Уральский федеральный университет

Выбор схемы измерения переменных

НМТМ-182501
Устюжанина А. А.

Екатеринбург
2018

Метрологическая структурная схема

Структурная схема – это условное обозначение совокупности элементов средства измерения, образующих непрерывный путь прохождения измерительного сигнала от входа до выхода и обеспечивающих осуществление всех его преобразований, с указанием преобразуемых величин. При этом каждое преобразование сигнала происходит в отдельном звене или блоке.

Структурные схемы состоят из соединенных определенным образом структурных элементов (составных частей), предназначенных для выполнения одной из следующих функций:

- преобразование поступающего сигнала по форме или виду энергии;
- успокоение колебаний;
- защита от помехонесущих полей;
- коммутация цепей;
- представление информации и т.п.

Основными составными частями средства измерения являются:

-*преобразовательный элемент*

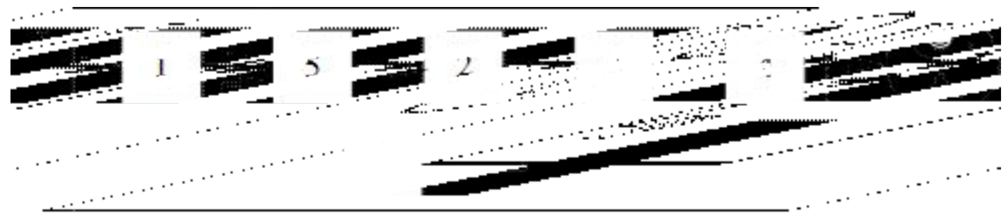
-*измерительная цепь*

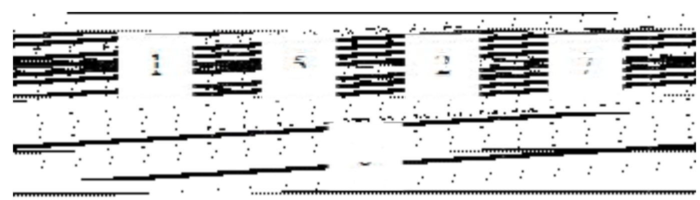
-*чувствительный элемент*

-*измерительное устройство*

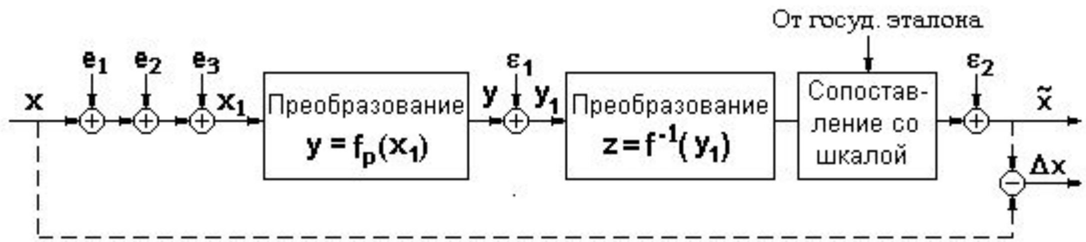
-*показывающее устройство*

-*регистрирующее устройство*





Структурная схема измерительного прибора или преобразователя однозначно определяется используемым методом преобразования.



e_1 - погрешность, вызванная несоответствием принятой математической модели объекта и измеряемой величины их фактическим моделям

e_2 - погрешность, вызванная взаимодействием средства измерений с объектом

e_3 - погрешность, вызванная пульсациями измеряемой величины и помехами,

$y = f_p(x)$ - реальная фактическая функция преобразования конкретного экземпляра средства измерения,

$y = f(x)$ - номинальная функция преобразования, декларированная для средств измерений данного типа,

$x = f^{-1}(y)$ - функция, обратная функции $y = f(x)$,

ε_1 - собственная погрешность преобразования средства измерения, вызванная дрейфом выходного сигнала преобразователя, собственными тепловыми шумами и помехами,

ε_2 - погрешность, состоящая из погрешности реализации обратной функции $x = f^{-1}(y)$, погрешности воспроизведения шкалы и погрешности сопоставления со шкалой, в том числе погрешности округления, выполняемого оператором при отсчете показаний аналогового прибора, или вызванного конечной разрядностью цифрового прибора или аналого-цифрового преобразователя,

$\tilde{x}$ - результат прямого измерения величины x,

Δx - погрешность результата измерения, $\Delta x = \tilde{x} - x$.

