

*Понятие  
многогранника.■*

*Правильные  
многогранники.■*

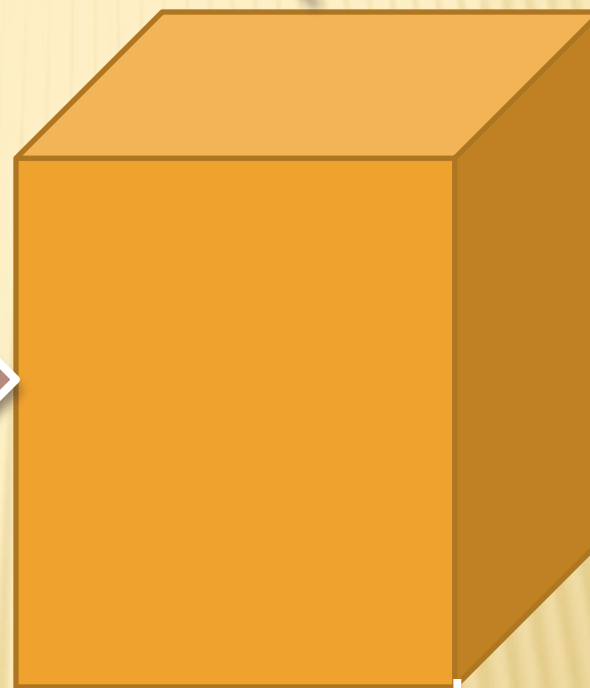


***С.Дали «Тайная вечеря»***

*Теория многогранников, в частности выпуклых многогранников,  
— одна из самых увлекательных глав геометрии.*

*Л. А. Люстерник*

**Многогранник** -  
геометрическое  
тело, ограниченное  
со всех сторон  
плоскими  
многоугольниками,  
называемыми  
гранями.

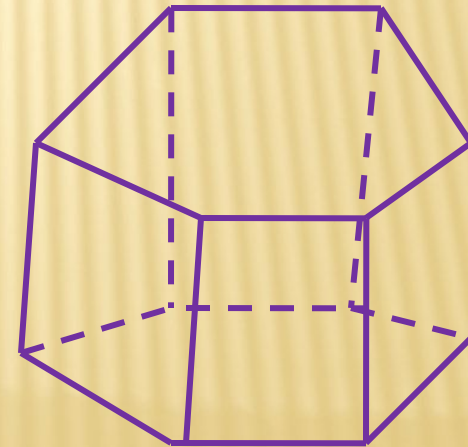
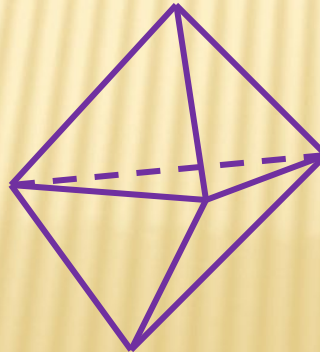
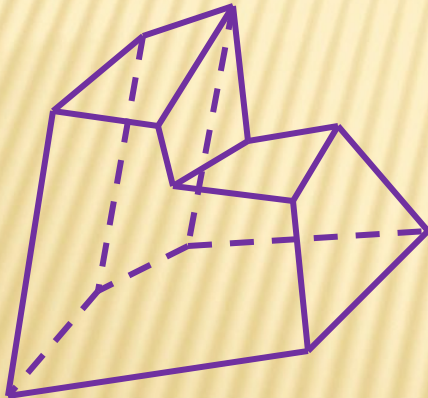
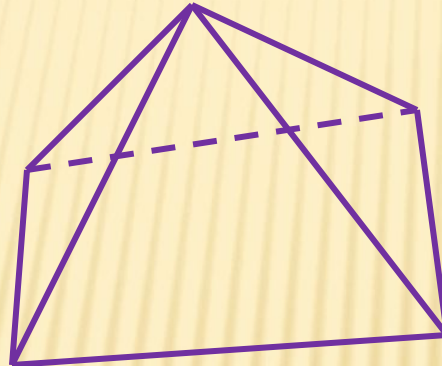
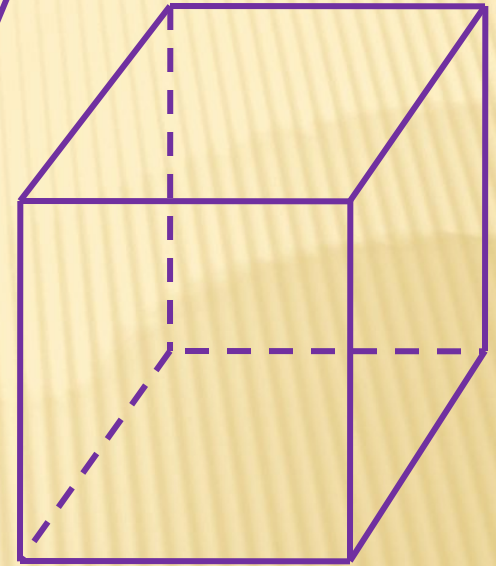
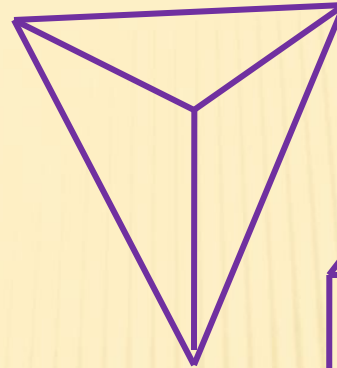


