

*Понятие
многогранника.■*

*Правильные
многогранники.■*

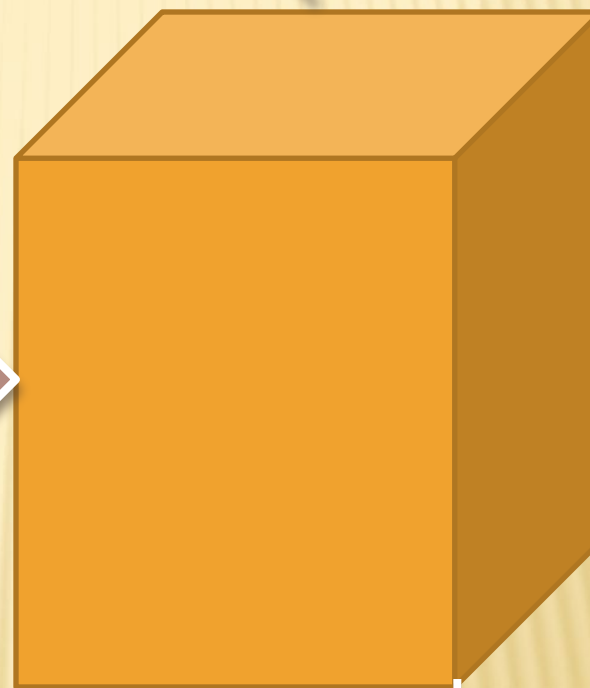


С.Дали «Тайная вечеря»

*Теория многогранников, в частности выпуклых многогранников,
— одна из самых увлекательных глав геометрии.*

Л. А. Люстерник

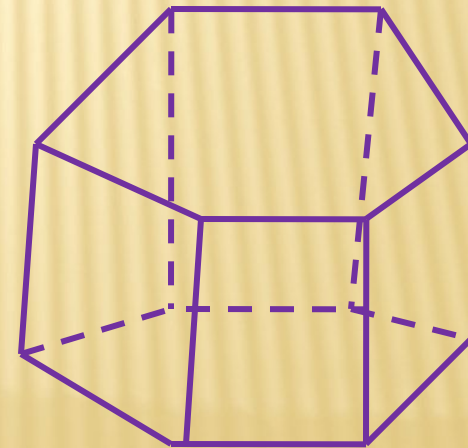
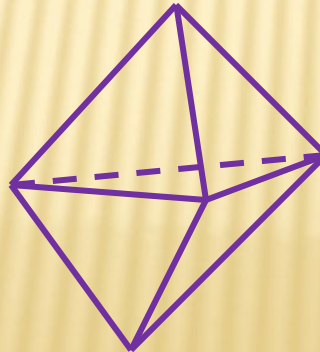
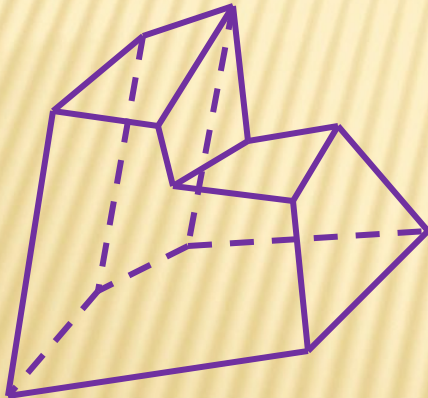
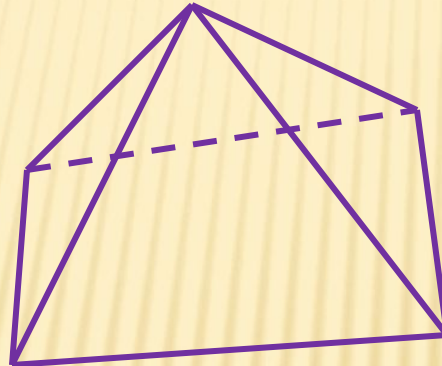
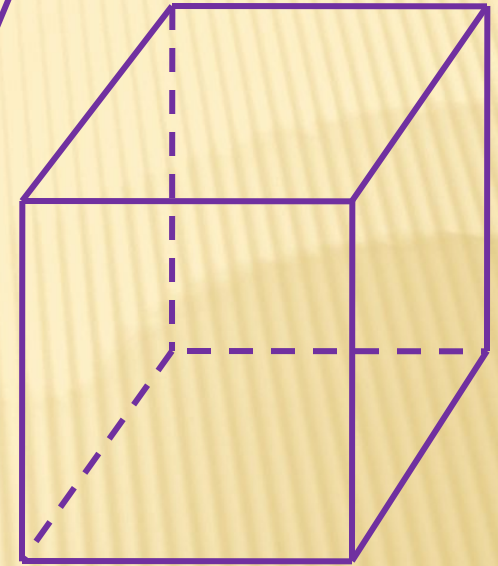
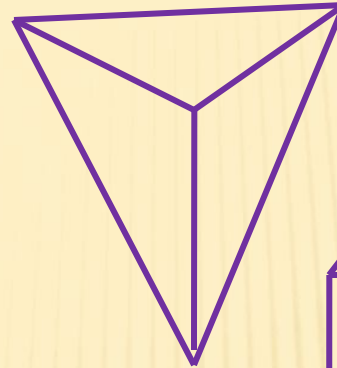
Многогранник -
геометрическое
тело, ограниченное
со всех сторон
плоскими
многоугольниками,
называемыми
гранями.



