

Учебно-исследовательская работа(2 семестр)

Основы работы в MathCAD

Литература

1. **Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс, СПб.: Питер, 2007 – 448с.**
2. **Павлоградский В.В. Mathcad. Основы работы (электронная версия).**

Назначение MathCAD

Для автоматизации математических, инженерно-технических и научных расчётов.

Математические пакеты:

MatLab, Mathematica, Maple, Derive.

Основные возможности Mathcad:

- проведение вычислений по сложным математическим формулам;
- решение нелинейных уравнений;
- решение систем линейных и нелинейных уравнений;
- выполнение векторных и матричных операций;
- построение двух- и трехмерных графиков;
- вычисление определенных интегралов;
- решение дифференциальных уравнений;
- выполнение аналитических преобразований и т.д.

Пример 1. Известны стороны треугольника. Вычислить его площадь

Вычисление площади треугольника.
Традиционный подход

$$a := 3 \quad b := 4 \quad c := 5$$

$$p := \frac{a + b + c}{2}$$

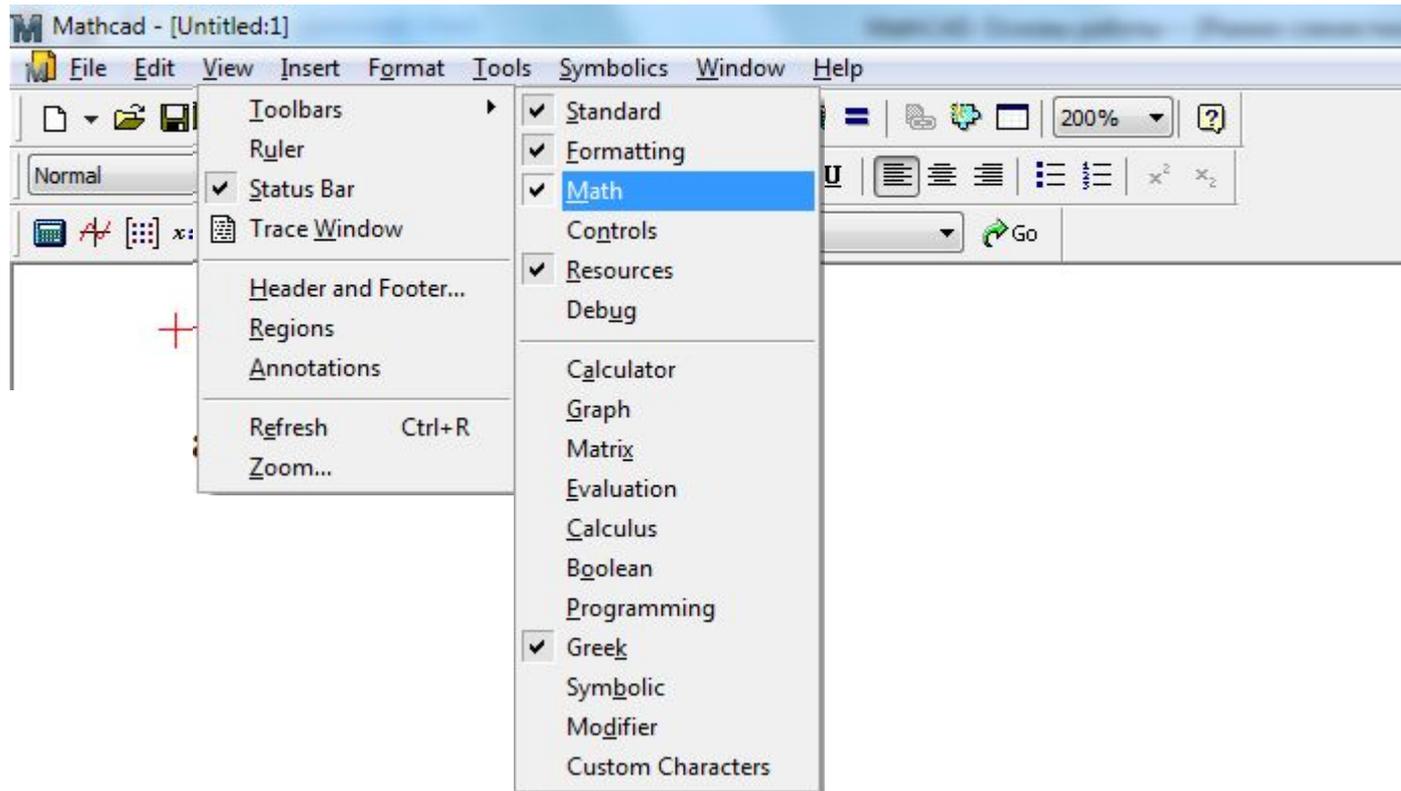
$$s := \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} = 6 \quad s = 6$$

Состав MathCAD

Mathcad является интегрированной системой:

- **текстовый и формульный редактор;**
- **вычислитель;**
- **средства научной и деловой графики;**
- **справочная информация (математическая и инженерная).**

Настройка MathCAD



ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

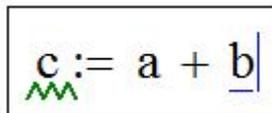
MathCAD реализует вычисления в строго определенном порядке, т.е. слева направо и сверху вниз.

Состав документа Mathcad:

- текстовые блоки;
- Вычислительные блоки;
- Графические блоки.

Форма курсора: + |

$$c = 2.998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$


$$c := a + b$$

This expression redefines a Mathcad built-in unit.

$$a := 2 \quad b := 3$$

$$d := a + b \quad d = 5$$

Размеры блоков
устанавливаются
автоматически

$$c := a + b$$

$$c := a + b$$

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Алфавит Mathcad:

- строчные и прописные латинские буквы;
- цифры;
- греческие буквы;
- специальные знаки.

Ввод греческих букв



Использование клавиатуры

a **Ctrl+G** → α

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Виды данных:

- константы;
- переменные.

В системе MathCAD используются в основном числовые константы (целые, вещественные и комплексные).

Вещественные константы:

$$x := 2.3$$

Комплексные константы:

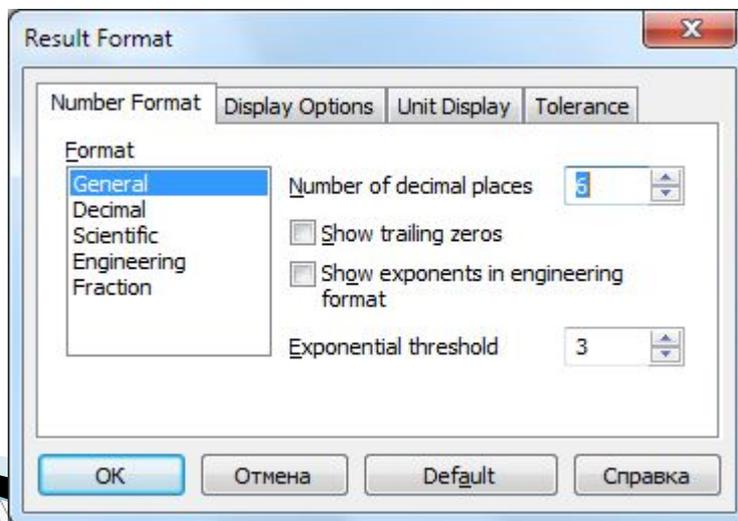
$$x := 2 + 1i$$

$$x := 2 + i$$

Предварительно определенные системные переменные:

$$\pi = 3.142$$

$$\pi = 3.141593$$



$$e = 2.718$$

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad g := 9.807$$

$$s = 1 \text{ s}$$

$$m = 1 \text{ m}$$

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Переменные

Для обозначения имен переменных, функций используются идентификаторы.

Правила:

1. Идентификаторы могут включать:

- строчные и прописные латинские буквы;
- строчные и прописные греческие буквы;
- цифры;
- символ подчеркивания.

это выражение

2. Идентификатор должен начинаться с буквы.

2. a

Строчные и прописные буквы являются различными символами.

$a := 3$

$A = 1 A$

Использование текстовых индексов

$\alpha_{.opt} := 10$

$\alpha_{opt} := 10 +$

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Стандартные математические функции:

- **тригонометрические:** $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\tan(x)$ $\cot(x)$
- **обратные тригонометрические:** $\arcsin(x)$ $\arccos(x)$ $\arctan(x)$
- **логарифмические, показательные и др.**

$$\log(x) \quad \log(x, a) \quad \ln(x) \quad \exp(x) \quad e^x$$

$$\log(10) = 1 \quad \log(8, 2) = 3 \quad \log(256, 2) = 8$$

Аргументы функций задаются в скобках.

Для тригонометрических функций значение аргумента задается в радианах.

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Ввод выражений:

Операцию умножения пропускать нельзя!

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Функции пользователя:

Синтаксис:

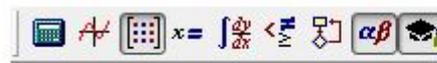
<Имя функции>(<список аргументов>):= <выражение>

Пример:

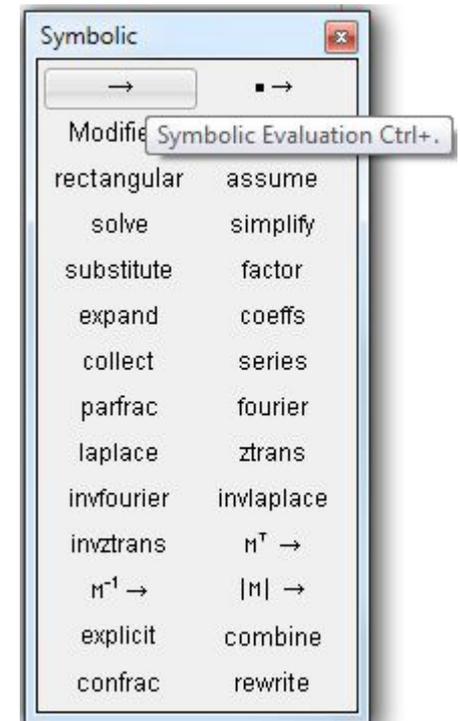
$$f(x, y) := \sin(x) \cdot \cos(y)$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right) = 0.354$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}$$



Symbolic Keyword Toolbar



ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Циклические вычисления:

Синтаксис:

$\langle \text{имя переменной} \rangle := \langle N_{\text{нач}} \rangle ; \langle N_{\text{кон}} \rangle$

