Учебно-исследовательская работа(2 семестр)

Основы работы в MathCAD

Литература

1. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс, СПб.: Питер, 2007 – 448с.
2. Павлоградский В.В. Mathcad. Основы работы (электронная версия).

Назначение MathCAD

Для автоматизации математических, инженерно-технических и научных расчётов.

Математические пакеты:
MatLab, Mathematica, Maple, Derive.

Основные возможности Mathcad:

- **проведение вычислений по сложным математическим формулам;**
- **решение нелинейных уравнений;**
- **решение систем линейных и нелинейных уравнений;**
- **выполнение векторных и матричных операций;**
- **построение двух- и трехмерных графиков;**
- **вычисление определенных интегралов;**
- **решение дифференциальных уравнений;**
- **выполнение аналитических преобразований и т.д.**

Пример 1. Известны стороны треугольника. Вычислить его площадь

Вычисление площади треугольника.
Традиционный подход

$a := 3 \qquad b := 4 \qquad c := 5$

$$p := \frac{a + b + c}{2}$$

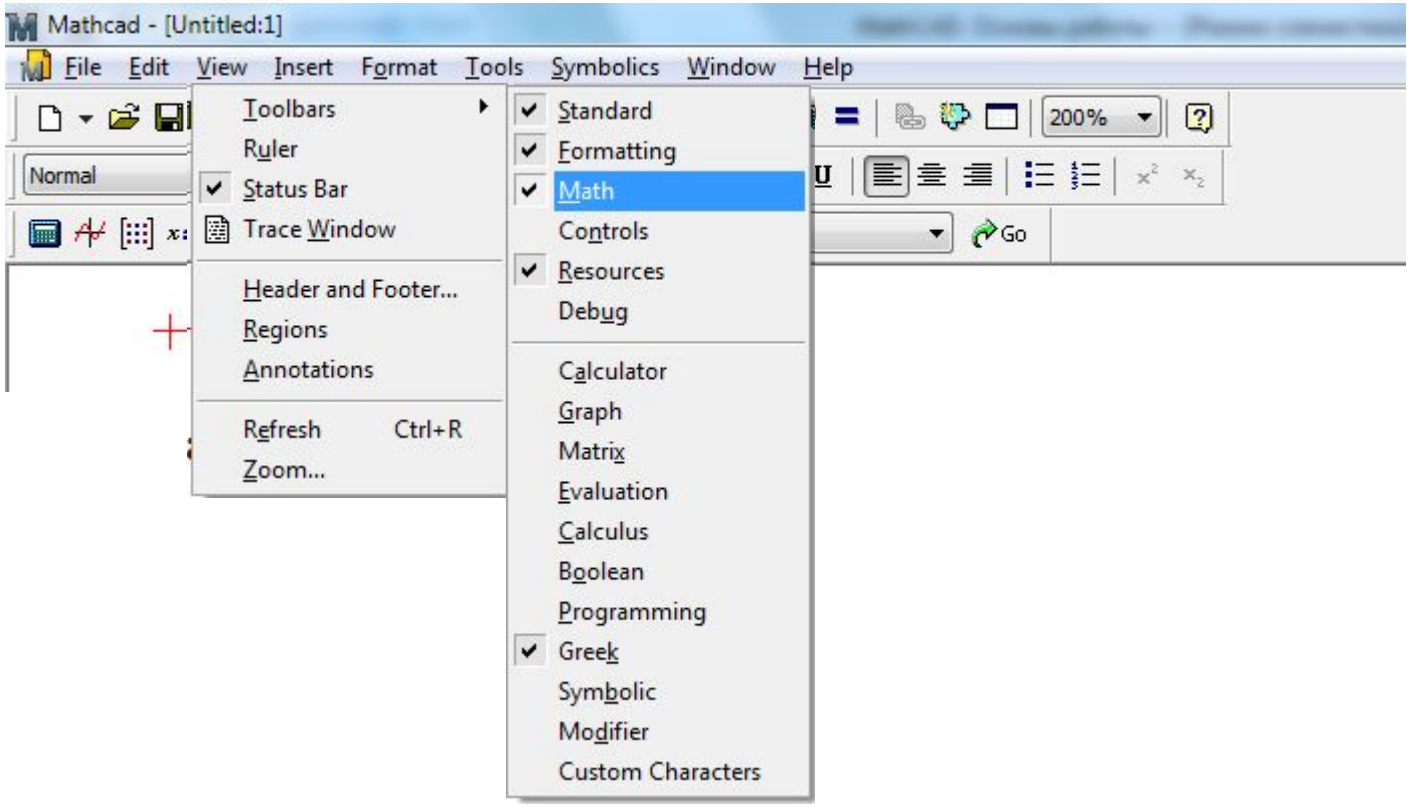
$$s := \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} = 6 \qquad s = 6$$

Состав MathCAD

Mathcad является интегрированной системой:

- **текстовый и формульный редактор;**
- **вычислитель;**
- **средства научной и деловой графики;**
- **справочная информация (математическая и инженерная).**

Настройка MathCAD



Основы вычислений

MathCAD реализует вычисления в строго определенном порядке, т.е. слева направо и сверху вниз.

Состав документа Mathcad:

- **текстовые блоки;**
- **Вычислительные блоки;**
- **Графические блоки.**

$a := 2 \qquad b := 3$

$d := a + b \qquad d = 5$

Размеры блоков устанавливаются автоматически

Форма курсора: + |

$c = 2.998 \times 10^{8} \frac{m}{s}$

$c := a + b$

This expression redefines a Mathcad built-in unit.

$c := a + b$

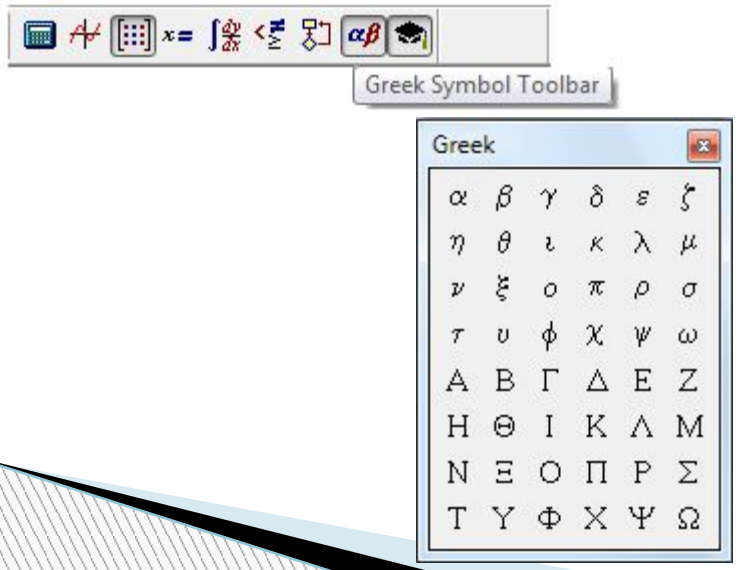
$c := a + b$

Основы вычислений

***<u>Алфавит Mathcad</u>*:**

- **строчные и прописные латинские буквы;**
- **цифры;**
- **греческие буквы;**
- **специальные знаки.**

Ввод греческих букв



Использование клавиатуры

a Ctrl+G → α

Основы вычислений

Виды данных:

- **константы;**
- **переменные.**

В системе MathCAD используются в основном числовые константы (целые, вещественные и комплексные).

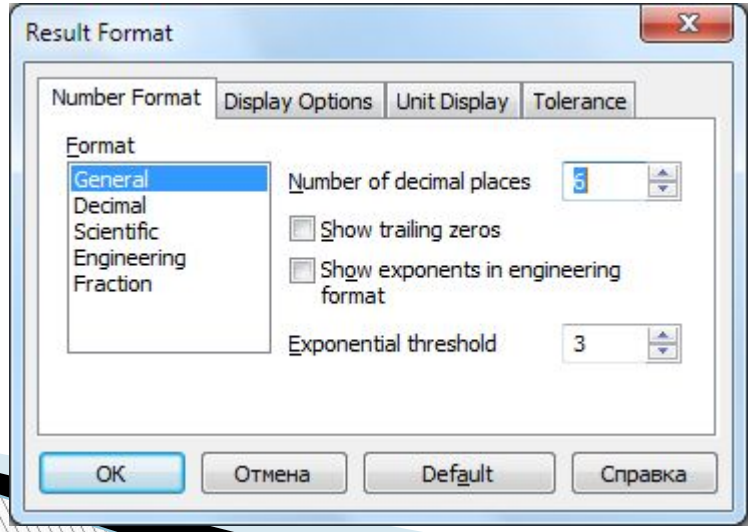
Вещественные константы: $x := 2.3$

Комплексные константы: $x := 2 + 1i$ $x := 2 + i$

Предварительно определенные системные переменные:

$\pi = 3.142$

$\pi = 3.141593$



$e = 2.718$

$g = 9.807 \frac{m}{s^2}$ $g := 9.807$

$s = 1\,s$

$m = 1\,m$

Основы вычислений

Переменные

Для обозначения имен переменных, функций используются идентификаторы.

Правила:

1. Идентификаторы могут включать:

- **строчные и прописные латинские буквы;**
- **строчные и прописные греческие буквы;**
- **цифры;**
- **символ подчеркивания.**

это выражение

$2 \cdot a$

2. Идентификатор должен начинаться с буквы.

Строчные и прописные буквы являются различными символами.

$a := 3$ $A = 1\,A$

Использование текстовых индексов

$\alpha_{.opt} := 10$ $\alpha_{opt} := 10$ +

Основы вычислений

***<u>Стандартные математические функции</u>*:**

- **тригонометрические:** $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\tan(x)$ $\cot(x)$
- **обратные тригонометрические:** $\mathrm{asin}(x)$ $\mathrm{acos}(x)$ $\mathrm{atan}(x)$
- **логарифмические, показательные и др.**

$\log(x)$ $\log(x,a)$ $\ln(x)$ $\exp(x)$ e^x

$\log(10) = 1$ $\log(8,2) = 3$ $\log(256,2) = 8$

Аргументы функций задаются в скобках.

Для тригонометрических функций значение аргумента задается в радианах.

Основы вычислений

Ввод выражений:

Операцию умножения пропускать нельзя!