Стороны граней  
называются  
ребрами  
многогранника

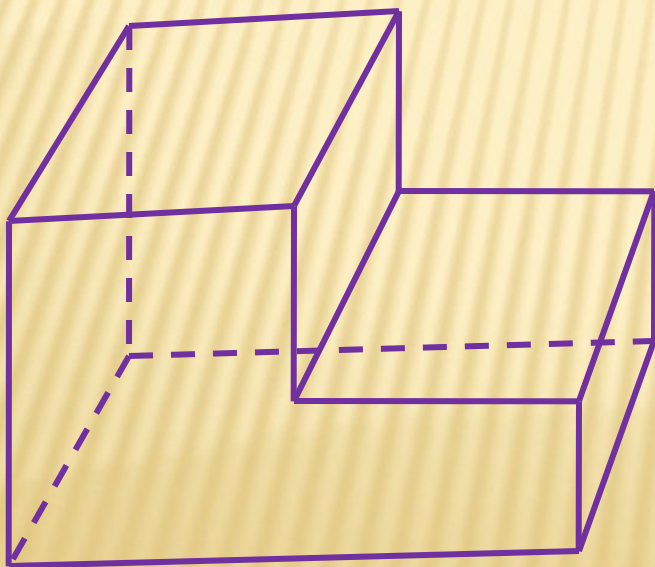
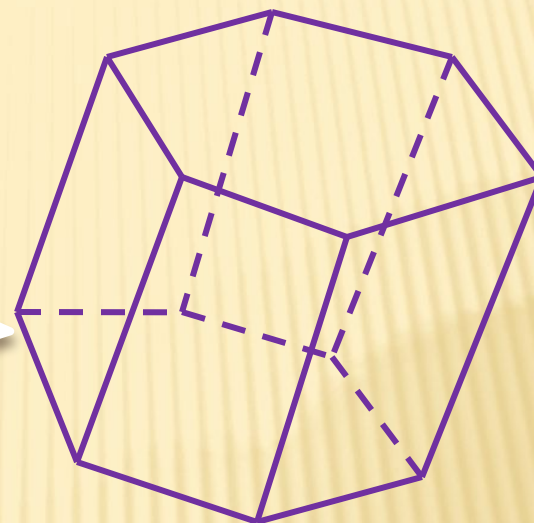
Концы ребер -  
вершинами



По числу граней  
различают  
четырехгранники,  
пятигранники и т.д.



Многогранник  
называется  
выпуклым, если  
он весь  
расположен по  
одну сторону от  
плоскости каждой  
из его граней.



Невыпуклый  
многогранник

## Правильные многогранники.

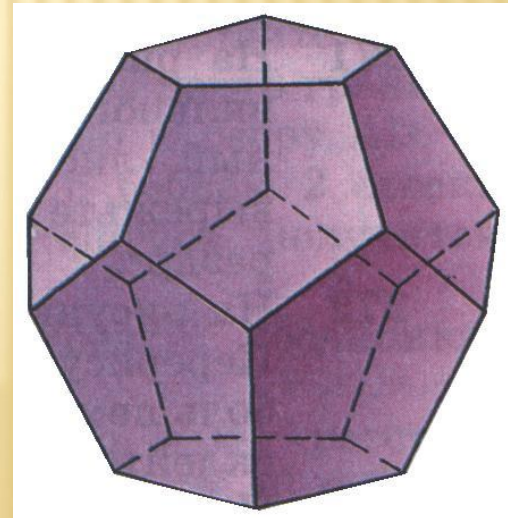
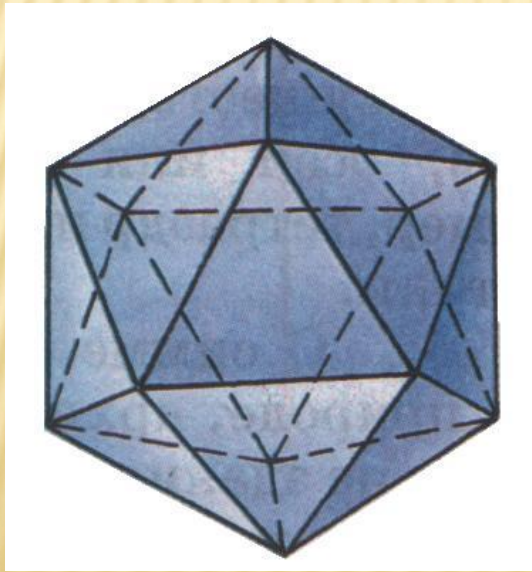
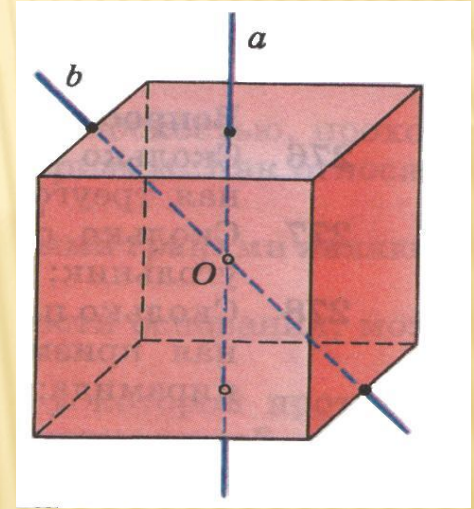
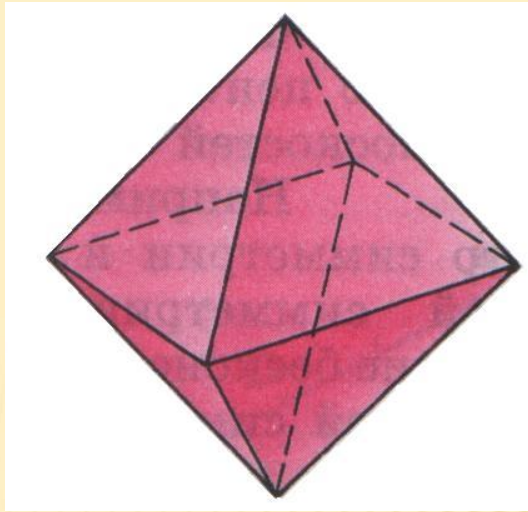
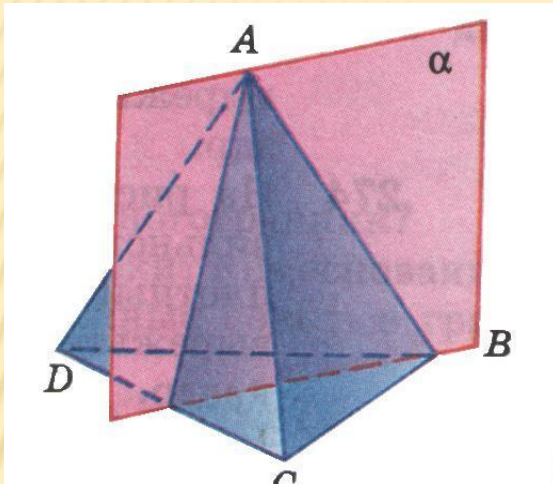
---

**Многогранник** называется **правильным**, если все его грани - равные между собой правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то же число граней.

