

---

## Переменный ток

---

Электрический ток, величина и направление которого изменяются во времени. Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания можно рассматривать как протекание переменного тока в цепи, содержащей резистор, катушку индуктивности и конденсатор.

---

### Цепь переменного тока

---

Цепь, содержащая резистор, катушку индуктивности и конденсатор, к которой приложено переменное напряжение

$$U = U_m \cos \omega t.$$

[ $U_m$  — амплитудное значение напряжения]

---

### Квазистационарность переменного тока

---

Для переменного тока мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи практически одинаковы, так как их изменения происходят достаточно медленно, а электромагнитные возмущения распространяются по цепи со скоростью, равной скорости света.

◆ Для мгновенных значений квазистационарных токов выполняются закон Ома и вытекающие из него правила Кирхгофа, которые будут использованы применительно к переменным токам (эти законы уже использовались при рассмотрении электромагнитных колебаний).

## 4.32 Резистор с сопротивлением $R$ в цепи переменного тока

Напряжение, приложенное к концам участка цепи (рисунок *a*)

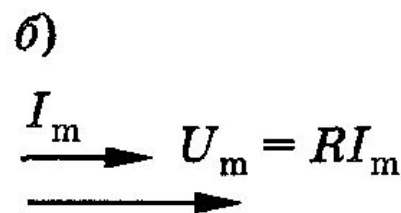
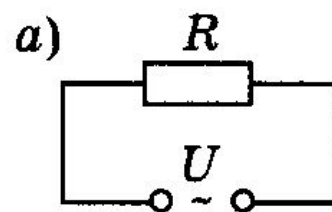
$$U = U_m \cos \omega t$$

Ток через резистор

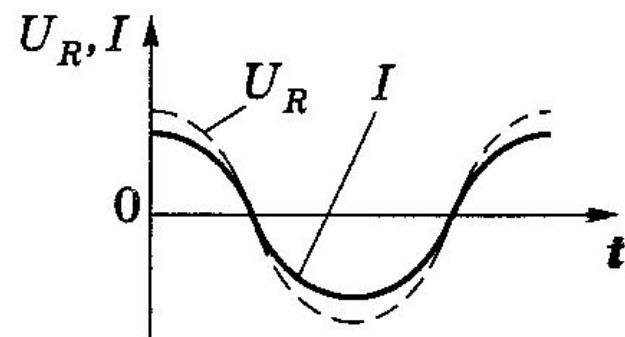
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t$$

Амплитуда силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$



Графики напряжения и тока в цепи, содержащей только резистор



На рисунке *б* дана векторная диаграмма амплитудных значений силы тока  $I_m$  и напряжения  $U_m$  на резисторе (сдвиг фаз между  $I_m$  и  $U_m$  равен нулю).

## 4.33 Конденсатор с емкостью $C$ в цепи переменного тока

Напряжение, приложенное к концам участка цепи (рисунок *a*)

$$U = U_m \cos \omega t$$

Падение напряжения на конденсаторе

$$U_c = \frac{Q}{C} = U_m \cos \omega t$$

Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Амплитудное значение силы тока

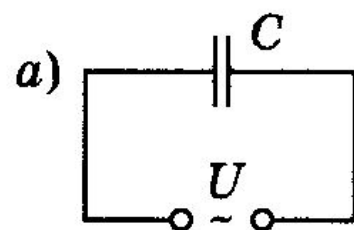
$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/\omega C}$$

$R_c = \frac{1}{\omega C}$  — реактивное емкостное сопротивление.

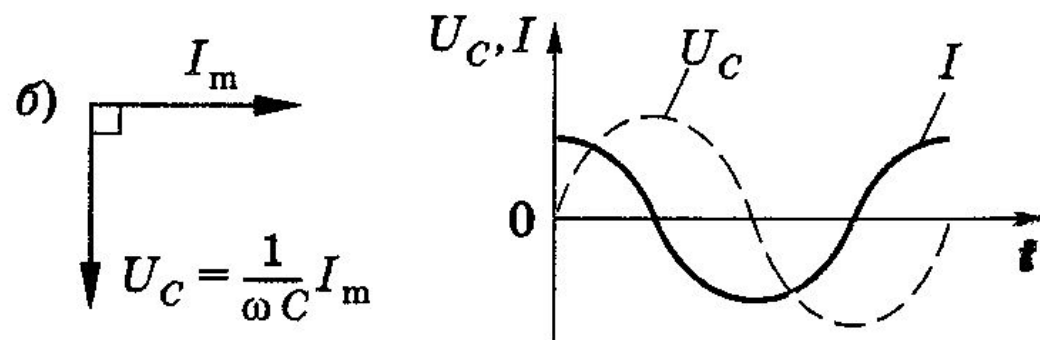
Падение напряжения на конденсаторе

$$U_c = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t$$

Падение напряжения  $U_c$  отстает по фазе от тока  $I$  на  $\pi/2$ , что и показано на векторной диаграмме (рисунок *б*) и на графиках.



