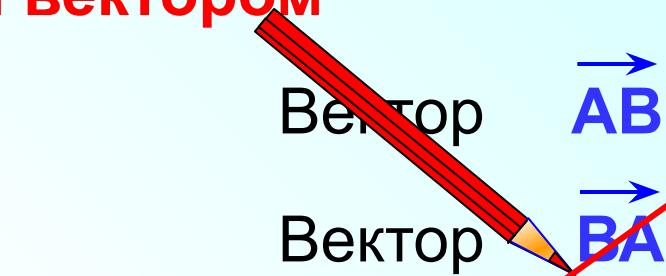
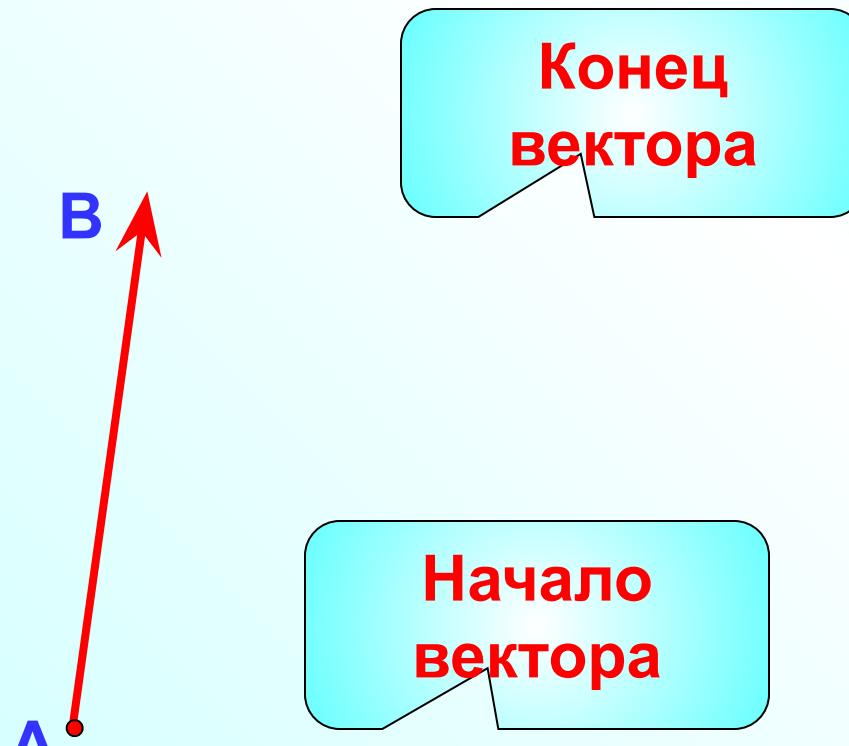


Понятие вектора

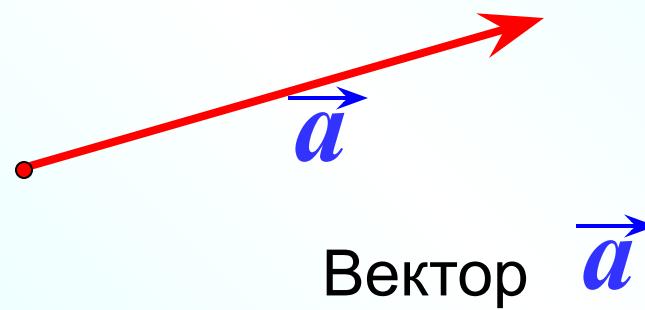
Л.С. Аманасян

"Геометрия 7-9"

Отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом, называется **направленным отрезком или вектором**



Длиной или модулем вектора называется длина отрезка AB $|\vec{AB}| = AB$



Любая точка плоскости также является вектором.
В этом случае вектор называется **нулевым**



Вектор \vec{MM}

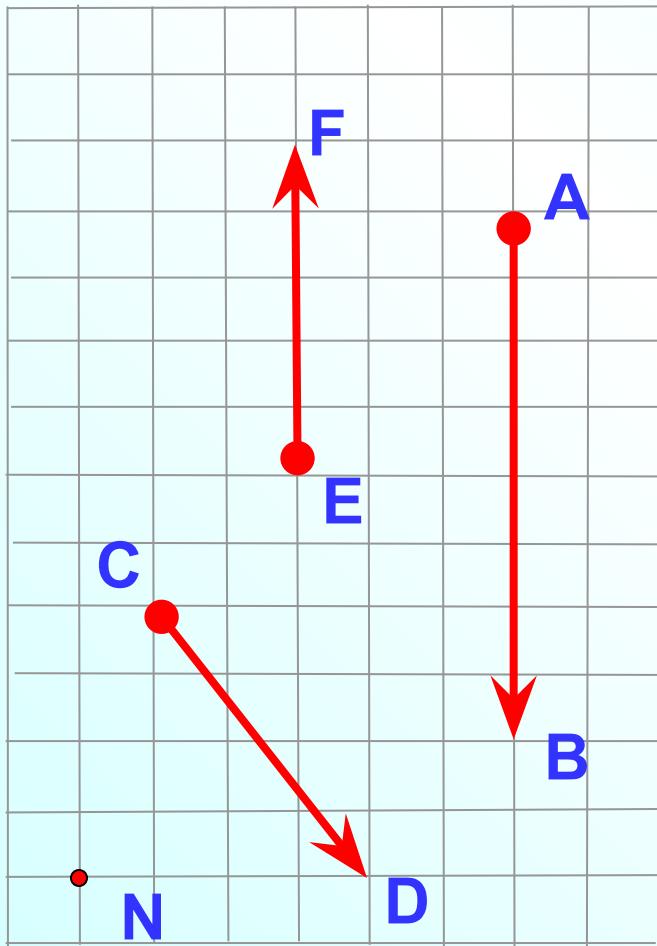
Вектор $\vec{0}$

Начало нулевого вектора совпадает с его концом, поэтому нулевой вектор не имеет какого-либо определенного направления. Иначе говоря, любое направление можно считать направлением нулевого вектора.

Длина нулевого считается равной нулю

$$|\vec{MM}| = 0$$

Назовите векторы, изображенные на рисунке.
Укажите начало и конец векторов.