Основы вычислений

***<u>Функции пользователя</u>*:**

Синтаксис:

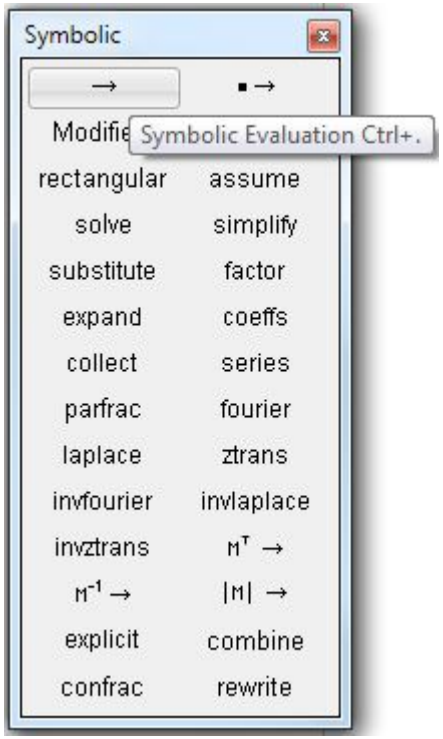
<Имя функции>(<список аргументов>):= <выражение>

Пример:

$$f(x,y) := \sin(x)\cdot\cos(y)$$

$$f\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right) = 0.354$$

$$f\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}$$



Основы вычислений

Циклические вычисления:

Синтаксис:

<имя переменной>:=<$N_{нач}$>;<$N_{кон}$>

$i := 1..5$

$i =$

1
2
3
4
5

$i := 10..5$

$i =$

10
9
8
7
6
5

Основы вычислений

***<u>Циклические вычисления</u>*:**

Синтаксис:

<Имя переменной>:=<$N_{нач}$>,<$N_{след}$>;<$N_{кон}$>

$x := -2, -1.5 .. 2$

$x =$

-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

шаг = $N_{след}$ – $N_{нач}$

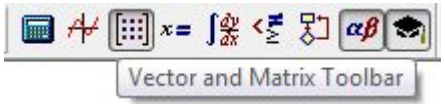
$x := -2, 0.5 .. 2$

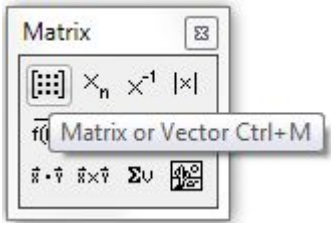
$x =$

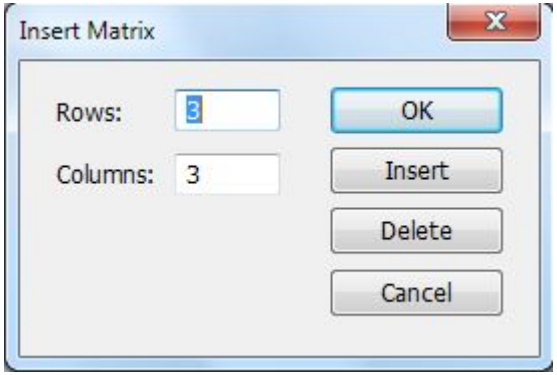
-2
0.5

Основы вычислений

***<u>Векторные и матричные операции</u>*:**







По умолчанию нумерация элементов массива начинается с нуля.

Системная переменная:

$$ORIGIN = 0$$

$$ORIGIN := 1$$

Основы вычислений

Векторные и матричные операции:

- **транспонирование;**
- **вычисление обратной матрицы;**
- **умножение матриц;**
- **умножение матрицы на скаляр;**
- **сложение или вычитание матриц;**
- **вычисление определителя матрицы.**

Транспонирование

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad B^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Основы вычислений

***<u>Векторные и матричные операции</u>*:**

Вычисление обратной матрицы

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 5 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{23}{9} & \frac{22}{9} & -\frac{8}{9} \\ \frac{22}{9} & -\frac{23}{9} & \frac{10}{9} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \qquad B \cdot B^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -2.556 & 2.444 & -0.889 \\ 2.444 & -2.556 & 1.111 \\ -0.333 & 0.667 & -0.333 \end{pmatrix} \qquad B \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1.332 \times 10^{-15} & 1 & 0 \\ 0 & 1.776 \times 10^{-15} & 1 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{B^{-1} = \blacksquare}$$

This matrix is singular. Cannot compute its inverse.

$$|B| = 0$$

Основы вычислений

***<u>Векторные и матричные операции</u>*:**

Умножение матриц

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad D := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D \cdot B = \begin{pmatrix} 12 & 15 & 18 \\ 24 & 30 & 36 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot D = \blacksquare$$

These array dimensions do not match.

Основы вычислений

***<u>Векторные и матричные операции</u>*:**

Выделение столбца матрицы

$$ORIGIN := 1$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad D := B^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Адресация к элементам массива

$$B_{2,3} = 6 \qquad B_{2,3} := 0 \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Основы вычислений

<u>Встроенные функции для обработки матриц</u>

Единичная матрица

$$\text{identity}(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad \text{diag}(B) = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\max(B) = 9 \qquad \min(B) = 1 \qquad \max\left(B^{\langle 2 \rangle}\right) = 8 \qquad \max\left[\left(B^{T}\right)^{\langle 2 \rangle}\right] = 6$$

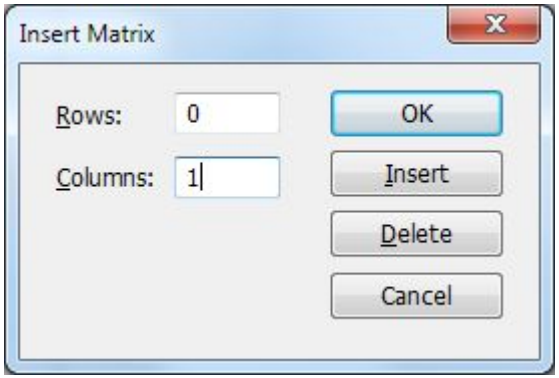
След матрицы (сумма диагональных элементов матрицы)

$$\text{tr}(B) = 15$$

Изменение размерности матриц

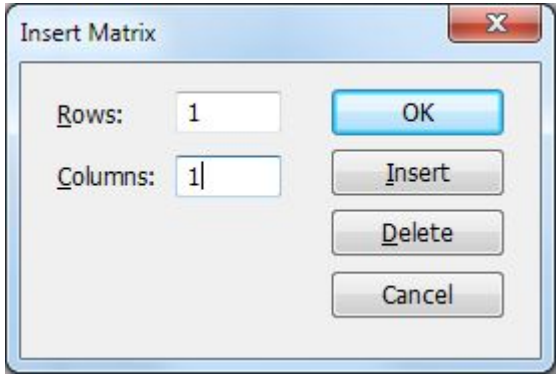
$$X := (0 \quad 60 \quad 120 \quad 180)$$

$$X := (0 \quad 60 \quad \blacksquare \quad 120 \quad 180)$$



$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & \blacksquare \\ 3 & 4 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$



Пример

Способ 1

$$f(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

$$x := -1, -0.8 .. 1$$

x =	f(x) =
-1	0.841
-0.8	0.897
-0.6	0.941
-0.4	0.974
-0.2	0.993
0	1
0.2	0.993
0.4	0.974
0.6	0.941
0.8	0.897
1	0.841

Пример

Вычислить значения функции при изменении аргумента от –1 до 1 с шагом 0,2

Способ 2

$$f(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

$$i := 0 .. 10$$

$$x_i := -1 + i \cdot 0.2$$

x =

	0
0	-1
1	-0.8
2	-0.6
3	-0.4
4	-0.2
5	0
6	0.2
7	0.4
8	0.6
9	0.8
10	1

f(x) =

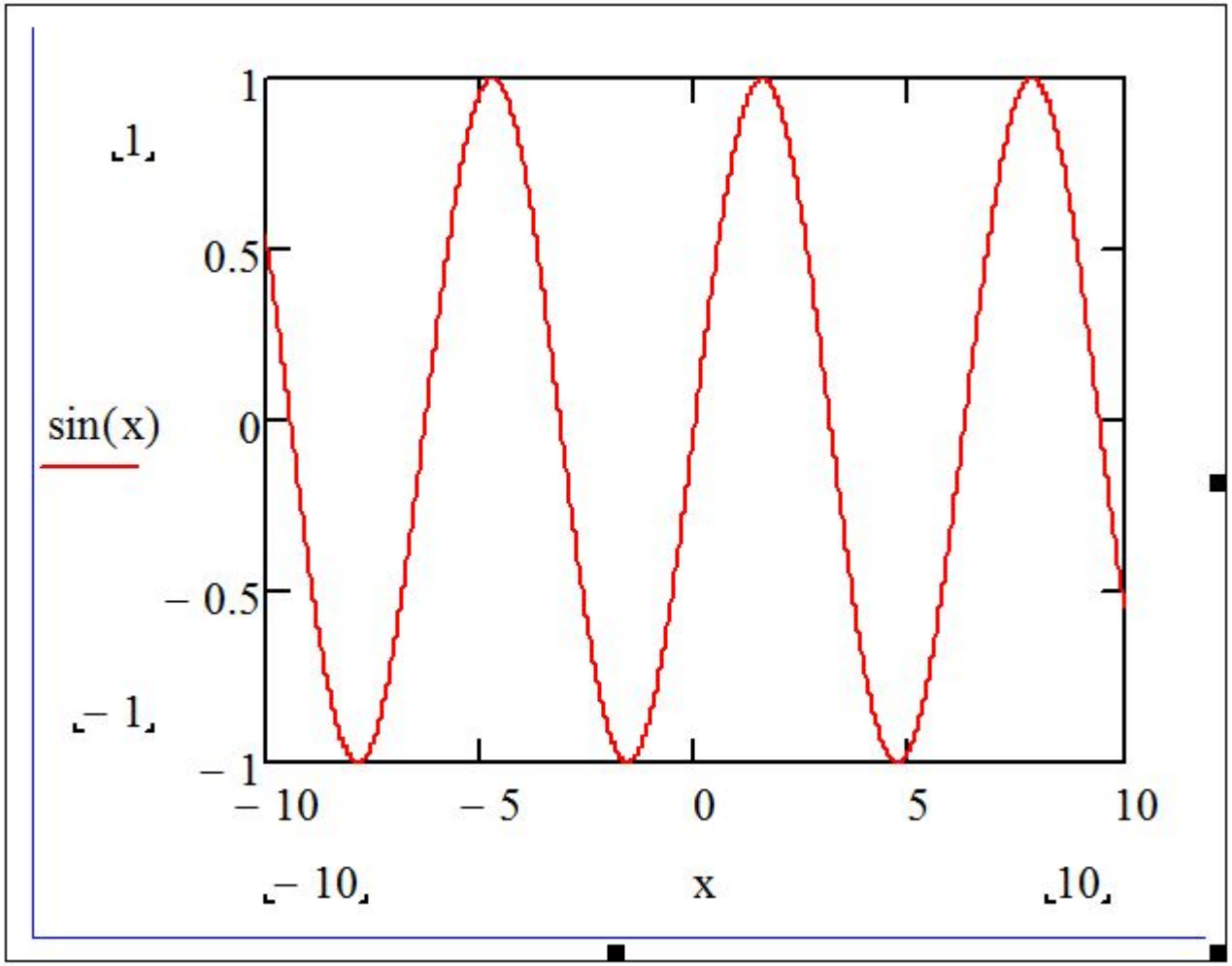
	0
0	0.841
1	0.897
2	0.941
3	0.974
4	0.993
5	1
6	0.993
7	0.974
8	0.941
9	0.897
10	0.841

