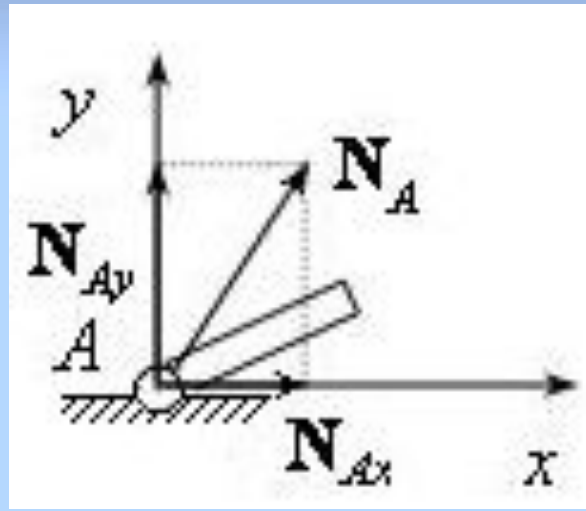
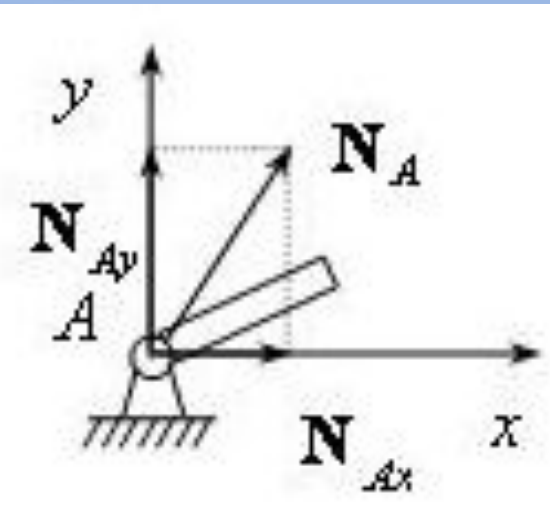
Подвижный цилиндрический шарнир



В строительной практике широко используется в виде *подвижных катков – подвижной опоры* или *подвижного цилиндрического шарнира*.