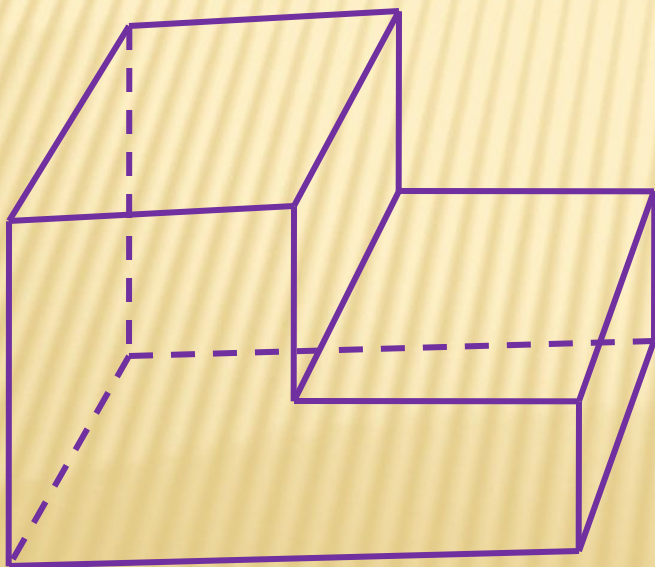
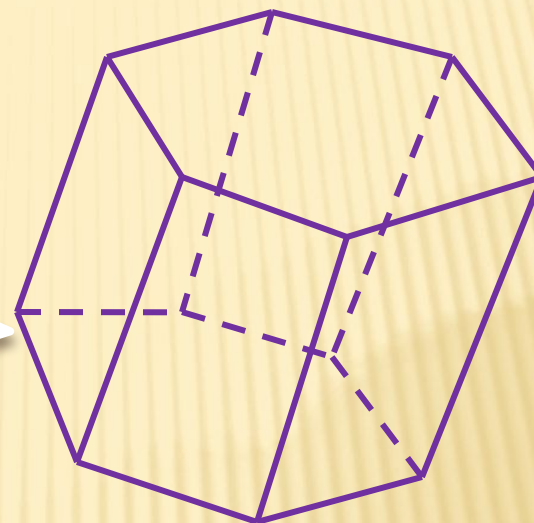
Стороны граней
называются
ребрами
многогранника

Концы ребер -
вершинами

По числу граней
различают
четырехгранники,
пятигранники и т.д.



Многогранник
называется
выпуклым, если
он весь
расположен по
одну сторону от
плоскости каждой
из его граней.



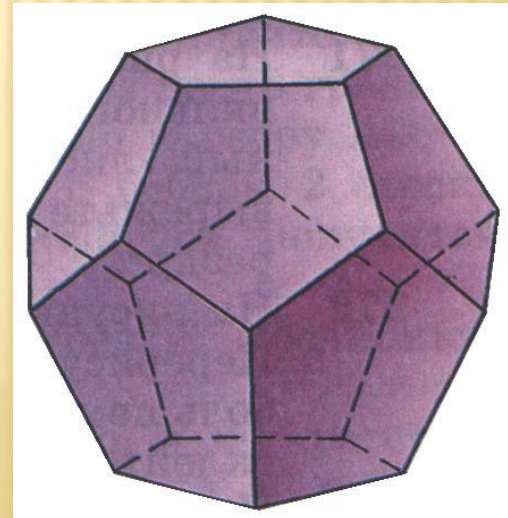
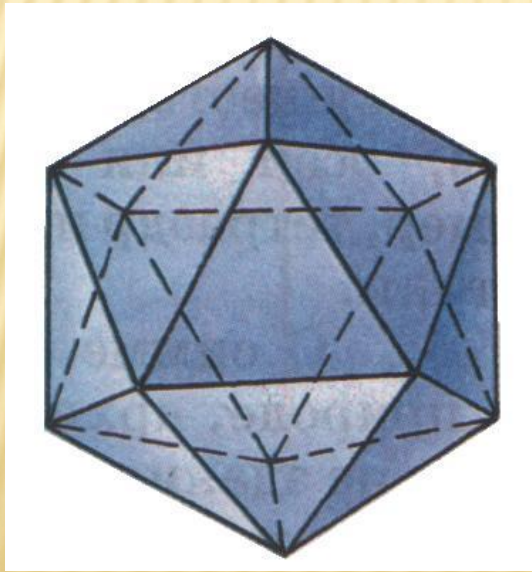
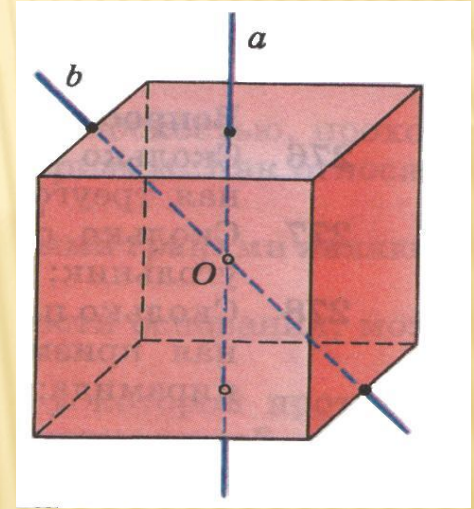
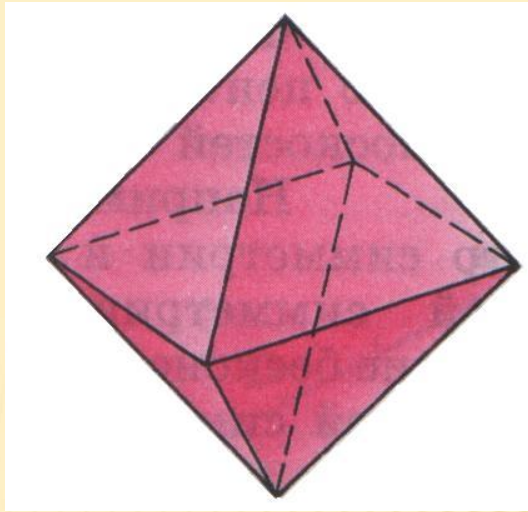
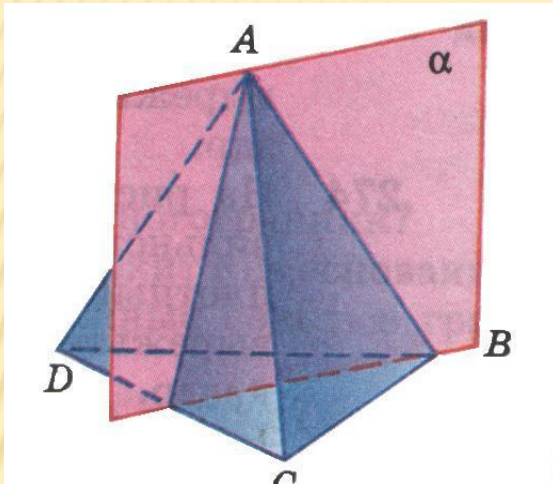
Невыпуклый
многогранник

Правильные многогранники.

