



РАЗДЕЛ 2. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ

ТЕМА 2.1. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ

План

- 1. Производная функции.**
- 2. Задачи для самостоятельного решения.**

□ Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx , когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

$f'(x)$; f' ; y'



- ▣ **Геометрический смысл производной** –
угловой коэффициент касательной к графику
этой функции в точке с абсциссой x_0 .

- ▣ ***Физический смысл производной*** –
мгновенная скорость изменения некоторого
процесса в определённый момент времени.



- Важное значение производной состоит в том, что с её помощью можно оценить изменения любых процессов и явлений природы.
- Процедуру нахождения производной функции называют *дифференцированием*.



ПРИМЕР 1.1.

- Пусть численность популяции бактерий описывается функцией $P(t) = 3000 + 100t^2$, где t – время, измеряемое в часах. Определить скорость роста популяции и её значение через 5 часов.



СКОРОСТЬ РОСТА ПОПУЛЯЦИИ БАКТЕРИЙ ПРЕДСТАВЛЯЕТ
ПРОИЗВОДНУЮ ОТ ФУНКЦИИ $P(t)$:

$$\begin{aligned}
 P'(t) &= \frac{\Delta P}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{3000 + 100(t + \Delta t) + \Delta t^2 - 3000 - 100t^2}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{3000 + 100t^2 + 200t\Delta t + 100\Delta t^2 - 3000 - 100t^2}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (200t + 100\Delta t) = 200t \frac{\text{особей}}{\text{час}}.
 \end{aligned}$$



□ $P'(5) = 1000$ особей.

Ответ: Скорость роста популяции бактерий

$$200t \frac{\text{особей}}{\text{час}},$$

её значение через 5 часов 1000 особей.



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. $y' = \left(\frac{\ln x + x}{x}\right)'$

2. $y' = \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}\right)'$

3. $y' = \left(\ln\left(2 - \frac{x}{3}\right)\right)'$

4. $y' = (x^4 - \log_4 x)'$

5. $y' = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{x^4} - \sqrt{x} + 2\right)'$

6. $y' = ((-x^4 + 5)^6)'$

7. $y' = \left(\sqrt[5]{(x^3 - 5x)^2}\right)'$