Известно только **5 выпуклых правильных многогранников**.

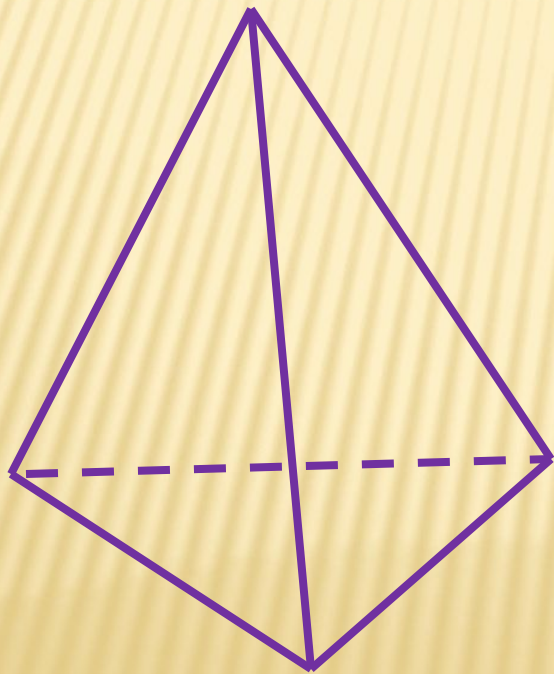
Правильные выпуклые многогранники следующие: **тетраэдр** (4 грани); **гексаэдр** (6 граней) – это хорошо нам известный **куб**; **октаэдр** (8 граней); **додекаэдр** (12 граней); **икосаэдр** (20 граней).





# Тетраэдр

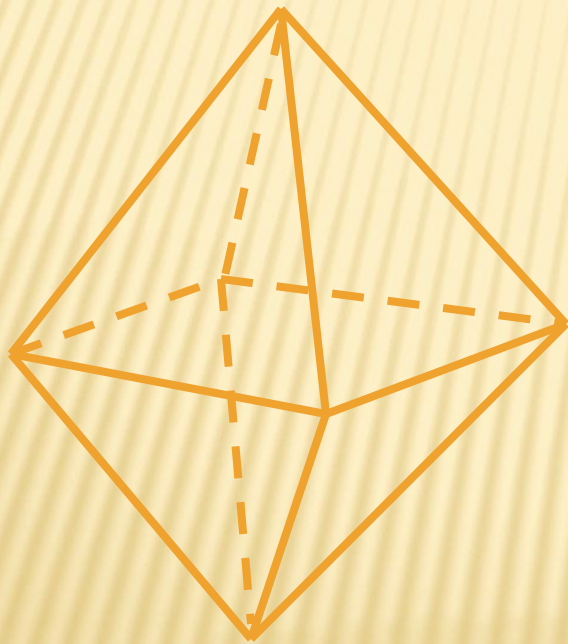
*Правильный многогранник, у которого грани правильные треугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и по три грани. У тетраэдра: **4** грани, четыре вершины и **6** ребер.*





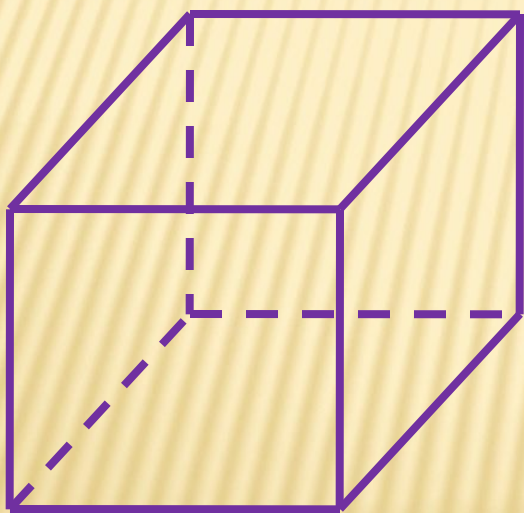
# Октаэдр

Правильный многогранник, у которого грани- правильные треугольники и в каждой вершине сходится по четыре ребра и по четыре грани. У октаэдра: **8** граней, **6** вершин и **12** ребер



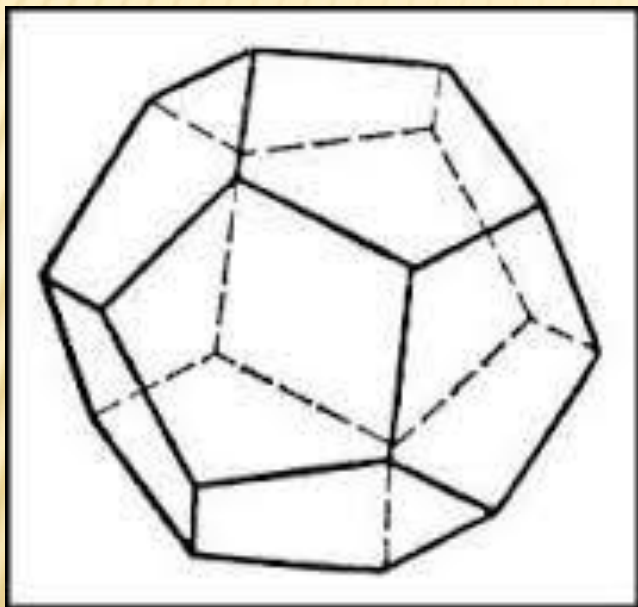
# Куб

*Правильный многогранник, у которого грани – квадраты и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У него: **6** граней, **8** вершин и **12** ребер.*