Графики напряжения и тока в цепи, содержащей только конденсатор



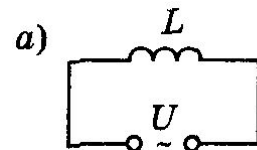
#### 4.34 Катушка с индуктивностью $L$ в цепи переменного тока

Напряжение, приложенное к концам участка цепи (рис. а)

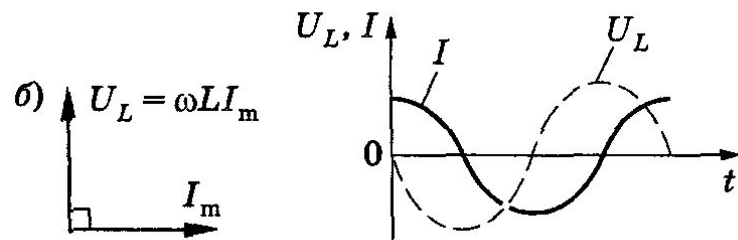
$$U = U_m \cos \omega t$$

Закон Ома для рассматриваемого участка цепи

$$U = -\mathcal{E}_s,$$
$$U_m \cos \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0,$$
$$L \frac{dI}{dt} = U_m \cos \omega t \quad (*)$$



Графики напряжения и тока в цепи, содержащей только катушку



Падение напряжения на катушке

$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

Поскольку внешнее напряжение приложено к катушке индуктивности.

Сила тока

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

После интегрирования выражения  $dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt$ , получаемого из формулы (\*).

Амплитудное значение силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}$$

$R_L = \omega L$  — реактивное индуктивное сопротивление.

Падение напряжения на катушке индуктивности

$$U_L = \omega L I_m \cos \omega t$$

Падение напряжения  $U_L$  опережает по фазе ток  $I$ , текущий через катушку, на  $\pi/2$ , что и показано на векторной диаграмме (рисунок б) и на графиках.

## 4.36 Последовательное $RLC$ -соединение

Напряженне, приложенное к концам участка цепи (рисунок *a*)

$$U = U_m \cos \omega t$$

Сумма мгновенных значений падений напряжений на элементах цепи

$$U_R + U_L + U_C = U$$

[ $U_R$ ,  $U_L$  и  $U_C$  — соответствующие падения напряжений на сопротивлении, катушке индуктивности и конденсаторе]

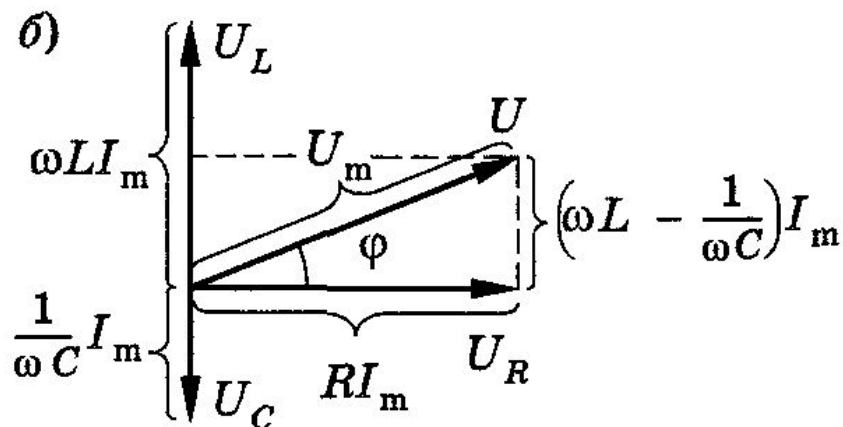
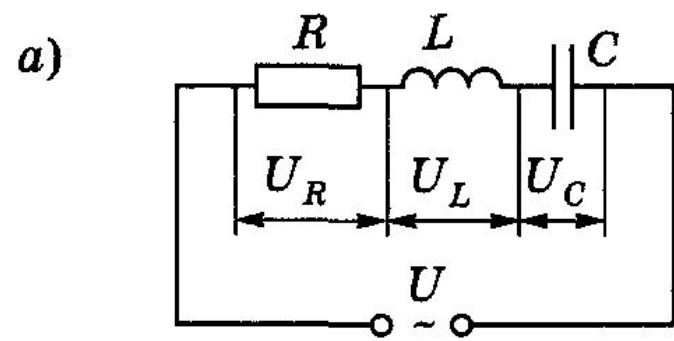
Амплитуда  $U_m$  приложенного напряжения

Равна векторной сумме амплитуд всех падений напряжения в цепи (рисунок *б*).

Разность фаз между напряжением и силой тока

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (*)$$

(см. рисунок *б*)



## Амплитудное значение силы тока

---

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

(см. рисунок б):

$$(RI_m)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)I_m\right]^2 = U_m^2.$$

## Сила тока в цепи

---

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

Сдвиг по фазе  $\varphi$  между током  $I$  и приложенным напряжением  $U$  определяется формулой (\*).

