Неопределённый интеграл

Функция F(x) называется ***первообразной функции*** f(x), если функция f(x) является производной функции F(x).

$$F'(x) = f(x)$$

У одной и той же функции f(x) ***много первообразных***. Если F(x) - первообразная функции f(x), то и любая функция F(x)+C, где C - число, является первообразной той же функции.

Неопределённым интегралом функции f(x) называется множество первообразных этой функции.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

СВОЙСТВА НЕОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

1) Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции.

$$\left(\int f(x)dx\right)' = (F(x) + C)' = f(x)$$

2) Дифференциал от неопределённого интеграла равен подынтегральному выражению.

$$d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$$

3) Неопределённый интеграл от суммы функций равен сумме неопределённых интегралов.

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

4) Неопределённый интеграл от дифференциала функции $f(x)$ равен функции $f(x)$.

$$\int df(x) = f(x) + C$$

4) Неопределённый интеграл от разности функций равен соответствующей разности неопределённых интегралов.

$$\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$$

5) Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла.

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$$

6) Свойства инвариантности неопределённого интеграла.

Переменную интегрирования *x* можно заменить в интеграле на произвольную дифференцируемую функцию u=u(x)

если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то $\int f\big(u(x)\big)du(x) = F\big(u(x)\big) + C$

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

1) $\int x^{\alpha} = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \qquad (\text{при } \alpha \neq -1)$

2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C, \qquad (\text{при } \alpha = -\frac{1}{2})$

3) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

4) $\int e^{x} dx = e^{x} + C$

5) $\int a^{x} dx = \frac{a^{x}}{\ln a} + C$

6) $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$

7) $\int \cos x \, dx = \sin x + C$

8) $\int \operatorname{tg} x \, dx = \ln|\cos x| + C$

9) $\int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln|\sin x| + C$

10) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$

11) $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$

12) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + \mathrm{C}$

13) $$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C$$

14) $$\int e^{nx} dx = \frac{1}{n} e^{nx} + C$$

15) $$\int \sin nx \, dx = -\frac{1}{n} \cos nx + C$$

16) $$\int \cos nx \, dx = \frac{1}{n} \sin nx + C$$

17) $$\int \operatorname{tg} nx \, dx = -\frac{1}{n} \ln|\cos nx| + C$$

18) $$\int \operatorname{ctg} nx \, dx = \frac{1}{n} \ln|\sin nx| + C$$