Основы вычислений

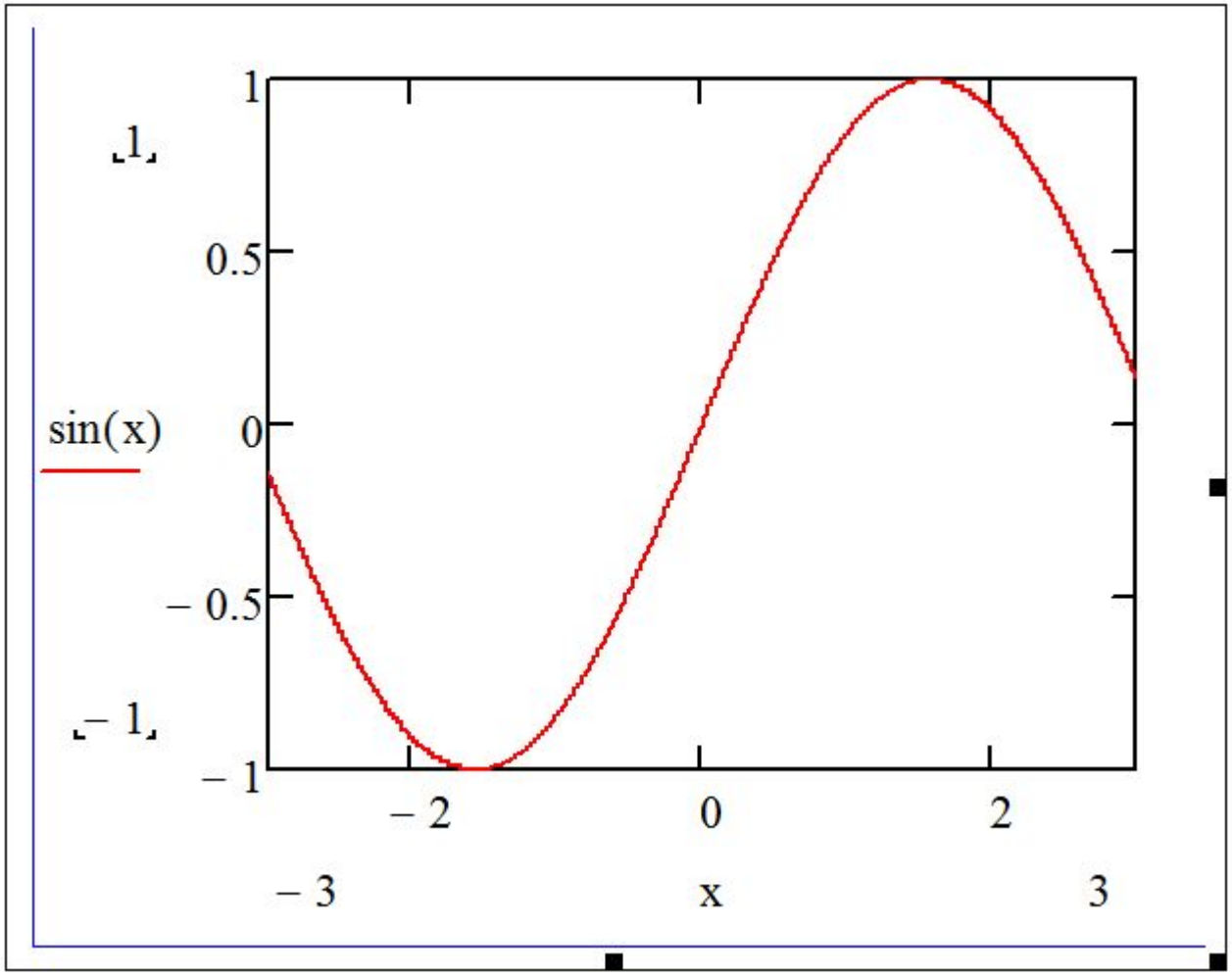
<u>Горячие клавиши</u>:

- **^ – возведение в степень;**
- **\ – вычисление квадратного корня;**
- **& – численное вычисление определенного интеграла;**
- **[– ввод числового индекса;**
- **| – вычисление определителя или абсолютного значения;**
- **Ctrl+M – ввод матрицы;**
- **@ – построение 2D-графика.**