Многогранник называется **правильным**, если все его грани - равные между собой правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то же число граней.

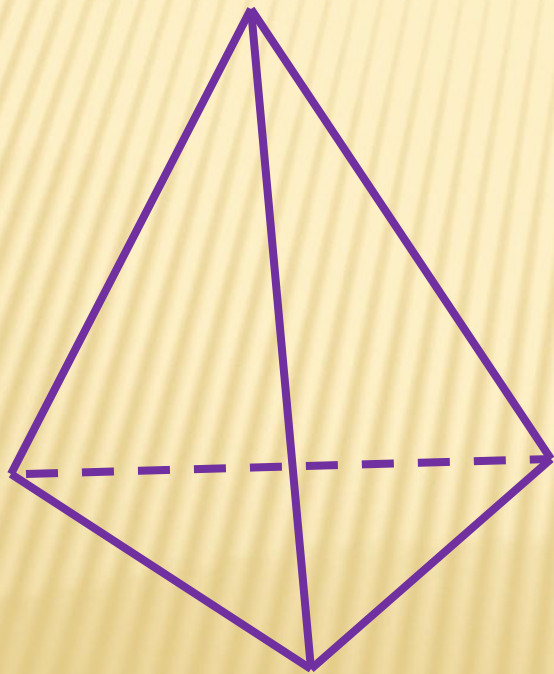
Известно только **5 выпуклых правильных многогранников.**

Правильные выпуклые многогранники следующие: **тетраэдр** (4 грани); **гексаэдр** (6 граней) – это хорошо нам известный **куб**; **октаэдр** (8 граней); **додекаэдр** (12 граней); **икосаэдр** (20 граней).



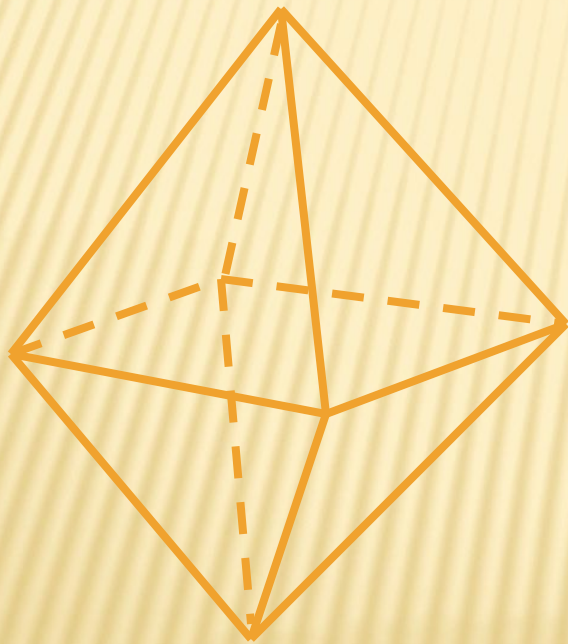
Тетраэдр

*Правильный многогранник, у которого грани правильные треугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и по три грани. У тетраэдра: **4** грани, четыре вершины и **6** ребер.*



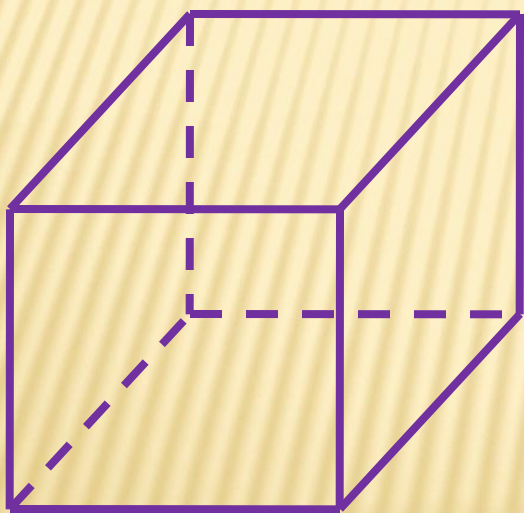
Октаэдр

Правильный многогранник, у которого грани- правильные треугольники и в каждой вершине сходится по четыре ребра и по четыре грани. У октаэдра: **8** граней, **6** вершин и **12** ребер



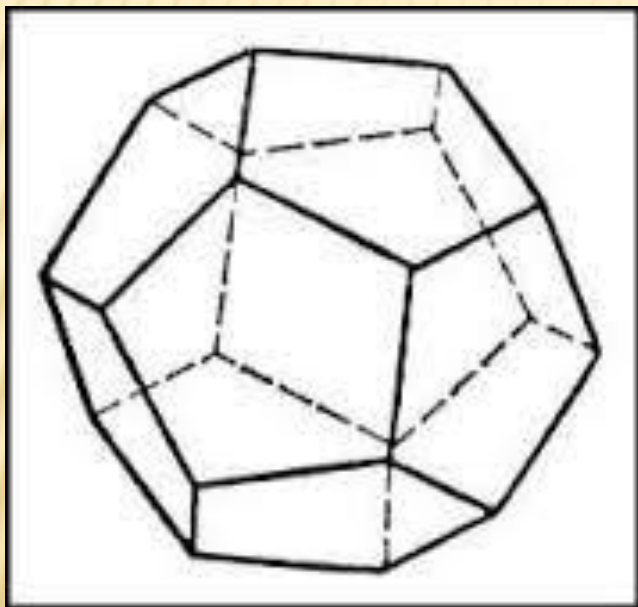
Куб

*Правильный многогранник, у которого грани – квадраты и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У него: **6** граней, **8** вершин и **12** ребер.*