Разновидности погрешностей

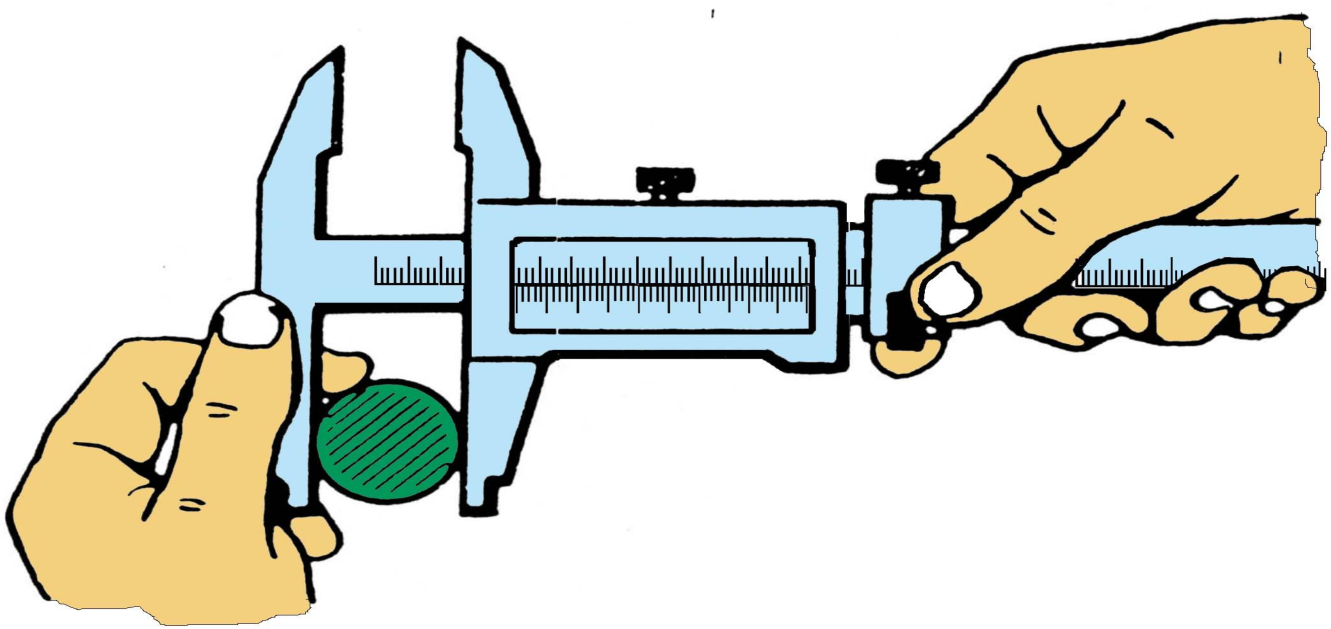
Качество средств и результатов измерений принято характеризовать указанием их погрешностей.

- **Погрешность результата измерений** – это число, указывающее возможные границы неопределенности значения измеряемой величины.
- **Погрешность прибора (средства измерения)** – это его определенное свойство, для описания которого приходиться пользоваться целым рядом соответствующих правил.

Погрешности средств измерений (СИ) и погрешности результатов измерений (РИ) – понятия не идентичные.

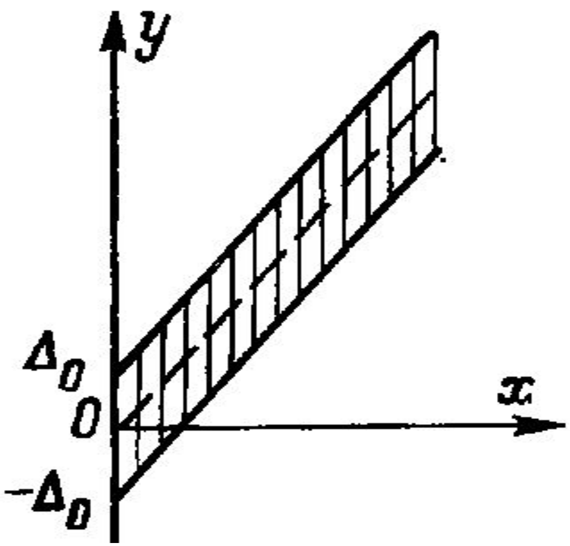
В зависимости от источника возникновения погрешности бывают **инструментальные**, **методические**, **отсчитывания** и **установки**.

Погрешности, зависящие от входного сигнала: **аддитивная** и **мультипликативная**.



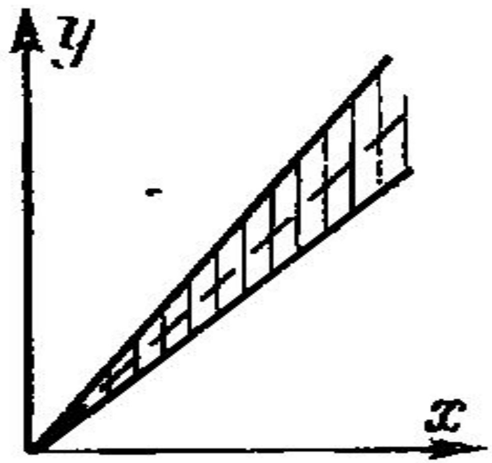
Термины *аддитивные и мультипликативные погрешности* служат для описания формы границ полосы погрешностей **СИ**.

При поверке или градуировке СИ получают ряд значений входной величины x_i и ряд соответствующих значений выходной величины y_i. Если эти данные нанести на график с координатами ***XOY,*** то полученные точки разместятся в границах некоторой полосы.



В том случае, когда эти точки лежат в границах линий параллельных друг другу, т.е. абсолютная погрешность **СИ** во всем диапазоне измерений ограничена **постоянным** (не зависящим от текущего значения ***x***i пределом $\pm\Delta_0$, то такая погрешность называется **аддитивной**, т.е. получаемой путем сложения, или ***погрешностью нуля***.