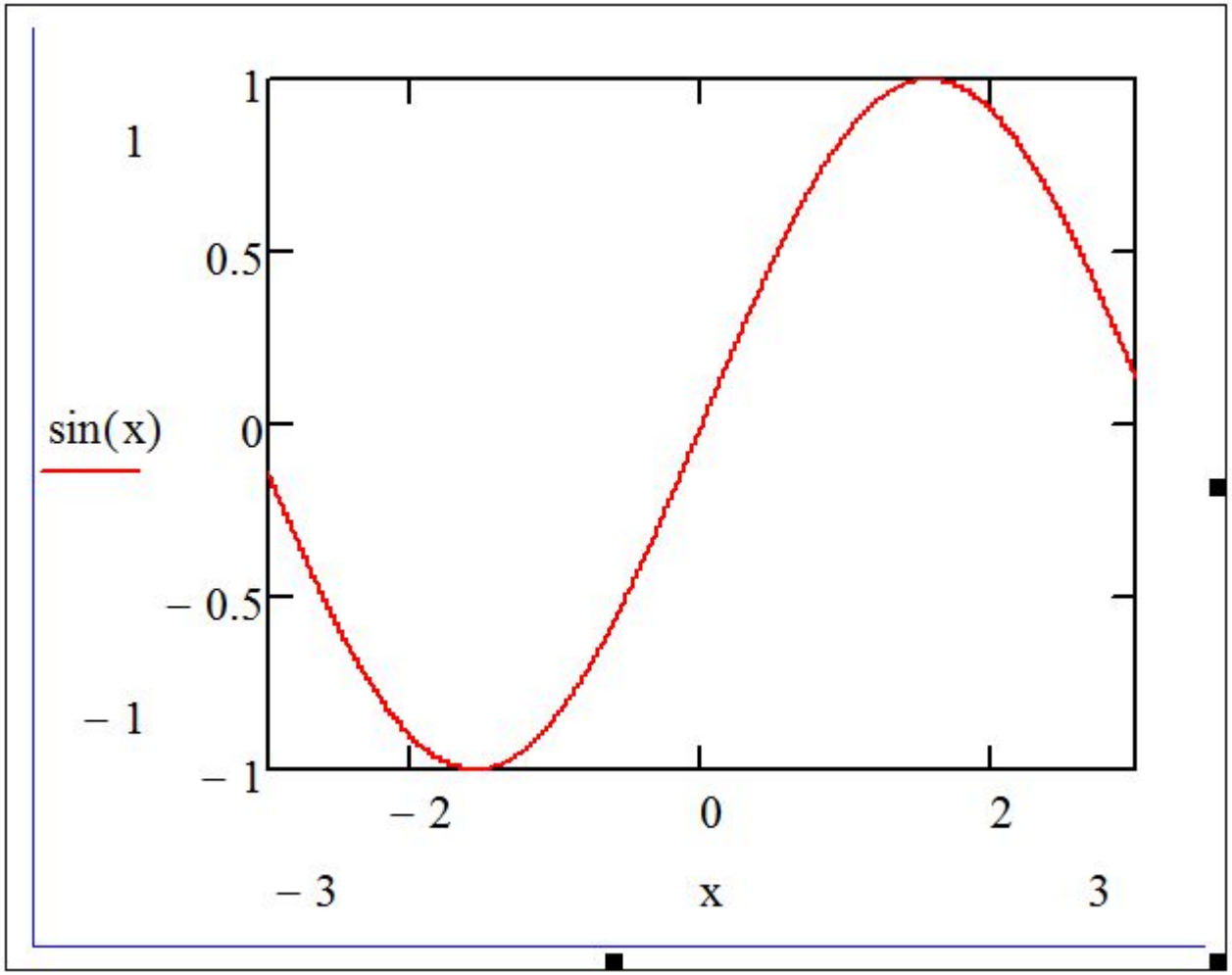
Построение графиков



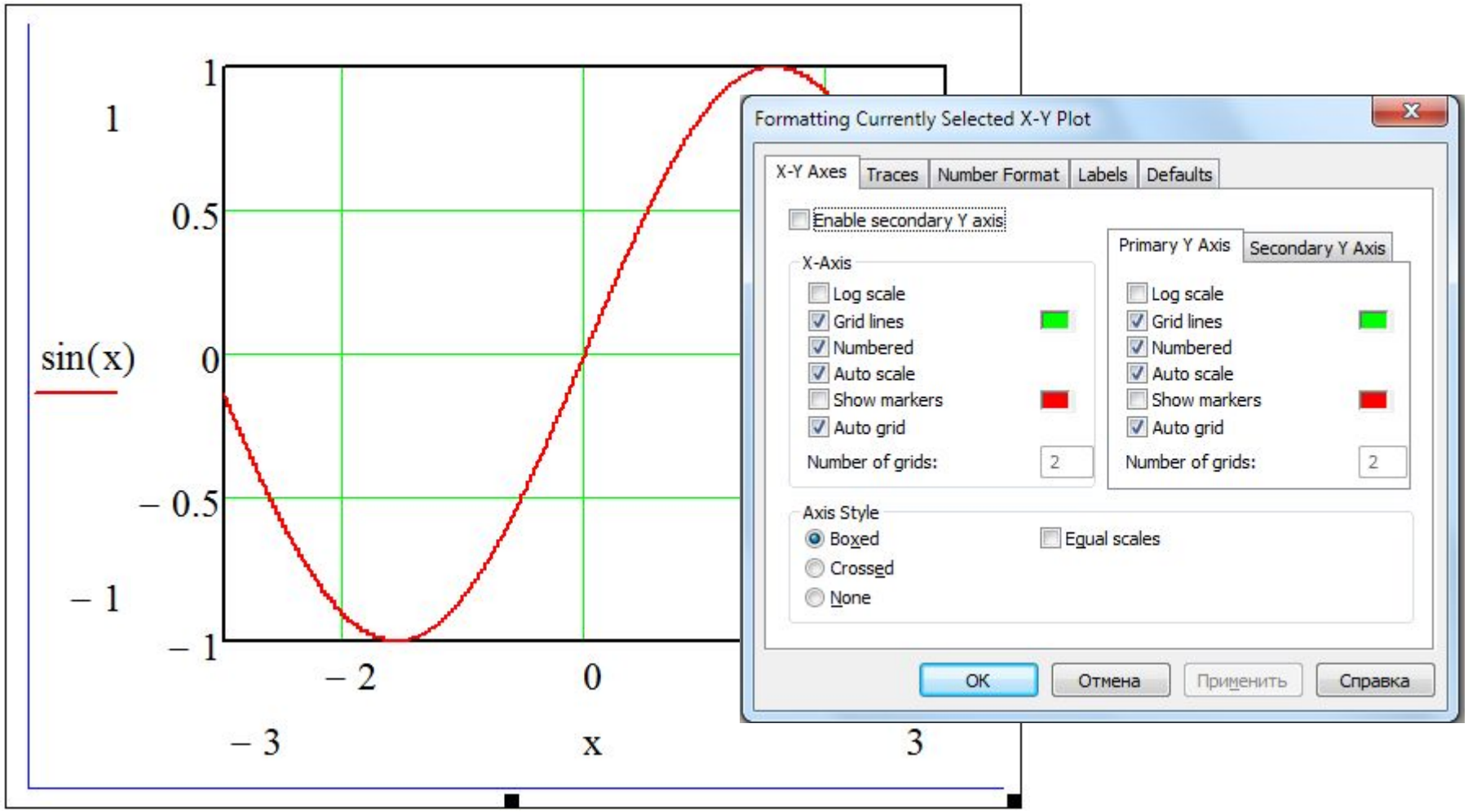
Построение графиков



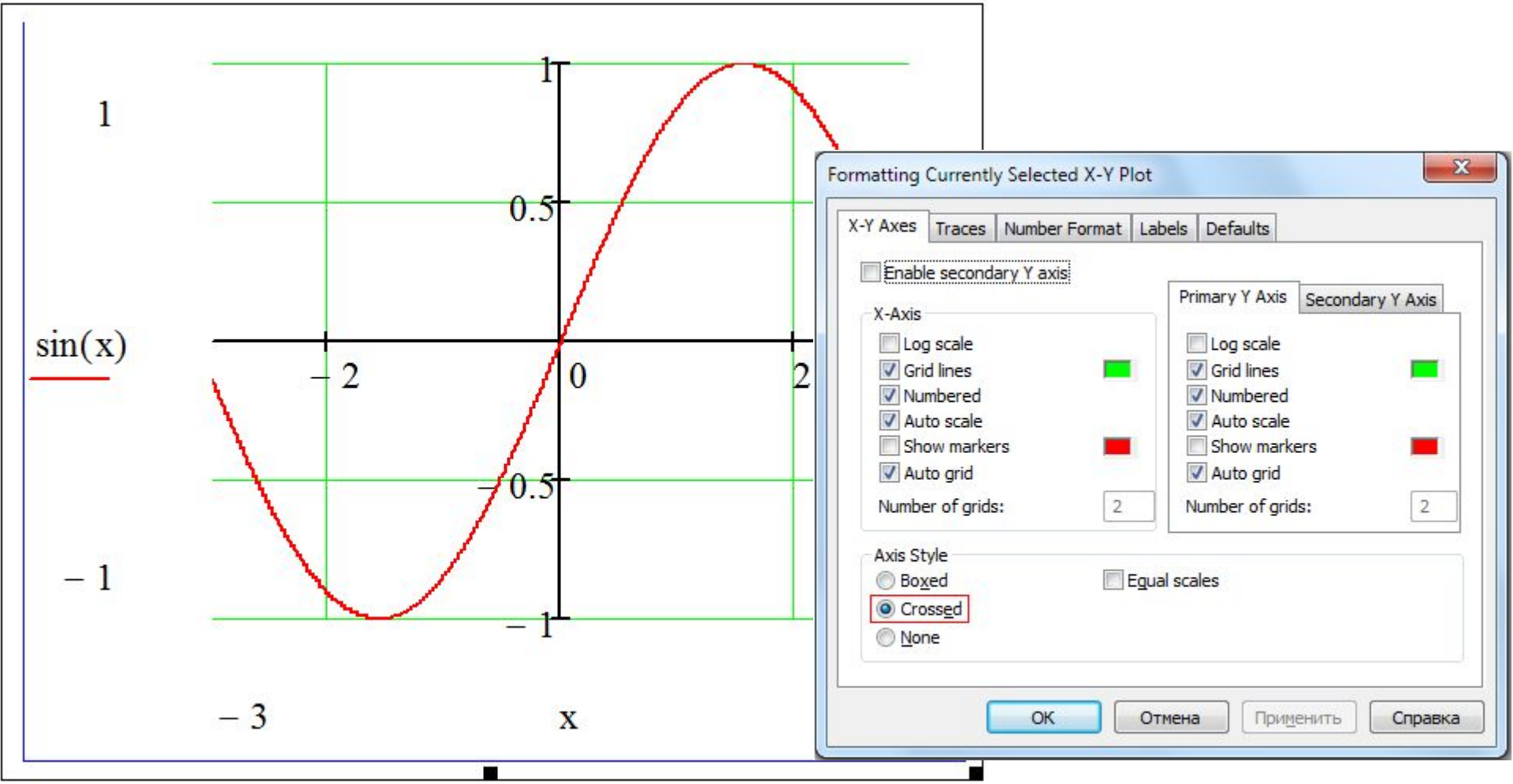
Построение графиков



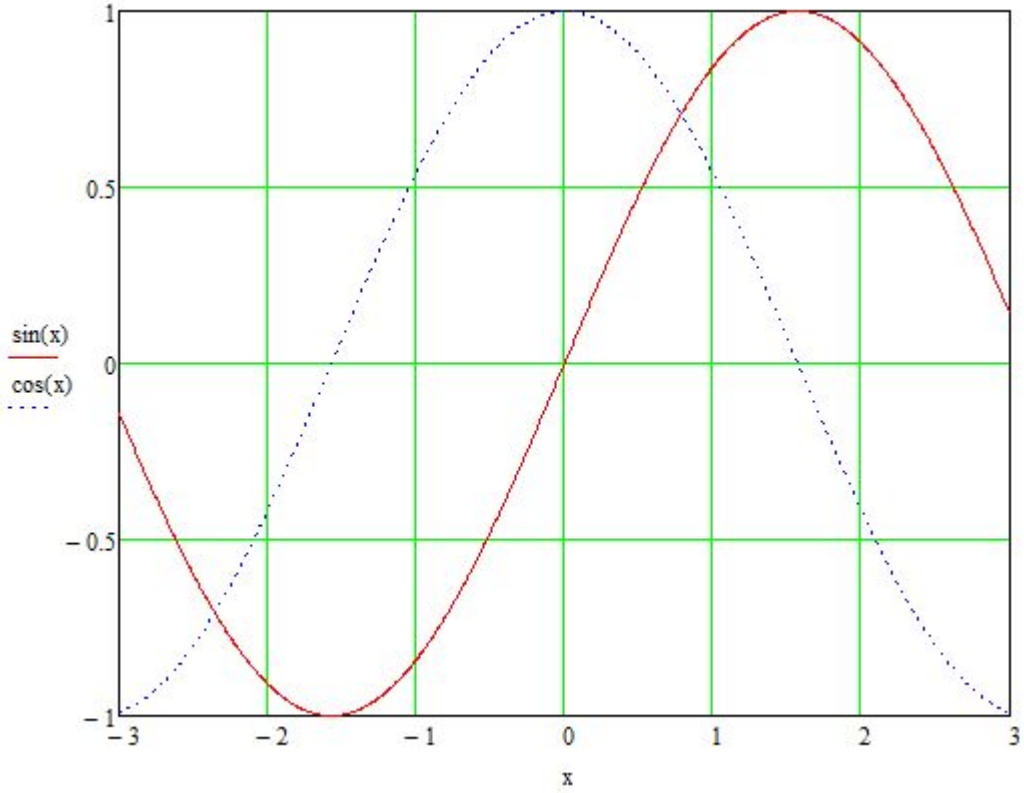
Построение графиков



Построение графиков



Построение графиков



