

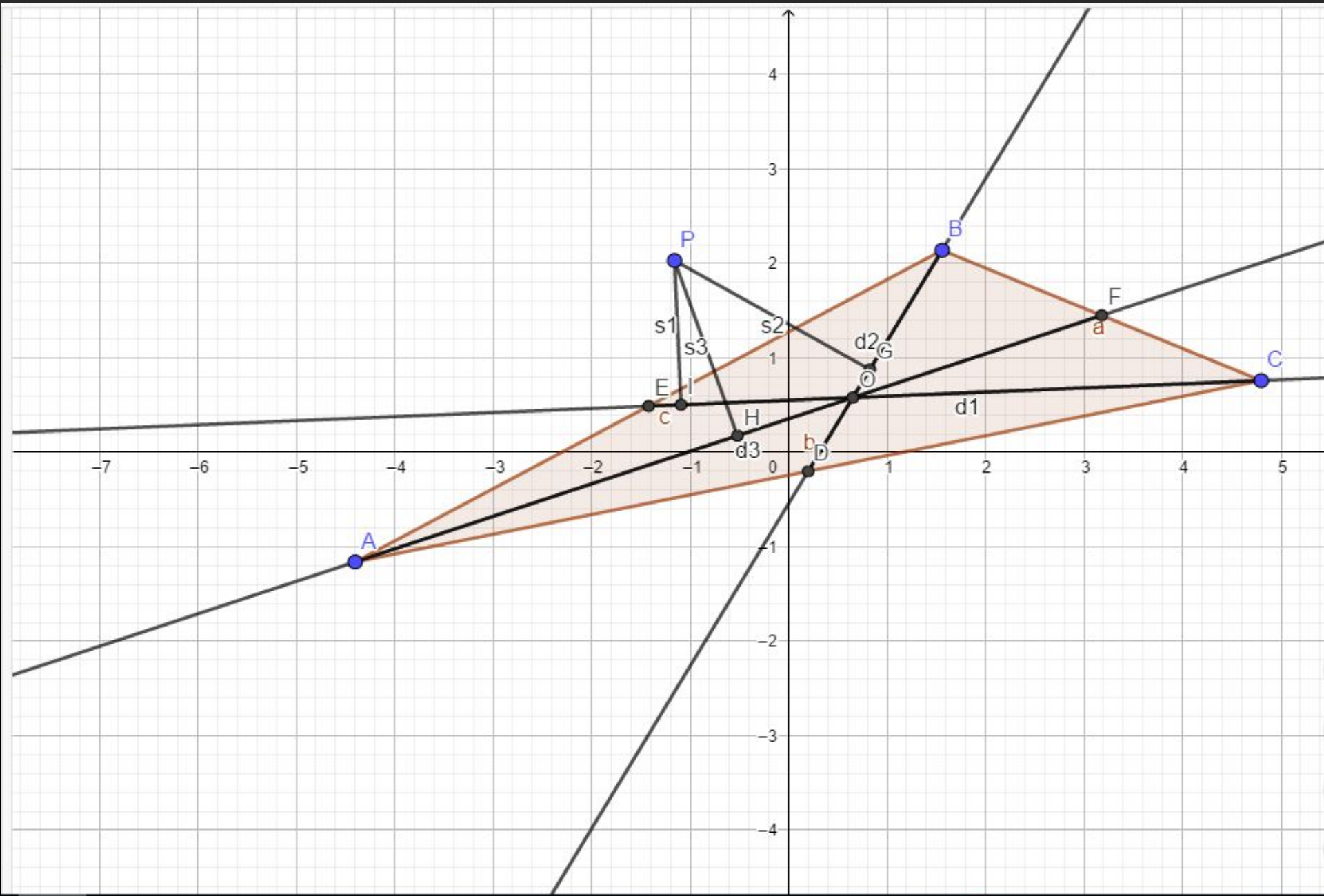
ЗАДАЧА №5 З МАТЕМАТИКИ

Команда “Леонардо”

Умова задачі

d_1, d_2, d_3 – довжини медіан трикутника, P – довільна точка площини, а s_1, s_2, s_3 – відстані від точки P до прямих, які містять відповідні медіани. Доведіть, що один із трьох добутків d_1s_1, d_2s_2, d_3s_3 дорівнює сумі двох інших.

Малюнок до умови задачі



Розв'язання

1. Виберемо один із кутів на які ділять площину три медіани та який містить в собі τ . P
2. Проведемо через τ . P пряму, яка у нашому випадку паралельна d_3 .
3. Утвориться трикутник OJK .

Розв'язання

4. У трикутнику OJK $OJ=k*d1$; $OK=k*d2$; $JK=k*d3$ так як він подібний трикутнику, який можна побудувати паралельним перенесенням медіан.

5. Звідси випливає, що площа трикутника POJ + площа трикутника POK = площі трикутника OJK .

При цьому $2*S$ трикутника $POJ = k*d1*s1$;

$2*S$ трикутника $POK = k*d2*s2$; $2*S$ трикутника $OJK = k*d3*s3$.

Отже $d2*s2 + d1*s1 = d3*s3$.