# Додекаэдр

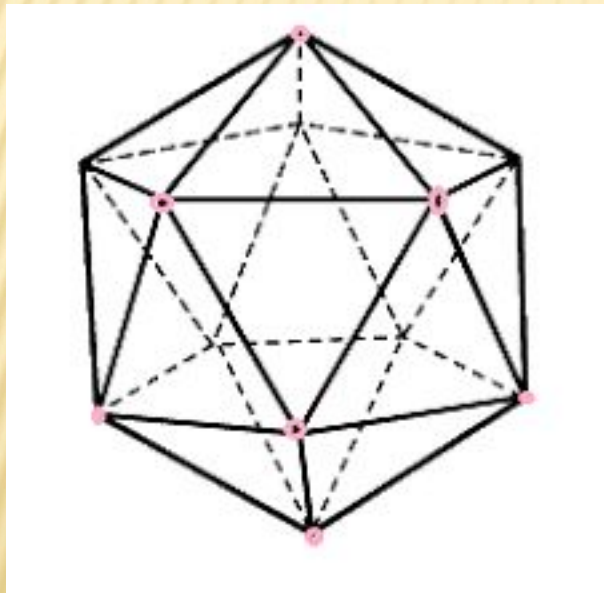
*Правильный многогранник, у которого грани правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У додекаэдра: **12** граней, **20** вершин и **30** ребер.*





# Икосаэдр

*Правильный многогранник, у которого грани правильные треугольники и в каждой вершине сходится по пять ребер и пять граней. У икосаэдра: **20** граней, **12** вершин и **30** ребер.*



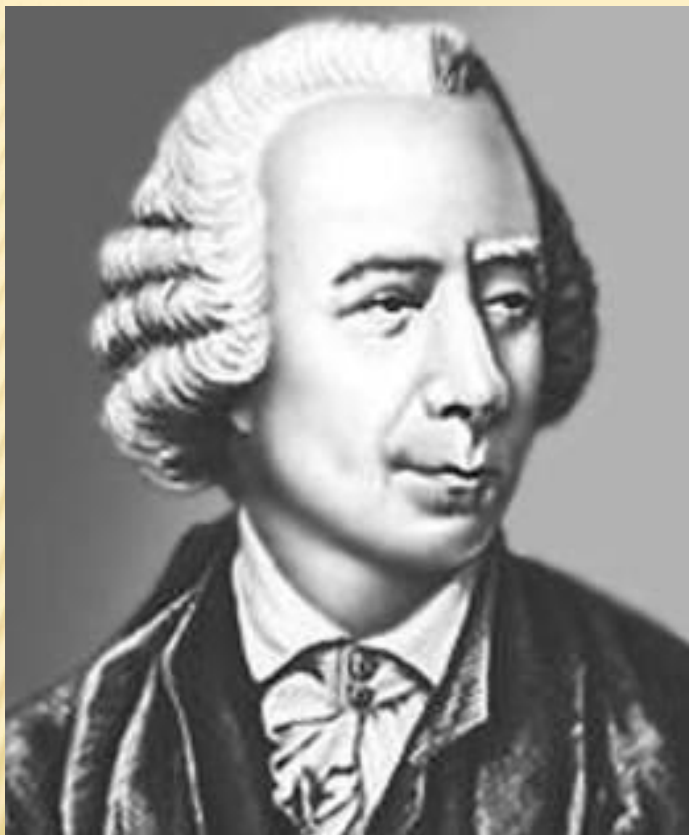
# Элементы симметрии правильных многогранников

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
Оси симметрии	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>15</b>	<b>9</b>	<b>15</b>
Плоскости симметрии	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>15</b>	<b>9</b>	<b>15</b>

В каждой вершине многогранника должно сходиться столько правильных  $n$  – угольников, чтобы сумма их углов была меньше  $360^\circ$ . Т.е должна выполняться формула  $\beta k < 360^\circ$  ( $\beta$ -градусная мера угла многоугольника, являющегося гранью многогранника,  $k$  – число многоугольников, сходящихся в одной вершине многогранника.)

название	$\beta$	$k$	Сумма плоских углов
тетраэдр	<b>60</b>	<b>3</b>	<b>180</b>
октаэдр	<b>60</b>	<b>4</b>	<b>240</b>
икосаэдр	<b>60</b>	<b>5</b>	<b>300</b>
гексаэдр	<b>90</b>	<b>3</b>	<b>270</b>
додекаэдр	<b>108</b>	<b>3</b>	<b>324</b>





**Л.Эйлер**  
**(1707-1783)**

**Один из величайших математиков мира, работы которого оказали решающее влияние на развитие многих современных разделов математики.**

**Теорема Эйлера:**

**Число вершин - число ребер + число граней = 2**

Название	Тетраэдр	Куб	Октаэдр	Додекаэдр
Число граней и их форма	4 	6 	8 	12 
Число рёбер	6	12	12	30
Число вершин	4	8	6	20

Число вершин, рёбер и граней правильных многогранников связано друг с другом.







# Немного истории

Все типы правильных многогранников были известны в Древней Греции – именно им посвящена завершающая, **XIII** книга «Начал» Евклида.



*Правильные многогранники называют также «платоновыми телами» - они занимали видное место в идеалистической картине мира древнегреческого философа Платона.*



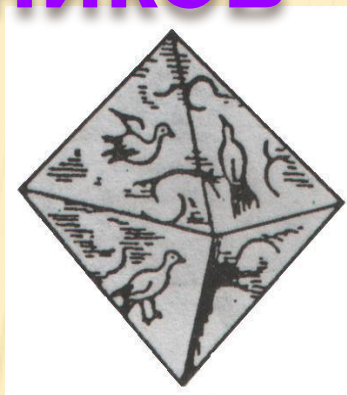
Додекаэдр символизировал всё мироздание, почитался главнейшим. Уже по латыни в средние века его стали называть «пятая сущность» или **quinta essentia**, «квинта эссенция», отсюда происходит вполне современное слово «квинтэссенция», означающее всё самое главное, основное, истинную сущность чего-либо.