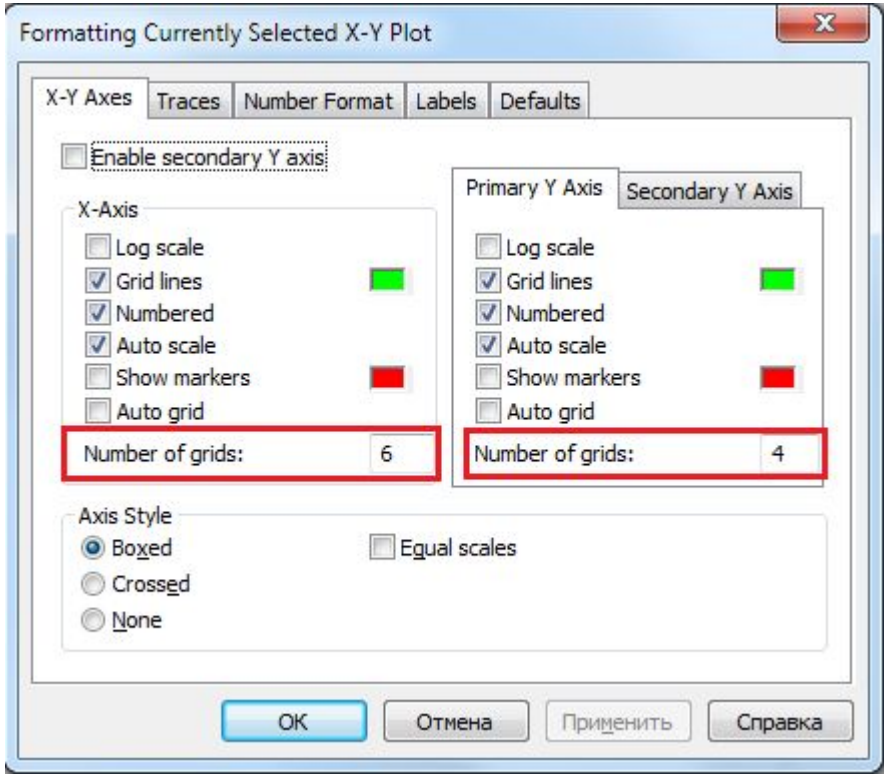


График функции, заданной параметрически

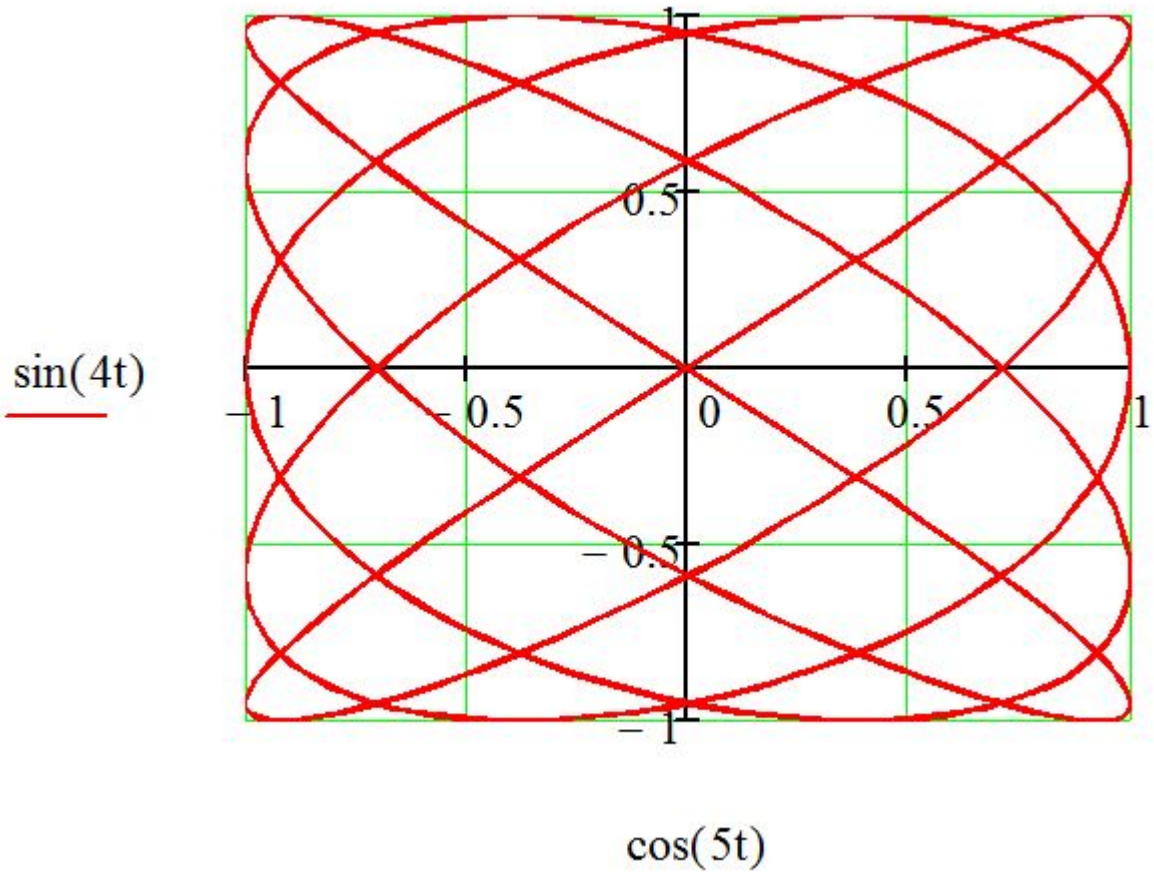
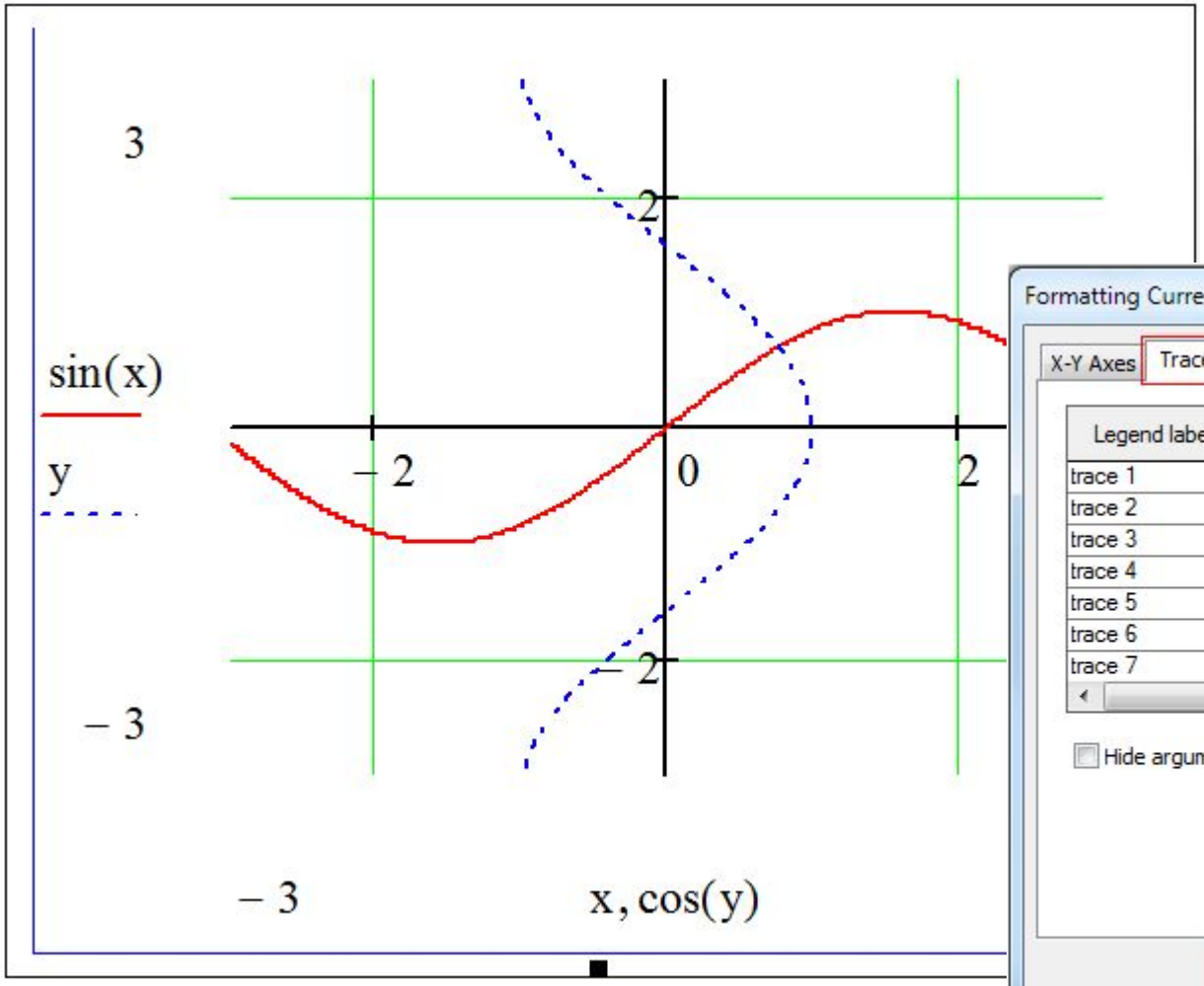


График функции, заданной явно и неявно



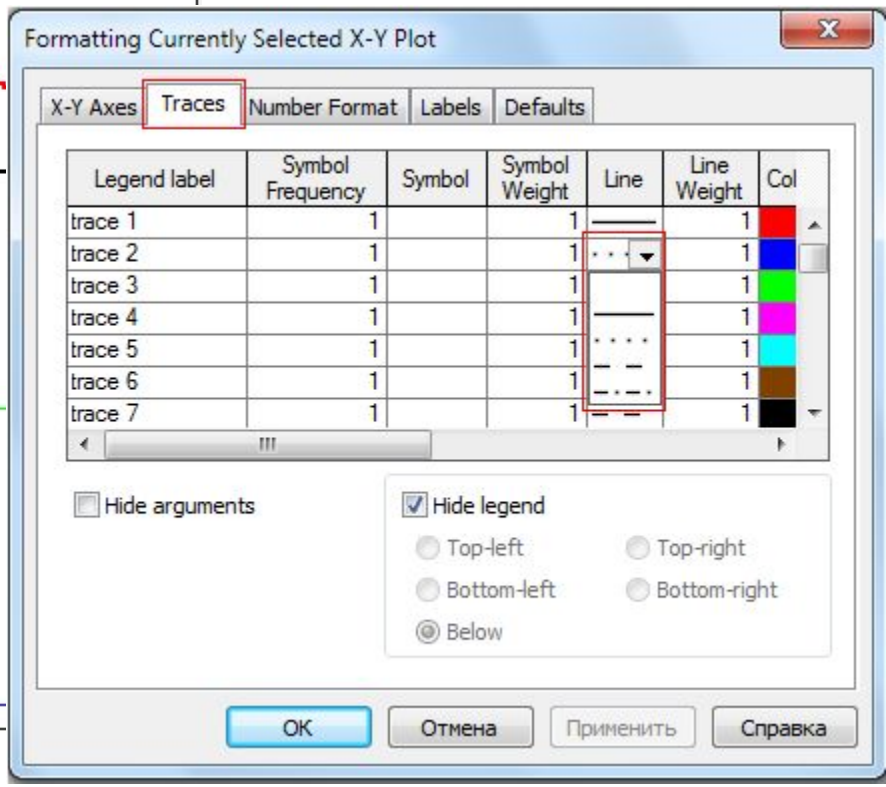
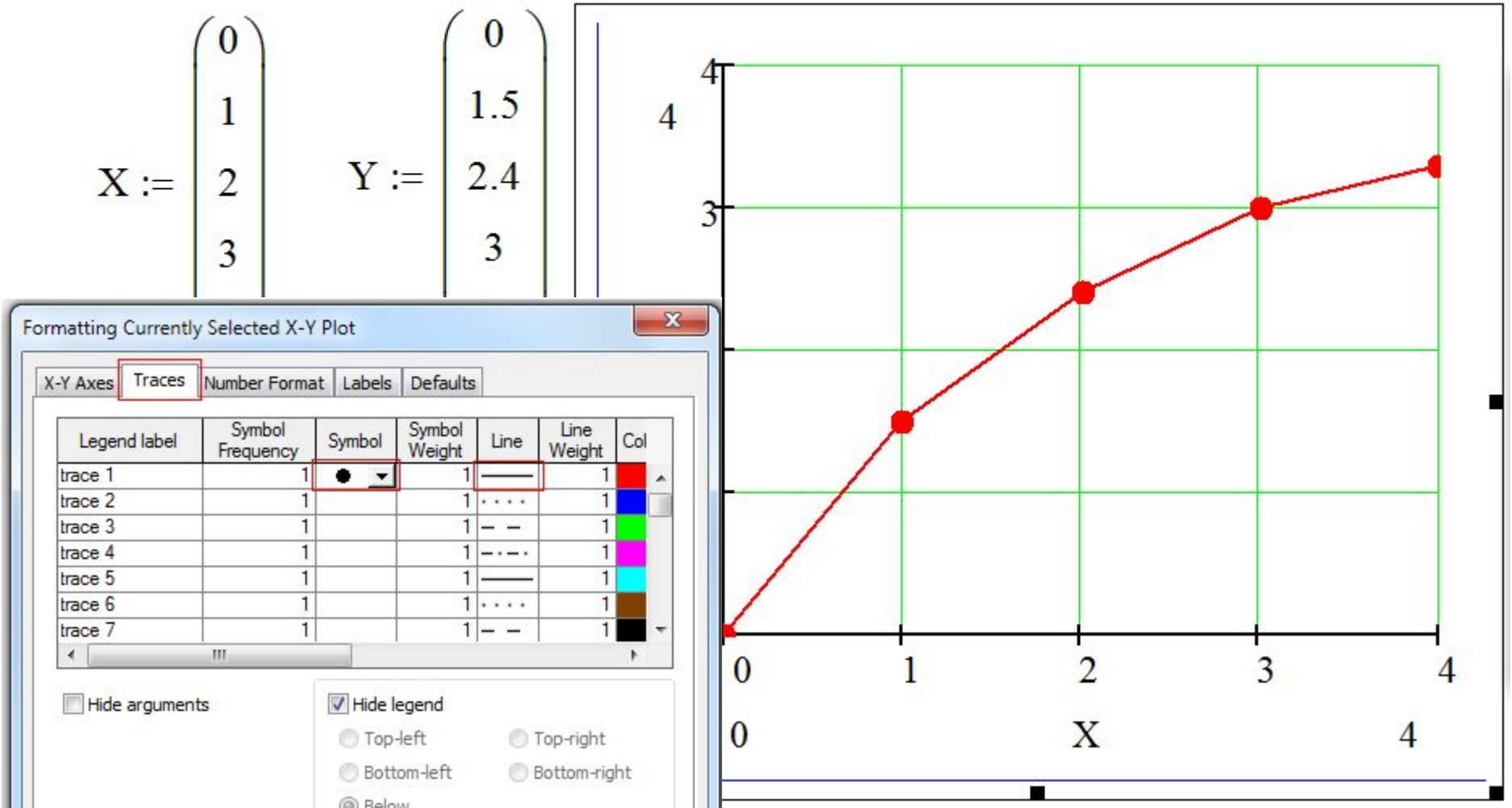
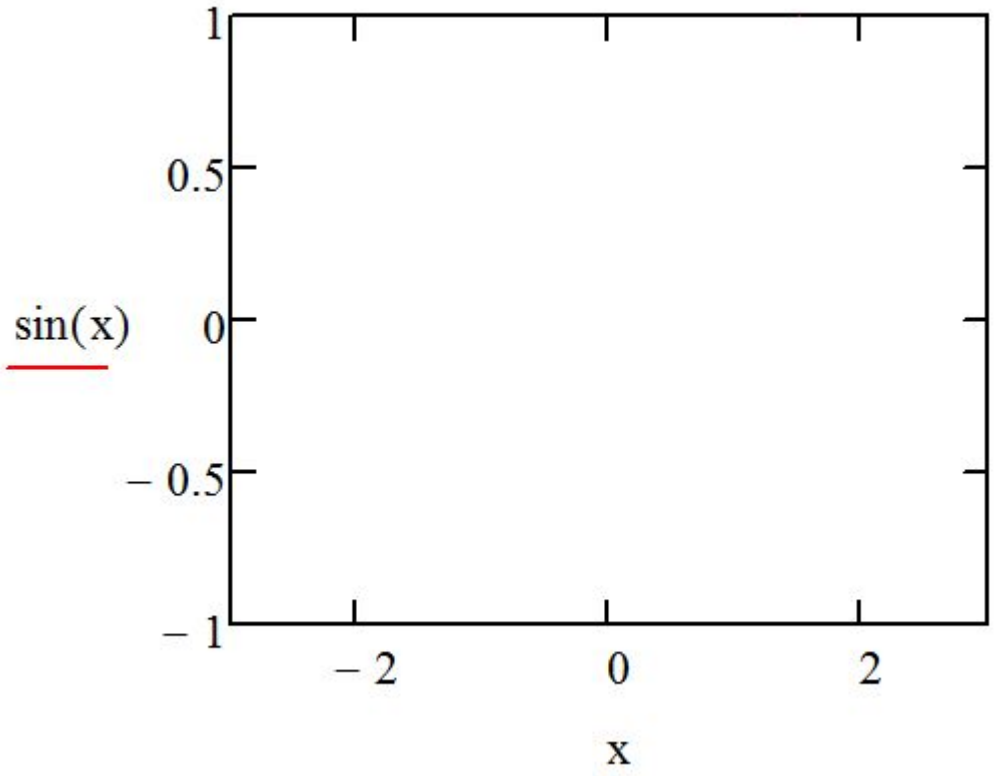