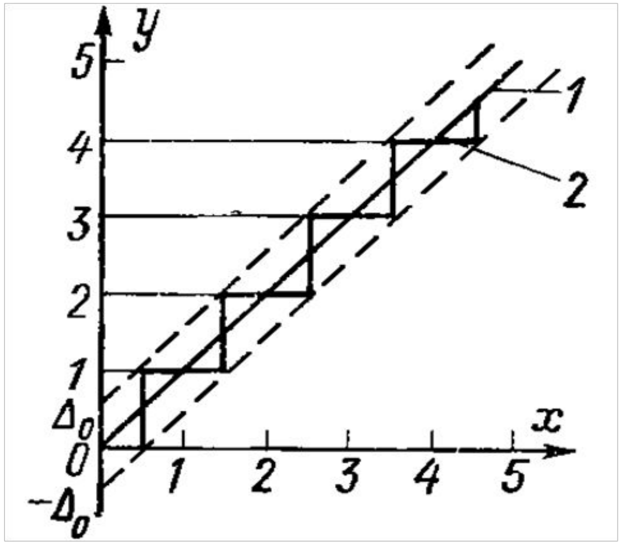
Примерами *случайных аддитивных погрешностей* являются наводки ЭДС на входе прибора, тепловые шумы, трение, погрешность порога трогания и т.п.



Если же ширина границ погрешностей возрастает пропорционально росту входной величины ***x***, а при ***x=0*** также равна ***нулю***, то такая погрешность называется <u>***мультипликативной***</u>, т. е. полученной путем умножения, или ***погрешностью чувствительности***. вне зависимости от того, является ли эта погрешность случайной или систематической.

Примеры возникновения погрешности:

изменение коэффициента усиления в усилителе, изменение жесткости мембраны в манометре или пружинке прибора, изменение опорного напряжения в вольтметре и т.п.



Погрешность квантования – специальная разновидность погрешности, возникающая в цифровых приборах и дискретных преобразователях.
При плавном изменении входной величины (например от 0 до 5 мВ) цифровой вольтметр с пределом 1000 мВ не может дать других показаний, кроме дискретных 0-1-2-3-4 и 5 мВ. Поэтому при возрастании ***x*** от 0 до 0,5 В прибор (при хорошей регулировке) показывает ***x=0***. При превышении значения 0,5 В он показывает ***x=1*** и сохраняет его до ***x=1,5*** и т.д.

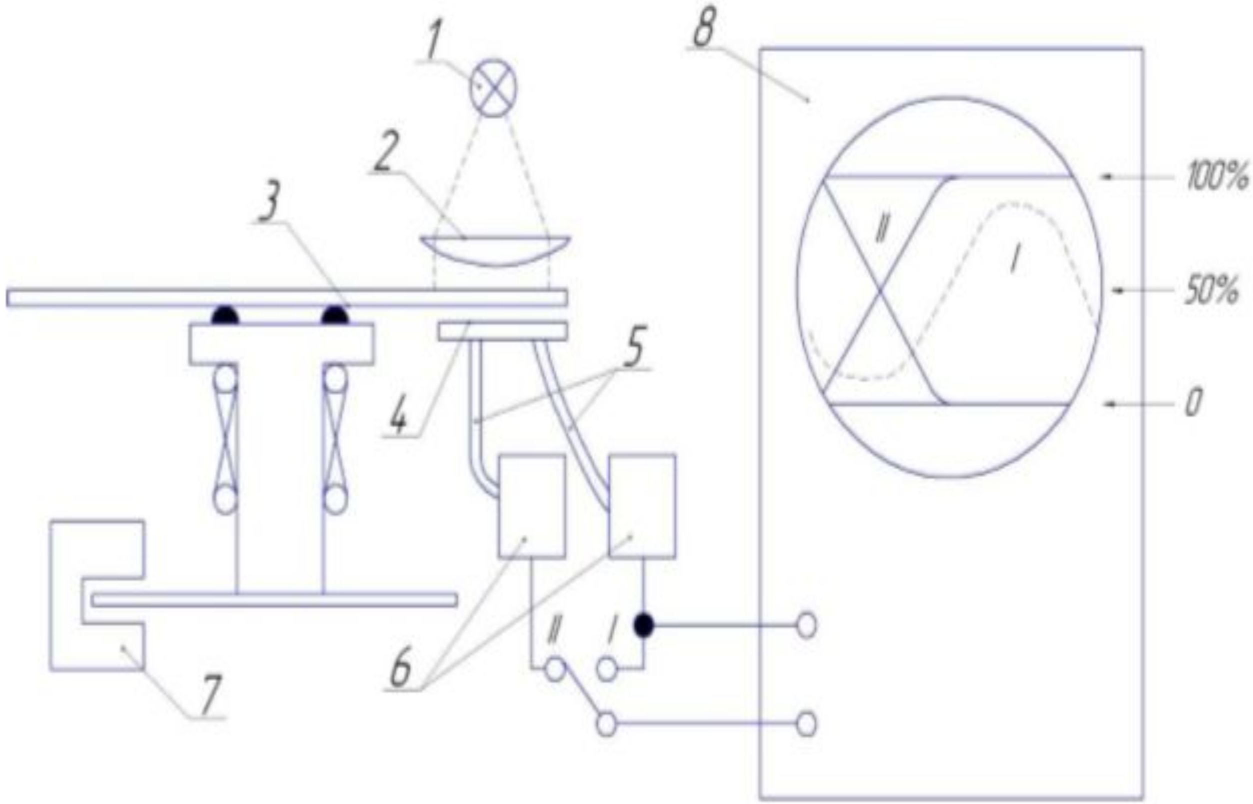
Поэтому, хотя его номинальной характеристикой мы считаем прямую **1,** его реальная характеристика – ступенчатая **2**. Текущая разность номинальной **1** и реальной **2** характеристик и составляет ***погрешность квантования***.