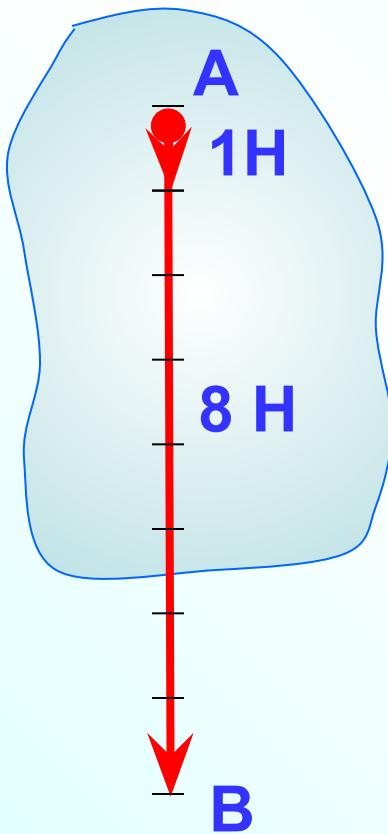
Вектор \vec{EF}

Вектор \vec{AB}

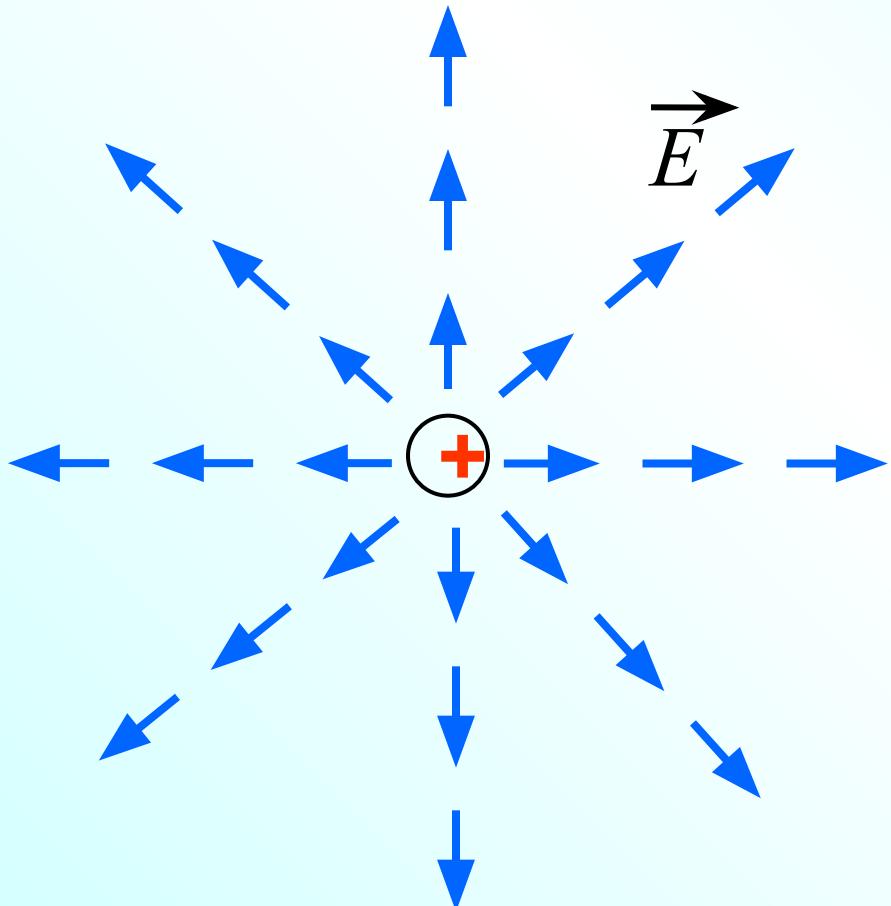
Вектор \vec{CD}

Вектор \vec{NN} или $\vec{0}$

Многие физические величины, например **сила, перемещение материальной точки, скорость**, характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве. Такие физические величины называются **векторными величинами** (или коротко **векторами**)

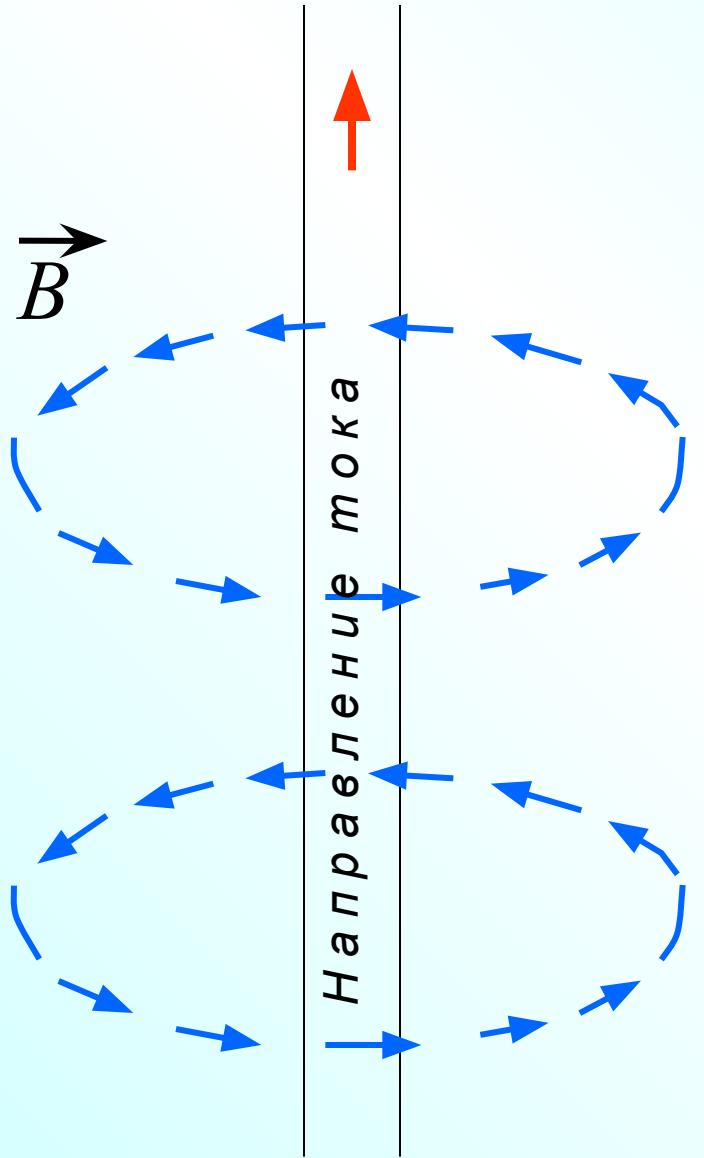


При изучении электрических и магнитных явлений появляются новые примеры векторных величин.



Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.

На рисунке изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.