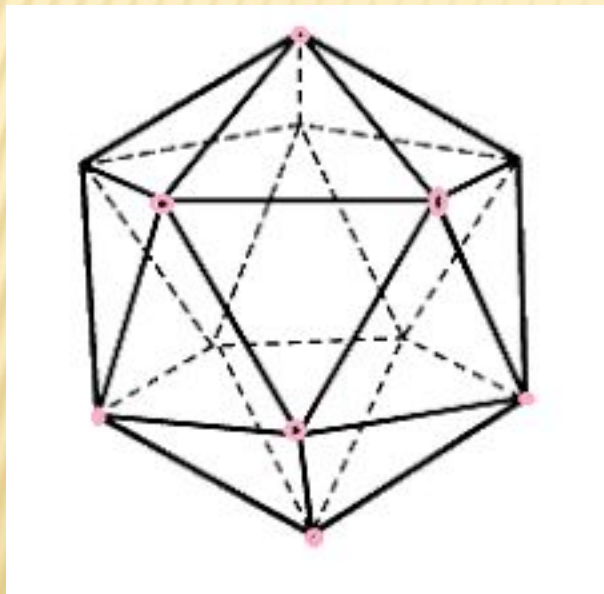
Додекаэдр

*Правильный многогранник, у которого грани правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У додекаэдра: **12** граней, **20** вершин и **30** ребер.*



Икосаэдр

*Правильный многогранник, у которого грани правильные треугольники и в каждой вершине сходится по пять ребер и пять граней. У икосаэдра: **20** граней, **12** вершин и **30** ребер.*

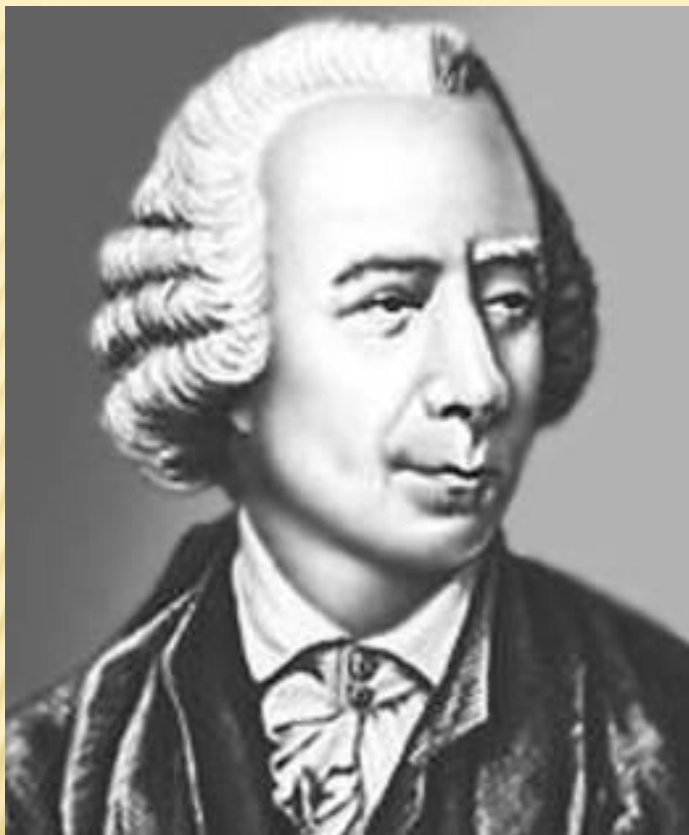


Элементы симметрии правильных многогранников

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15

В каждой вершине многогранника должно сходиться столько правильных n – угольников, чтобы сумма их углов была меньше 360° . Т.е должна выполняться формула $\beta k < 360^\circ$ (β -градусная мера угла многоугольника, являющегося гранью многогранника, k – число многоугольников, сходящихся в одной вершине многогранника.)

название	β	k	Сумма плоских углов
тетраэдр	60	3	180
октаэдр	60	4	240
икосаэдр	60	5	300
гексаэдр	90	3	270
додекаэдр	108	3	324



Л.Эйлер
(1707-1783)

Один из величайших математиков мира, работы которого оказали решающее влияние на развитие многих современных разделов математики.

Теорема Эйлера:

Число вершин - число ребер + число граней = 2

Название	Тетраэдр	Куб	Октаэдр	Додекаэдр
Число граней и их форма	4 	6 	8 	12 
Число ребер	6	12	12	30
Число вершин	4	8	6	20

Число вершин, рёбер и граней правильных многогранников связано друг с другом.



Немного истории

Все типы правильных многогранников были известны в Древней Греции – именно им посвящена завершающая, **XIII** книга «Начал» Евклида.



Правильные многогранники называют также «платоновыми телами» - они занимали видное место в идеалистической картине мира древнегреческого философа Платона.



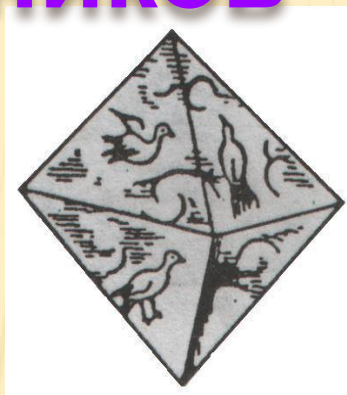
Додекаэдр символизировал всё мироздание, почитался главнейшим. Уже по латыни в средние века его стали называть «пятая сущность» или **quinta essentia**, «квинта эссенция», отсюда происходит вполне современное слово «квинтэссенция», означающее всё самое главное, основное, истинную сущность чего-либо.