# Олицетворение многогранников



тетраэдр-огонь



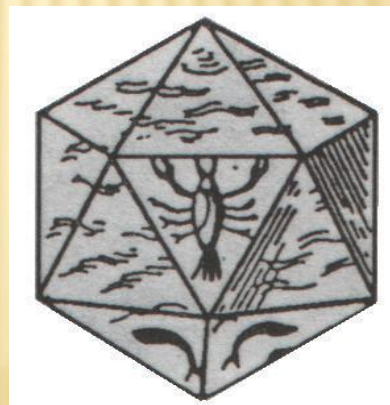
октаэдр-воздух



куб-земля



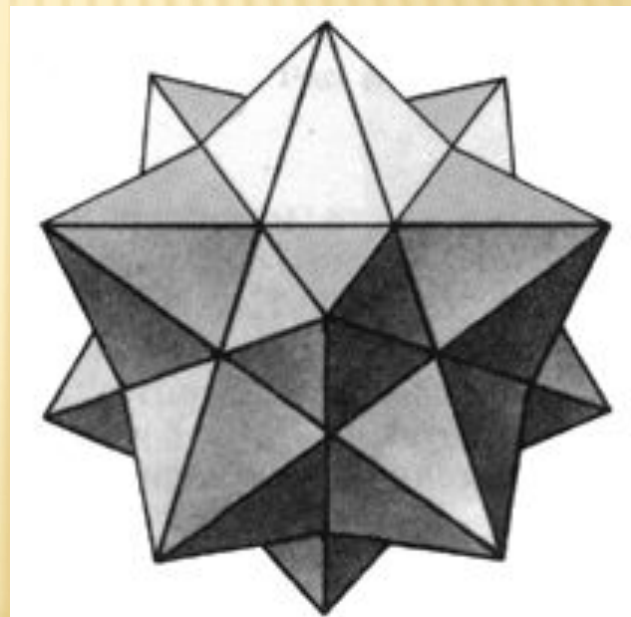
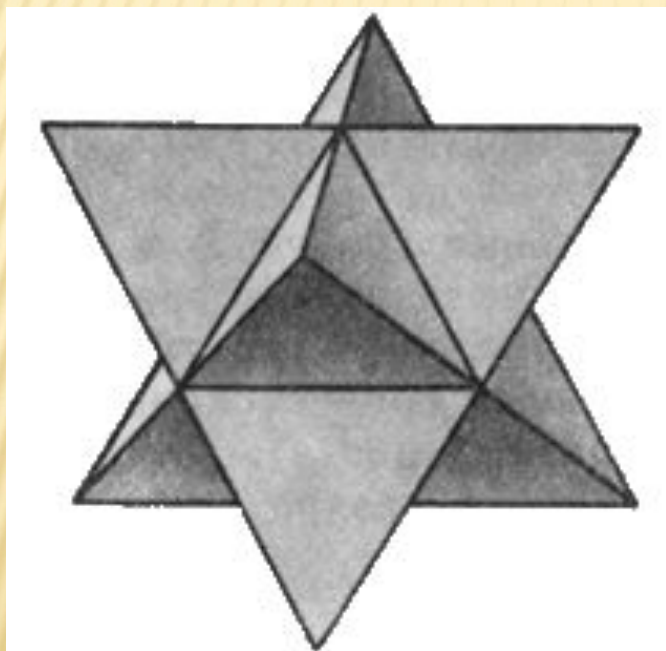
додекаэдр-вселенная



икосаэдр-вода



# Звездчатые правильные многогранники





*Существует семейство тел,  
родственных платоновым - это  
полуправильные выпуклые  
многогранники, или *Архимедовы тела*.  
У них все многогранные углы равны, все  
границы - правильные многоугольники, но  
нескольких различных типов.*







«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая мою геометрию»



# Многогранники в природе

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры, поэтому они широко распространены в природе.

Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов



Шеелит  
(пирамида)



Хрусталь  
(призма)



Поваренная  
соль (куб)