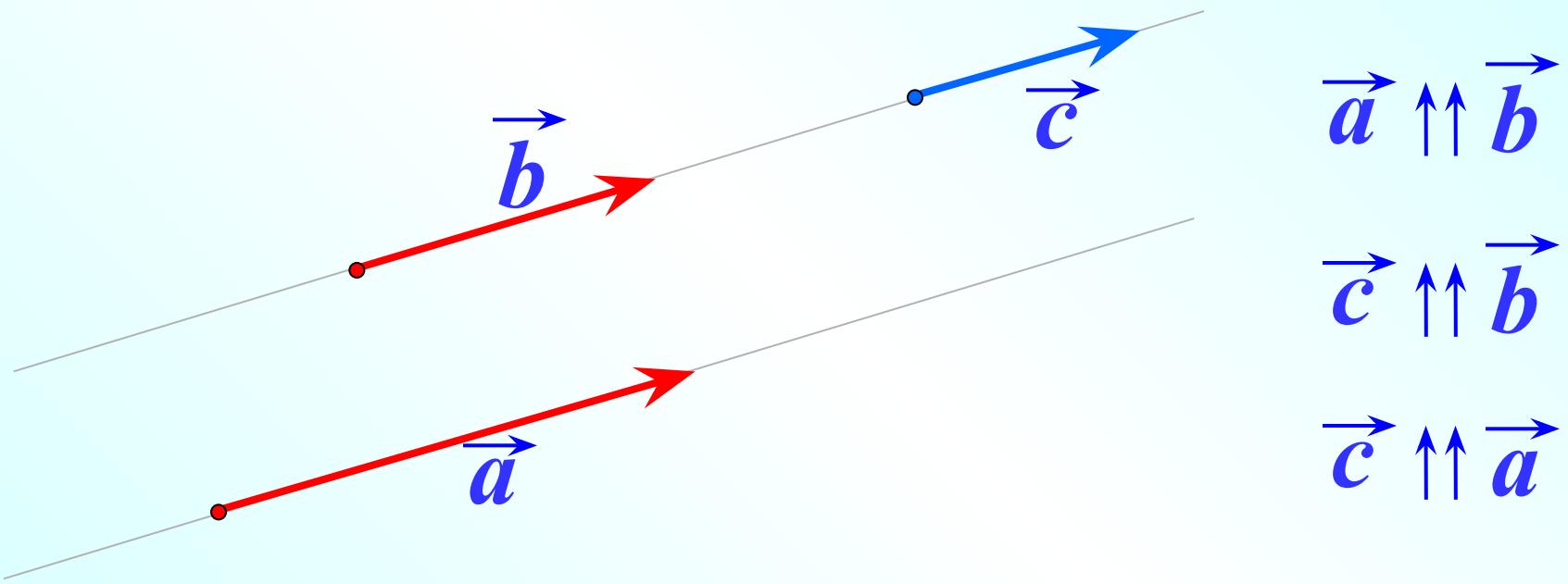


Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.

На рисунке изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные, сонаправленные векторы



Нулевой вектор считается коллинеарным, сонаправленным с любым вектором.

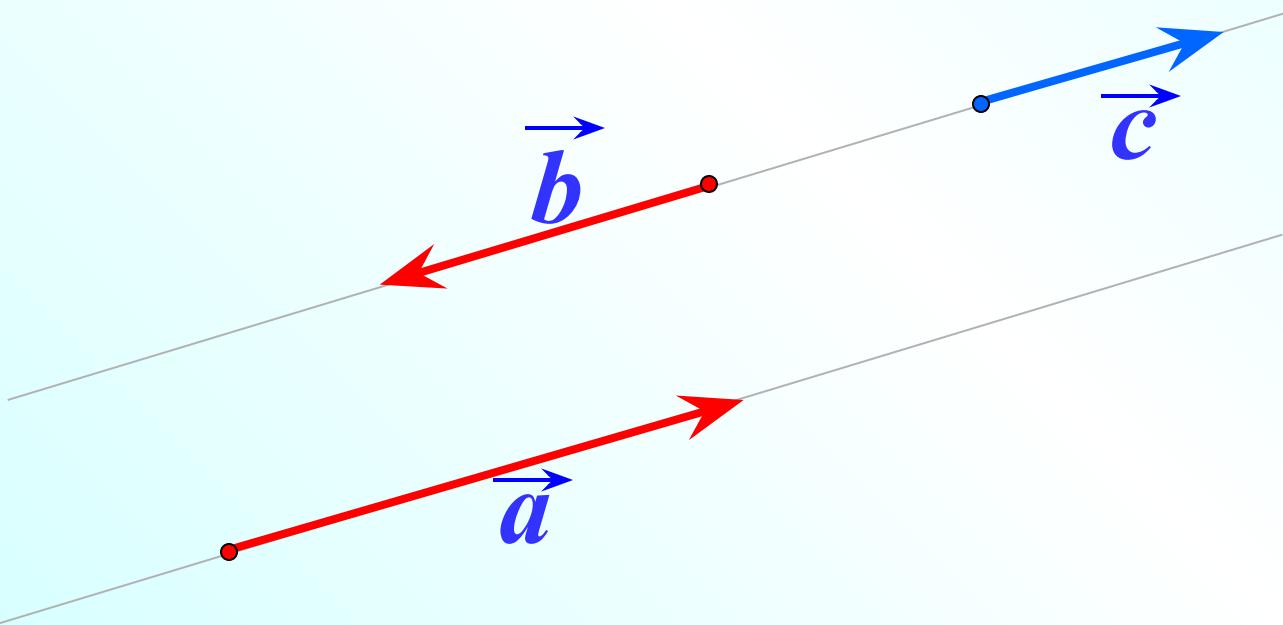
$$\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{a}$$

$$\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

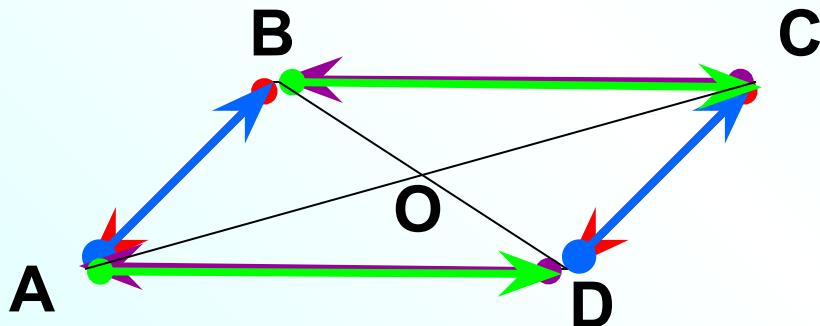
Коллинеарные,
противоположно направленные векторы



$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$$

$$\vec{c} \uparrow \downarrow \vec{b}$$

Векторы называются **равными**,
если они сонаправлены и их длины равны.



1

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

2

$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

ABCD – параллелограмм.

$$\vec{BA} = \vec{CD};$$

$$\vec{AB} = \vec{DC};$$

$$\vec{CB} = \vec{DA};$$

$$\vec{AD} = \vec{BC}.$$

Найдите еще пары равных векторов.
О – точка пересечения диагоналей.

Если точка А – начало вектора \vec{a} , то говорят, что

вектор \vec{a} отложен от точки А

От любой точки М можно отложить
вектор, равный данному вектору \vec{a} ,
и притом только один.