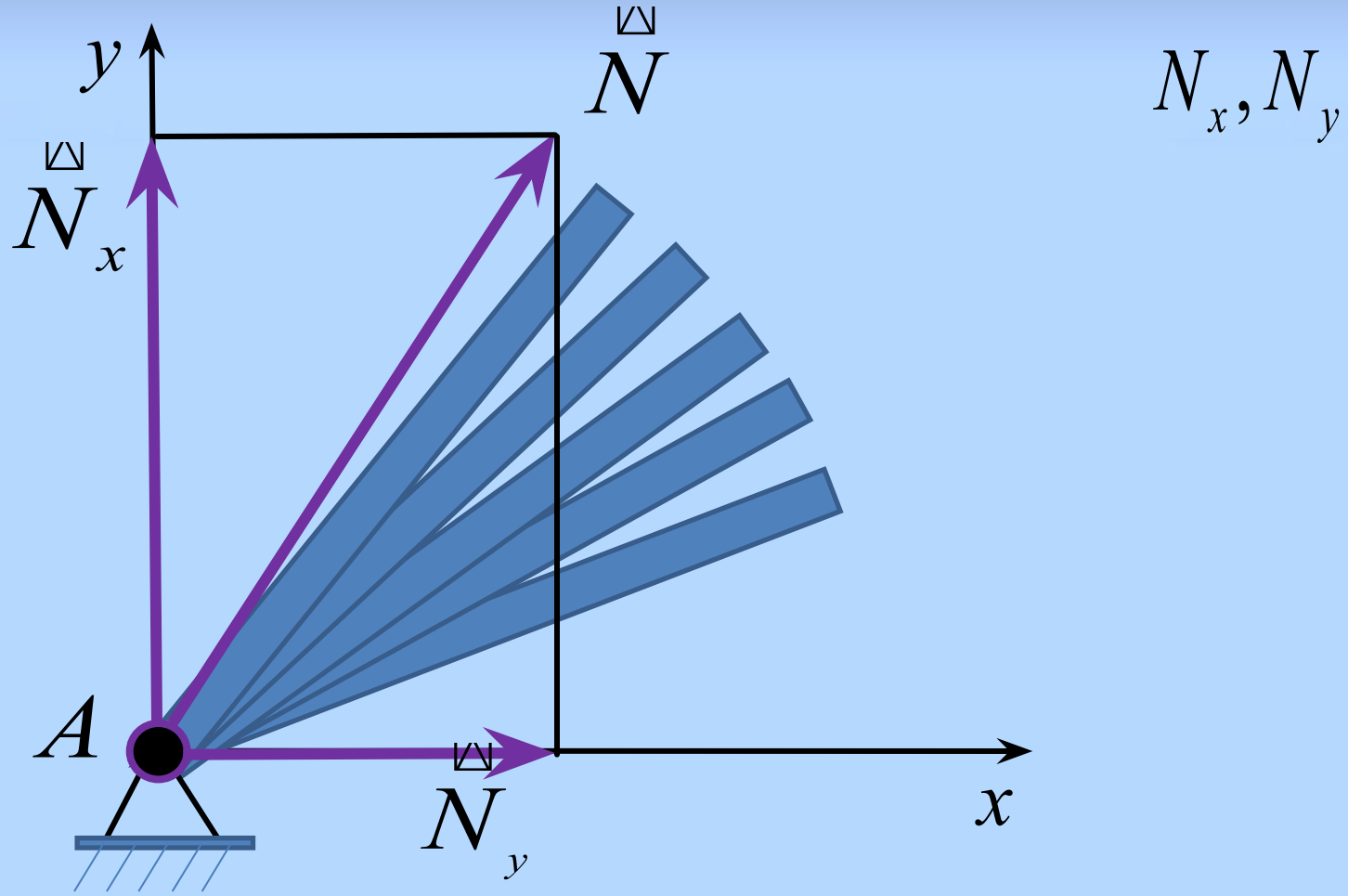
Данный тип *связи* препятствует движению в направлении поверхности опирания, но не препятствует перемещению вдоль этой поверхности. Следовательно, *сила реакции* направлена перпендикулярно (*по нормали*) к поверхности опирания.

Неподвижный цилиндрический шарнир

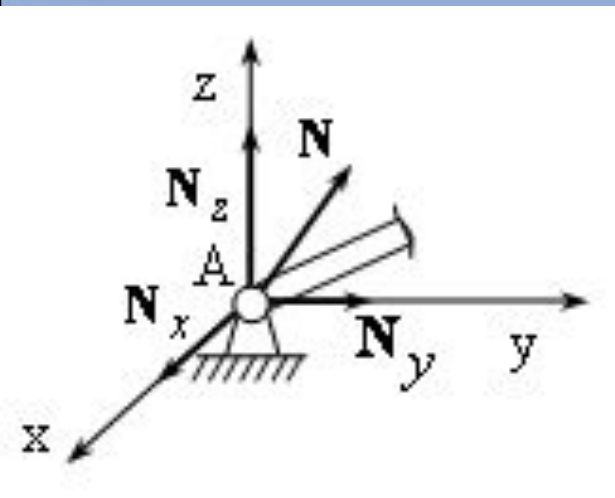


Такая связь **связь** не дает телу перемещаться ни в каком направлении в плоскости рисунка. Поэтому **сила реакции** может иметь любое направление в плоскости рисунка, ее можно представить в виде **двух** взаимно перпендикулярных **составляющих** (связь не дает телу перемещаться ни вдоль оси **x** ни вдоль оси **y**).