График функции, заданной таблично

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 2.4 \\ 3 \end{pmatrix}$$



Построение графика функции



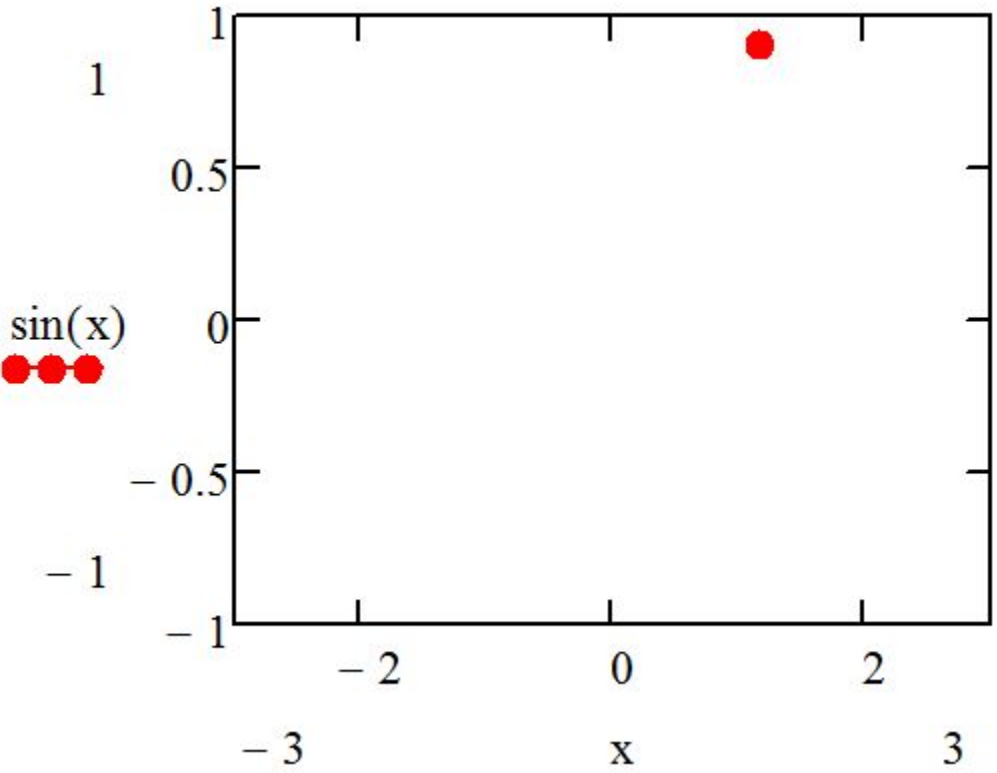
$x = 1.15$

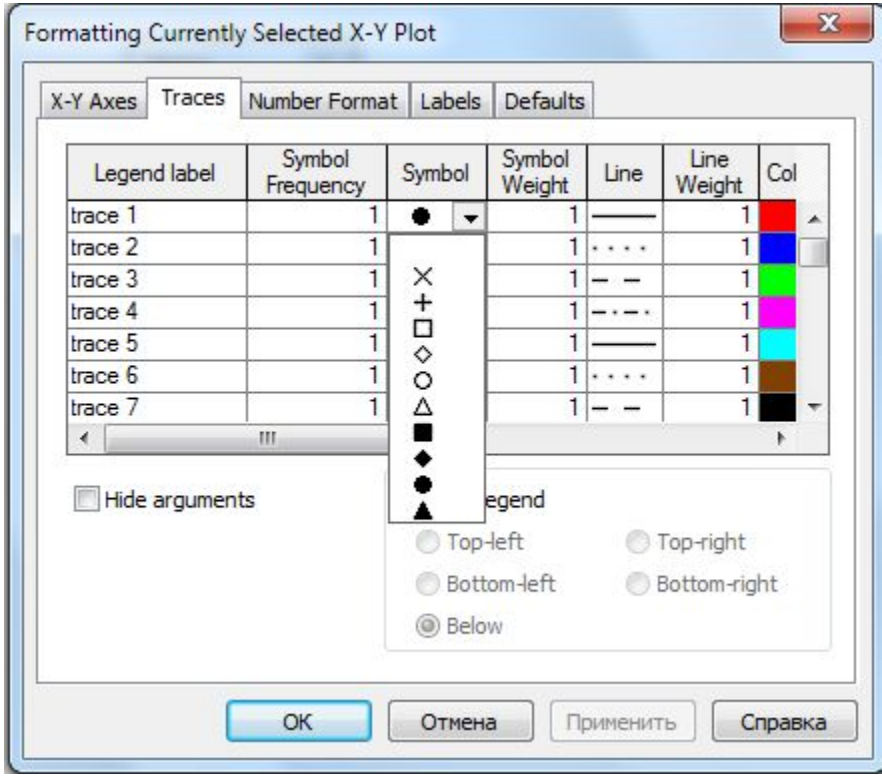
Вопрос. Почему не строится график функции?