$i := 1 .. 5$

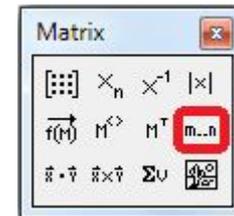
$i =$

1
2
3
4
5

$i := 10 .. 5$

$i =$

10
9
8
7
6
5



ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Циклические вычисления:

Синтаксис:

$\langle \text{Имя переменной} \rangle := \langle N_{\text{нач}} \rangle, \langle N_{\text{след}} \rangle; \langle N_{\text{кон}} \rangle$

$x := -2, -1.5 .. 2$

x =

-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

$$\text{шаг} = N_{\text{след}} - N_{\text{нач}}$$

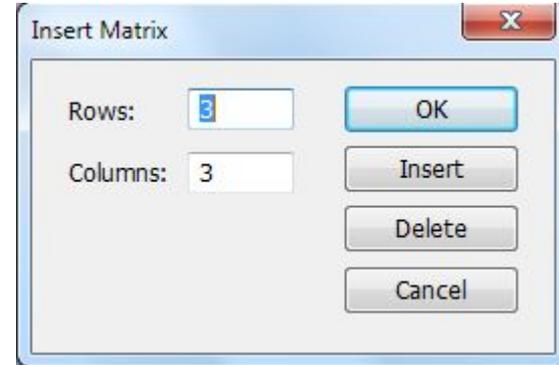
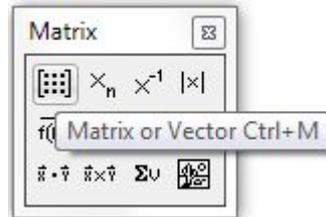
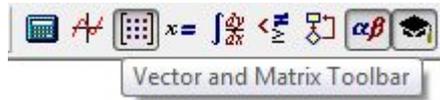
$x := -2, 0.5 .. 2$

x =

-2
0.5

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Векторные и матричные операции:



По умолчанию нумерация элементов массива начинается с нуля.

Системная переменная:

ORIGIN = 0

ORIGIN := 1

Основы вычислений

Векторные и матричные операции:

- транспонирование;
- вычисление обратной матрицы;
- умножение матриц;
- умножение матрицы на скаляр;
- сложение или вычитание матриц;
- вычисление определителя матрицы.



Транспонирование

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Векторные и матричные операции:

Вычисление обратной матрицы



$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 5 \end{pmatrix} \quad B^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{23}{9} & \frac{22}{9} & -\frac{8}{9} \\ \frac{22}{9} & -\frac{23}{9} & \frac{10}{9} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad B \cdot B^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -2.556 & 2.444 & -0.889 \\ 2.444 & -2.556 & 1.111 \\ -0.333 & 0.667 & -0.333 \end{pmatrix} \quad B \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1.332 \times 10^{-15} & 1 & 0 \\ 0 & 1.776 \times 10^{-15} & 1 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \blacksquare$$

$$|B| = 0$$

This matrix is singular. Cannot compute its inverse.

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Векторные и матричные операции:

Умножение матриц

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$D := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D \cdot B = \begin{pmatrix} 12 & 15 & 18 \\ 24 & 30 & 36 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot D = \blacksquare$$

These array dimensions do not match.



ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Векторные и матричные операции:

Выделение столбца матрицы

ORIGIN := 1

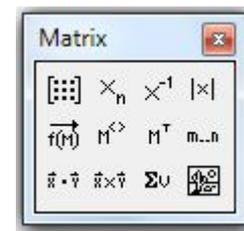
$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad D := B^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Адресация к элементам массива

$$B_{2,3} = 6$$

$$B_{2,3} := 0$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$



ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Встроенные функции для обработки матриц

Единичная матрица

ORIGIN := 1

$$\text{identity}(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{diag}(B) = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\max(B) = 9 \quad \min(B) = 1 \quad \max(B^{\langle 2 \rangle}) = 8 \quad \max\left[\left(B^T\right)^{\langle 2 \rangle}\right] = 6$$

След матрицы (сумма диагональных элементов матрицы)

$$\text{tr}(B) = 15$$

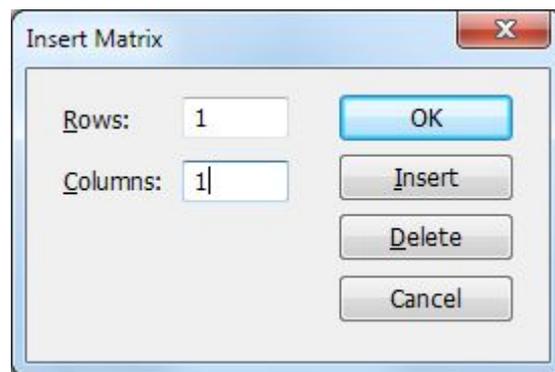
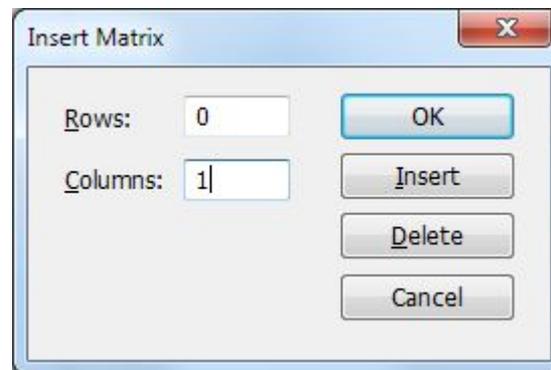
Изменение размерности матриц

$$X := (0 \quad \underline{60} \quad 120 \quad 180)$$

$$X := (0 \quad \underline{60} \quad \blacksquare \quad 120 \quad 180)$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \underline{4} \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & \blacksquare \\ 3 & 4 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$



Пример

Способ 1

$$f(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

$$x := -1, -0.8 .. 1$$

x =

-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1

f(x) =

0.841
0.897
0.941
0.974
0.993
1
0.993
0.974
0.941
0.897
0.841

Пример

Вычислить значения функции при изменении аргумента от -1 до 1 с шагом $0,2$

Способ 2

$$f(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

$$i := 0..10$$

$$x_i := -1 + i \cdot 0.2$$

x =

	0
0	-1
1	-0.8
2	-0.6
3	-0.4
4	-0.2
5	0
6	0.2
7	0.4
8	0.6
9	0.8
10	1

f(x) =

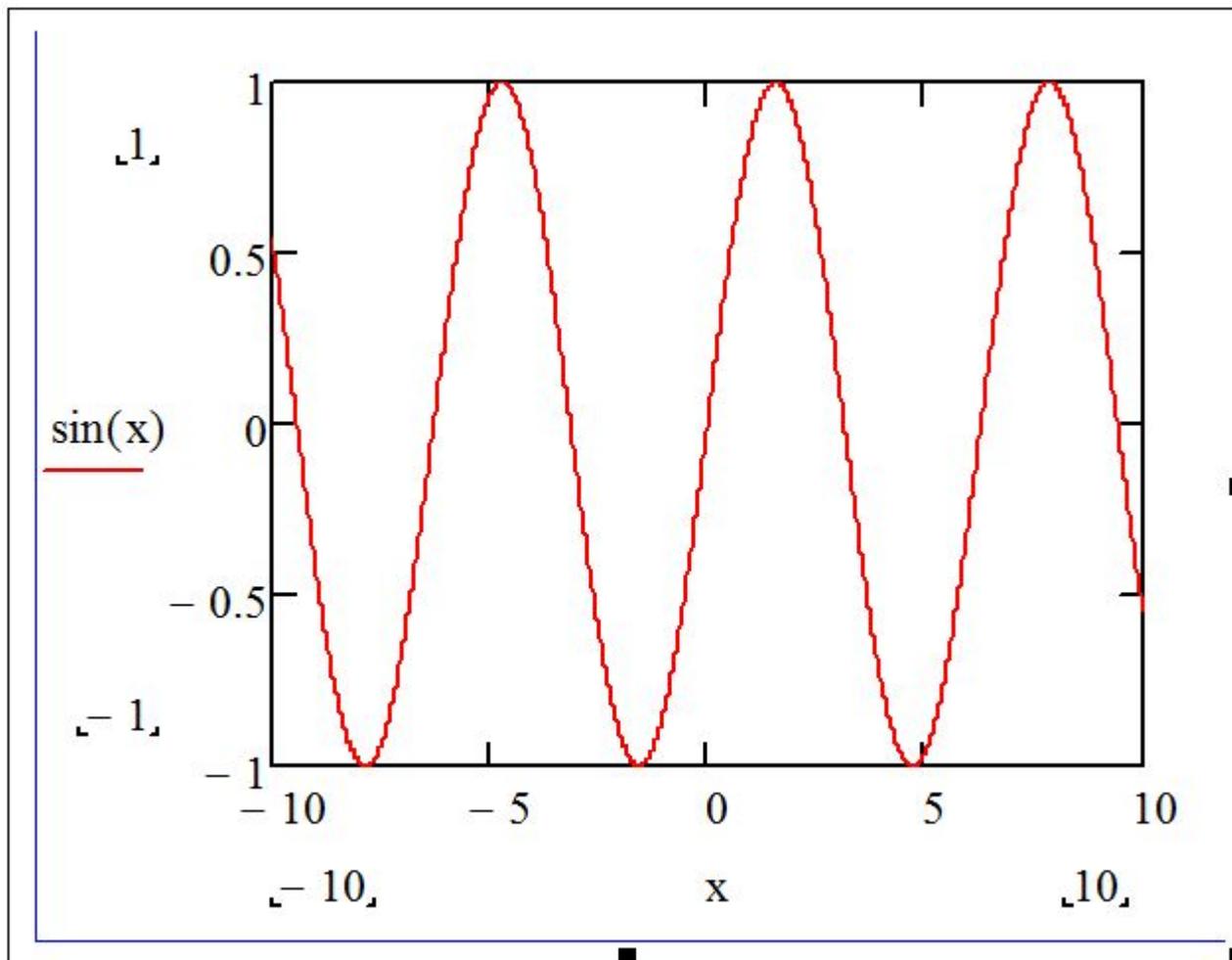
	0
0	0.841
1	0.897
2	0.941
3	0.974
4	0.993
5	1
6	0.993
7	0.974
8	0.941
9	0.897
10	0.841

ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

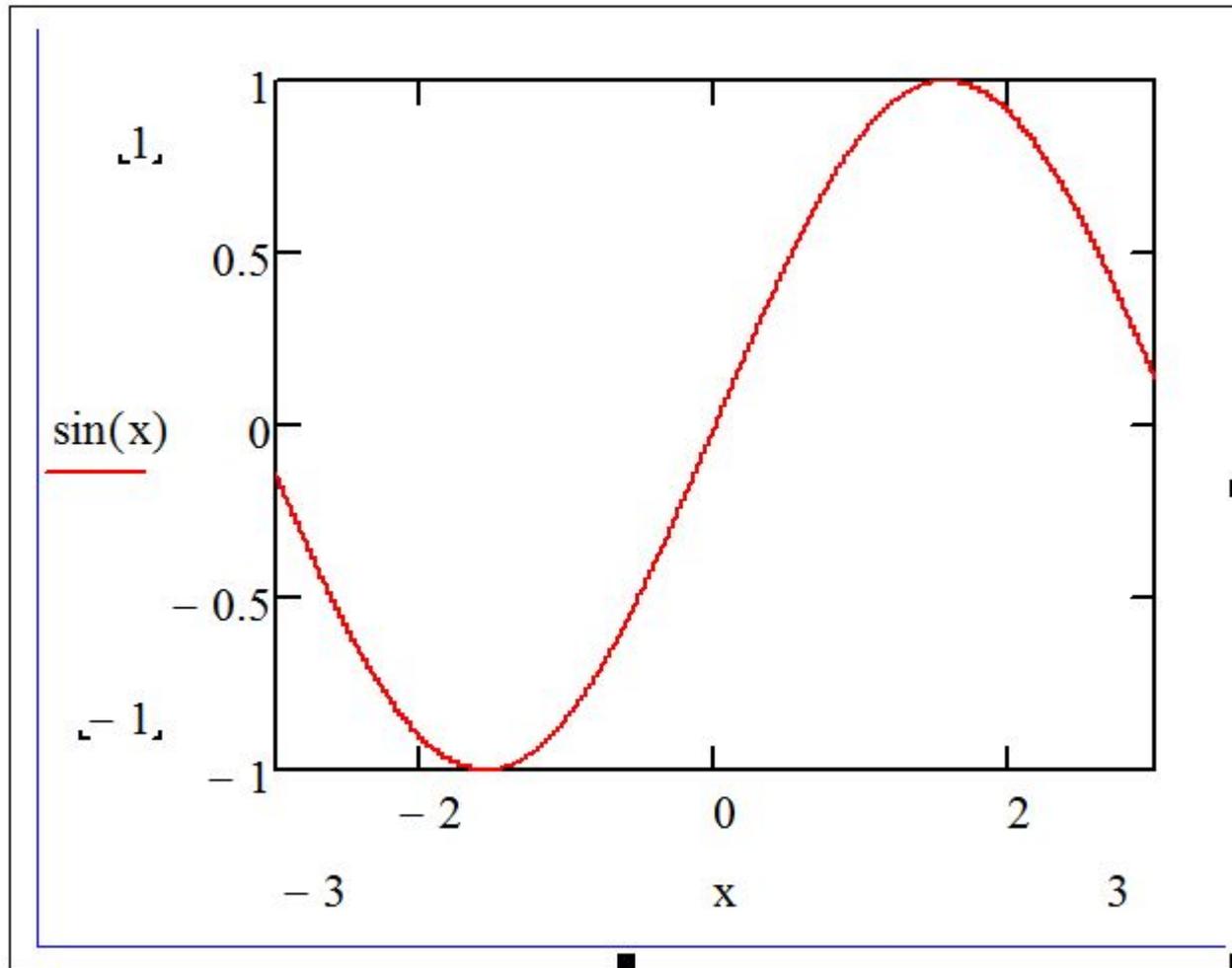
Горячие клавиши:

- **^** – возведение в степень;
- **** – вычисление квадратного корня;
- **&** – численное вычисление определенного интеграла;
- **[** – ввод числового индекса;
- **|** – вычисление определителя или абсолютного значения;
- **Ctrl+M** – ввод матрицы;
- **@** – построение 2D-графика.