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{a} = \vec{c}$$

Вектор \vec{a} отложен от точки А

Отложить вектор, равный

 \vec{a}

1 от точки M

 \vec{n}

M

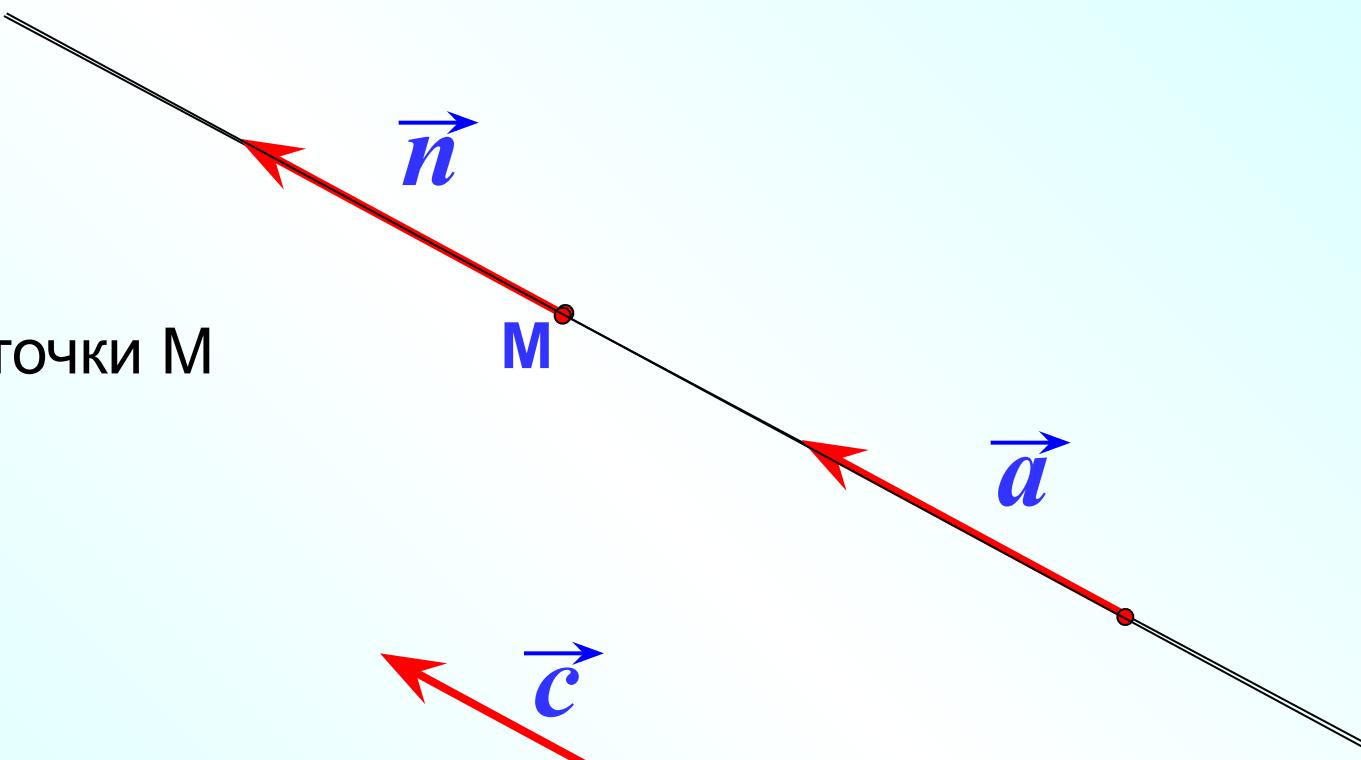
 \vec{a}

2

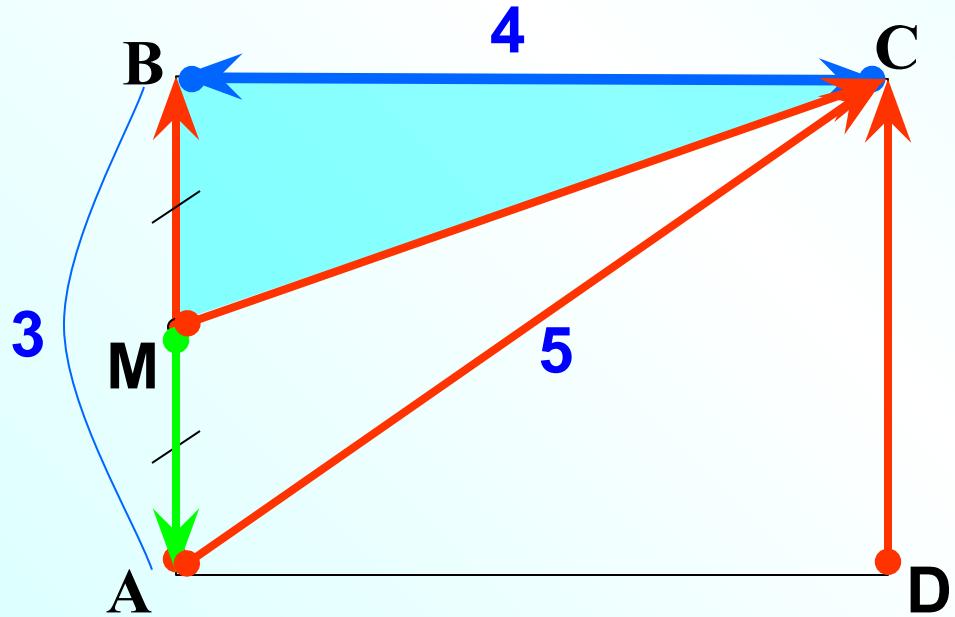
от точки D

 \vec{c}

D



№ 745 В прямоугольнике ABCD $AB=3\text{см}$, $BC=4\text{см}$,
точка M – середина стороны AB. Найдите длины векторов.