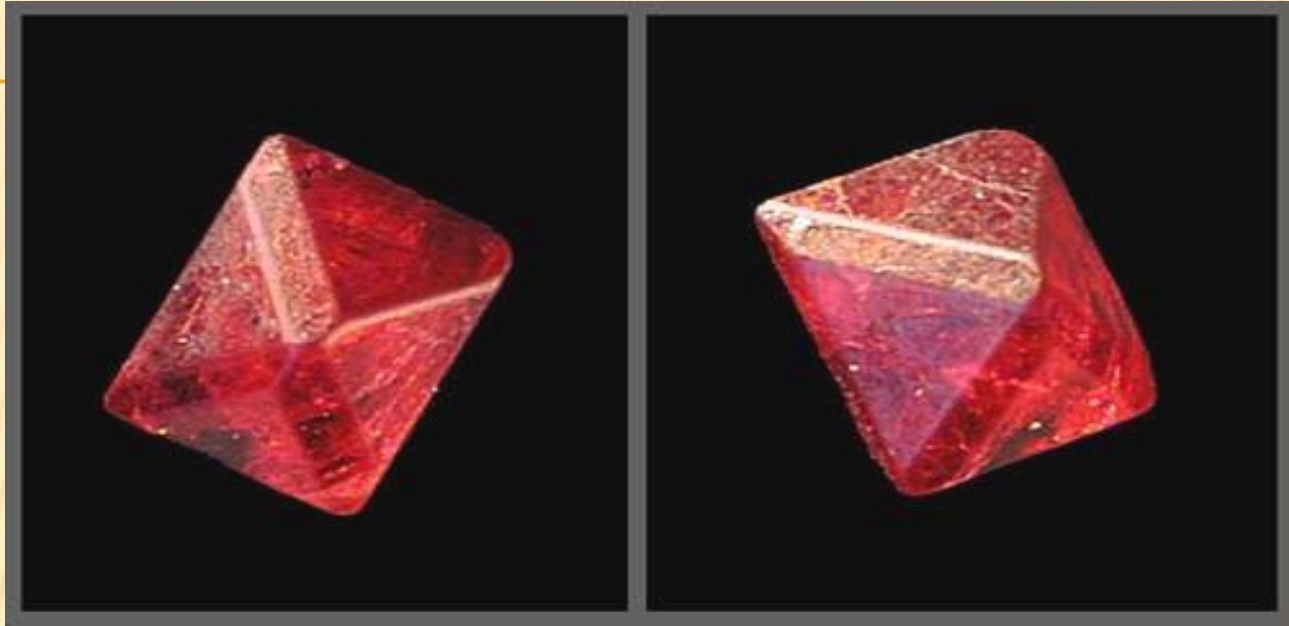


Алмаз  
(октаэдр)

**Кристаллы** — тела, имеющие многогранную форму. Вот один из примеров таких тел: кристалл пирита (сернистый колчедан **FeS**) — природная модель додекаэдра. **Пирит** (от греч. “пир” — огонь) — сернистое железо или серный колчедан, наиболее распространенный минерал из группы сульфидов. Размеры кристаллов пирита часто достигают нескольких сантиметров и являются хорошим коллекционным материалом. От других подобных ему минералов отличается твердостью: царапает стекло.







Создания природы красивы и симметричны. В кристаллографии существует раздел, который называется «геометрическая кристаллография»

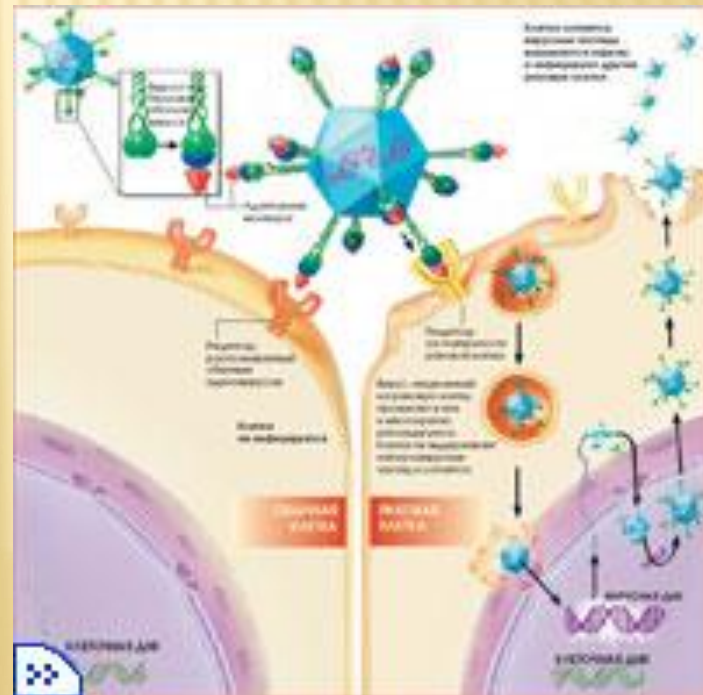


ЕСЛИ НАБЛЮДАТЬ И РАССМАТРИВАТЬ  
МНОГОГРАННЫЕ ФОРМЫ, ТО МОЖНО НЕ ТОЛЬКО  
ПОЧУВСТВОВАТЬ ИХ КРАСОТУ, НО И ОБНАРУЖИТЬ  
НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ, ВОЗМОЖНО,  
ИМЕЮЩИЕ ПРИКЛАДНОЕ ЗНАЧЕНИЕ.

*Некоторые из правильных и полуправильных  
тел встречаются в природе  
в виде кристаллов,  
другие — в виде  
вирусов, простейших  
микроорганизмов.*