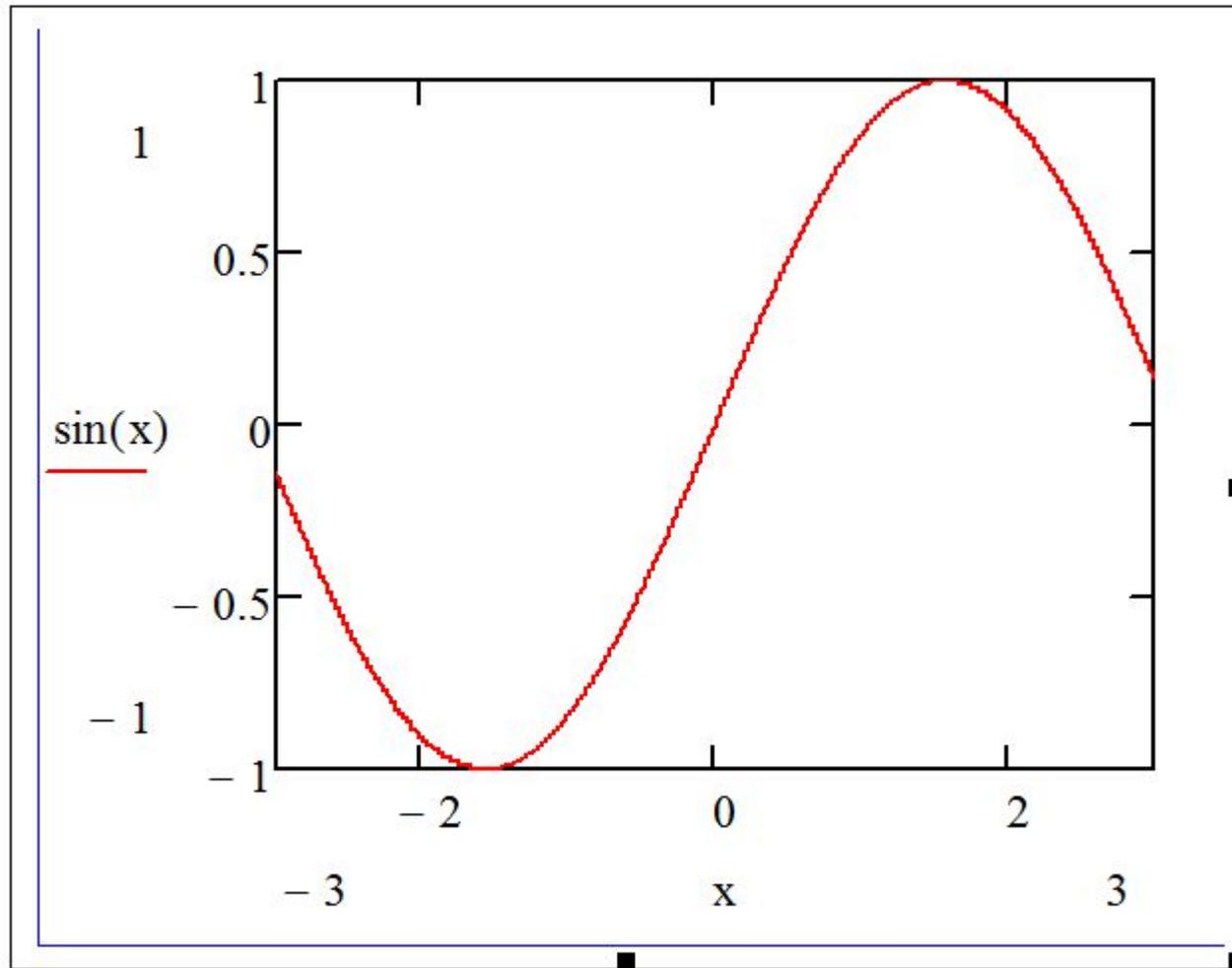
Построение графиков



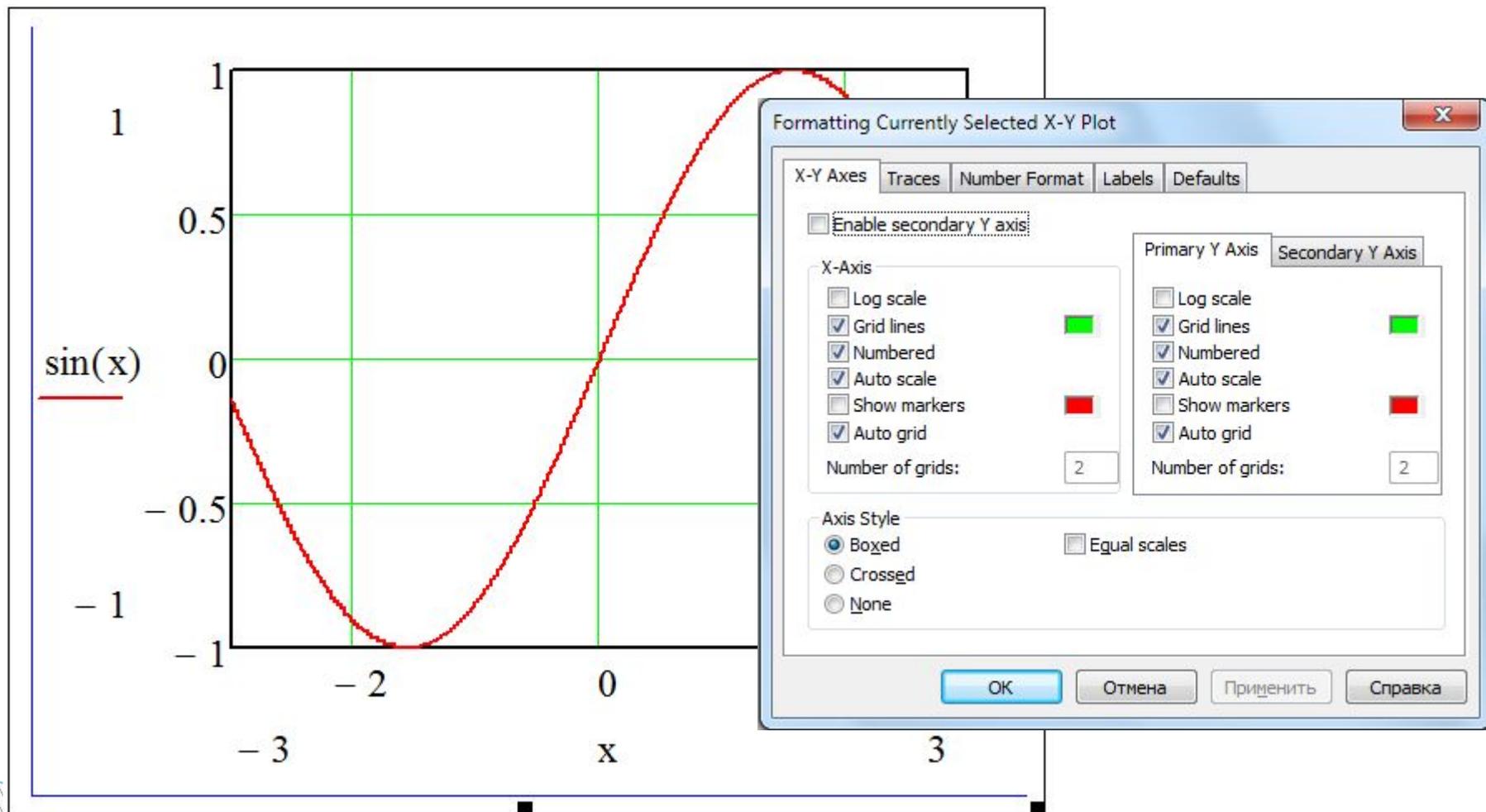
Построение графиков



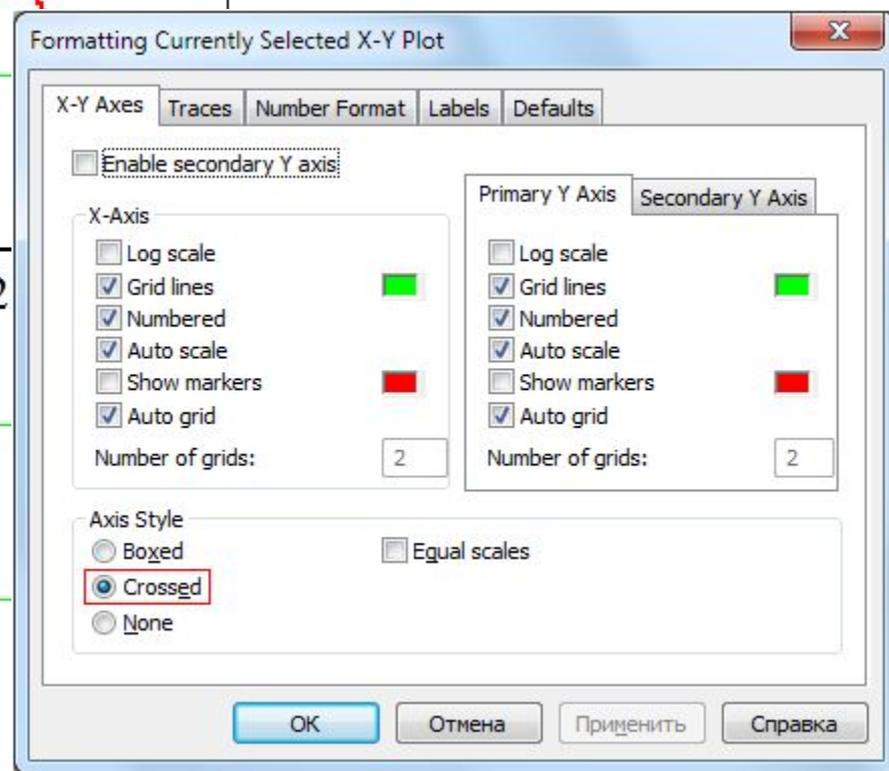
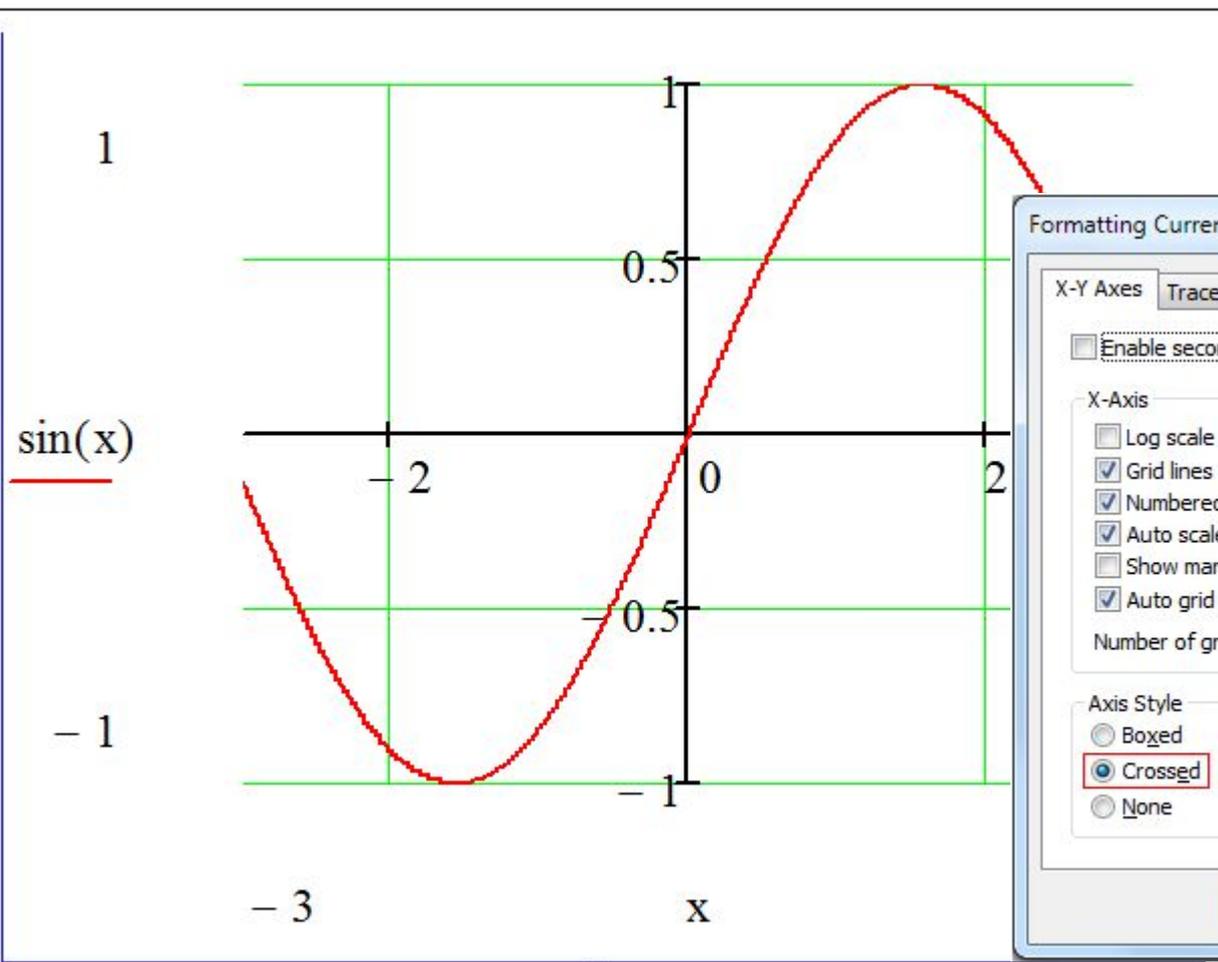
Построение графиков



Построение графиков



Построение графиков



Построение графиков

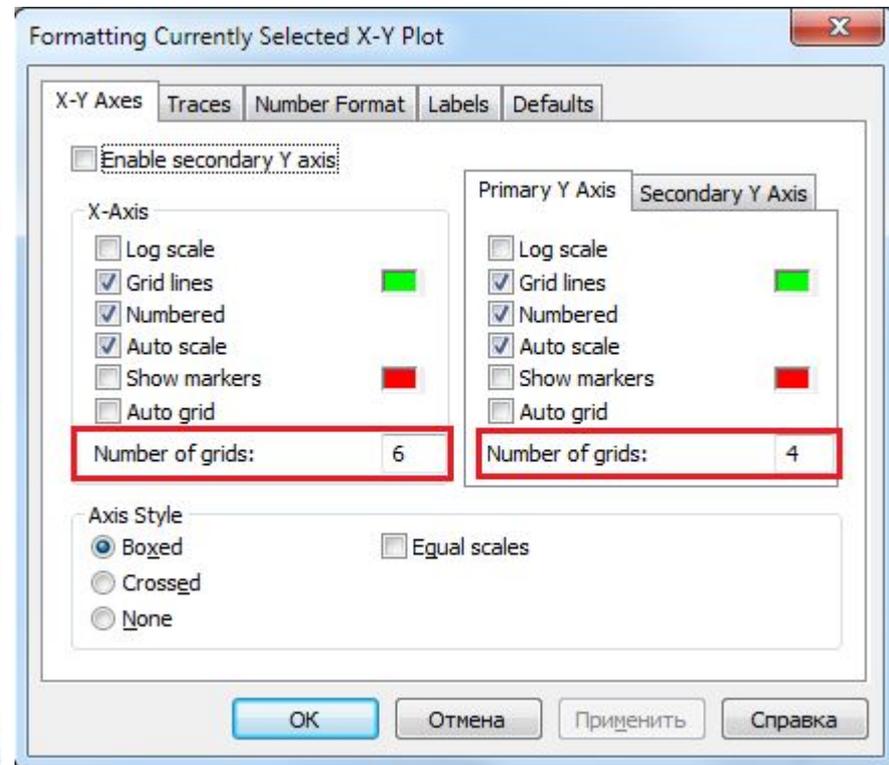
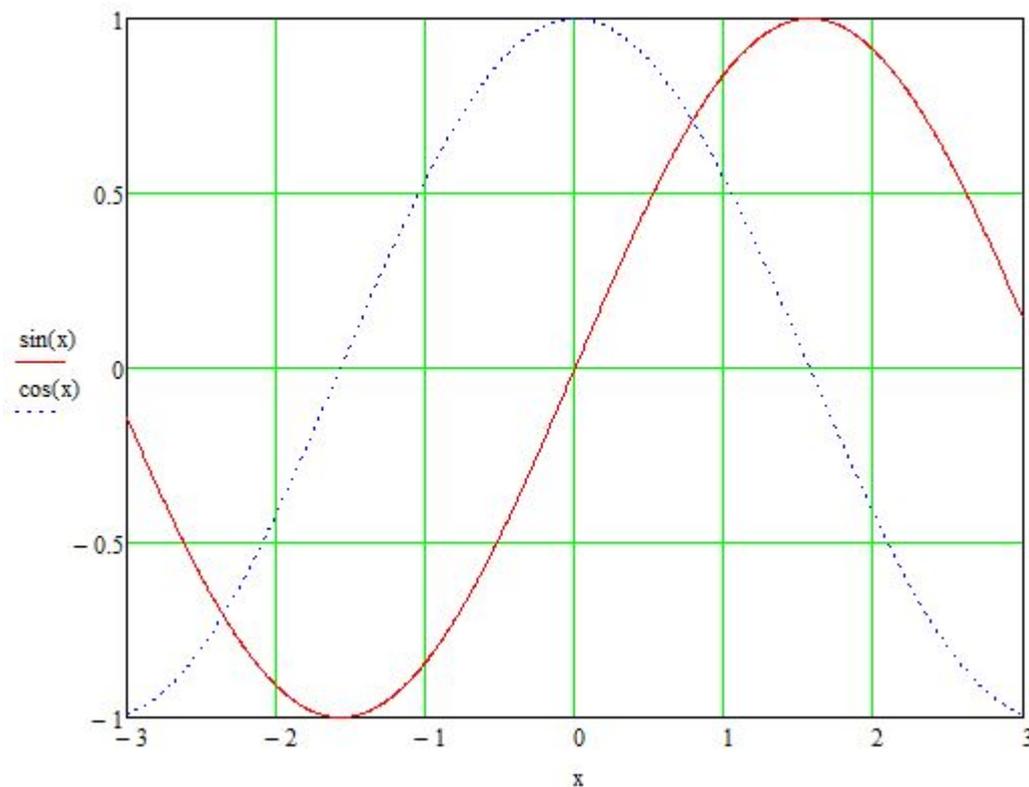