Олицетворение многогранников



тетраэдр-огонь



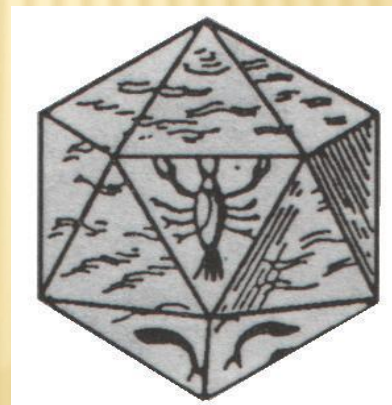
октаэдр-воздух



куб-земля

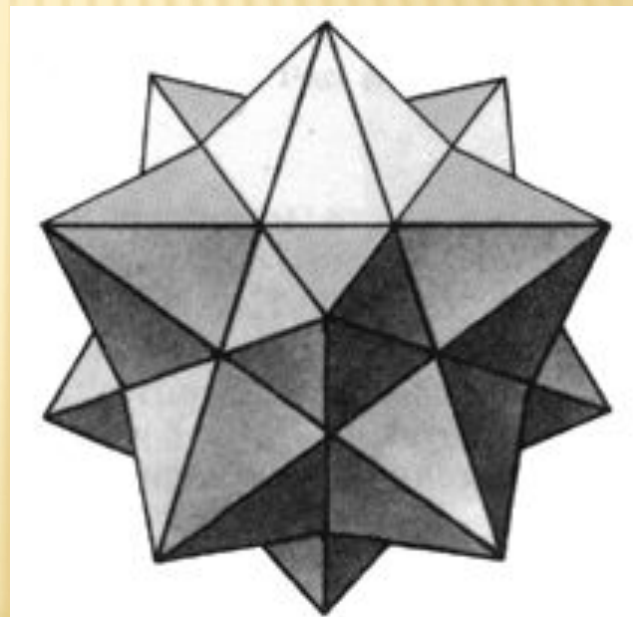
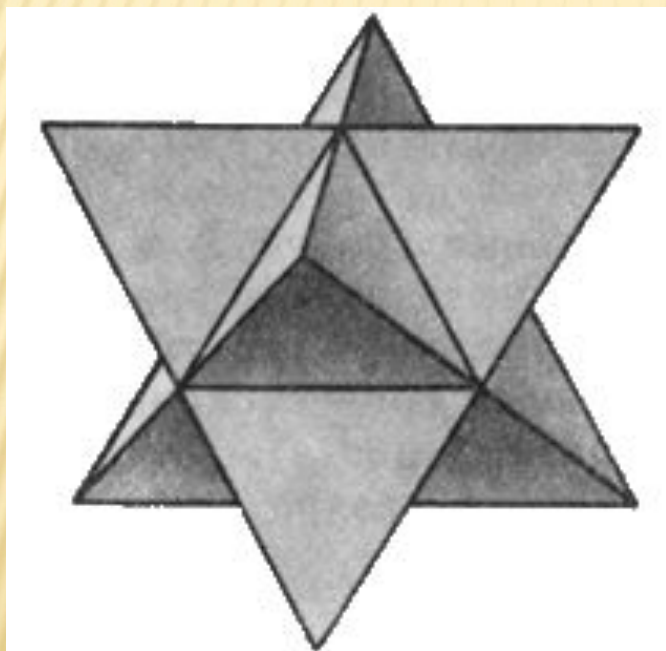


додекаэдр-вселенная



икосаэдр-вода

Звездчатые правильные многогранники





*Существует семейство тел,
родственных платоновым - это
полуправильные выпуклые
многогранники, или *Архимедовы тела*.
У них все многогранные углы равны, все
границы - правильные многоугольники, но
нескольких различных типов.*





«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая мою геометрию»

Многогранники в природе

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры, поэтому они широко распространены в природе.

Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов



Шеелит
(пирамида)



Хрусталь
(призма)



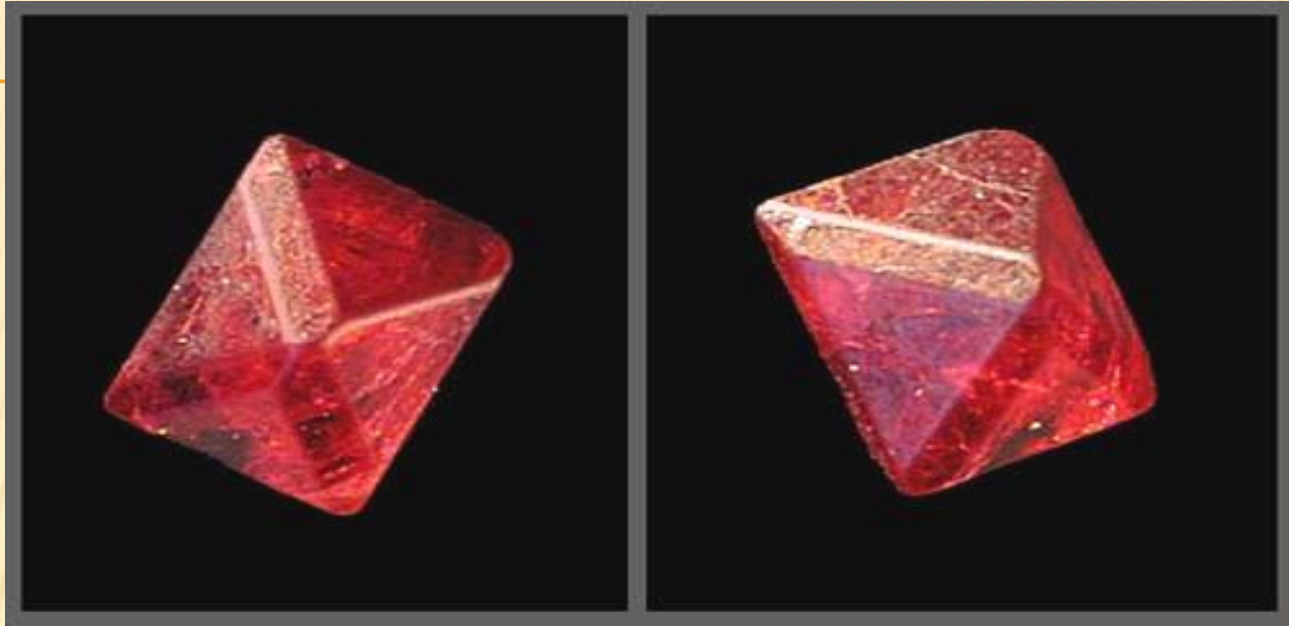
Поваренная
соль (куб)