Полоса погрешностей квантования (штриховые прямые) сохраняет постоянную ширину и аналогична полосе аддитивных погрешностей. Вследствие того, что измеряемая величина ***x*** случайным образом может принимать любые промежуточные значения, погрешность квантования также случайным образом принимает значения от $+\Delta_0$ до $-\Delta_0$.

Вывод: Погрешность квантования является случайной аддитивной статистической погрешностью, т.к. не зависит от текущего значения результата измерения величины х, ни от скорости изменения х во времени.

Методика уменьшения погрешности квантования путем юстировки цифрового устройства

Юстировка - совокупность операций по выравниванию конструкций и конструктивных элементов (поверхностей, столбов, стоек и т.д.) вдоль некоторого направления («осевого»), а также по приведению меры, измерительного или оптического прибора, механизмов (или их части) в рабочее состояние, обеспечивающее точность, правильность и надёжность их действия. При юстировке приборов - осуществляется проверка и наладка измерительного или оптического прибора, подразумевающая достижение верного взаиморасположения элементов прибора и правильного их взаимодействия



Устройство для определения погрешности преобразователя «угол – код»

Погрешность квантования в пределах кванта подчиняется закону равномерного распределения и при цене кванта λ характеризуется математическим ожиданием

$$M(\Delta\lambda) = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda x\,dx$$

и дисперсией

$$D(\Delta\lambda) = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda \left(x - \frac{\lambda}{2}\right)^2 dx = \frac{\lambda^2}{12}$$