$$|\vec{AB}| = 3$$

$$|\vec{BC}| = 4$$

$$|\vec{DC}| = 3$$

$$|\vec{MA}| = 1,5$$

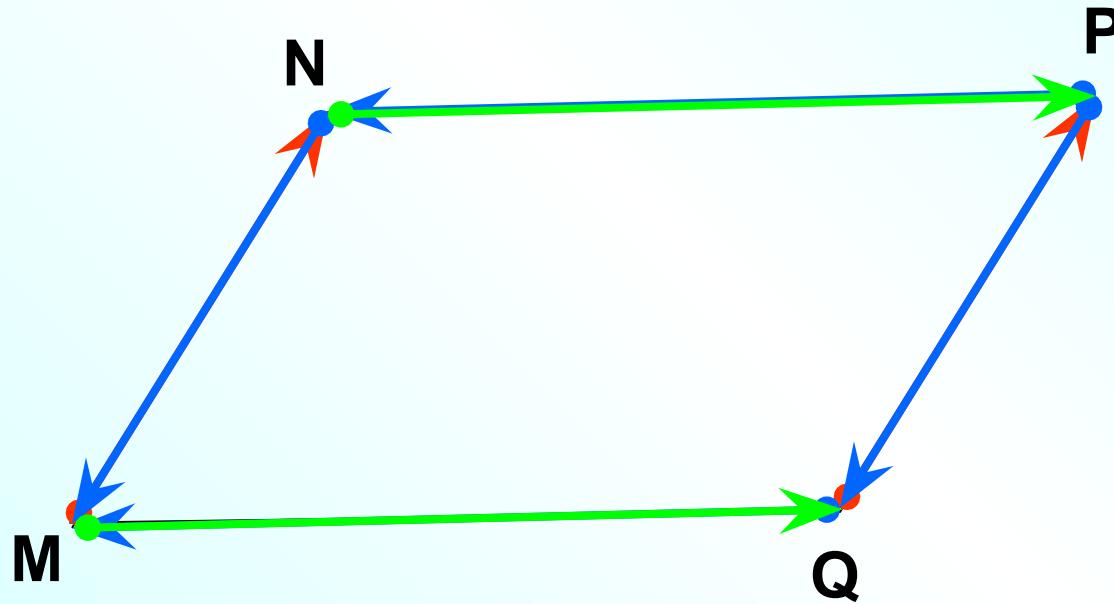
$$|\vec{CB}| = 4$$

$$|\vec{AC}| = 5$$

$$|\vec{MC}| =$$

№ 747

Укажите пары коллинеарных
(соправленных) векторов, которые определяются
сторонами параллелограмма MNPQ.



$$\overrightarrow{MN} \uparrow\uparrow \overrightarrow{QP}$$

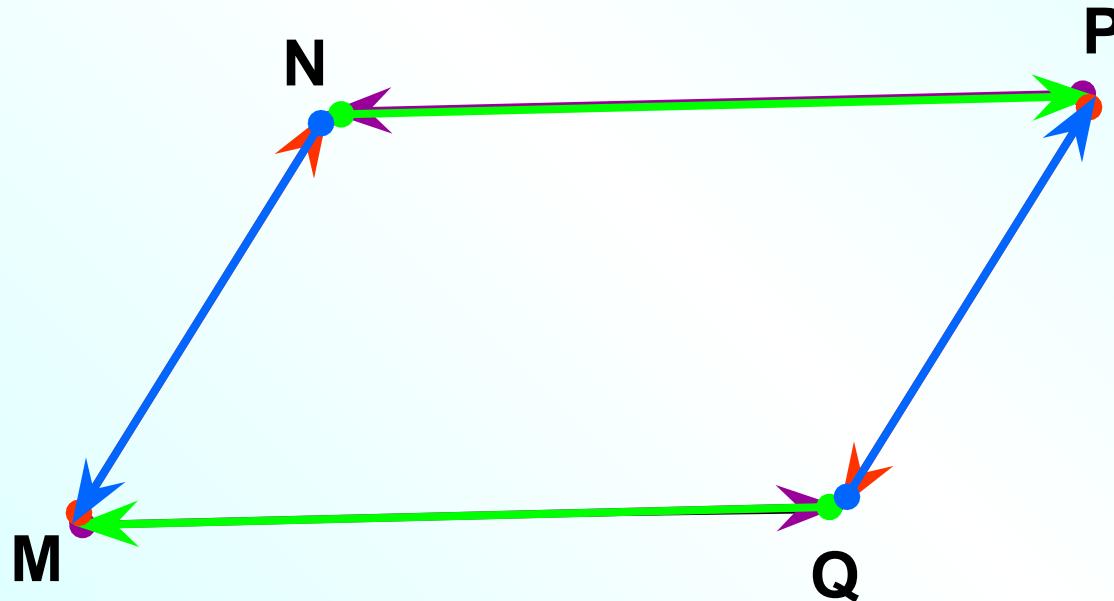
$$\overrightarrow{NM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{PQ}$$

$$\overrightarrow{QM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{PN}$$

$$\overrightarrow{MQ} \uparrow\uparrow \overrightarrow{NP}$$

№ 747

Укажите пары коллинеарных
(противоположно направленных) векторов, которые
определяются сторонами параллелограмма MNPQ.



$$\vec{MN} \uparrow\downarrow \vec{PQ}$$

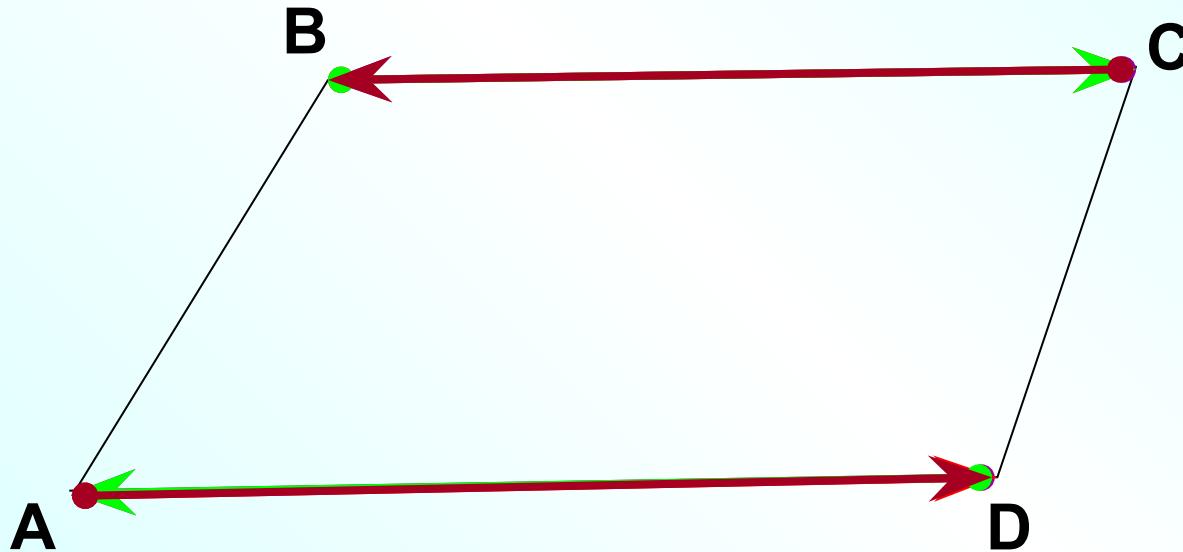
$$\vec{NM} \uparrow\downarrow \vec{QP}$$

$$\vec{MQ} \uparrow\downarrow \vec{PN}$$

$$\vec{QM} \uparrow\downarrow \vec{NP}$$

№ 747

Укажите пары коллинеарных
(сонаравленных) векторов, которые определяются
сторонами трапеции ABCD с основаниями AD и BC.