## Полное сопротивление цепи

---

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

## Реактивное сопротивление

---

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

[ $R$  — активное сопротивление;  $R_L$  — реактивное индуктивное сопротивление;  $R_C$  — реактивное емкостное сопротивление 4.34]

## 4.37 Резонанс напряжений (последовательный резонанс)

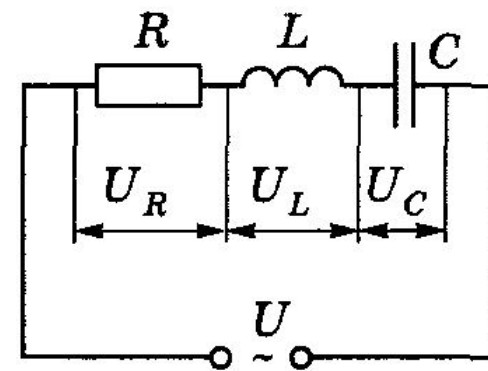
Цепь для наблюдения резонанса напряжений

Последовательное  $RLC$ -соединение (см. рисунок).

Условие наблюдения резонанса

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} : \begin{cases} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = 0, \\ Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = R \end{cases}$$

4.36



## Следствия данного условия

Сдвиг фаз между током и напряжением обращается в нуль: *изменения тока и напряжения происходят синфазно*. Полное сопротивление равно активному сопротивлению, т. е. ток в цепи определяется только активным сопротивлением, принимая максимальные (возможные при данном  $U_m$ ) значения.

## Резонансная частота

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

## Резонанс напряжений (последовательный резонанс)

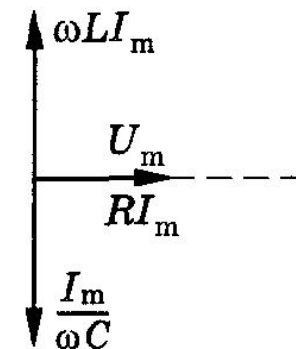
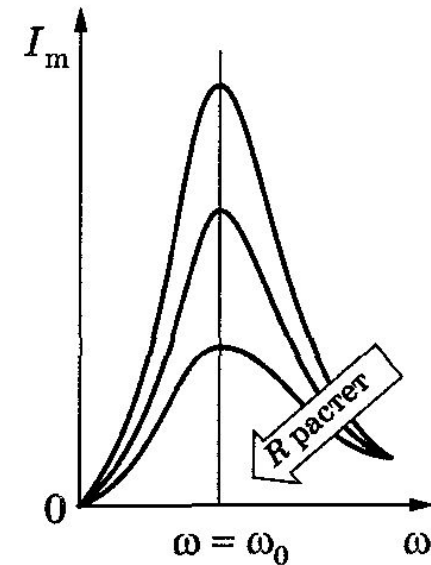
Явление резкого возрастания амплитуды силы тока в контуре при совпадении циклической частоты  $\omega$  внешнего переменного напряжения с собственной частотой  $\omega_0$  колебательного контура.

Отчетливо резонанс проявляется при малом активном сопротивлении.

## Векторная диаграмма для резонанса напряжений

$$(U_L)_{\text{рез}} = (U_C)_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_m$$

Падение напряжения на активном сопротивлении  $U_R$  равно внешнему напряжению  $U$ , а падения напряжений на конденсаторе ( $U_C$ ) и катушке индуктивности ( $U_L$ ) одинаковы по амплитуде и противоположны по фазе.

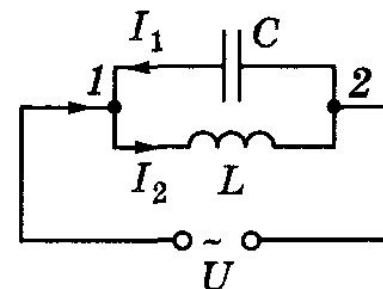




## 4.38 Резонанс токов (параллельный резонанс)

### Цепь для наблюдения резонанса токов

Цепь переменного тока содержит параллельно включенные конденсатор емкостью  $C$  и катушку индуктивностью  $L$ . Приложенное к цепи напряжение  $U = U_m \cos \omega t$ . Активным сопротивлением обеих ветвей пренебрегаем.



Ветвь 1C2	Ветвь 1L2
$I_1 = I_{m_1} \cos(\omega t - \varphi_1),$ $I_{m_1} = \frac{U_m}{1/\omega C}.$ <p>(Учли, что <math>R = 0</math> и <math>L = 0</math>).</p> $\operatorname{tg} \varphi_1 = -\infty,$ $\varphi_1 = \left(2n + \frac{3}{2}\right)\pi, \text{ где } n = 1, 2, \dots$	$I_2 = I_{m_2} \cos(\omega t - \varphi_2),$ $I_{m_2} = \frac{U_m}{\omega L}.$ <p>(Учли, что <math>R = 0</math> и <math>C = \infty</math>).</p> $\operatorname{tg} \varphi_2 = +\infty,$ $\varphi_2 = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi, \text{ где } n = 1, 2, \dots$

Разность фаз токов в ветвях:  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , т. е. токи в ветвях противоположны по фазе. Амплитуда силы тока во внешней (неразветвленной) цепи

$$I_m = |I_{m_1} - I_{m_2}| = U_m \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right|.$$

Если  $\omega = \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , то  $I_{m_1} = I_{m_2}$  и  $I_m = 0$ .