График функции, заданной параметрически

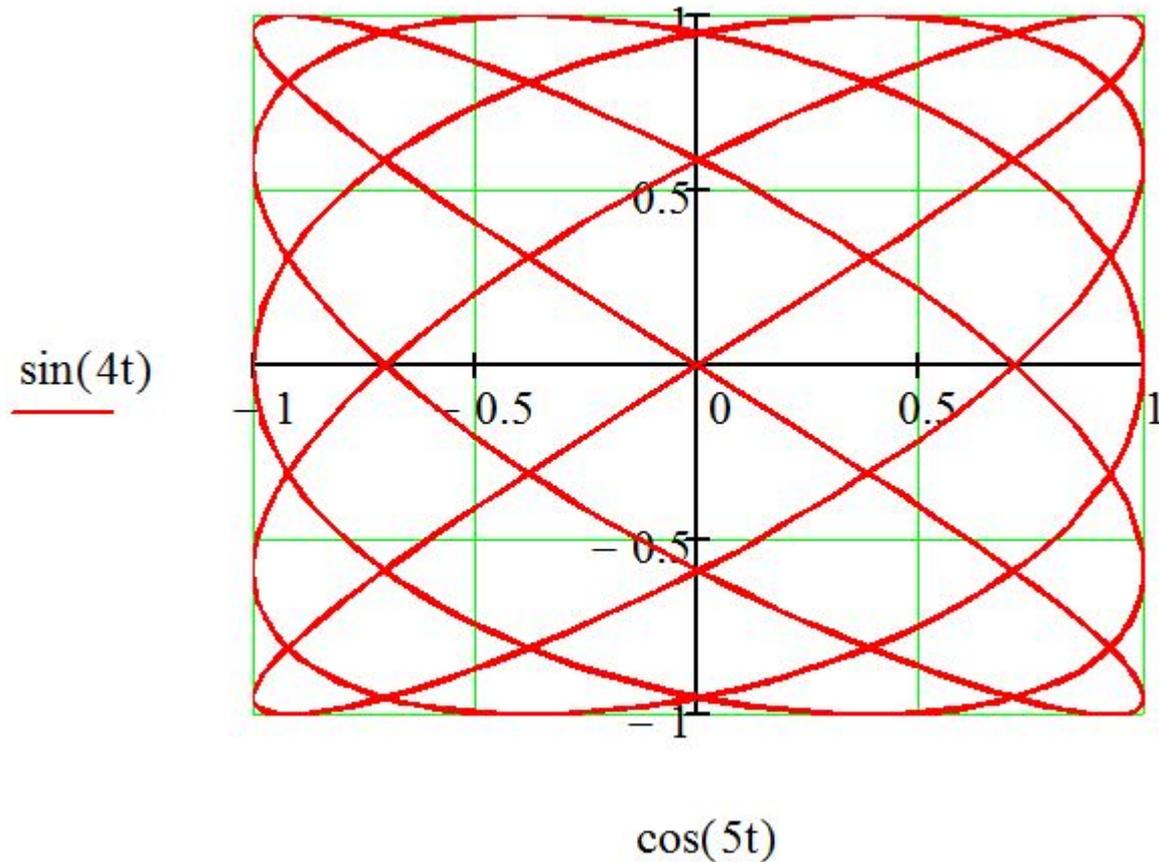
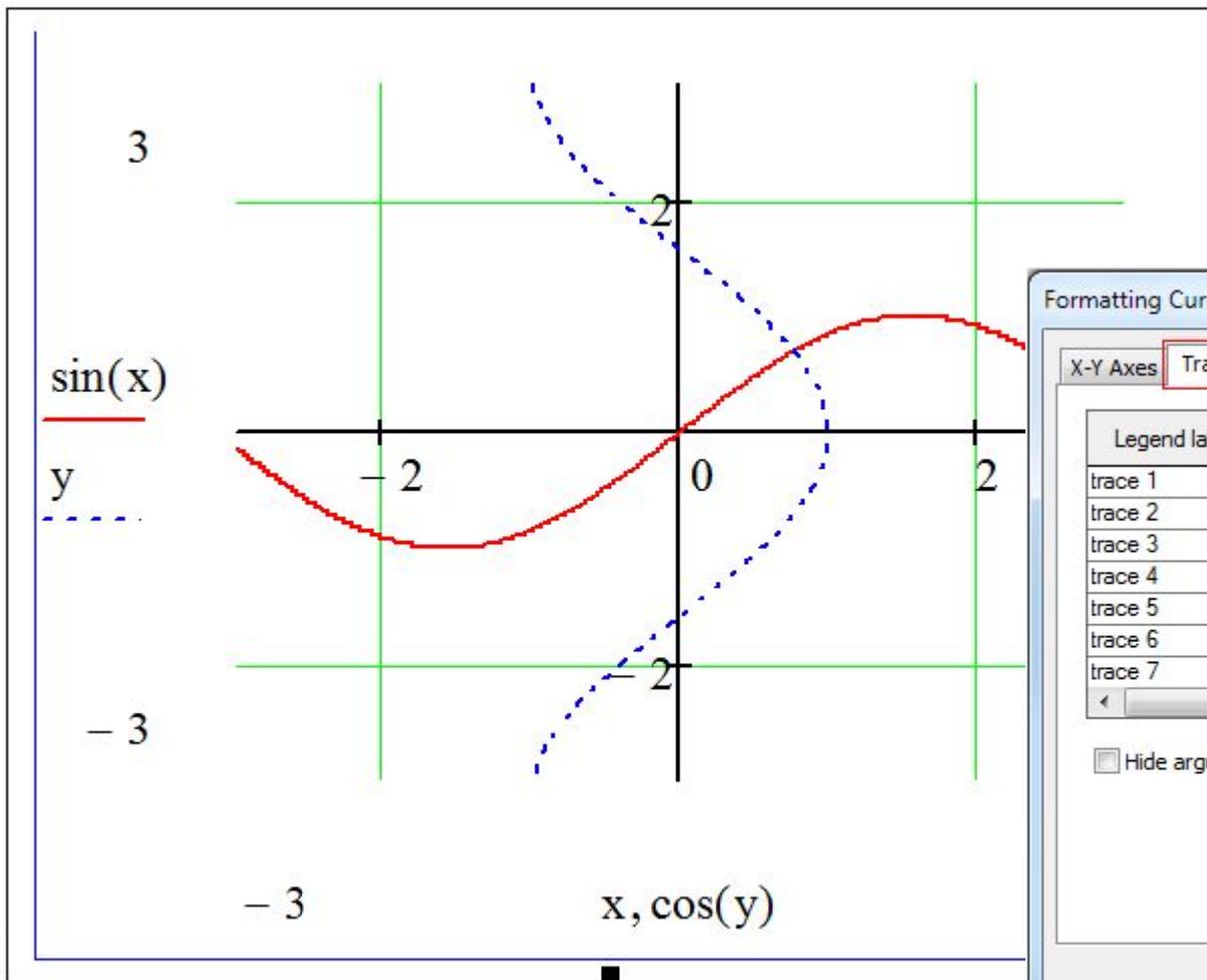


График функции, заданной явно и неявно



Formatting Currently Selected X-Y Plot

X-Y Axes **Traces** Number Format Labels Defaults

Legend label	Symbol Frequency	Symbol	Symbol Weight	Line	Line Weight	Col
trace 1	1		1	—	1	Red
trace 2	1		1	· · ·	1	Blue
trace 3	1		1	—	1	Green
trace 4	1		1	—	1	Magenta
trace 5	1		1	· · ·	1	Cyan
trace 6	1		1	- - -	1	Brown
trace 7	1		1	- - -	1	Black