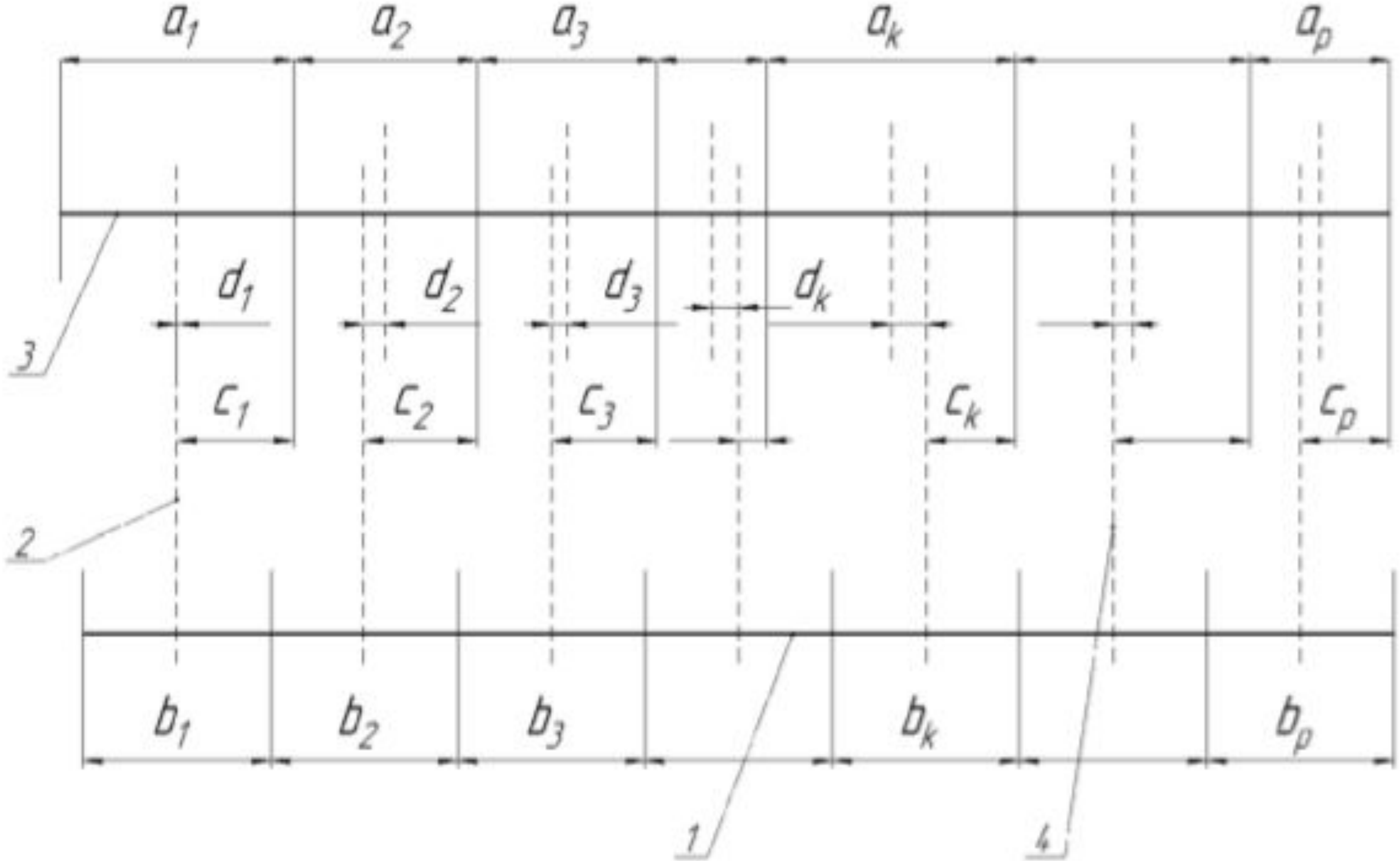


Рисунок 6.8. Схема для определения систематической составляющей погрешности квантования: 1 – шкала идеального датчика; 2 – центры юстировки квантов; 3 – шкала реального датчика; 4 – центры симметрии квантов реальной шкалы

Найдем систематическую составляющую погрешности квантования для k-го кванта шкалы, полагая, что последняя юстирована по середине первого кванта.

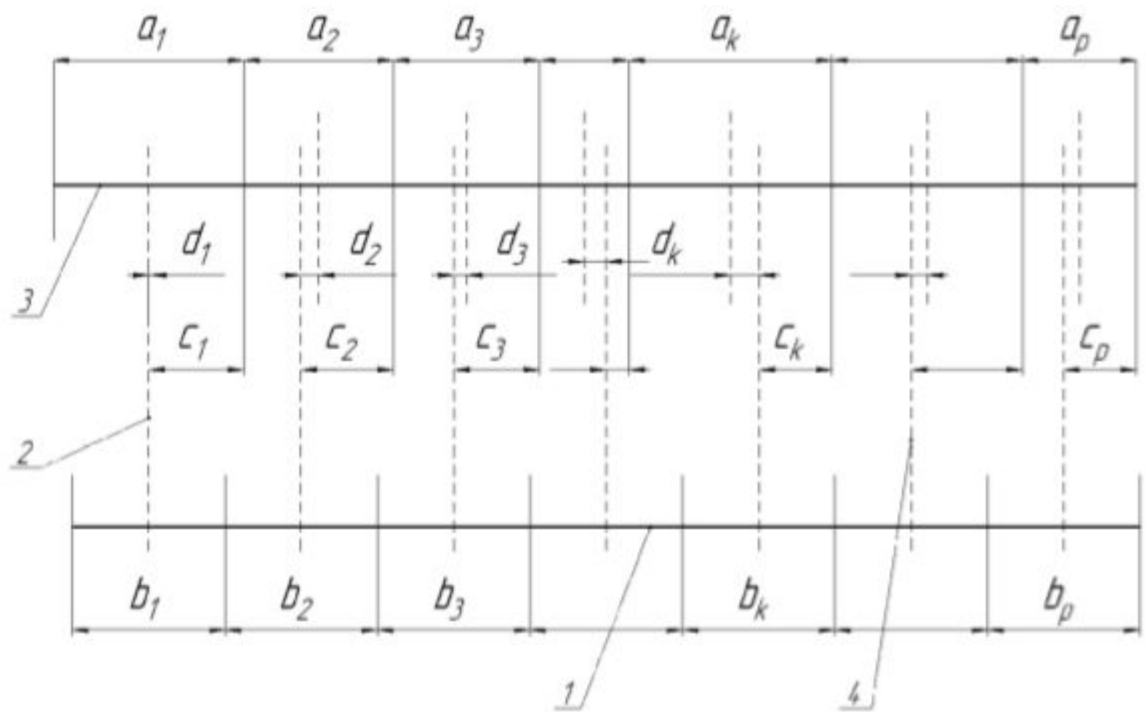
Пусть шкала датчика имеет p квантов, фактические цены которых:

$$a1, a2, a3, \ldots, ak, \ldots, ap$$

а теоретические:

$$b1, b2, b3, \ldots, bk, \ldots, bp.$$

Тогда расстояния от центров юстировки до правых границ квантов на реальной шкале равны.



