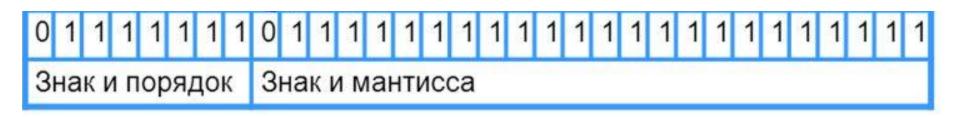
Информатика

Лекция 2

- ? Вещественные числа обычно представляются в виде чисел с плавающей запятой. Числа с плавающей запятой один из возможных способов представления действительных чисел, который является компромиссом между точностью и диапазоном принимаемых значений.
- ? Число с плавающей запятой состоит из набора отдельных двоичных разрядов, условно разделенных на так называемые знак (англ. sign), порядок (англ. exponent) и мантиссу (англ. mantis).
- ? В наиболее распространённом формате (стандарт IEEE 754) число с плавающей запятой представляется в виде набора битов, часть из которых кодирует собой мантиссу числа, другая часть показатель степени, и ещё один бит используется для указания знака числа (0 если число положительное, 1 если число отрицательное).
- ? При этом порядок записывается как целое число в коде со сдвигом, а мантисса в нормализованном виде, своей дробной частью в двоичной системе счисления.



? Знак — один бит, указывающий знак всего числа с плавающей точкой. Порядок и мантисса — целые числа, которые вместе со знаком дают представление числа с плавающей запятой в следующем виде:

$$(-1)^{S*}M*B^{P}$$

где S — знак, В— основание, Р— порядок, а М— мантисса.

- ? Более простым вариантом представления вещественных чисел является вариант с фиксированной точкой, когда целая и вещественная части хранятся отдельно.
- ? Например, на целую часть отводится всегда X бит и на дробную отводится всегда Y бит.
- ? Такой способ в архитектурах процессоров не присутствует. Отдаётся предпочтение числам с плавающей запятой, как компромиссу между диапазоном допустимых значений и точностью.

Нормальная форма

- ? **Нормальной формой** (англ. *normal form*) числа с плавающей запятой называется такая форма, в которой мантисса (без учёта знака) в десятичной системе находится на полуинтервале [0,1).
- ? Такая форма записи имеет недостаток: некоторые числа записываются неоднозначно, поэтому распространена также другая форма записи **нормализованная** (англ. *normalized*), в которой мантисса десятичного числа принимает значения от 1 (включительно) до 10 (не включительно), а мантисса двоичного числа принимает значения от 1 (включительно) до 2 (не включительно).

- ? То есть в мантиссе слева от запятой до применения порядка находится ровно один знак.
- ? В такой форме любое число записывается единственным образом.
- ? Так как старший двоичный разряд (целая часть) мантиссы вещественного числа в нормализованном виде всегда равен «1», то его можно не записывать, сэкономив таким образом один бит, что и используется в стандарте IEEE 754.
- ? В позиционных системах счисления с основанием большим, чем 2 (в троичной, четверичной и др.), этого замечательного свойства нет (ведь целая часть там межет быть не только единицей).

Вещественные числа

Одинарная точность 8 бит 23 бита 1 бит Зн Порядок Мантисса Двойная точность 52 бита 1 бит 11 бит Зн Порядок Мантисса Расширенная точность 64 бита 15 бит 1 бит Зн Порядок Мантисса

Тип Диапазон значений Размер(байт)

float 3.4E-38 ... 3.4E+38 4

double 1.7E-308 ... 1.7E+308 8

long double 3.4E-4932 ... 3.4E+4932 10

Число 0

- ? В нормализованной форме числа с плавающей точкой невозможно представить ноль.
- ? Поэтому для его представления зарезервированы специальные значения мантиссы и порядка число считается нулём, если все его биты, кроме знакового, равны нулю.
- ? При этом в зависимости от значения бита знака ноль может быть как положительным, так и отрицательным.

Арифметика нуля со знаком

$$\cdot \frac{-0}{|x|} = -0$$
 (если $x \neq 0$)

$$\cdot (-0) \cdot (-0) = +0$$

•
$$|x| \cdot (-0) = -0$$

•
$$x + (\pm 0) = x$$

$$(-0) + (-0) = -0$$

$$\bullet$$
 (+0) + (+0) = +0

•
$$\frac{-0}{-\infty} = +0$$

$$ullet$$
 $\frac{|x|}{-0}=-\infty$ (если $x
eq 0$)

Неопределенность (*NaN*)

- ? NaN это аббревиатура от фразы "not a number". NaN является результатом арифметических операций, если во время их выполнения произошла ошибка (примеры см. ниже).
- ? В IEEE 754 NaN представлен как число, в котором все двоичные разряды порядка единицы, а мантисса не нулевая.
- ? Любая операция с NaN возвращает NaN. При желании в мантиссу можно записывать информацию, которую программа сможет интерпретировать. Стандартом это не оговорено и мантиссе чаще всего игнорируется.

Получение NaN

•
$$\infty + (-\infty) = NaN$$

•
$$\frac{\pm 0}{\pm 0} = \frac{\pm \infty}{\pm \infty} = NaN$$

•
$$\sqrt{x} = NaN$$
, где $x < 0$

Бесконечности

- ? Как и нули со знаком, бесконечности позволяют получить хотя бы близкий к правильному результат вычисления в случае переполнения.
- ? Согласно стандарту IEEE 754 число с плавающей запятой считается равным бесконечности, если все двоичные разряды его порядка единицы, а мантисса равна нулю.
- ? Знак бесконечности определяется знаковым битом числа.

Умножение и деление

- ? Для того, чтобы умножить два вещественных числа в нормализованной форме необходимо перемножить их мантиссы, сложить порядки, округлить и нормализовать полученное число.
- ? Соответственно, чтобы произвести деление нужно разделить мантиссу делимого на мантиссу делителя и вычесть из порядка делимого порядок делителя. Затем точно так же округлить мантиссу результата и привести его к нормализованной форме.

Сложение и вычитание

- ? Идея метода сложения и вычитания чисел с плавающей точкой заключается в приведении их к одному порядку.
- ? Сначала выбирается оптимальный порядок, затем мантиссы обоих чисел представляются в соответствии с новым порядком, затем над ними производится сложение/вычитание, мантисса результата округляется и, если нужно, результат приводится к нормализированной форме.