## Резонанс токов (параллельный резонанс)

---

Явление резкого уменьшения амплитуды силы тока во внешней цепи, питающей параллельно включенные конденсатор и катушку индуктивности, при приближении частоты  $\omega$  приложенного напряжения к резонансной частоте  $\omega_{\text{рез}}$ .

Амплитуда силы тока  $I_m$  оказалась равна нулю потому, что активным сопротивлением контура пренебрегли. Если учесть сопротивление  $R$ , то разность фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$  не будет равна  $\pi$ , поэтому при резонансе токов амплитуда силы тока  $I_m$  будет отлична от нуля, но примет наименьшее возможное значение.

## 4.39 Мгновенная и средняя мощность

### Мгновенное значение мощности

$$P(t) = U(t)I(t)$$

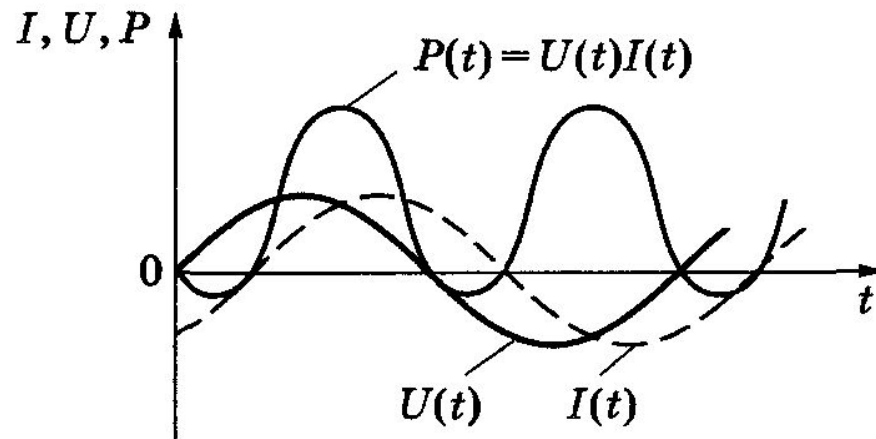
Определяется произведением мгновенных значений напряжения и силы тока.

$$P(t) = I_m U_m \cos(\omega t - \varphi) \cos \omega t = I_m U_m (\cos^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi)$$

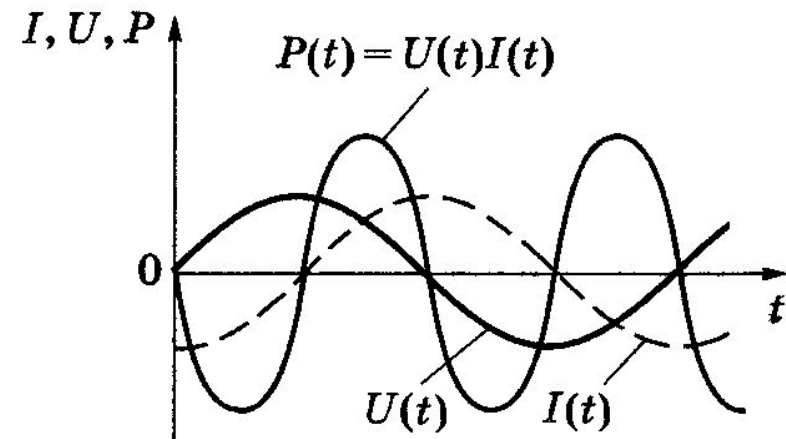
$$U = U_m \cos \omega t; \quad I = I_m \cos(\omega t - \varphi) \quad 4.38.$$

### Сила тока, напряжение и мгновенная мощность

$$\varphi = \frac{T}{8}$$



$$\varphi = \frac{T}{4}$$



## Средняя мощность

---

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi$$

Так как  $\langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$ , то  $\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$ .

$U_m \cos \varphi = RI_m$  (векторная диаграмма, 4.36).

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} RI_m^2$$

Такую же мощность развивает постоянный ток  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ .

Практический интерес представляет именно средняя мощность за период колебания. Записанную формулу можно получить и так:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi) dt = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi.$$

**Действующее (эффективное) значение тока**

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Среднее квадратичное значение силы тока за период  $T$  его изменения:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t - \varphi) dt}.$$

**Действующее (эффективное) значение напряжения**

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Среднее квадратичное значение напряжения за период  $T$  его изменения:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \cos^2(\omega t - \varphi) dt}.$$

Амперметры и вольтметры градуируются по действующим значениям тока и напряжения.

[ $I_m$  и  $U_m$  — амплитудные значения силы тока и напряжения]

**Средняя мощность**

$$\langle P \rangle = IU \cos \varphi$$

Учли действующие значения тока и напряжения.

**Коэффициент мощности**

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right]^2}}$$

См. векторную диаграмму **1.36**.