для первого кванта

$$c_1 = \frac{a_1}{2}$$

для второго

$$c_2 = \frac{a_1}{2} + a_2 - \frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{2}$$

для третьего

$$c_3 = \frac{a_1}{2} + a_2 + a_3 - \frac{b_1}{2} - b_2 - \frac{b_3}{2}$$

для k-го кванта

$$c_k = \frac{a_1}{2} + a_2 + \frac{1}{2}[1 - \delta(x_k - x_1)](2a_k - b_1 - b_k) + \sum_{i=2}^{k-1}(a_i - b_i)$$

где $\delta(x_k - x_1) = \begin{cases} 1, x_k = x_1; \\ 0, x_k \neq x_1; \end{cases}$ - дискретная функция

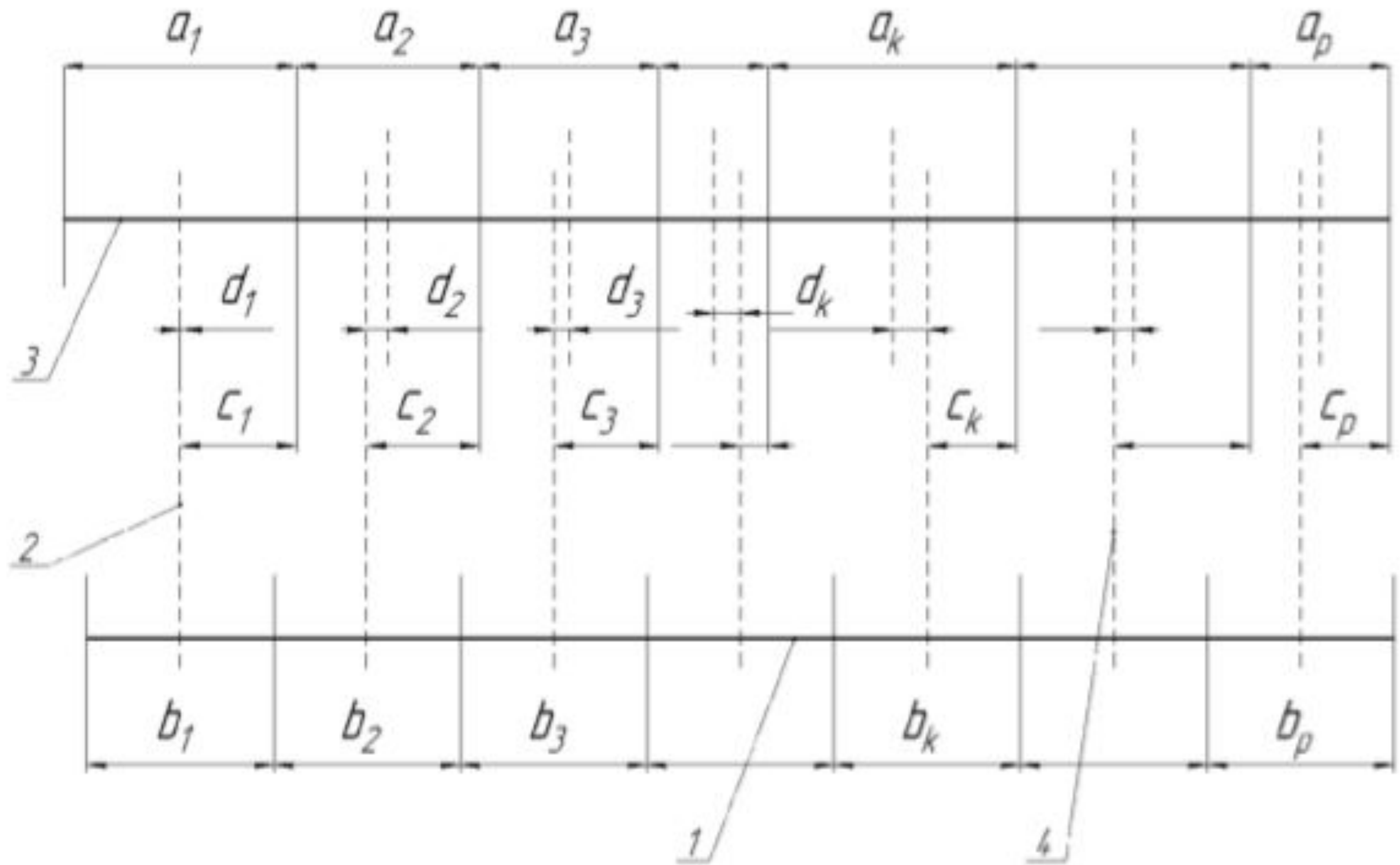


Рисунок 6.8. Схема для определения систематической составляющей погрешности квантования: 1 – шкала идеального датчика; 2 – центры юстировки квантов; 3 – шкала реального датчика; 4 – центры симметрии квантов реальной шкалы

$$d_k = \frac{1}{2}\{a_k - a_1 - [1 - \delta(x_k - x_1)](2a_k - b_1 - b_k)\} + \sum_{i=2}^{k-1}(a_i - b_i)$$

Зная d_k и дисперсию погрешности квантования в пределах k-го кванта $D(\Delta a_k) = \frac{a_k^2}{12}$, нетрудно найти наиболее вероятные предельные значения суммарной погрешности квантования для k-го кванта шкалы датчика:

$$f_k = \frac{1}{2}\{a_k - a_1 - [1 - \delta(x_k - x_1)](2a_k - b_1 - b_k)\} + \sum_{i=2}^{k-1}(a_i - b_i) \pm \frac{a_k}{2\sqrt{3}}$$

Если теперь учесть, что f_k (при $k=1,2,\ldots,p$) есть случайная величина, вероятность появления которой равна P_k (то есть вероятности попадания квантуемой функции в k-й интервал), то можно найти математическое ожидание и дисперсию погрешности квантования для всего датчика:

$$M(f) = \sum_{k=1}^{p} P_k f_k$$

и дисперсией

$$D(f) = \sum_{k=1}^{p} [f_k - M(f)]^2 P_k$$

Каждому значению k соответствует два значения fk - положительное и отрицательное; поэтому расчет M(f) и D(f) следует вести отдельно для тех и других fk, принимая далее величины, большие по абсолютной величине (модулю), за искомые.