Hide arguments

Hide legend

Top-left Top-right

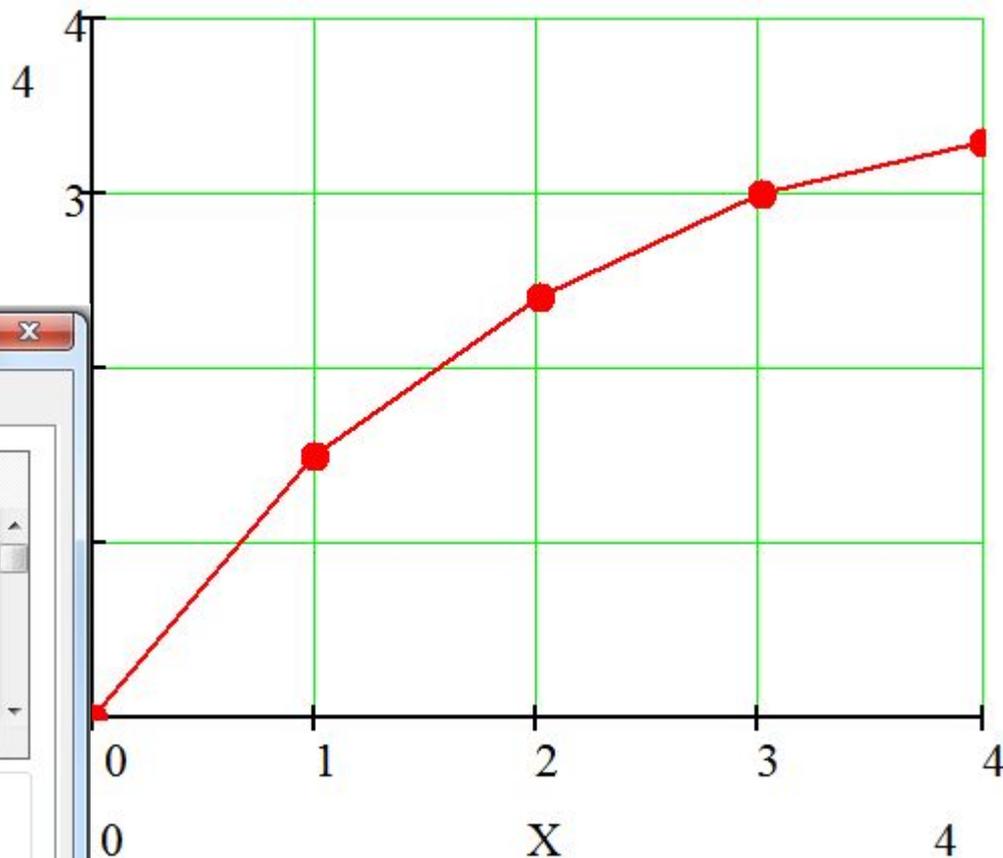
Bottom-left Bottom-right

Below

OK Отмена Применить Справка

График функции, заданной таблично

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 2.4 \\ 3 \end{pmatrix}$$



Formatting Currently Selected X-Y Plot

X-Y Axes Traces Number Format Labels Defaults

Legend label	Symbol Frequency	Symbol	Symbol Weight	Line	Line Weight	Col
trace 1	1	●	1	—	1	Red
trace 2	1		1	1	Blue
trace 3	1		1	--	1	Green
trace 4	1		1	-.-.	1	Magenta
trace 5	1		1	—	1	Cyan
trace 6	1		1	1	Brown
trace 7	1		1	--	1	Black

Hide arguments

Hide legend

Top-left

Top-right

Bottom-left

Bottom-right

Below

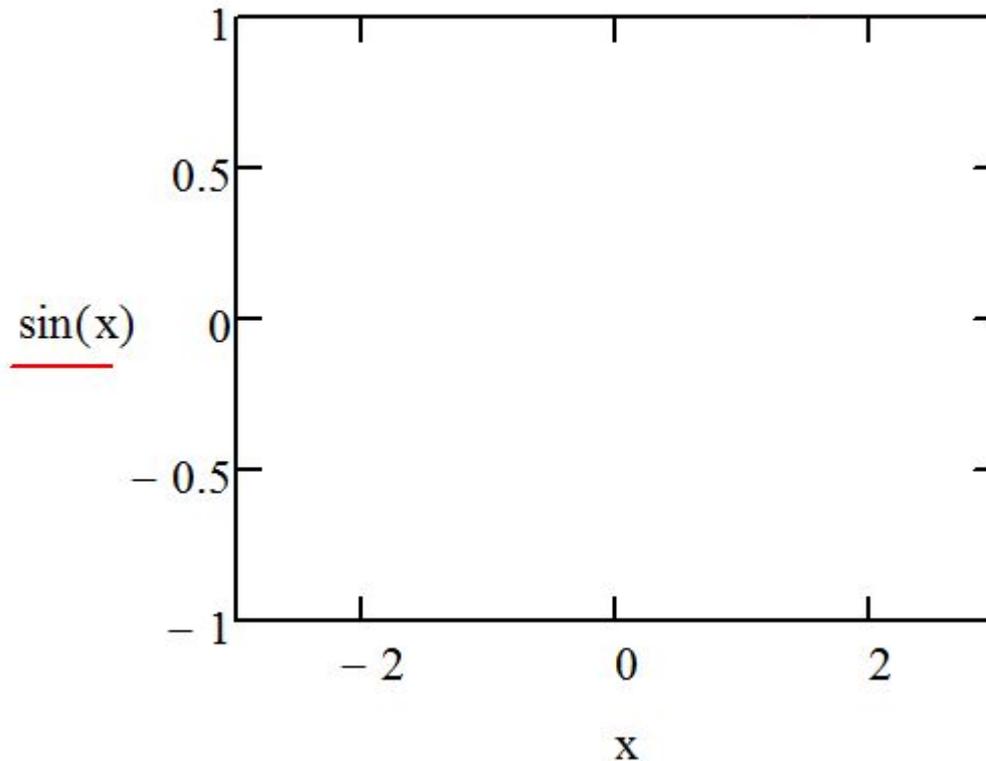
OK

Отмена

Применить

Справка

Построение графика функции



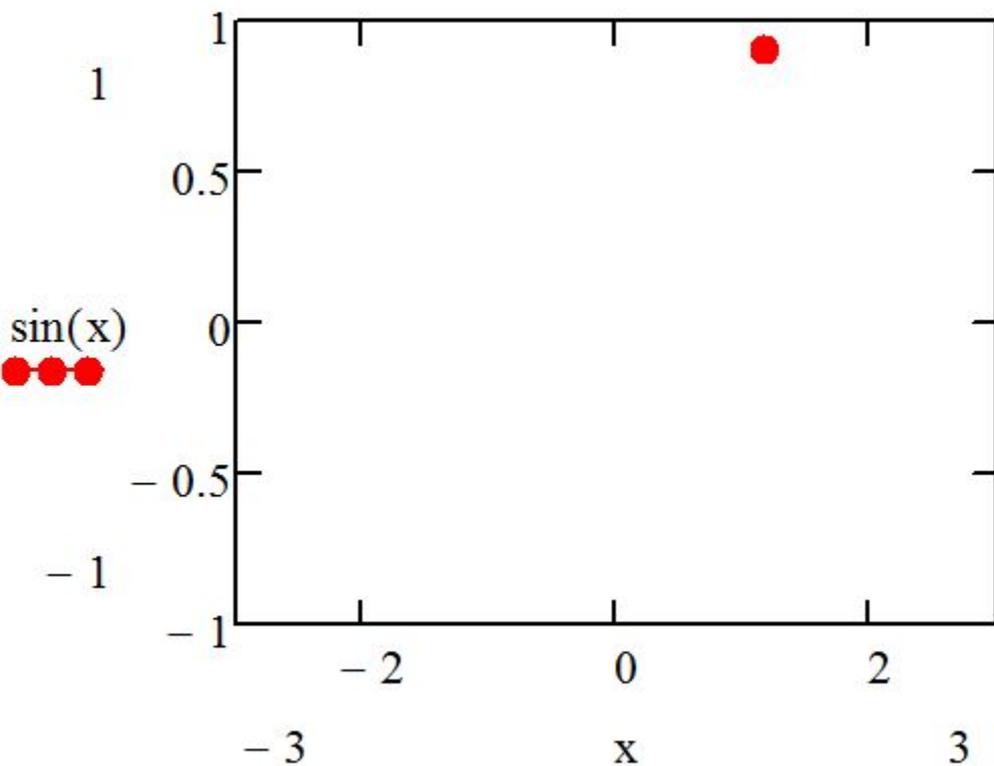
$$x = 1.15$$

Вопрос. Почему не строится график функции?

Построение графика функции

$$x = 1.15$$

$$\sin(x) = 0.913$$



Formatting Currently Selected X-Y Plot

X-Y Axes Traces Number Format Labels Defaults

Legend label	Symbol Frequency	Symbol	Symbol Weight	Line	Line Weight	Col
trace 1	1	●	1	—	1	Red
trace 2	1	×	1	...	1	Blue
trace 3	1	+	1	- -	1	Green
trace 4	1	□	1	- - -	1	Magenta
trace 5	1	◇	1	—	1	Cyan
trace 6	1	○	1	...	1	Brown
trace 7	1	△	1	- -	1	Black