Алмаз
(октаэдр)

Кристаллы — тела, имеющие многогранную форму. Вот один из примеров таких тел: кристалл пирита (сернистый колчедан **FeS**) — природная модель додекаэдра. **Пирит** (от греч. “пир” — огонь) — сернистое железо или серный колчедан, наиболее распространенный минерал из группы сульфидов. Размеры кристаллов пирита часто достигают нескольких сантиметров и являются хорошим коллекционным материалом. От других подобных ему минералов отличается твердостью: царапает стекло.





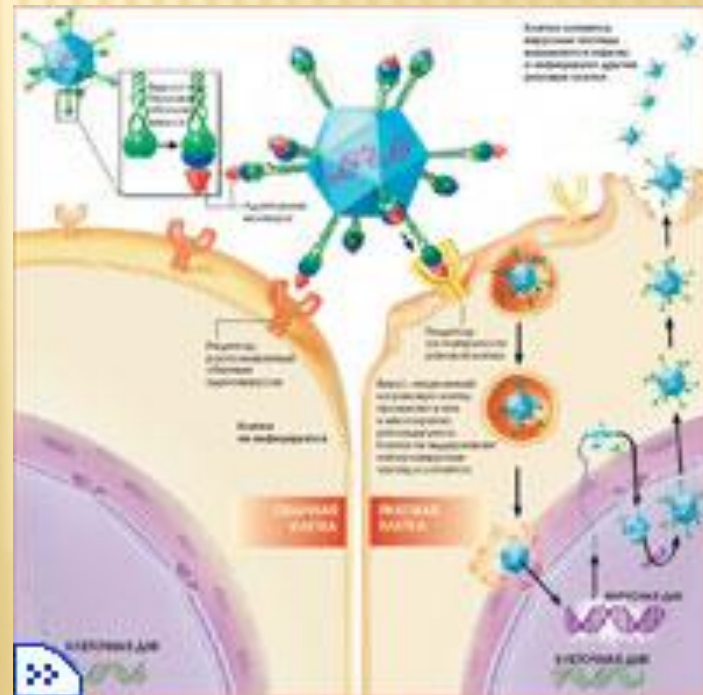
Создания природы красивы и симметричны. В кристаллографии существует раздел, который называется «геометрическая кристаллография»

ЕСЛИ НАБЛЮДАТЬ И РАССМАТРИВАТЬ МНОГОГРАННЫЕ ФОРМЫ, ТО МОЖНО НЕ ТОЛЬКО ПОЧУВСТВОВАТЬ ИХ КРАСОТУ, НО И ОБНАРУЖИТЬ НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ, ВОЗМОЖНО, ИМЕЮЩИЕ ПРИКЛАДНОЕ ЗНАЧЕНИЕ.

Некоторые из правильных и полуправильных тел встречаются в природе в виде кристаллов, другие — в виде вирусов, простейших микроорганизмов.