Анализ показывает, что найденную величину M(f) можно минимизировать, не увеличивая D(f).

Для этого, кроме юстировки шкалы кодового датчика по середине одного из квантов, достаточно произвести дополнительную юстировку на величину математического ожидания:

$$M(d) = \sum_{k=1}^{p} P_k d_k$$

После дополнительной юстировки получаем M(f) = M(f'), D(f) = D(f'), где $f'_k = f_k$ - M(d). Поскольку

$$M(f') = \sum_{k=1}^{p}[f_k - M(d)] = \sum_{k=1}^{p} P_k d_k \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}\sum_{k=1}^{p} P_k a_k - \sum_{k=1}^{p} P_k \sum_{k=1}^{p} P_k d_k$$

где $\sum_{k=1}^{p} P_k \sum_{k=1}^{p} P_k d_k = \sum_{k=1}^{p} P_k d_k \sum_{k=1}^{p} P_k = \sum_{k=1}^{p} P_k d_k$,

$$M(f') = \pm\frac{1}{2\sqrt{3}}\sum_{k=1}^{p} P_k a_k$$

Равенство модулей положительного и отрицательного значений M(f') свидетельствует о том, что |M(f)|=min, так как при дополнительной юстировке шкалы уменьшение модуля отрицательного M(f) возможно лишь за счет увеличения модуля положительного M(f), и наоборот.

Переходя к D(f'), можно показать, что

$$D(f') = \sum_{k=1}^{p}[f_k - M(d) - M(f')]^2 = \sum_{k=1}^{p} P_k \left(d_k \pm \frac{a_k}{2\sqrt{3}} \sum_{k=1}^{p} P_k d_k \mp \frac{1}{2\sqrt{3}} \sum_{k=1}^{p} P_k a_k \right)^2$$

Однако до дополнительной юстировки

$$D(f) = \sum_{k=1}^{p}[f_k - M(f)]^2 P_k = \sum_{k=1}^{p} P_k \left(d_k \pm \frac{a_k}{2\sqrt{3}} \sum_{k=1}^{p} P_k d_k \mp \frac{1}{2\sqrt{3}} \sum_{k=1}^{p} P_k a_k \right)^2$$

$$D(f') = D(f),$$

При равномерном квантовании (то есть при a=const) и абсолютно точном изготовлении датчика:

$$M(f') = \pm\frac{a}{2\sqrt{3}}\sum_{k=1}^{p} P_k = \pm\frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$D(f') = 0$$

Методика выбора аналогового измерительного устройства повышенной технологической надежности на основе информационной теории измерений

Аналоговыми измерительными приборами называются приборы, показания которых являются непрерывной функцией изменений измеряемой величины.

Информационная теория измерений

Результат измерения дает количественную характеристику интересующей физической величины с некоторой остаточной неопределенностью. Вместо исходной неопределенности, обусловленной природой измеряемой величины, получается заведомо меньшая неопределенность, зависящая от несовершенства измерительного эксперимента. Разность этих двух неопределенностей соответствует *количеству измерительной информации*.

Рассмотрим дискретный источник информации, который в каждый момент времени случайным образом может принять одно из конечного множества возможных состояний $x1, x2, \ldots, xn$ с вероятностями $p1, p2, \ldots, pn$, причем

$$\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$$

Меру неопределенности состояния источника можно рассматривать как меру количества информации, получаемой при полном устранении неопределенности относительно состояния источника. Мера должна удовлетворять *условиям*:

-необходимость монотонного возрастания неопределенности с увеличением возможности выбора, то есть числа возможных состояний N

-условие аддитивности (если несколько независимых систем объединяют в одну, то их энтропии складывают. В этом выражается аддитивность энтропии):

$$f(NM) = f(N) + f(M).$$

Соотношение (2) выполняется, если в качестве меры неопределенности источника с равновероятными состояниями принять логарифм числа состояний:

$$H(U) = \log N.$$

Энтропия дискретного источника информации:

$$H(U) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i$$

Для непрерывного источника информации неопределенность характеризуется значениемэнтропии

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \log p(x) dx,$$

Энтропия обращается в нуль, когда одно из состояний источника (системы) достоверно (вероятность равна единице), а другие — невозможны (вероятности равны нулю).