$$\overrightarrow{CB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DA}$$

Сонаправленные
векторы

$$\overrightarrow{BC} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AD}$$

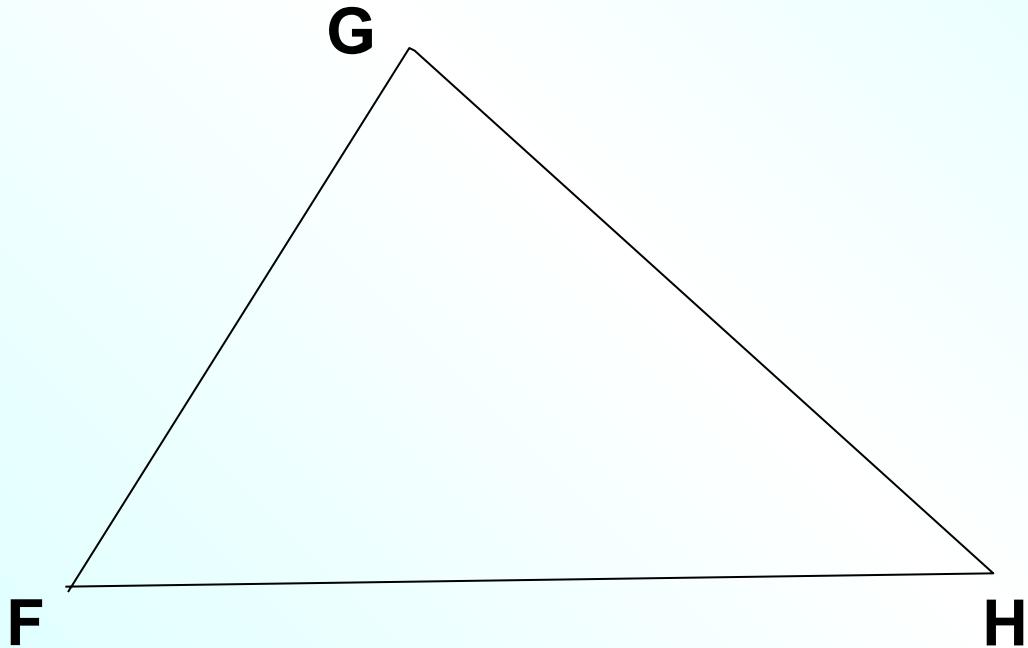
Противоположно направленные
векторы

$$\overrightarrow{BC} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{CB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{AD}$$

№ 747

Укажите пары коллинеарных векторов, которые определяются сторонами треугольника FGH.

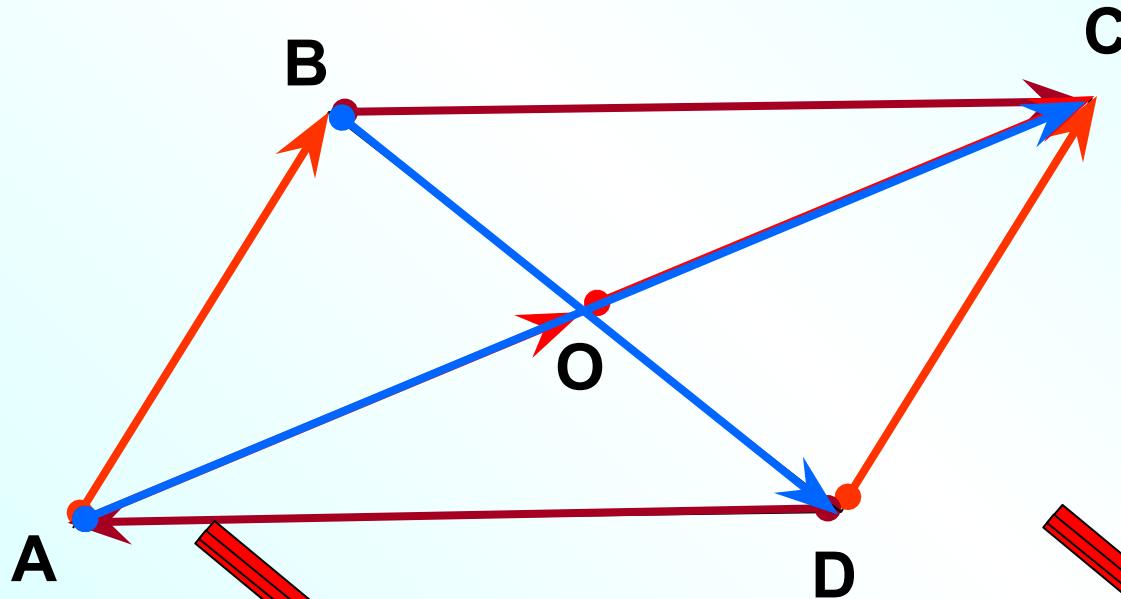


Коллинеарных векторов нет

№ 748 В параллелограмме ABCD диагонали

пересекаются в точке О. Равны ли векторы.

Обоснуйте ответ.



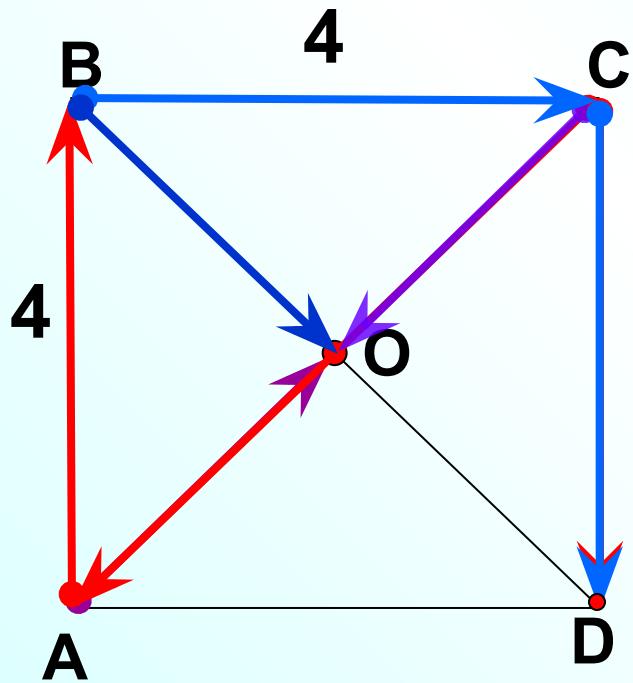
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC};$$

$$\overrightarrow{BC} \neq \overrightarrow{DA};$$

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC};$$

$$\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}.$$

ABCD – квадрат, $AB = 4$. Заполните пропуски:



1. \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} – ...

2. \overrightarrow{BC} ... \overrightarrow{CD} , так как ...