Мощность, выделяемая в цепи переменного тока, в общем случае зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между ними. Если в цепи реак-

тивное сопротивление отсутствует, то  $\cos \varphi = 1$  и  $P = IU$ . Если цепь содержит только реактивное сопротивление ( $R = 0$ ), то  $\cos \varphi = 0$  и средняя мощность равна нулю, какими бы большими ни были ток и напряжение.

## **4.41** Волновой процесс (волна)

---

### **Сплошная среда**

---

Среда, непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

### **Волновой процесс (волна)**

---

Процесс распространения колебаний в сплошной среде. При распространении волны *частицы среды колеблются около своих равновесных положений.*

### **Основное свойство всех волн**

---

Вместе с волной от частицы к частице среды передается состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основное свойство всех волн, независимо от их природы, — перенос энергии без переноса вещества.

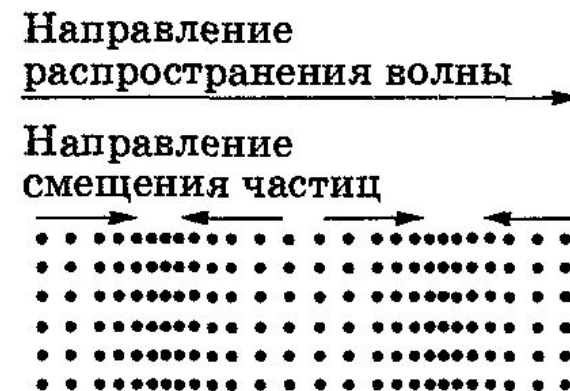
## 4.42 Основные типы волн

Признак	Типы волн	Пояснение или определение
По физической природе	Механические	Частные случаи — упругие волны, в том числе звуковые и сейсмические. <i>Упругие волны</i> — механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде
	Волны на поверхности жидкости	
	Электромагнитные	Частные случаи — радиоволны, свет, рентгеновское излучение и др.
По ориентации возмущений относительно направления распространения волны	Продольные	4.43
	Поперечные	4.43
По характеру распространения	Линейные, или одномерные	Волны, распространяющиеся вдоль прямой линии (например, поперечные волны в натянутой струне или продольные волны в трубе, заполненной газом)
	Поверхностные, или двумерные	Волны, распространяющиеся на границе раздела двух сред (например, волны на воде)
	Пространственные, или трехмерные	Волны, распространяющиеся во всех направлениях (например, волны, возбуждаемые землетрясением в толще Земли)
По форме волновых поверхностей	Плоские	4.44
	Сферические	4.44

## 4.43 Продольные и поперечные волны

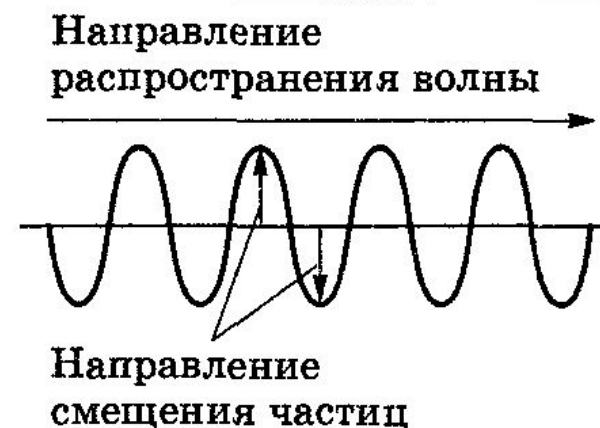
### Продольные волны

Волны, в которых частицы среды колеблются в направлении распространения волны. Продольные волны могут распространяться в среде, где возникают упругие силы при *деформациях сжатия и растяжения*, т. е. в твердых телах, жидкостях и газах.



### Поперечные волны

Волны, в которых частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны. Поперечные упругие волны могут распространяться в среде, где возникают упругие силы при *деформации сдвига*, т. е. в твердых телах.





## **Однородная среда**

---

Среда, физические свойства которой не изменяются от точки к точке среды.

## **Изотропная среда**

---

Среда, физические свойства которой (например, скорость распространения данной волны) одинаковы во всех направлениях.

## **Волновой фронт**

---

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ .

◆ Форма фронта волны определяется конфигурацией источника и свойствами среды.

## **Волновая поверхность**

---

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

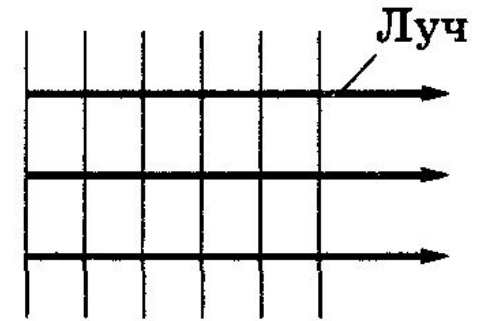
◆ В случае *однородной и изотропной среды* волновой фронт является одной из волновых поверхностей.

## Луч

---

Линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением распространения волны.