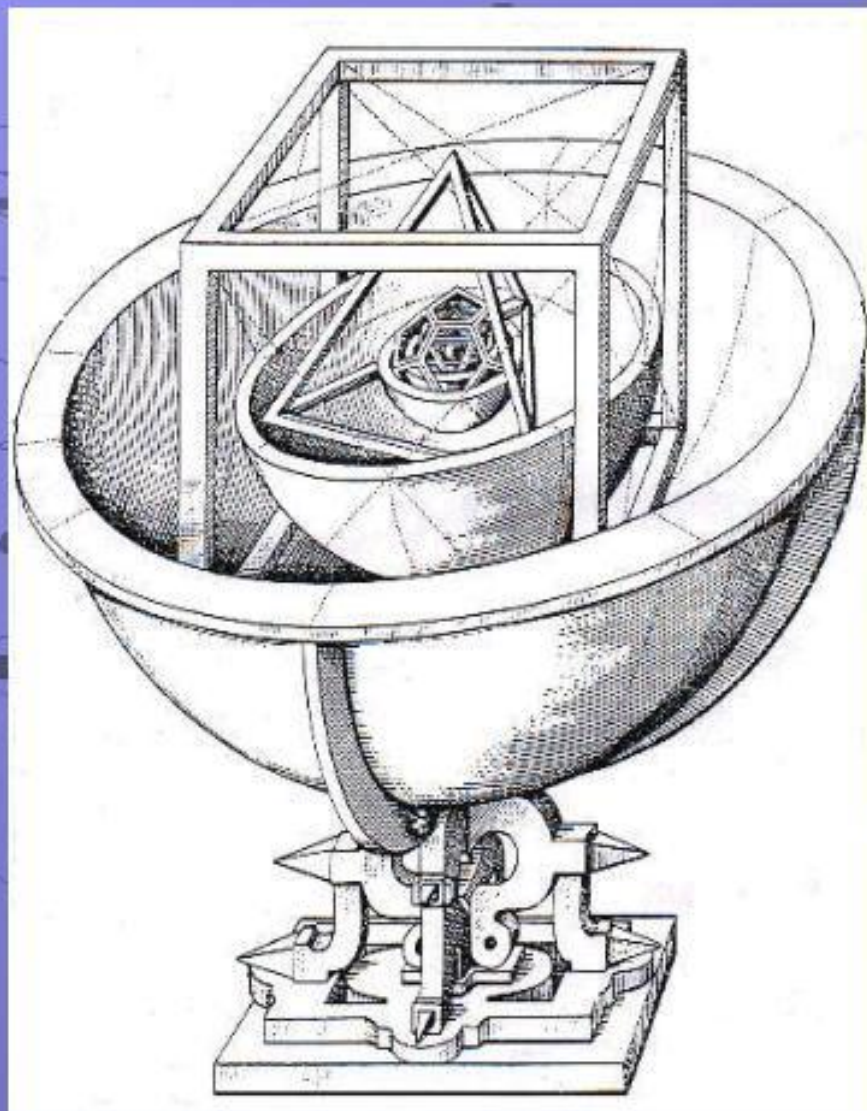
Вирусы





В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы. Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией Альбрехт Дюрер (1471-1528), в известной гравюре "Меланхолия" на переднем плане изобразил додекаэдр.

Кубок Кеплера



Иоганн Кеплер (1571-1630) в своей работе "Тайна мироздания" в 1596 году, используя правильные многогранники, вывел принцип, которому подчиняются формы и размеры орбит планет Солнечной системы.

Многогранники в архитектуре.



**Великая пирамида
в Гизе**

**Александрийский
маяк**



Замечено, что наша матушка-Земля последовательно проходит эволюцию правильных объемных фигур. Существует много данных о сравнении структур и процессов Земли с вышеуказанными фигурами. Полагают, что четверем геологическим эрам Земли соответствуют четыре силовых каркаса правильных Платоновских тел:

Протозою - тетраэдр (четыре плиты),

Палеозою - гексаэдр (шесть плит),

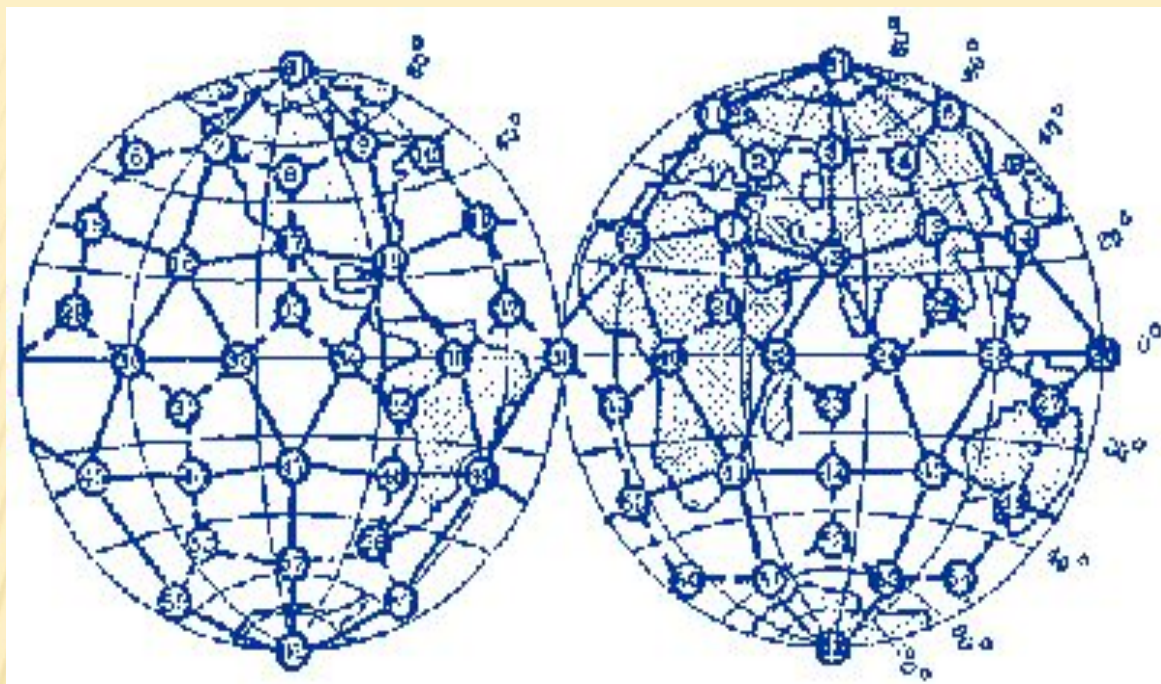
Мезозою - октаэдр (восемь плит),

Кайнозою - додекаэдр (двенадцать плит).

Гипотеза В.Макарова и В.Морозова:

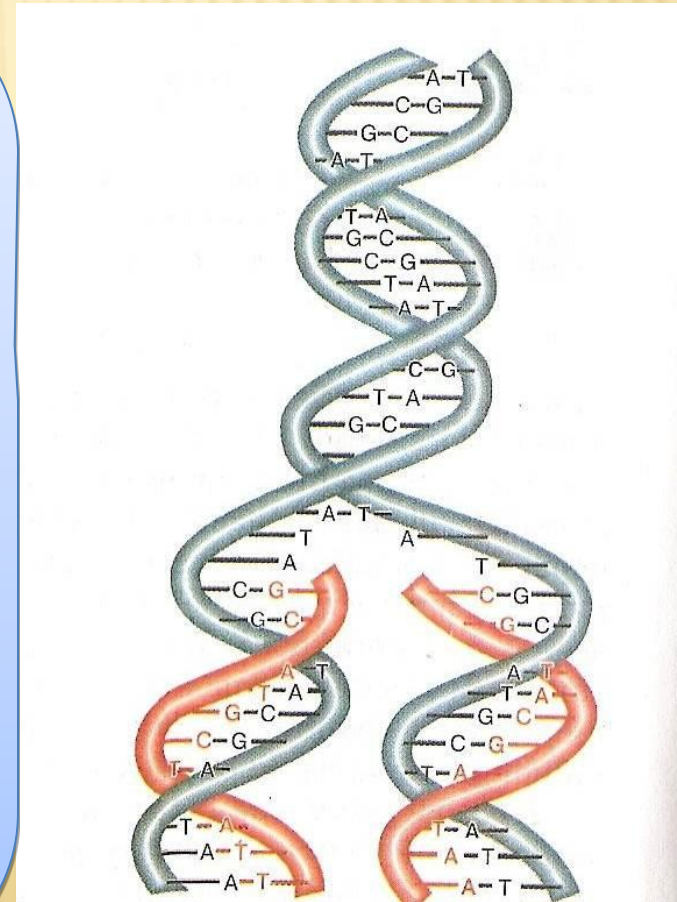
- Ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете.
- Лучи кристалла обуславливают икосаэдро-додекаэдрическую структуру Земли, проявляющуюся в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра. В их вершины и середины ребер, называемые узлами, оказывается, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить многие непонятные явления.