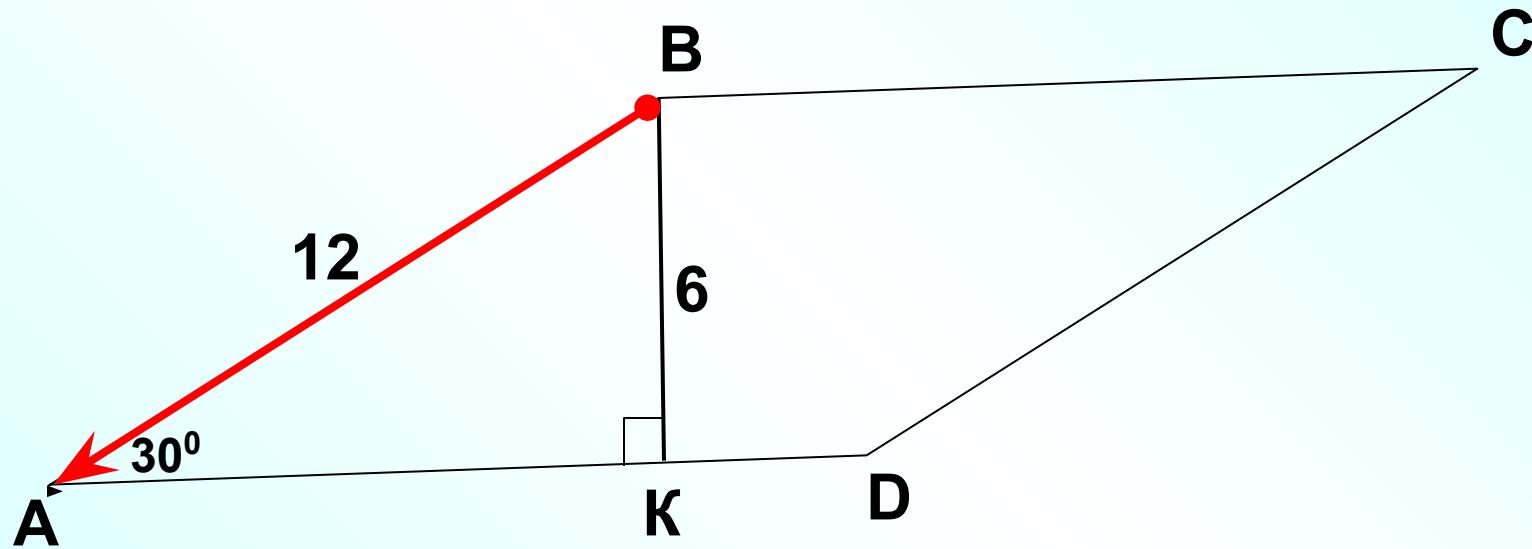
3. $|\overrightarrow{AO}| = \dots$

4. $\overrightarrow{BO} \neq \overrightarrow{AO}$, так как ...

5. $\overrightarrow{CO} \neq \overrightarrow{CA}$, так как ...

6. $\overrightarrow{DD} \uparrow \uparrow \dots$, $|\overrightarrow{DD}| = \dots$

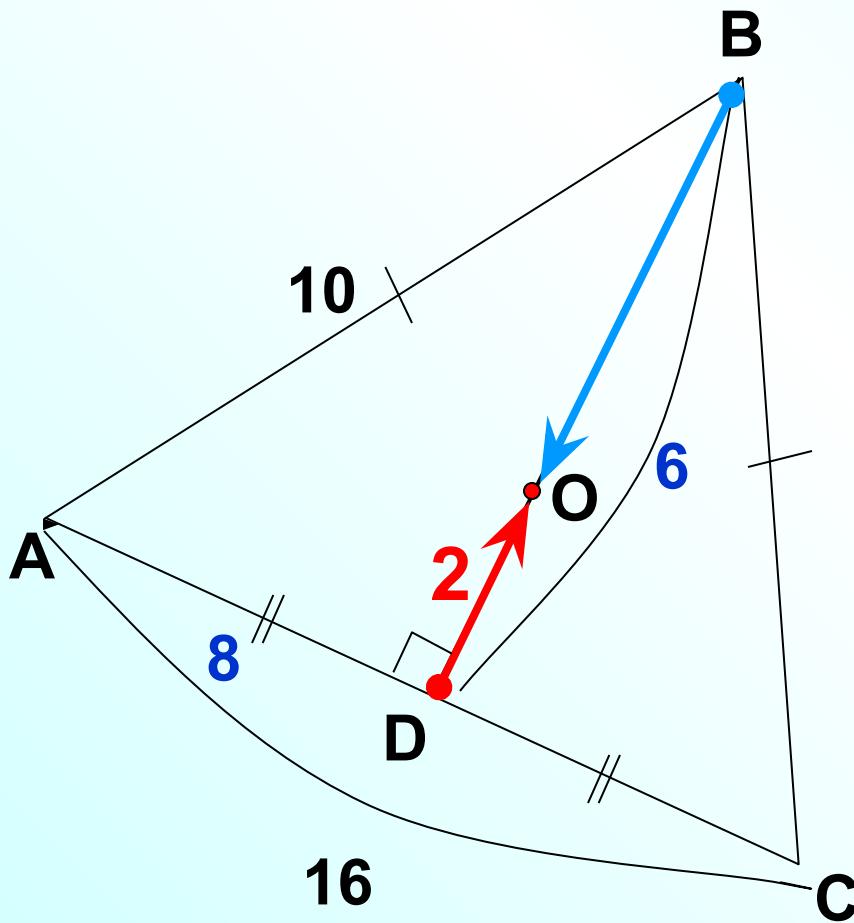
ABCD – параллелограмм.
По данным рисунка найти $|\overrightarrow{AB}| = 12$



ABC – равнобедренный треугольник.

O – точка пересечения медиан.

По данным рисунка найти $|\vec{DO}| = 2$

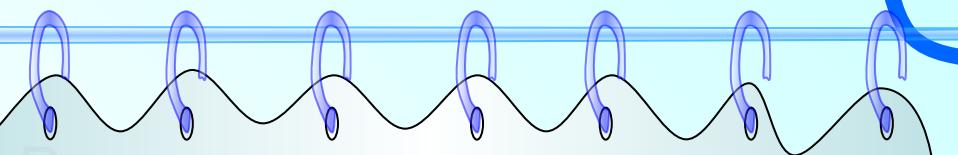
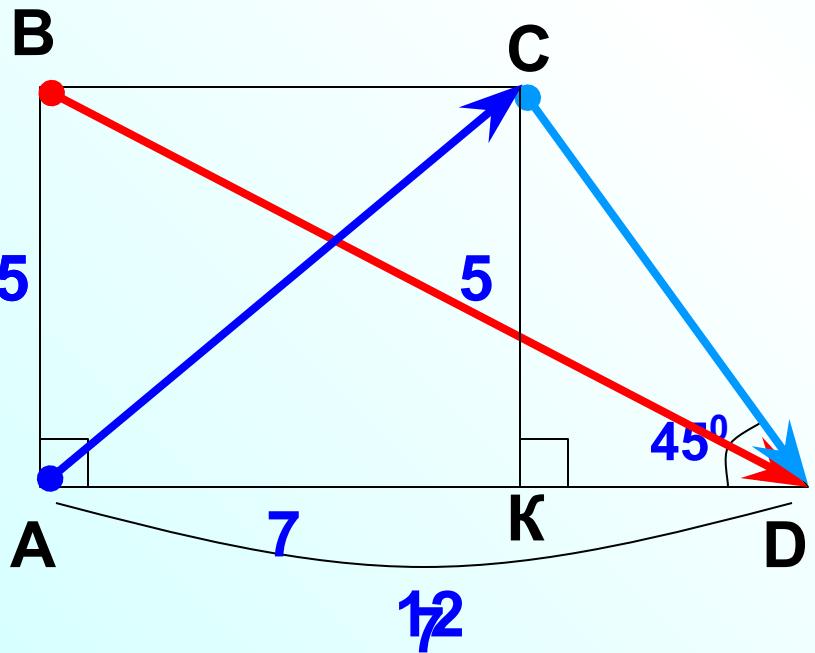


$$|\vec{BO}| = 4$$

№ 746 ABCD –

прямоугольная трапеция.

