

Неопределённый интеграл



Функция $F(x)$ называется *первообразной функции* $f(x)$, если функция $f(x)$ является производной функции $F(x)$.

$$F'(x) = f(x)$$

У одной и той же функции $f(x)$ *много первообразных*. Если $F(x)$ - первообразная функции $f(x)$, то и любая функция $F(x)+C$, где C - число, является первообразной той же функции.

Неопределённым интегралом функции $f(x)$ называется множество первообразных этой функции.

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

СВОЙСТВА НЕОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

- 1) Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции.

$$\left(\int f(x) dx \right)' = (F(x) + C)' = f(x)$$

- 2) Дифференциал от неопределённого интеграла равен подынтегральному выражению.

$$d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

- 3) Неопределённый интеграл от суммы функций равен сумме неопределённых интегралов.

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

- 4) Неопределённый интеграл от дифференциала функции $f(x)$ равен функции $f(x)$.

$$\int df(x) = f(x) + C$$

- 4) Неопределённый интеграл от разности функций равен соответствующей разности неопределённых интегралов.

$$\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$$

- 5) Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла.

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

- 6) Свойства инвариантности неопределённого интеграла.

Переменную интегрирования x можно заменить в интеграле на произвольную дифференцируемую функцию $u=u(x)$

если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то $\int f(u(x))du(x) = F(u(x)) + C$

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

$$1) \int x^\alpha = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\text{при } \alpha \neq -1)$$

$$2) \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C, \quad (\text{при } \alpha = -\frac{1}{2})$$

$$3) \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$4) \int e^x dx = e^x + C$$

$$5) \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$6) \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$7) \int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$8) \int \operatorname{tg} x \, dx = \ln|\cos x| + C$$

$$9) \int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln|\sin x| + C$$

$$10) \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$11) \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$12) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C$$

$$13) \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C$$

$$14) \int e^{nx} dx = \frac{1}{n} e^{nx} + C$$

$$15) \int \sin nx dx = -\frac{1}{n} \cos nx + C$$

$$16) \int \cos nx dx = \frac{1}{n} \sin nx + C$$

$$17) \int \operatorname{tg} nx dx = -\frac{1}{n} \ln|\cos nx| + C$$

$$18) \int \operatorname{ctg} nx dx = \frac{1}{n} \ln|\sin nx| + C$$