В случае *однородной* и *изотропной среды* луч — прямая, перпендикулярная волновой поверхности и совпадающая с направлением переноса энергии волной.



## Плоские волны

---

Волны, для которых волновые поверхности — совокупность параллельных плоскостей, перпендикулярных направлению распространения волны.

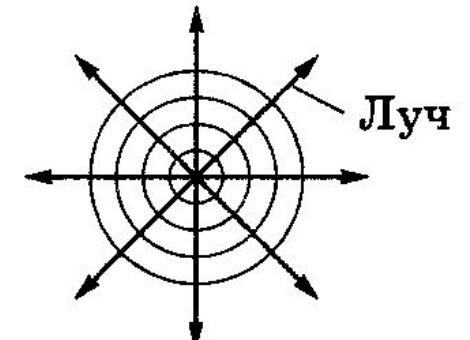
Лучи в данном случае — параллельные прямые, совпадающие с направлением скорости распространения волны.

## Сферические волны

---

Волны, для которых волновые поверхности — совокупность концентрических сфер.

Лучи в данном случае направлены вдоль радиусов сфер от центра, где расположен источник волны.



## Гармоническая волна

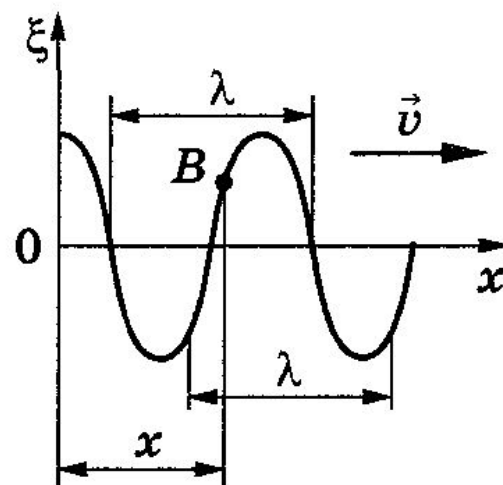
---

Упругая волна называется *гармонической*, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

### График гармонической поперечной волны, распространяющейся со скоростью $v$ вдоль оси $x$

---

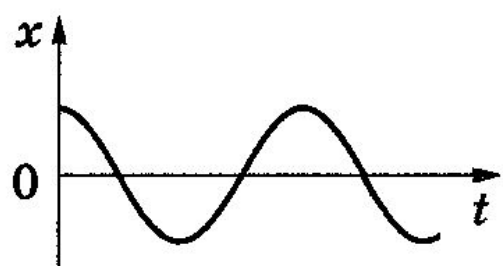
Это зависимость между смещением  $\xi$  частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием  $x$  этих частиц (например, частицы  $B$ ) от источника колебаний  $O$  для какого-то фиксированного момента времени  $t$ . Рисунок задает мгновенную картину распределения возмущения вдоль направления распространения, и его *не следует воспринимать* как зримое изображение волны.



### Отличие графиков гармонических волн и колебаний

---

Эти графики *различны по существу*. Если график волны определяет зависимость смещения *всех частиц среды от расстояния* до источника колебаний *в данный момент времени*, то график колебания — зависимость смещения *данной частицы от времени*.



## Длина волны

---

$$\lambda = vT$$

$$v = \lambda\nu$$

Расстояние между двумя ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе. Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период.

## Волновое число

---

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$$

[ $v$  — скорость волны;  $T$  — период колебаний;  $\nu$  — частота колебаний;  $\omega$  — циклическая частота волны]

## Бегущие волны

---

Волны, которые переносят в пространстве энергию.

### Поток энергии

---

$$\Phi = \frac{dW}{dt}$$

Количественная характеристика перенесенной энергии, определяемая энергией, переносимой волнами через некоторую поверхность в единицу времени.

### Плотность потока энергии волны

---

$$U = \frac{d\Phi}{dS} = w \cdot v$$

Определяется потоком энергии, переносимой волной через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

[ $v$  — скорость волны;  $w$  — объемная плотность энергии колебательного движения]

### Вектор Умова

---

$$\vec{U} = w\vec{v}$$

*Вектор плотности потока энергии*, количественно характеризует перенос энергии волнами. Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

### Интенсивность волны

---

$$|\langle \vec{U} \rangle|$$

Модуль среднего значения вектора Умова.

## Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси $x$

$$\xi(x, t) = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right],$$

$$\xi(x, t) = A \cos (\omega t - kx + \varphi_0),$$

в комплексной форме

$$\xi(x, t) = A e^{i(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

[ $\xi(x, t)$  — смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $A$  — амплитуда волны;  $\omega$  — циклическая (круговая) частота;  $v$  — фазовая скорость;  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний;  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$  — волновое число;  $T$  — период колебаний]

## Фазовая скорость

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Скорость перемещения фазы волны.

Находится из условия постоянства фазы волны

$$\omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 = \text{const}$$

с последующим дифференцированием этого выражения по  $t$ .

## Дисперсия волн

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Зависимость фазовой скорости волн в среде от их частоты.