Построение графика функции

$$x = 1.15$$

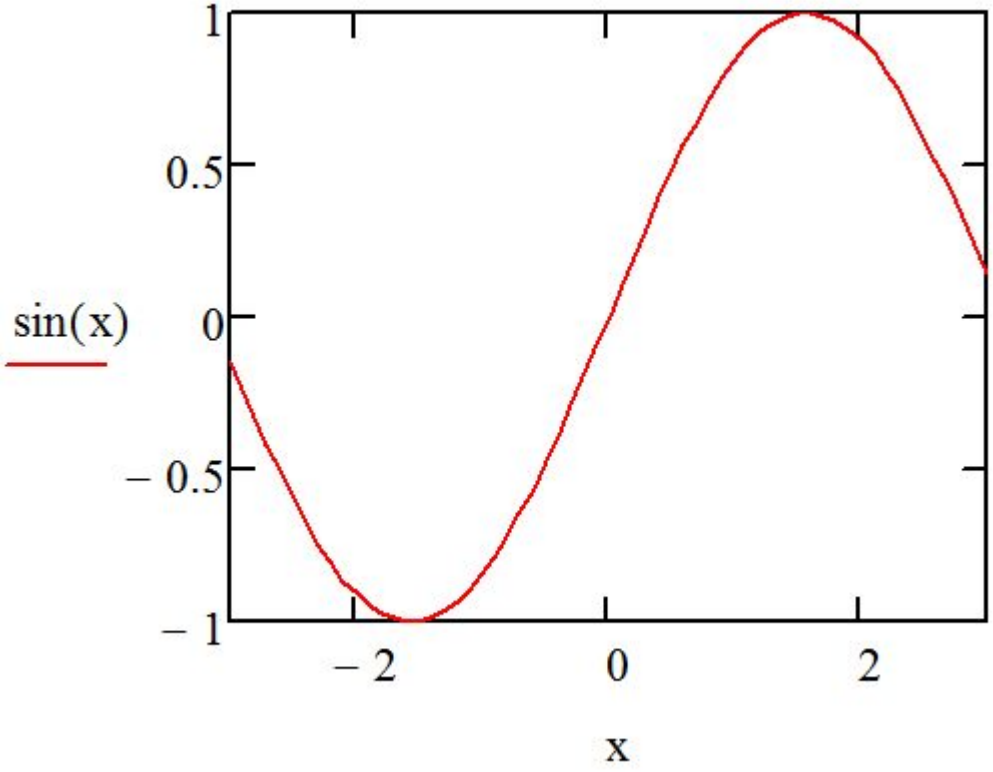
$$\sin(x) = 0.913$$





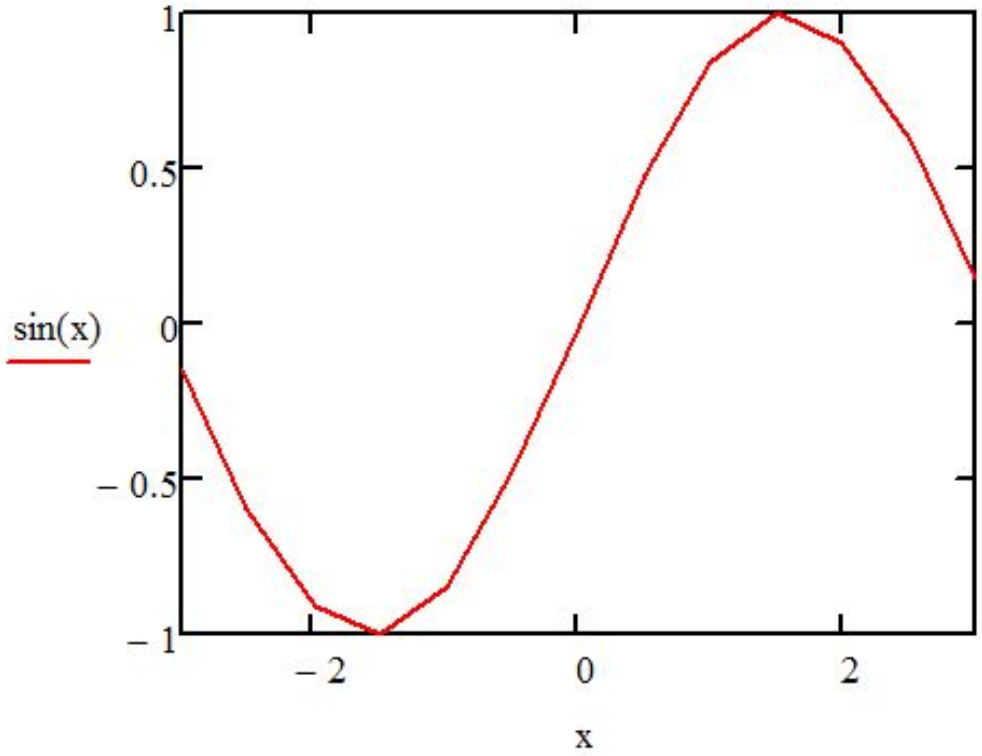
Построение графика функции

$x := -3, -2.9 .. 3$

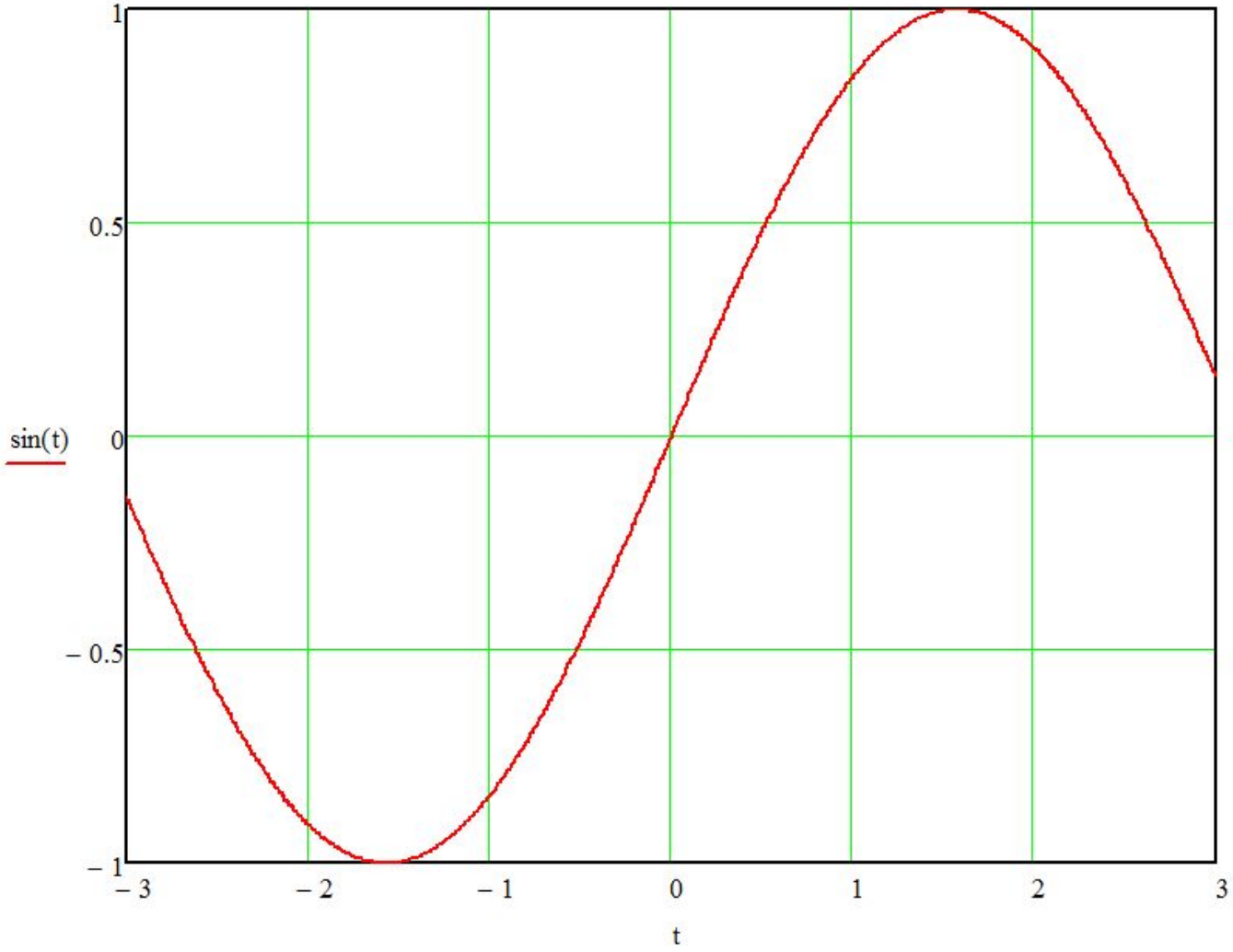


Построение графика функции

$x := -3, -2.5 .. 3$

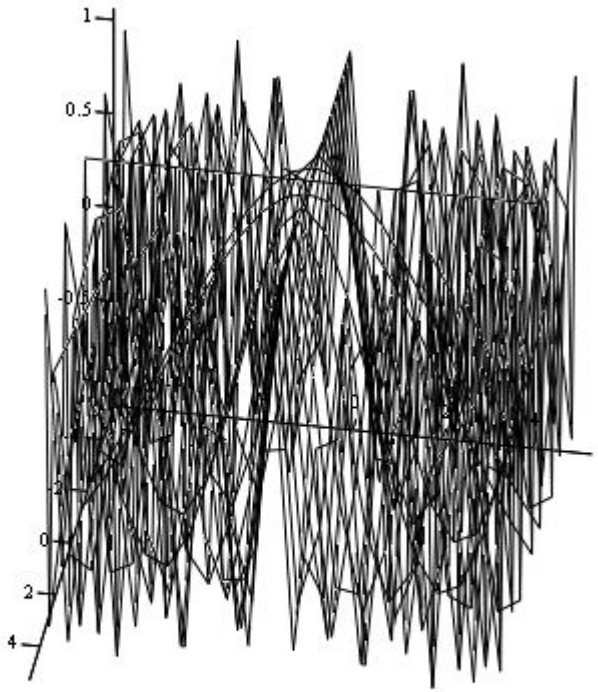


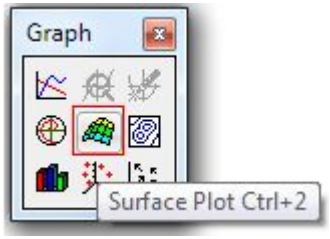
Построение графика функции



Построение 3D-графиков

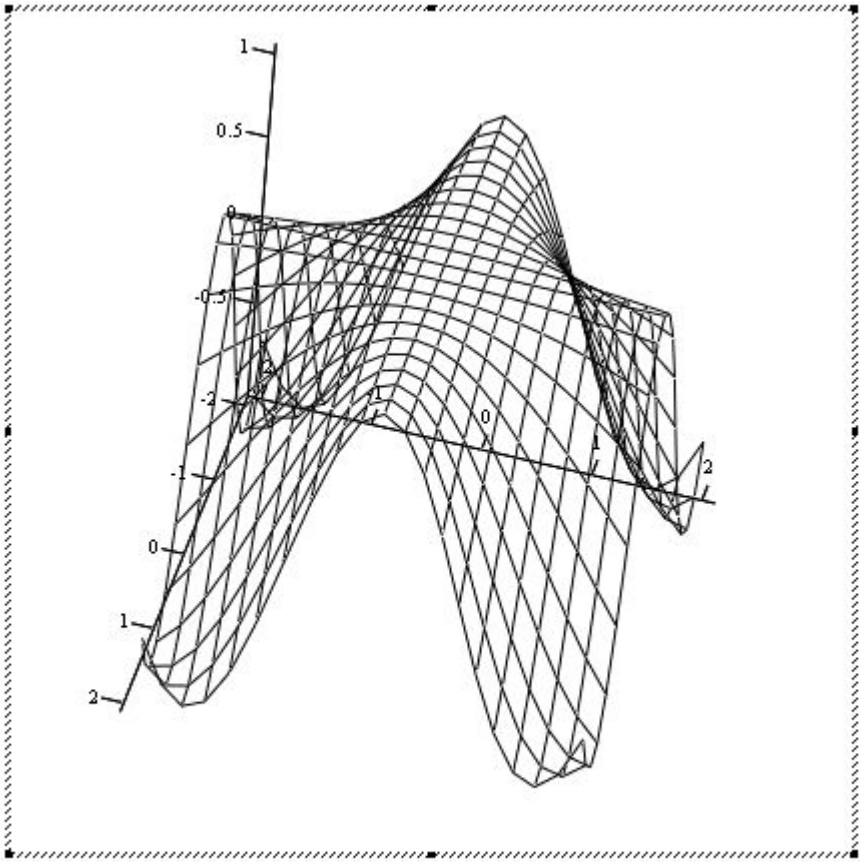
$$f(x,y) := \cos(x \cdot y)$$

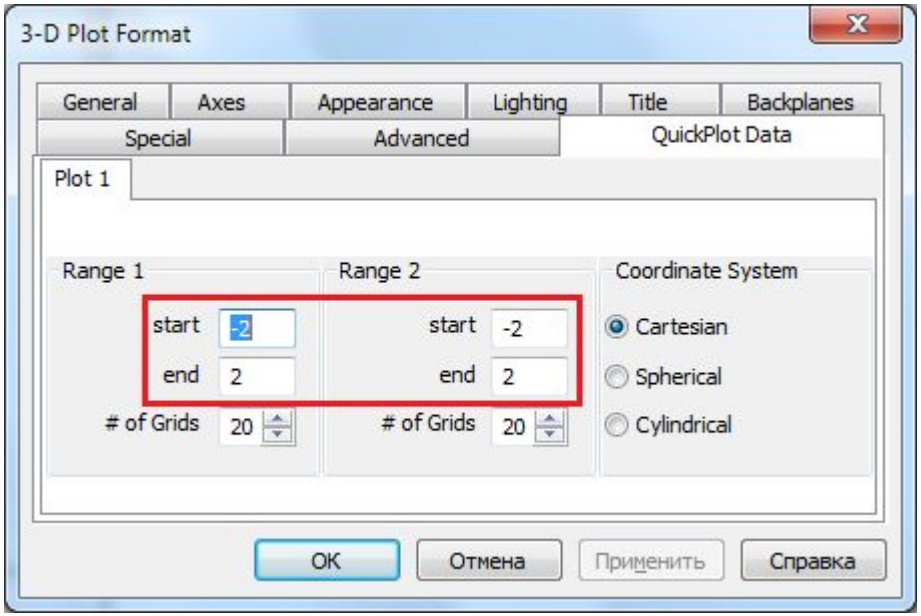




f