Hide arguments

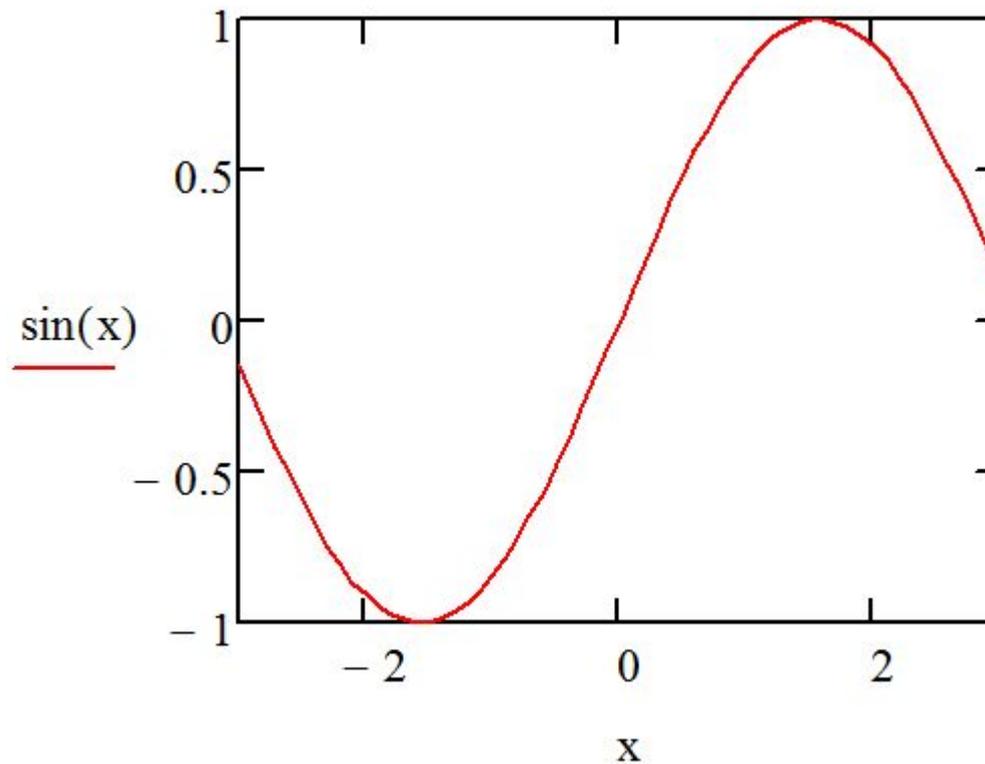
Legend

Top-left Top-right
 Bottom-left Bottom-right
 Below

OK Отмена Применить Справка

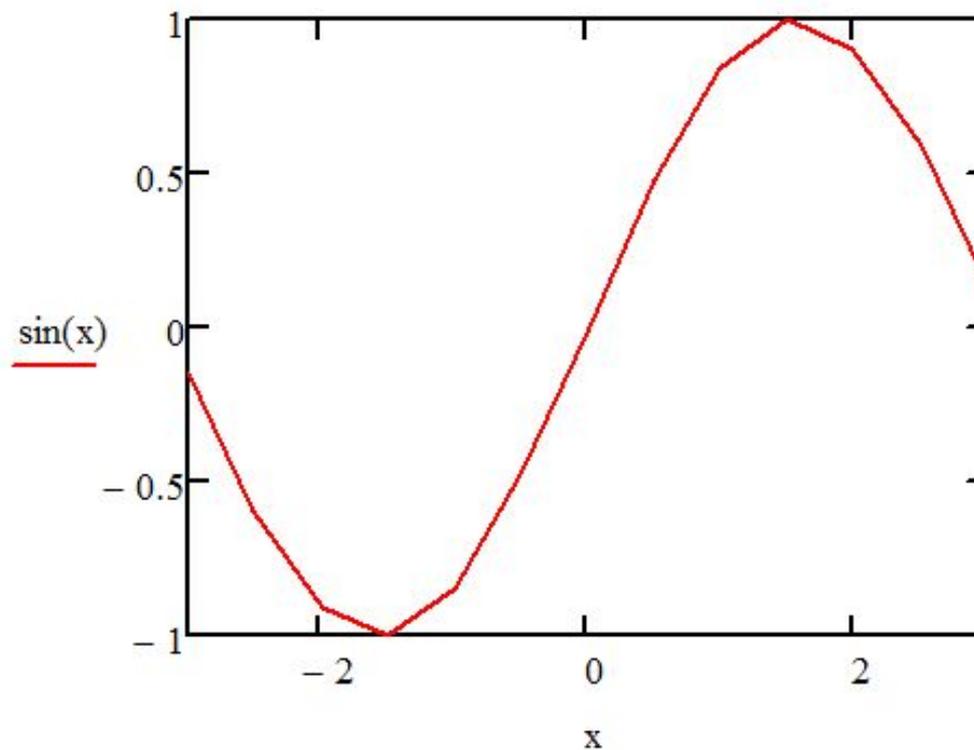
Построение графика функции

$x := -3, -2.9 \dots 3$

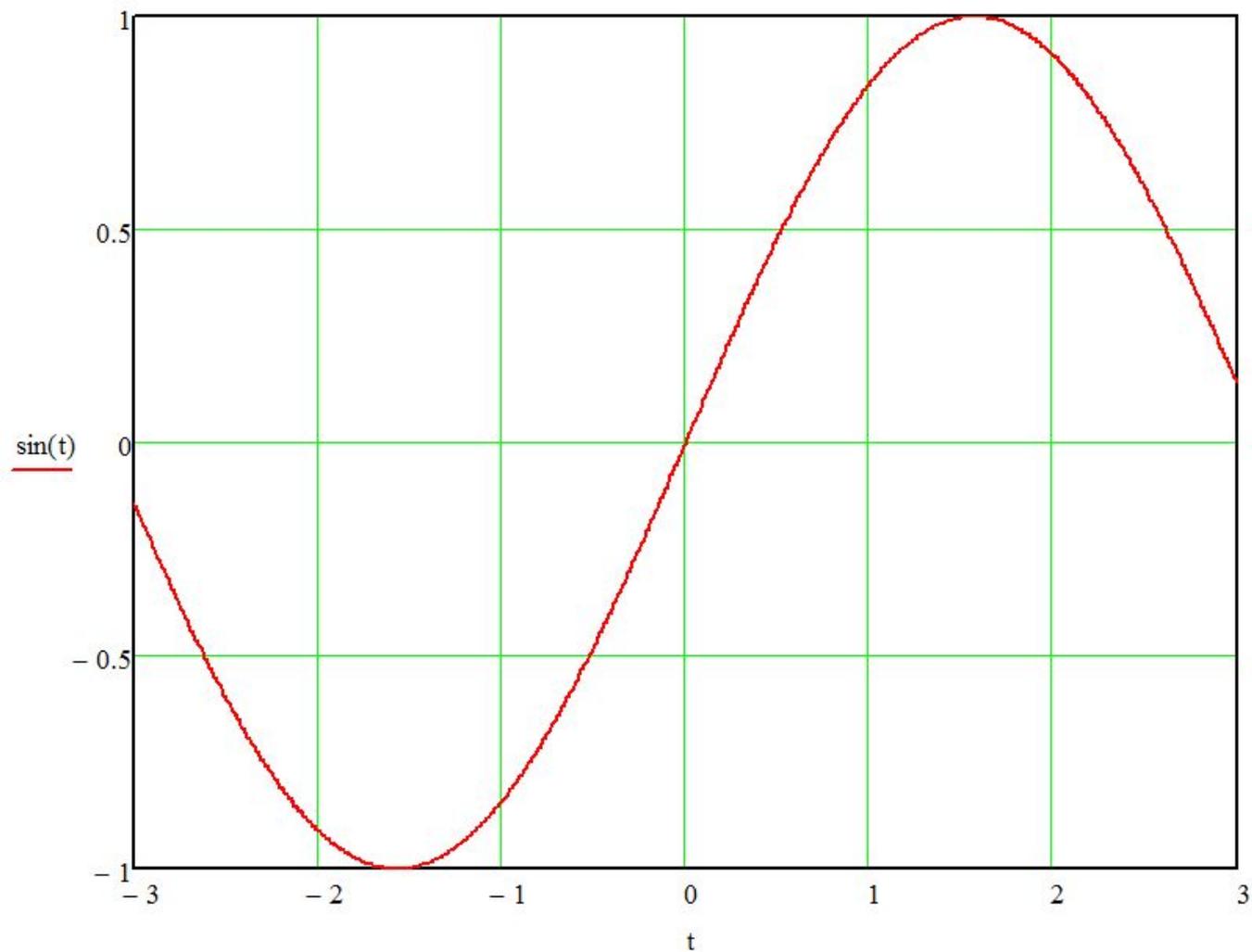


Построение графика функции

x := -3, -2.5 .. 3

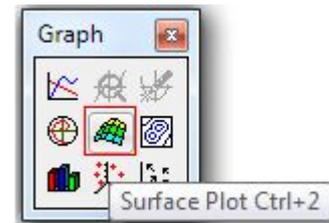
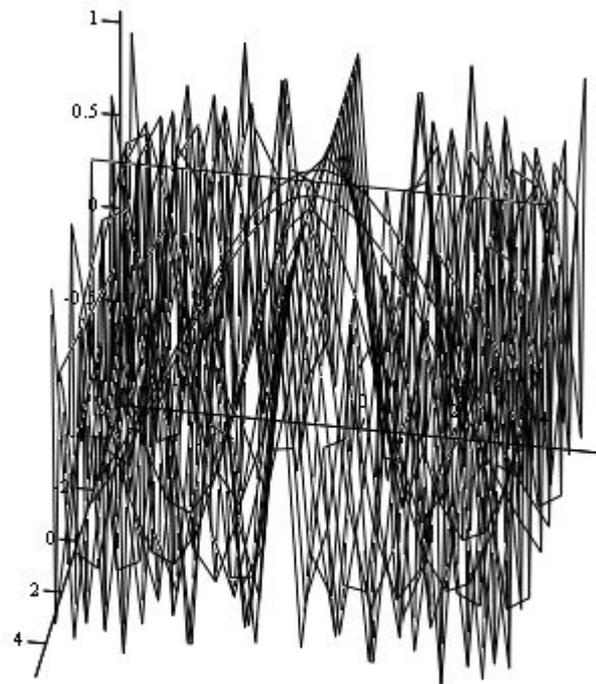


Построение графика функции



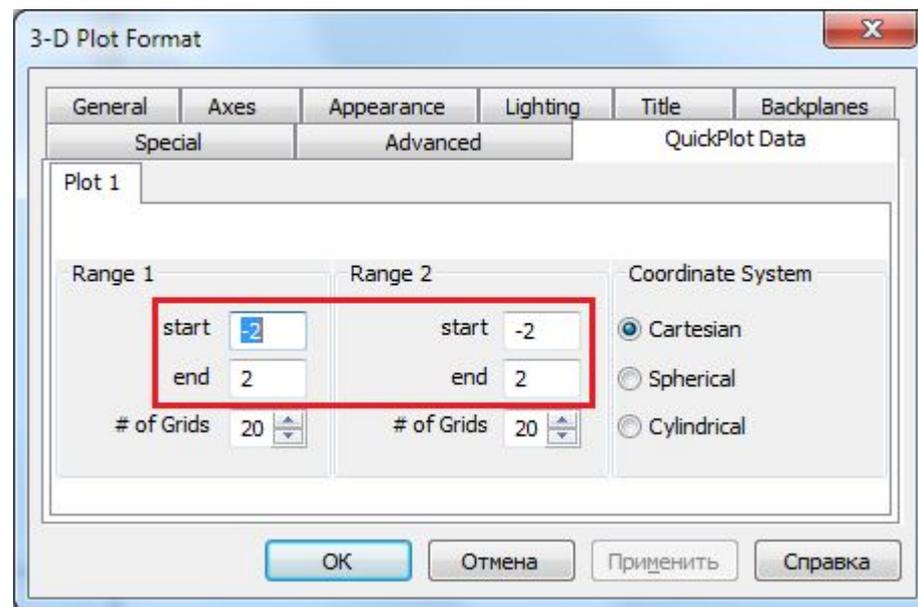
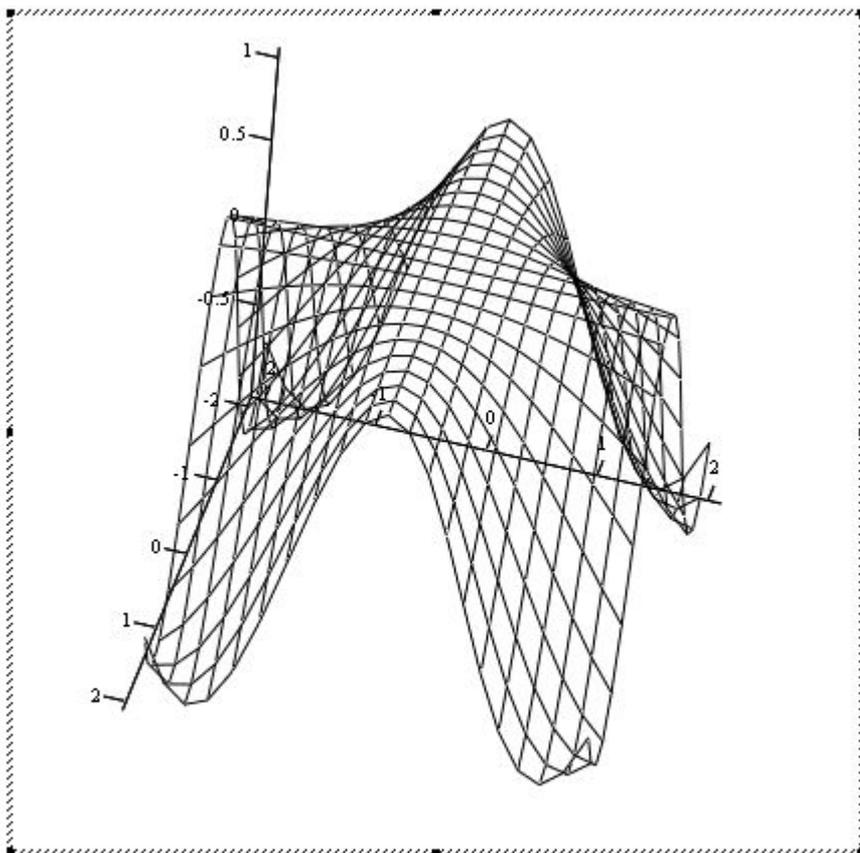
Построение 3D-графиков