Неподвижный цилиндрический шарнир

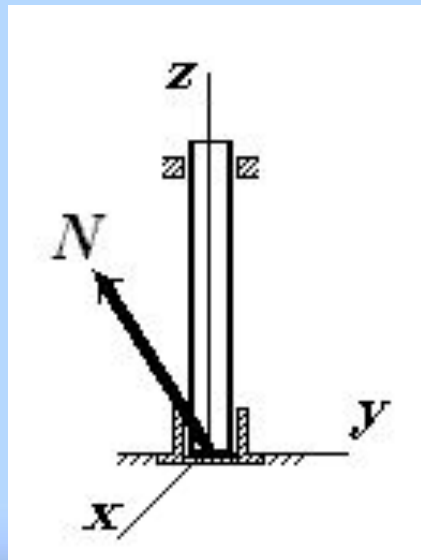


Неподвижный сферический шарнир



Неподвижный сферический шарнир

позволяет телу вращаться вокруг точки крепления. Но ему запрещены поступательные движения вдоль осей x, y, z . В соответствии с этим направление реакции N не определено, и она может быть представлена тремя взаимно перпендикулярными составляющими N_x, N_y, N_z

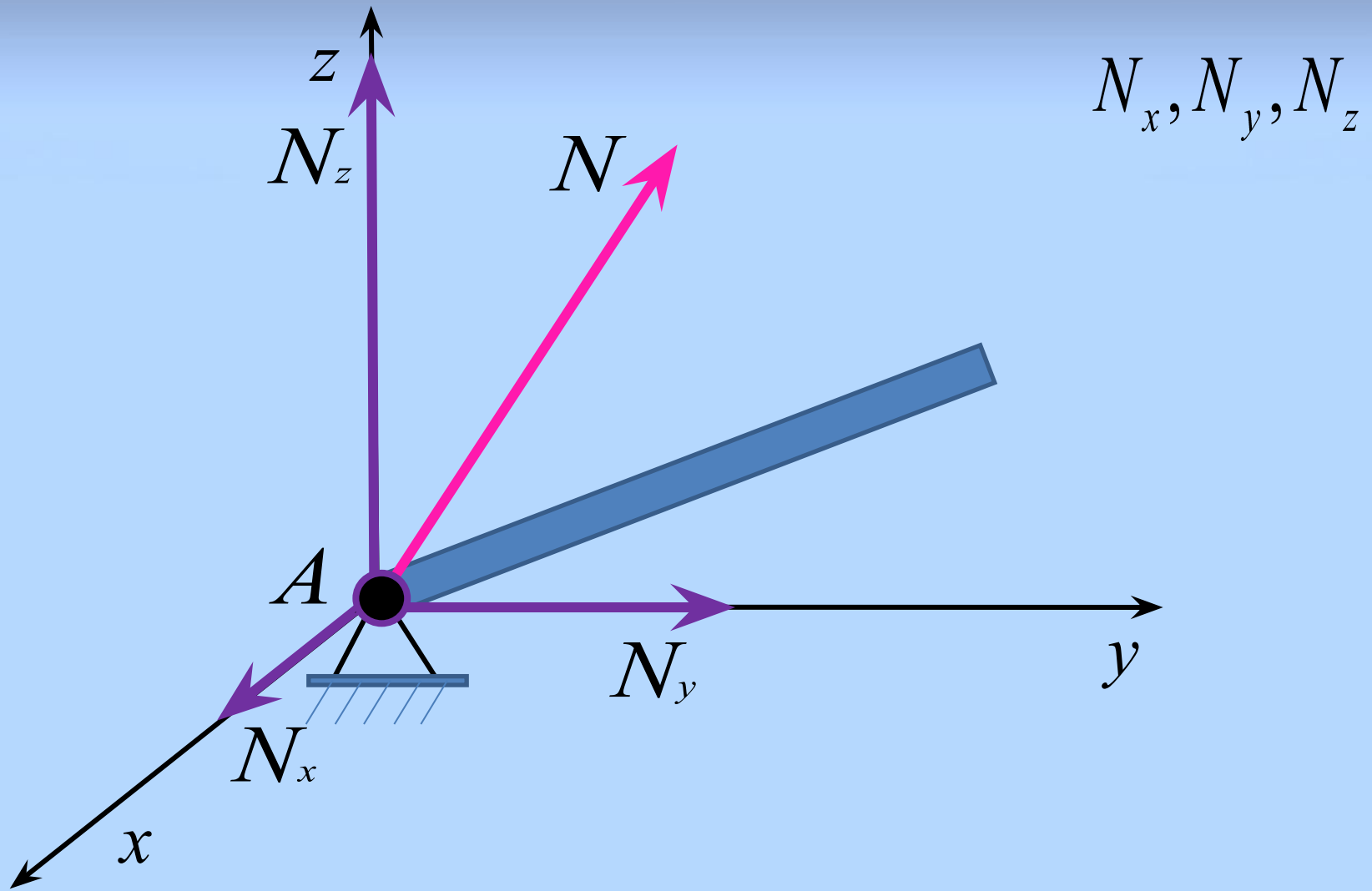


Подпятник (подшипник с упором)

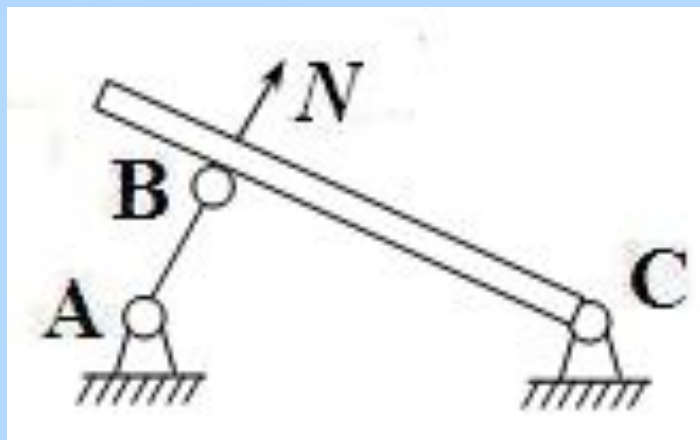
Направление в пространстве силы реакции заранее неизвестно, однако составляющая реакции вдоль оси z - положительная

$$N_z > 0$$

Неподвижный сферический шарнир



Идеальный стержень АВ



Жесткий невесомый *стержень* на концах которого шарниры. Стержень при этом может растягиваться или сжиматься. В зависимости от этого *сила реакции стержня* направлена вдоль него от точки крепления либо к точке крепления (вспомним *Аксиому 1*)

Заключение

На практике нахождение **реакций связи** необходимо для расчета прочности соответствующих частей конструкций.

Реакции связей находятся из уравнений равновесия (**вторая задача статики**).

Первая задача статики (о приведении системы сил) имеет важное значение не только в **статике**, но и в **динамике**.

В заключении отметим, что **аксиомы** и являются той основой, на которой далее строится вся **статика**.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте задачи статики.
2. Что мы называем материальной точкой?
3. Дайте определение твердого тела.
4. В каком случае для описания деформируемого тела можно применять модель абсолютно твердого тела?
5. Что такое сила?
6. Какой вектор называется скользящим?
7. Какие силы называются равными?
8. Какие системы сил называются эквивалентными?
9. Какая система сил называется уравновешенной?
10. Что такое равновесие?
11. Что называется связями?

Вопросы для самоконтроля

12. Перечислите типы связей, приведенные в данной лекции.
13. Что такое реакция связи?
14. Как определить направление силы реакции связи?
15. Сформулируйте аксиомы статики.
16. Как разложить силу по двум заданным направлениям?
17. Какие экспериментально наблюдаемые законы механики (физики), известны вам?

Тема следующей лекции

Система сходящихся сил.