Вирусы

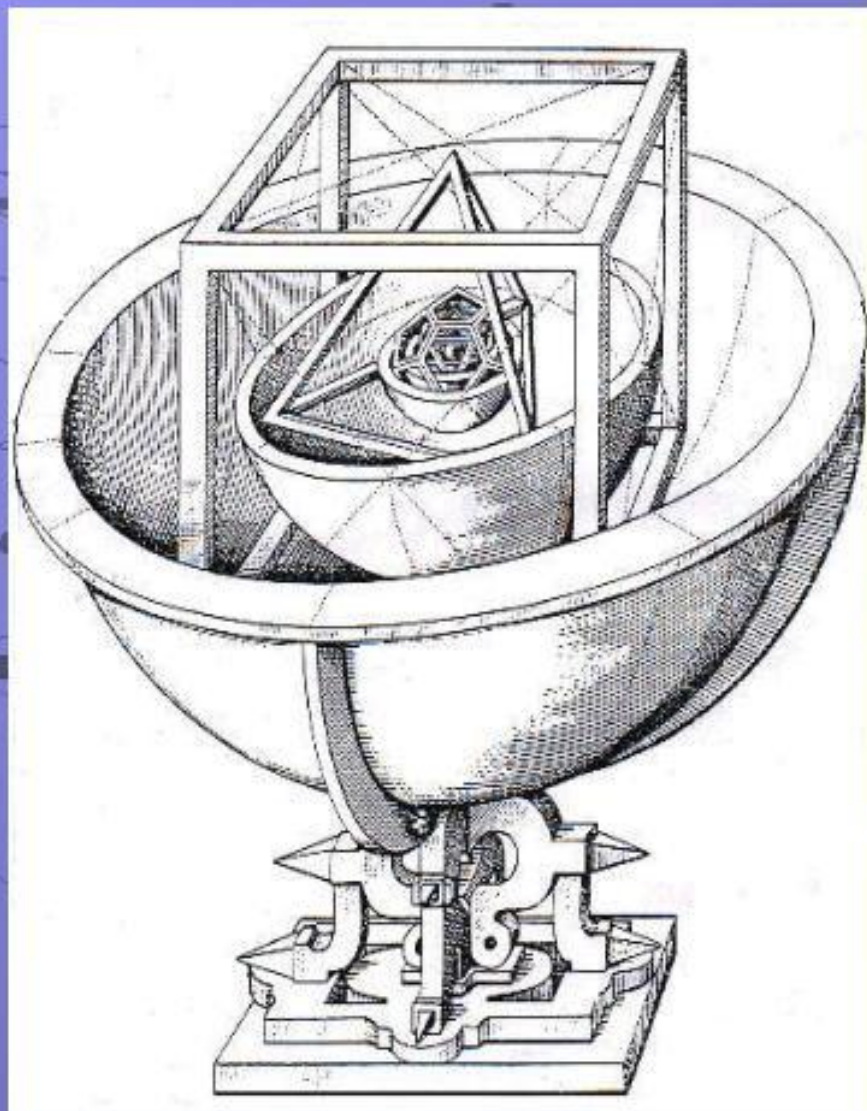




**В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы. Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией Альбрехт Дюрер (1471-1528), в известной гравюре "Меланхолия" на переднем плане изобразил додекаэдр.**



# Кубок Кеплера



Иоганн Кеплер (1571-1630) в своей работе "Тайна мироздания" в 1596 году, используя правильные многогранники, вывел принцип, которому подчиняются формы и размеры орбит планет Солнечной системы.



# Многогранники в архитектуре.



**Великая пирамида  
в Гизе**

**Александрийский  
маяк**



Замечено, что наша матушка-Земля последовательно проходит эволюцию правильных объемных фигур. Существует много данных о сравнении структур и процессов Земли с вышеуказанными фигурами. Полагают, что четырем геологическим эрам Земли соответствуют четыре силовых каркаса правильных Платоновских тел:

Протозою - тетраэдр (четыре плиты),

Палеозою - гексаэдр (шесть плит),

Мезозою - октаэдр (восемь плит),

Кайнозою - додекаэдр (двенадцать плит).

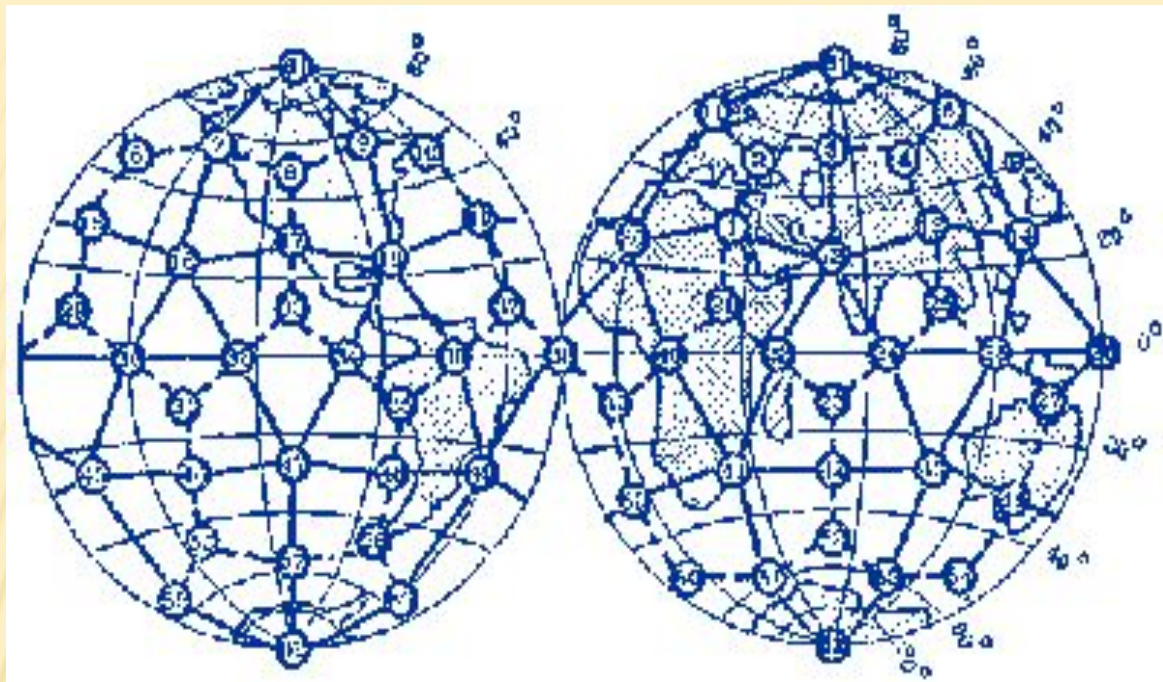


## Гипотеза В.Макарова и В.Морозова:

- Ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете.
- Лучи кристалла обуславливают икосаэдро-додекаэдрическую структуру Земли, проявляющуюся в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра. В их вершины и середины ребер, называемые узлами, оказывается, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить многие непонятные явления.