Если нанести на глобус очаги наиболее крупных и примечательных культур и цивилизаций Древнего мира, можно заметить закономерность в их расположении относительно географических полюсов и экватора планеты. Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдрово-додекаэдровой сетки. Еще более удивительные вещи происходят в местах пересечения этих ребер: тут располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана, здесь шотландское озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник. Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой красивой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.



Додекаэдрическая структура, по мнению Д. Винтера (американского математика), присуща не только энергетическому каркасу Земли, но и строению живого вещества.

В процессе деления яйцеклетки сначала образуется тетраэдр из четырех клеток, затем октаэдр, куб и, наконец, додекаэдро-икосаэдрическая структура гастрюлы. И наконец, самое, пожалуй, главное – структура ДНК генетического кода жизни – представляет собой четырехмерную развертку (по оси времени) вращающегося додекаэдра! Таким образом, оказывается, что вся Вселенная – от Метагалактики и до живой клетки – построена по одному принципу – бесконечно вписываемых друг в друга додекаэдра и икосаэдра, находящихся между собой в пропорции золотого сечения!



Впрочем, многогранники - отнюдь не только объект научных исследований. Их формы - завершенные и причудливые, широко используются в декоративном искусстве.



Надгробный памятник в
кафедральном соборе
Солсбери



Титульный лист
книги
Ж. Кузена «Книга о
перспективе»

Ярчайшим примером художественного изображения многогранников в **XX** веке являются, конечно, графические фантазии Маурица Корнелиса Эшера (**1898-1972**), голландского художника, родившегося в Леувардене.

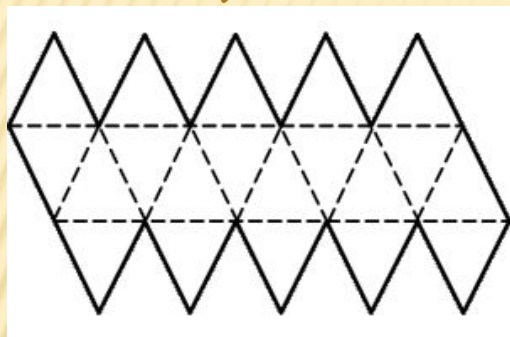


Мауриц Эшер в своих рисунках как бы открыл и интуитивно проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые властвуют над кристаллами, определяя и их внешнюю форму, и их атомную структуру, и их физические свойства.

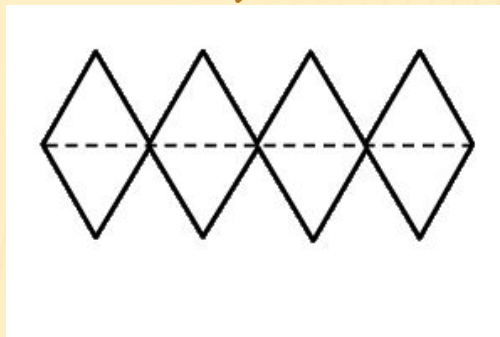
Математик, так же как и художник или поэт, создает узоры, и если его узоры более устойчивы, то лишь потому, что они составлены из идей.

Тест «Узнай фигуру»

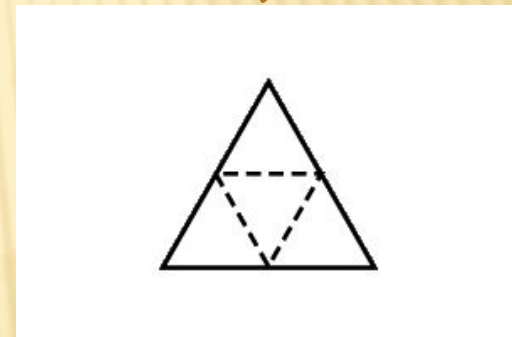
1



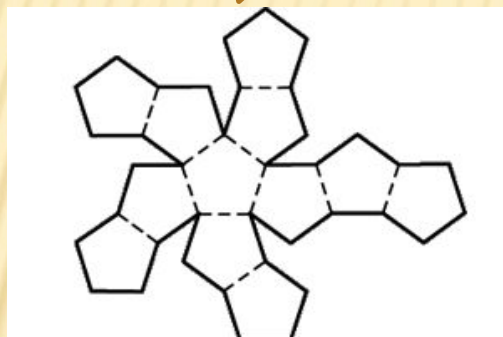
2



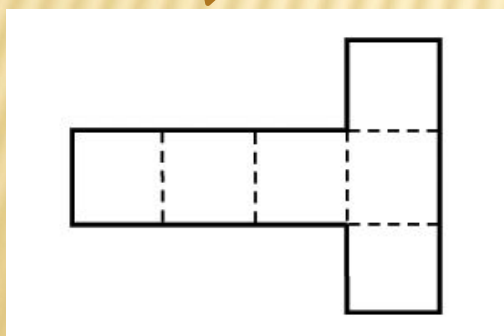
3



4



5



1.Тетраэдр

2.Куб

3.Октаэдр

4.Икосаэдр

5.Додекаэдр