Найти $|\vec{BD}|$, $|\vec{CD}|$, $|\vec{AC}|$



Решение

Из ΔABD :

$$|\vec{BD}| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

Из ΔKCD :

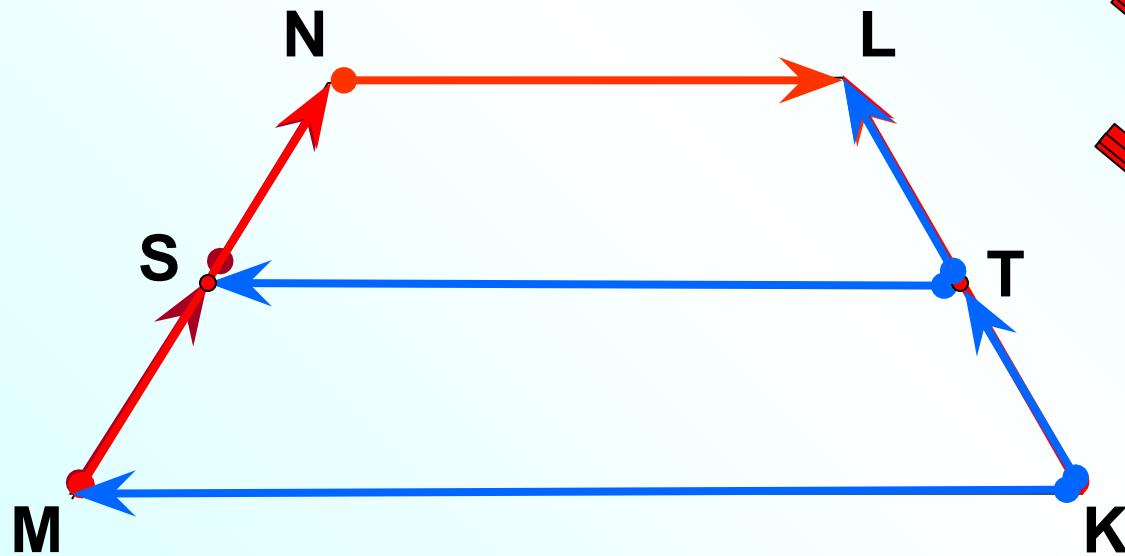
$$|\vec{CD}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Из ΔABC :

$$|\vec{AC}| = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

№ 749 Точки S и T являются серединами боковых сторон MN и LK равнобедренной трапеции MNLK.

Равны ли векторы.



$$\vec{NL} \neq \vec{KL};$$

$$\vec{MS} = \vec{SN};$$

$$\vec{MN} = \vec{KL};$$

$$\vec{TS} = \vec{KM};$$

$$\vec{TL} = \vec{KT}.$$

! 1⁰ Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

$\Rightarrow AB = DC$ и $AB \parallel BC$, ?!



Среди векторов

$\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{DN}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{NC}$

найдите

Проверка

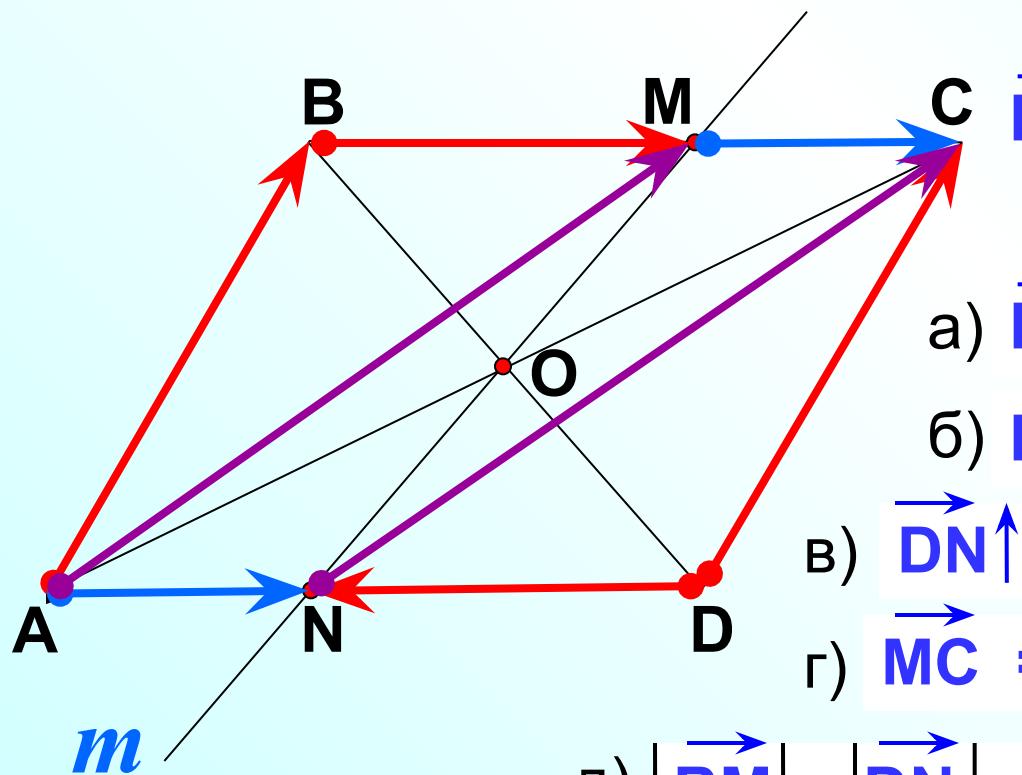
а) $\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{DN}; \overrightarrow{AM} \text{ и } \overrightarrow{NC};$

б) $\overrightarrow{BM} \uparrow \uparrow \overrightarrow{MC} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AN}; \overrightarrow{AM} \uparrow \uparrow \overrightarrow{NC};$

в) $\overrightarrow{DN} \uparrow \downarrow \overrightarrow{MC}; \overrightarrow{DN} \uparrow \downarrow \overrightarrow{AN}; \overrightarrow{DN} \uparrow \downarrow \overrightarrow{BM};$

г) $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}; \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC};$

д) $|\overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{DN}|; |\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AN}|; |\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{NC}|.$



m