## Уравнение сферической волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

В случае сферической волны даже в среде, *не поглощающей* энергию, амплитуда колебаний не остается постоянной, а убывает с расстоянием по закону  $1/r$ . Записанное уравнение сферической волны справедливо для  $r$  (расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды), значительно превышающих размеры источника (источник колебаний тогда можно считать *точечным*).

## Волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

или

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее распространение волн в *однородной изотропной среде*. Решение этого уравнения — уравнение любой волны.

[ $v$  — фазовая скорость;

$$\Delta = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \text{ — оператор Лапласа}]$$

## Волновое уравнение для плоской волны, распространяющейся вдоль оси $x$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Решение — уравнение плоской волны  
 $\xi = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$ .

## **4.48** Принцип суперпозиции (наложения) волн

---

### **Линейная среда**

---

Среда, в которой при одновременном распространении нескольких волн ее свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной.

### **Принцип суперпозиции (наложения) волн**

---

При распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно *геометрической сумме* смещений, которые получают частицы среды, участвуя в каждом из независимых волновых процессов. Например, если волны распространяются от двух источников, то они, доходя до какой-то точки, вызывают ее колебания независимо друг от друга.



## Волновой пакет

---

Суперпозиция большого числа волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

### Простейшая группа воли

---

$$\xi = A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] = 2 A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \cos(\omega t - kx)$$

Получается при наложении двух плоских волн с одинаковыми амплитудами и близкими частотами ( $d\omega \ll \omega$ ) и волновыми числами ( $dk \ll k$ ).

Эта волна отличается от гармонической тем, что ее амплитуда

$$A = \left| 2 A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \right|$$

есть медленно изменяющаяся функция координаты  $x$  и времени  $t$ , т. е. является негармонической.

## Скорость распространения группы волн

---

Скорость перемещения какой-то точки, в которой амплитуда имеет фиксированное значение, в частности максимальное.

Из условия  $t d\omega - x dk = \text{const}$  получим  $u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$  (групповая скорость).

## Групповая скорость

---

$$u = \frac{d\omega}{dk}$$

Скорость движения максимума огибающей группы волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет, или скорость движения центра волнового пакета.

## 4.50 Связь групповой и фазовой скоростей

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v + k \left( \frac{dv}{d\lambda} : \frac{dk}{d\lambda} \right) = v + k \left[ \frac{dv}{d\lambda} : \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) \right] = \\ &= v + k \left( -\frac{\lambda^2}{2\pi} \right) \frac{dv}{d\lambda} = v + \frac{2\pi}{\lambda} \left( -\frac{\lambda^2}{2\pi} \right) \frac{dv}{d\lambda} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \end{aligned}$$

[ $u$  — групповая скорость;  $v$  — фазовая скорость;  $\lambda$  — длина волны;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число. В недиспергирующей среде  $\frac{dv}{d\lambda} = 0$  и групповая скорость совпадает с фазовой]

## **Когерентность**

---

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

## **Когерентные волны**

---

Волны, разность фаз которых остается постоянной во времени. Когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту.

## **Интерференция волн**

---

Явление наложения двух (или нескольких) когерентных волн, при котором в разных точках пространства получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн.

## Стоячие волны

---

Волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн с одинаковыми частотами и амплитудами (а в случае поперечных волн и одинаковой поляризацией), распространяющихся навстречу друг другу.

### Складываемые волны

---

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx),$$

$$\xi_2 = A \cos(\omega t + kx)$$

Для обеих волн амплитуды и частоты одинаковы; плоские волны распространяются навстречу друг другу вдоль оси  $x$  в среде без затухания; начало координат выбрано в точке, в которой обе волны имеют одинаковую начальную фазу; начало отсчета времени — в момент, когда начальные фазы обеих волн равны нулю.

### Уравнение стоячей волны

---

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos \omega t$$

[Учли, что волновое число  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ]

## Амплитуда стоячей волны

---

$$A_{\text{ст}} = \left| 2 A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$$

В отличие от амплитуды  $A$  бегущей волны  $A_{\text{ст}}$  зависит от координаты  $x$ .

## Пучности стоячей волны

---

Точки, в которых амплитуда стоячей волны максимальна ( $A_{\text{ст}} = 2A$ ).

Это точки среды, для которых

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

## Узлы стоячей волны

---

Точки, в которых амплитуда стоячей волны равна нулю ( $A_{\text{ст}} = 0$ ).