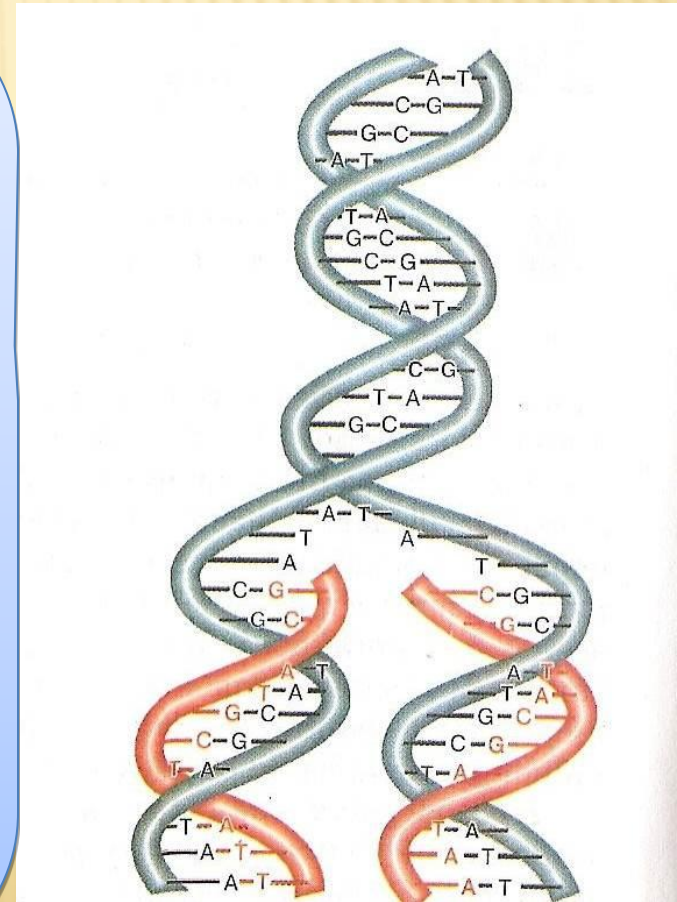
*Если нанести на глобус очаги наиболее крупных и примечательных культур и цивилизаций Древнего мира, можно заметить закономерность в их расположении относительно географических полюсов и экватора планеты. Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдрово-додикаэдровой сетки. Еще более удивительные вещи происходят в местах пересечения этих ребер: тут располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана, здесь шотландское озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник. Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой красивой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.*





Додекаэдрическая структура, по мнению Д. Винтера (американского математика), присуща не только энергетическому каркасу Земли, но и строению живого вещества.

В процессе деления яйцеклетки сначала образуется тетраэдр из четырех клеток, затем октаэдр, куб и, наконец, додекаэдро-икосаэдрическая структура гастрюлы. И наконец, самое, пожалуй, главное – структура ДНК генетического кода жизни – представляет собой четырехмерную развертку (по оси времени) вращающегося додекаэдра! Таким образом, оказывается, что вся Вселенная – от Метагалактики и до живой клетки – построена по одному принципу – бесконечно вписываемых друг в друга додекаэдра и икосаэдра, находящихся между собой в пропорции золотого сечения!





Впрочем, многогранники - отнюдь не только объект научных исследований. Их формы - завершённые и причудливые, широко используются в декоративном искусстве.



Надгробный памятник в  
кафедральном соборе  
Солсбери



Титульный лист  
книги  
Ж. Кузена «Книга о  
перспективе»



Ярчайшим примером художественного изображения многогранников в **XX** веке являются, конечно, графические фантазии Маурица Корнилиса Эшера (**1898-1972**), голландского художника, родившегося в Леувардене.



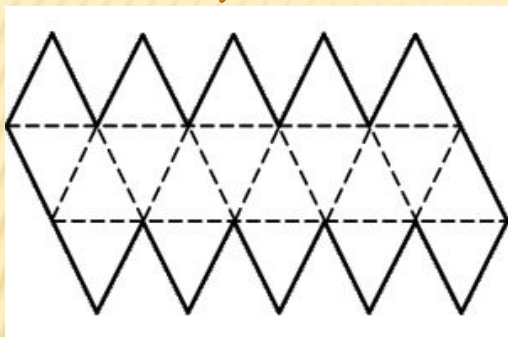
Мауриц Эшер в своих рисунках как бы открыл и интуитивно проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые властвуют над кристаллами, определяя и их внешнюю форму, и их атомную структуру, и их физические свойства.

Математик, так же как и художник или поэт, создает узоры, и если его узоры более устойчивы, то лишь потому, что они составлены из идей.

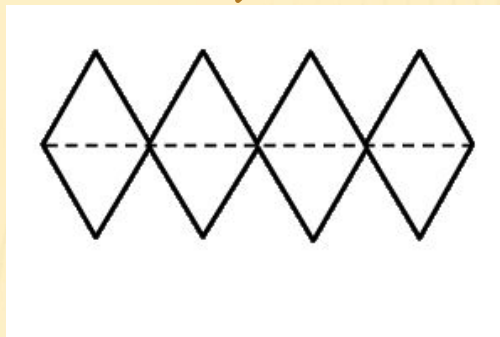


## Тест «Узнай фигуру»

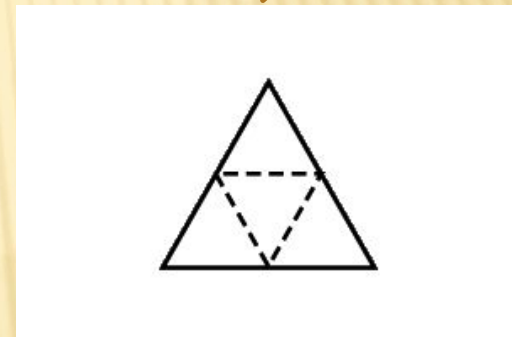
1



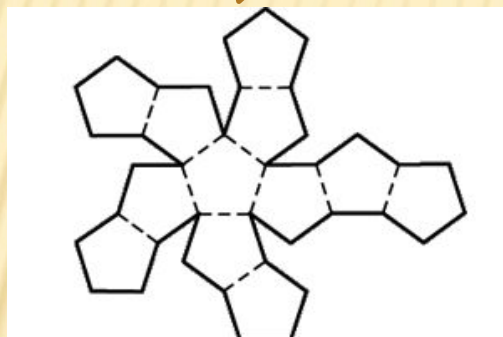
2



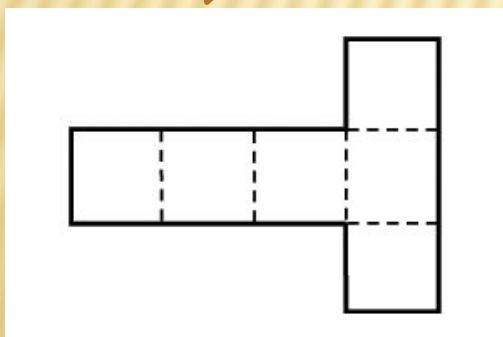
3



4



5



**1.Тетраэдр**

**2.Куб**

**3.Октаэдр**

**4.Икосаэдр**

**5.Додекаэдр**