Энтропия равномерного распределения, когда $p(x) = 1/d$ = const в полосе шириной $d = X_2 - X_1$:

$$H(X) = -\int_{X_1}^{X_2} \frac{1}{d} \ln \frac{1}{d} dx = \ln d,$$

Для случайной дискретной величины, которая имеет n равновероятных значений:

$$H(U) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i = -n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = \log n.$$

Информационное описание измерения. Применение теории информации к измерительным устройствам было разработано П.В. Новицким. В теории информации существует понятие «*энтропия*» как мера неопределенности или мера свободы выбора. Количество информации I определяется как разность энтропий

$$I = H(x) - H(x/x_{\text{и}}),$$

где $H(x)$ – энтропия (мера неопределенности) измеряемой величины до ее измерения; $H(x/x_{\text{и}})$ (эта запись читается как «энтропия x при условии $x_{\text{и}}$») – энтропия действительного значения x измеряемой величины (мера интервала неопределенности) вокруг полученного после измерения показания $x_{\text{и}}$, т. е. энтропия погрешности измерения.

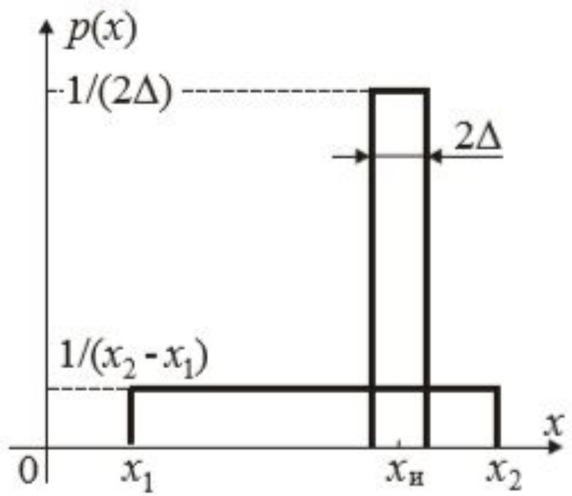
Эти оценки неопределенности в виде энтропии до и после измерения вычисляются на основе вероятностного описания ситуации до и после измерения по соотношению

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)\ln p(x)dx,$$

где $p(x)$ – плотность распределения вероятностей измеряемой величины x.

Пусть для измерения величины x был использован прибор со шкалой от x_1 до x_2 (например, амперметр со шкалой от –50 А до +50 А). Абсолютная погрешность прибора принимается равной $\pm\Delta$. Требуется определить количество информации, полученное в результате измерения.

Вероятностное описание ситуации до измерения состоит в том, что вероятность получить показания прибора в интервалах $(-\infty; x_1)$ и $(x_2; +\infty)$ равна нулю, т.е. плотность распределения вероятностей $p(x)$ в этих интервалах также равна нулю. Следовательно, показание можно ожидать только в интервале $[x_1; x_2]$. Если предположить, что оно с равной вероятностью может принимать любое значение из этого диапазона, то вероятностное описание ситуации до измерения можно изобразить равномерным распределением x в пределах от x_1 до x_2 и записать в виде



Интервалы неопределенности x до и после измерения

$$p(x) = \begin{cases} 1/(x_2 - x_1) & \text{при } x \in [x_1; x_2]; \\ 0 & \text{при } x \notin [x_1; x_2]. \end{cases}$$

Отсюда энтропия до измерения

$$H(x) = -\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{1}{x_2 - x_1} dx = \ln(x_2 - x_1).$$

Таким образом, до измерения интервал неопределенности предстоящего отсчета $[x_1; x_2]$, а энтропия есть логарифмическая мера длины этого интервала.

После проведения измерения мы получаем отсчет $x_и$. Однако вследствие погрешности прибора, равной $\pm\Delta$, можем лишь утверждать, что действительное значение измеряемой величины лежит где-то в пределах интервала неопределенности $d = 2\Delta$. Если прибор обладает погрешностью с равномерным распределением, то ситуация после измерения описывается распределением, показанным на рис. 6.8, с шириной $d = 2\Delta$ и плотностью $p(x) = 1/(2\Delta)$.

Таким образом, в понятиях теории информации смысл измерения состоит в *сужении интервала неопределенности* от $x_2 - x_1$ до измерения до $d = 2\Delta$ – после измерения, т.е. в N раз

$$N = \frac{x_2 - x_1}{2\Delta}.$$

Энтропия результата измерения после получения показания $x_и$

$$H(x/x_и) = -\int_{x_и-\Delta}^{x_и+\Delta} \frac{1}{2\Delta} \ln \frac{1}{2\Delta} dx = \ln(2\Delta),$$

т. е. также является логарифмической мерой нового интервала неопределенности.

Количество информации, полученное в результате измерения, равно разности исходной и полученной после измерения энтропий, т. е.

$$I = H(x) - H(x/x_{\text{и}}) = \ln(x_2 - x_1) - \ln(2\Delta) = \ln\frac{x_2 - x_1}{2\Delta} = \ln N .$$

Число $N = (x_2 - x_1)/(2\Delta)$ показывает, сколько интервалов неопределенности $d = 2\Delta$ укладывается во всем диапазоне $x_2 - x_1$, т. е. какое *число различимых градаций* измеряемой величины позволяет получить данный прибор или метод измерения.

Спасибо за внимание!!!