Это точки среды, для которых

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

## Координаты пучностей и узлов

---

$$x_{\text{п}} = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

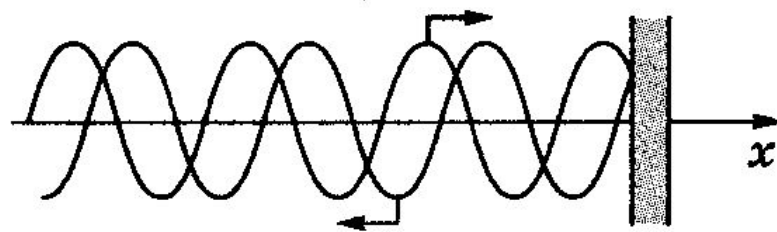
Расстояния пучность — пучность и узел — узел равны  $\lambda/2$ .

$$x_{\text{узн}} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

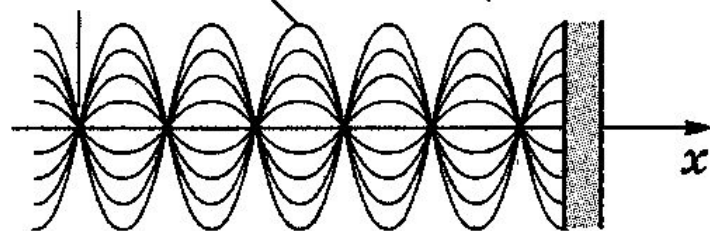
Расстояние пучность — узел равно  $\lambda/4$ .

## Пучность или узел на границе отражения?

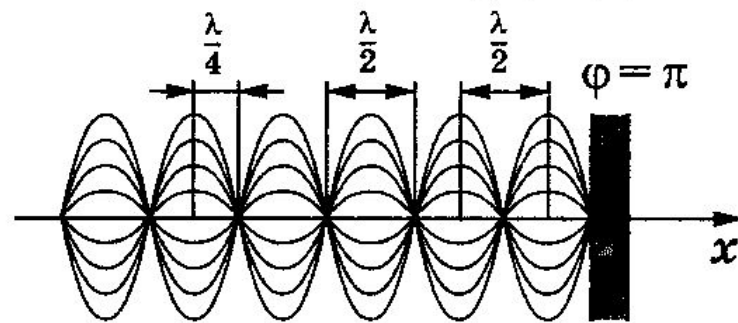
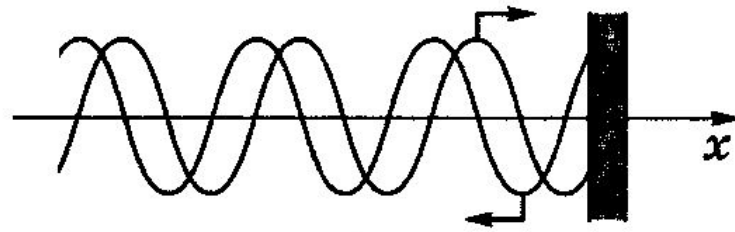
Отражение от менее плотной среды



Узел Пучность  $\varphi = 0$



Отражение от более плотной среды



Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения возникает пучность; если более плотная, — узел. Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний с противоположными фазами, в результате чего получается узел. Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами — образуется пучность.

## **Акустика**

---

Область физики, в которой изучаются звуковые волны.

### **Звуковые (акустические) волны**

---

Упругие волны с частотами 16—20 000 Гц, распространяющиеся в среде и воспринимаемые органами слуха человека (границы условны, т. е. для разных людей они различны).

### **Инфразвуковые волны**

---

Звуковые волны с частотами ниже границ диапазона восприятия уха человека, т. е.  $\nu < 16$  Гц.

### **Ультразвуковые волны**

---

Звуковые волны с частотами выше диапазона слуха человека, т. е.  $\nu > 20$  кГц.

### **Звуковые волны — продольные или поперечные?**

---

В жидкостях и газах они могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям сжатия (растяжения). В твердых телах могут быть как продольными, так и поперечными, так как твердые тела обладают упругостью по отношению к деформациям сжатия (растяжения) и сдвига.



## Интенсивность (или сила) звука

**Энергетическая характеристика:** величина, определяемая средней по времени энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени сквозь площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны.

## Зависимости порогов слышимости и болевого ощущения от частоты звука

Чувствительность человеческого уха различна для разных частот. Для каждой частоты колебаний существует наименьшая (*порог слышимости*) и наибольшая (*порог болевого ощущения*) интенсивности звука, которые способны вызвать звуковое восприятие.



## Громкость звука

*Субъективная характеристика:* величина, характеризующая слуховое ощущение для данного звука и зависящая от интенсивности звука, частоты и формы звуковых колебаний.

## Уровень интенсивности звука

*Объективная оценка громкости звука:*  $L = \lg \frac{I}{I_0}$ .

$I_0$  — интенсивность звука на пороге слышимости, принимаемая для всех звуков равной  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>. Величина  $L$  выражается в *белах* (Б), а чаще — в единицах, в десять раз меньших, — *децибелах* (дБ).

## Уровень громкости

*Физиологическая характеристика:* выражается в *фонах* (фон). Громкость для звука 1000 Гц (частота стандартного чистого тона (синусоидального гармонического колебания) равна 1 фон, если его уровень интенсивности равен 1 дБ).

## Высота звука

*Субъективная характеристика:* качество периодического или почти периодического звука, определяемое человеком на слух и зависящее от частоты звука. С ростом частоты высота звука увеличивается (звук становится «выше»), с уменьшением частоты — понижается.