$$f(x, y) := \cos(x \cdot y)$$



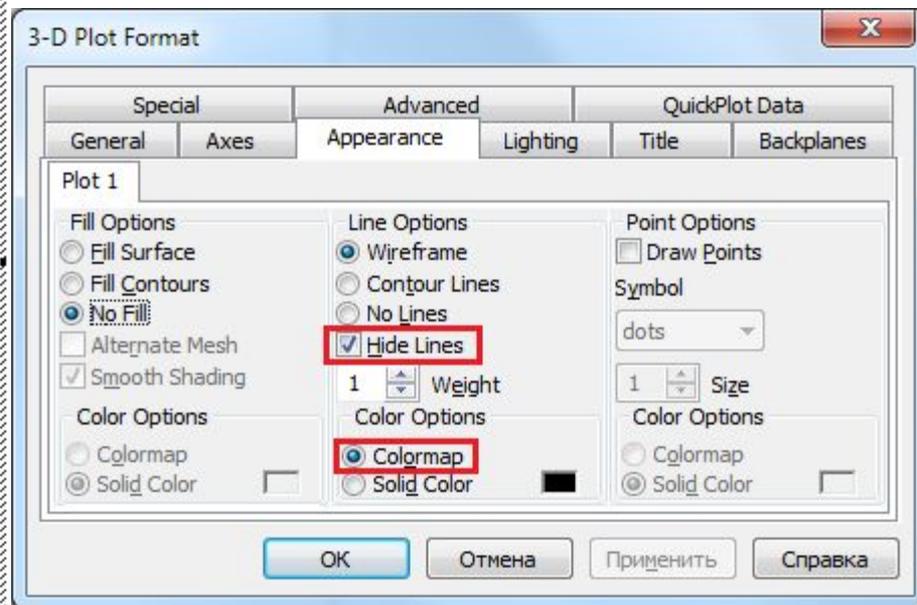
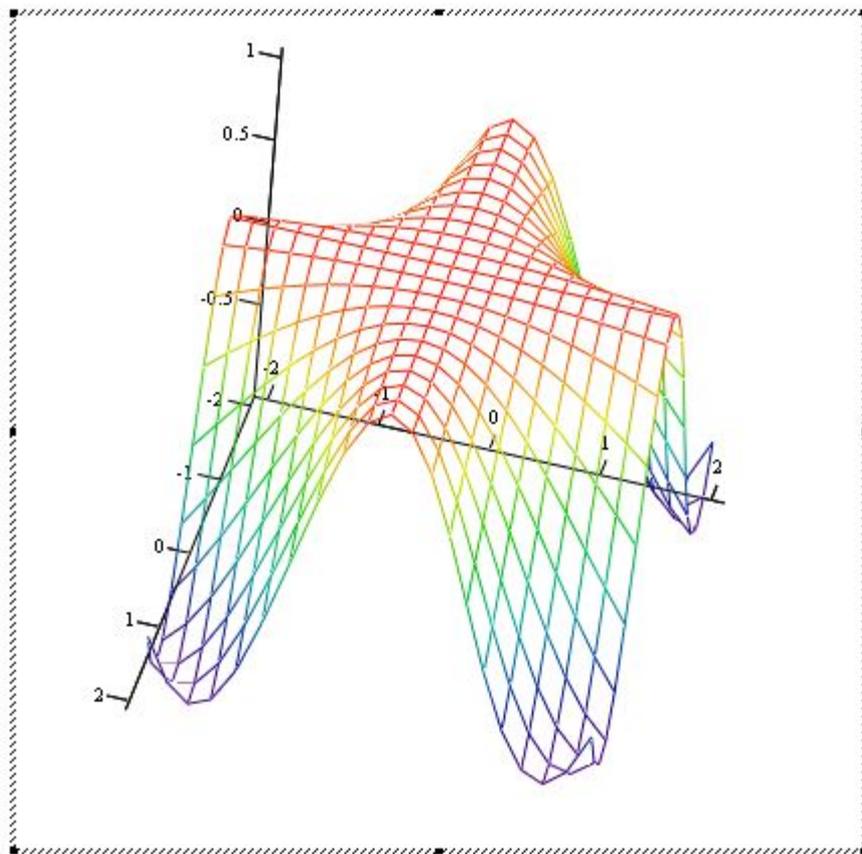
f

Построение 3D-графиков



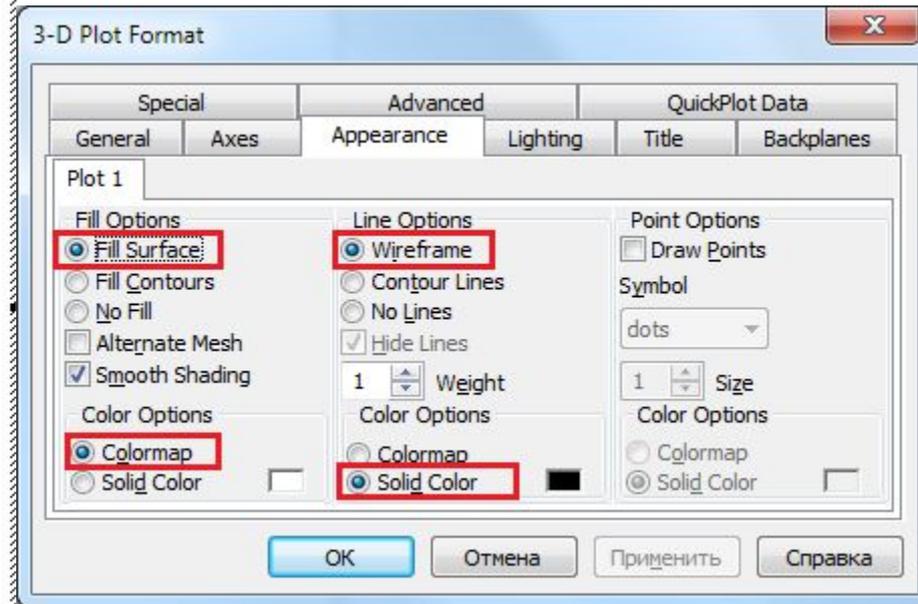
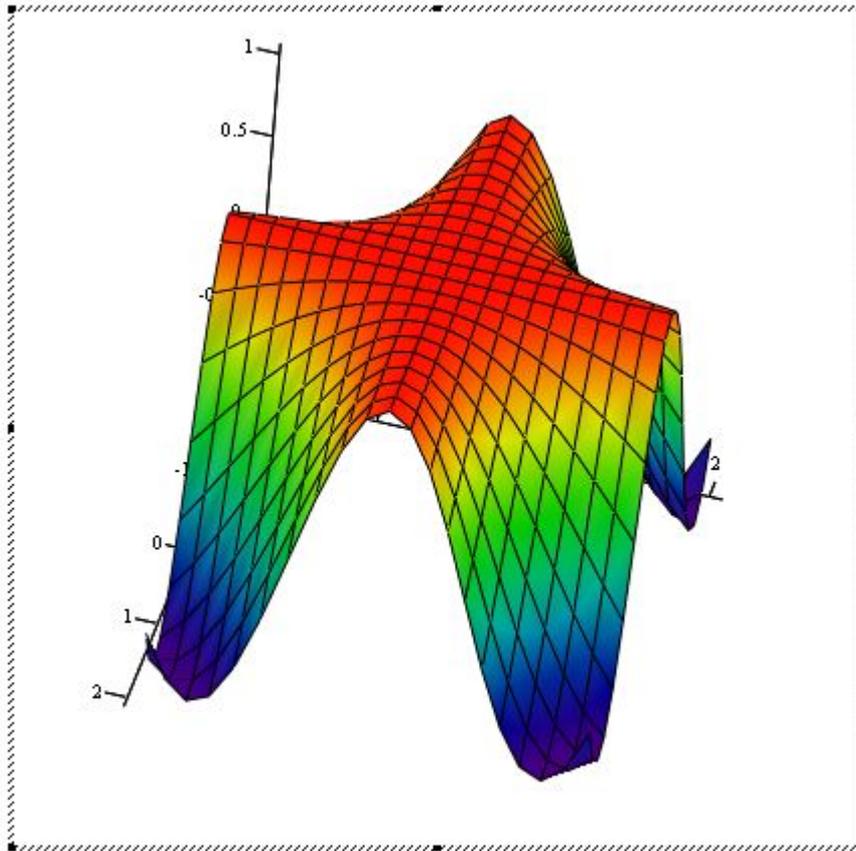
f

Построение 3D-графиков



f

Построение 3D-графиков



f

Индивидуальные задания

- 1. Вычисление интегралов**
- 2. Решение нелинейного уравнения**
- 3. Решение системы линейных уравнений**
- 4. Решение системы нелинейных уравнений**
- 5. Интерполяция**
- 6. Метод наименьших квадратов**
- 7. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений**
- 8. Программирование**

**Спасибо
за внимание!**