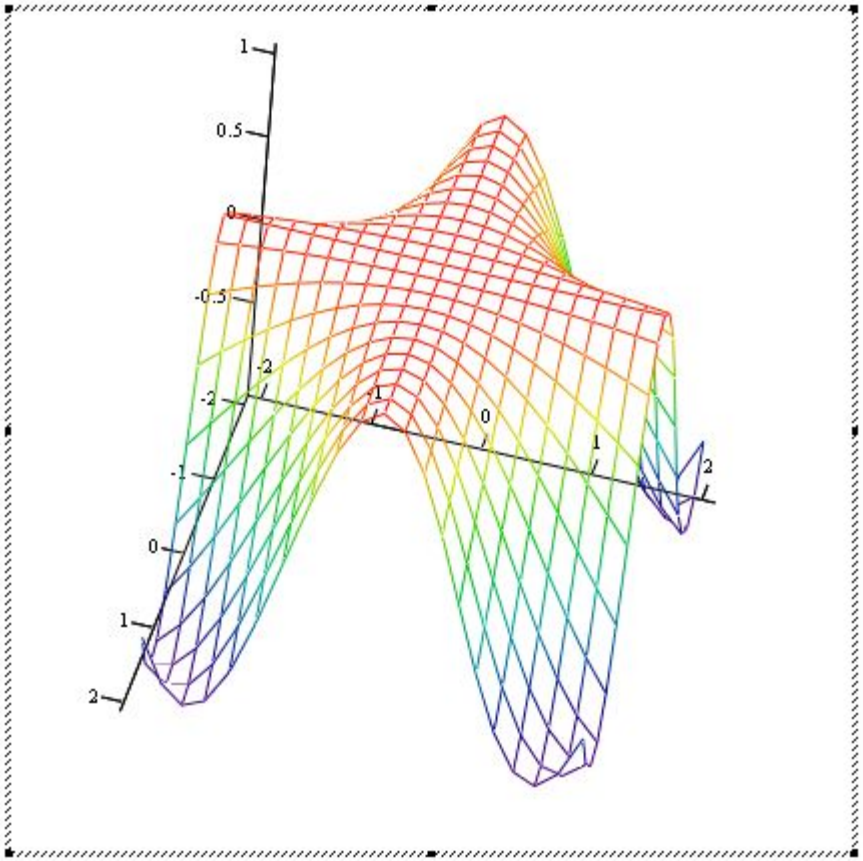
Построение 3D-графиков

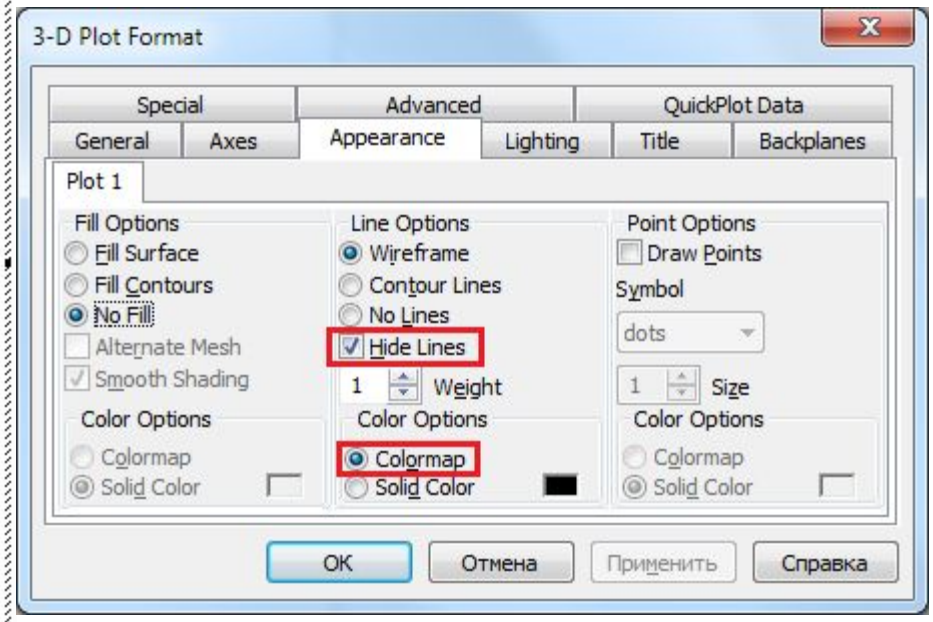




f

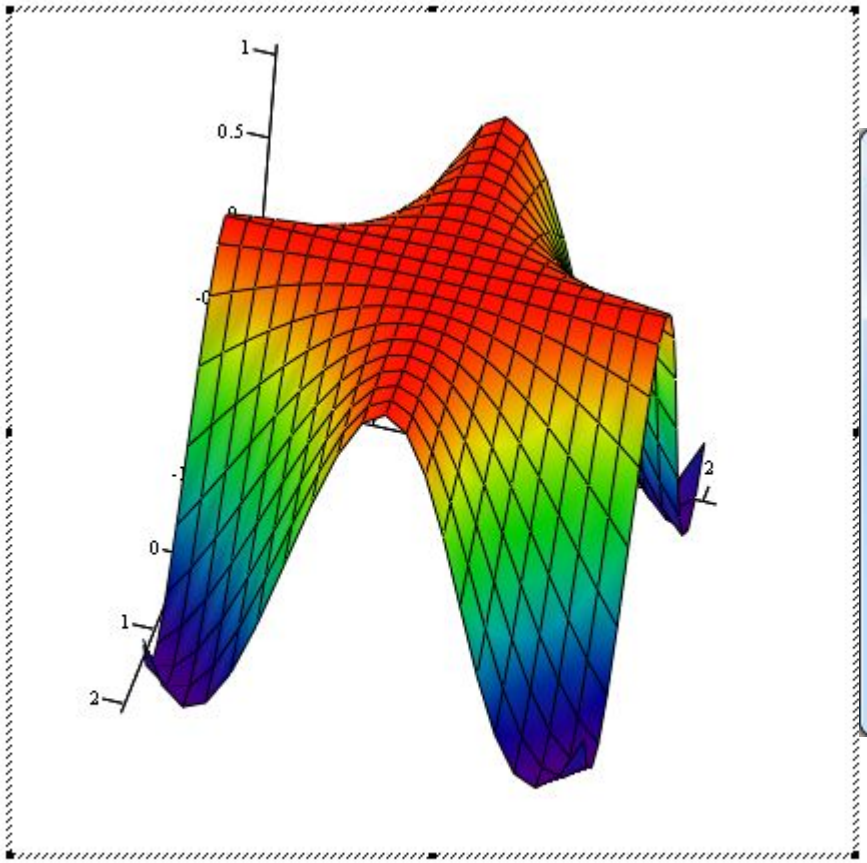
Построение 3D-графиков

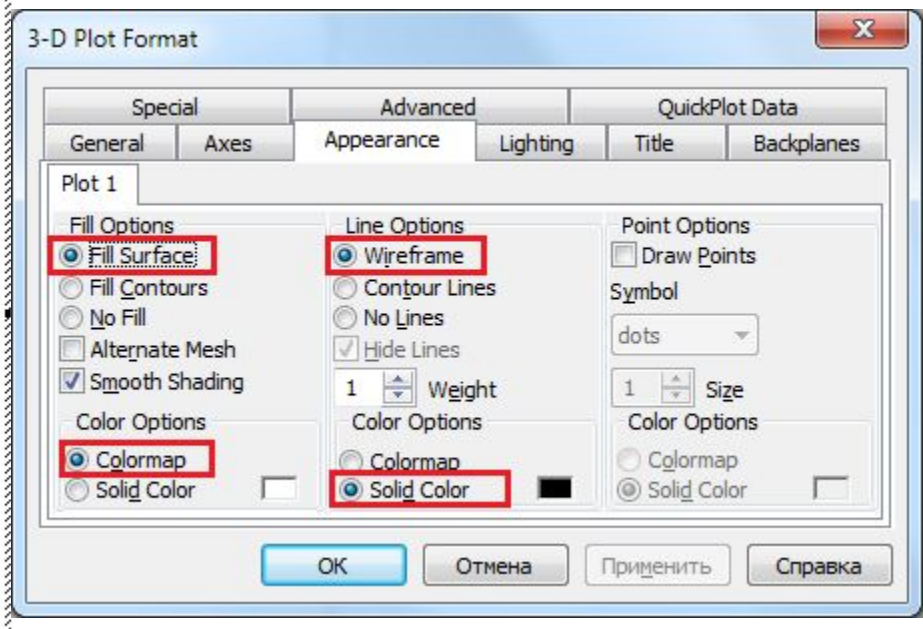




f

Построение 3D-графиков





f

Индивидуальные задания

1. Вычисление интегралов
2. Решение нелинейного уравнения
3. Решение системы линейных уравнений
4. Решение системы нелинейных уравнений
5. Интерполяция
6. Метод наименьших квадратов
7. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений
8. Программирование

Спасибо
за внимание!