Перпендикулярность прямой и плоскости

Цели:

Обучающие:

- «открыть»понятия перпендикуляра и наклонной к плоскости;
- формировать умения: читать чертеж; применять определение прямой, перпендикулярной к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости к задачам на доказательство;
- выработать навыки решения ключевых задач на перпендикулярность прямой и плоскости.

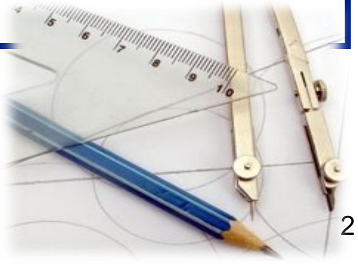
Развивающие:

- развивать пространственное воображение , логическое мышление;

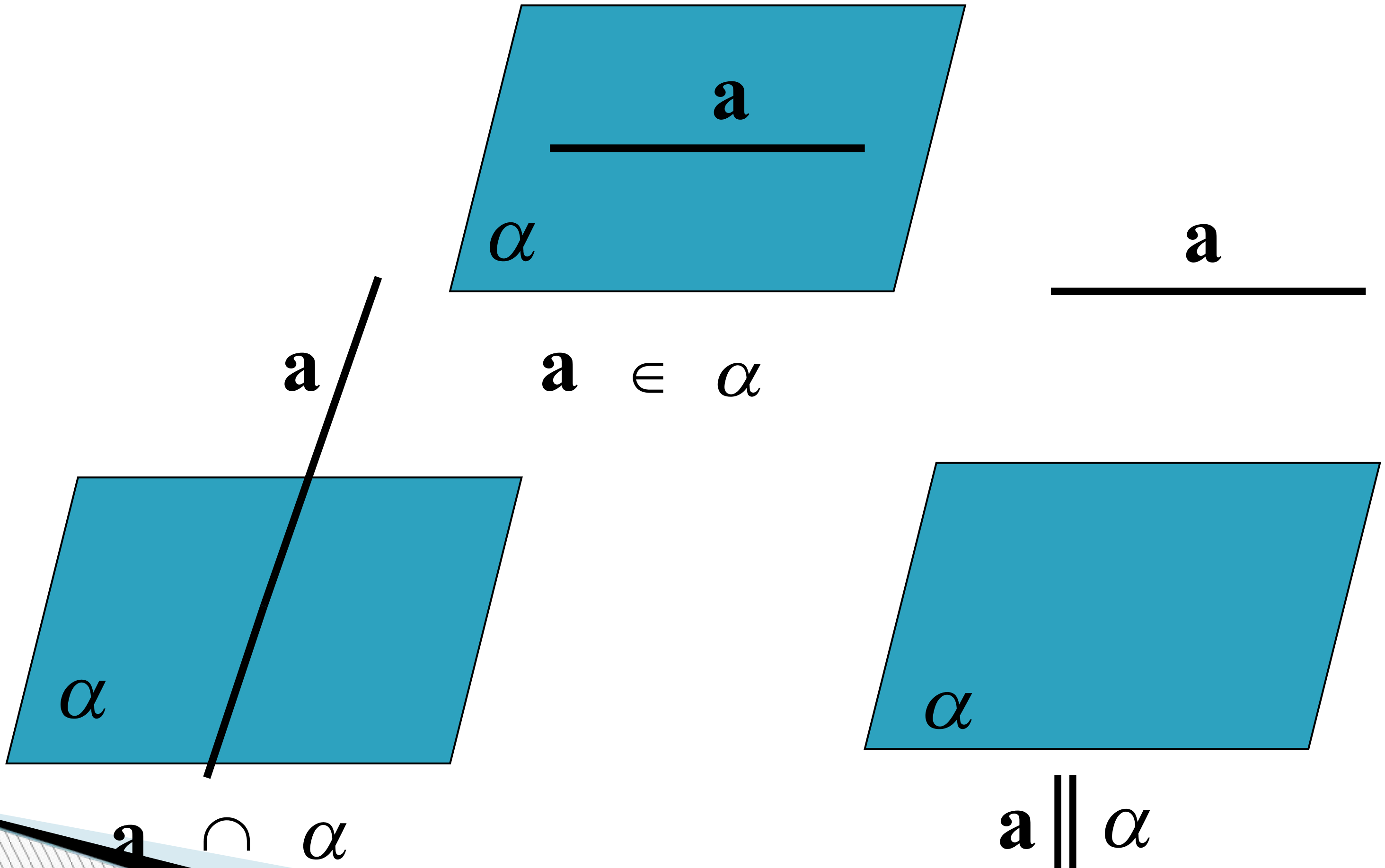
  самостоятельность учащихся и творческое отношение к выполнению заданий.

Воспитательные:

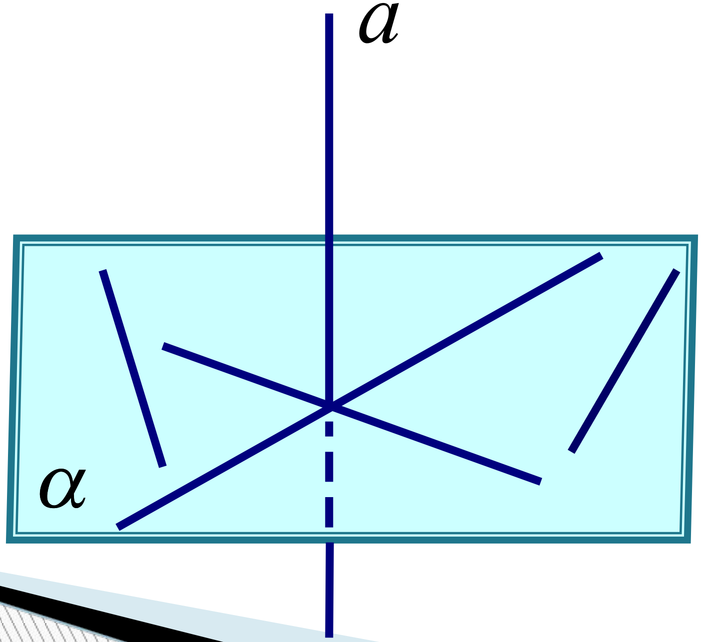
- воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов при решении задач, культуру общения.



Взаимное положение прямой и плоскости

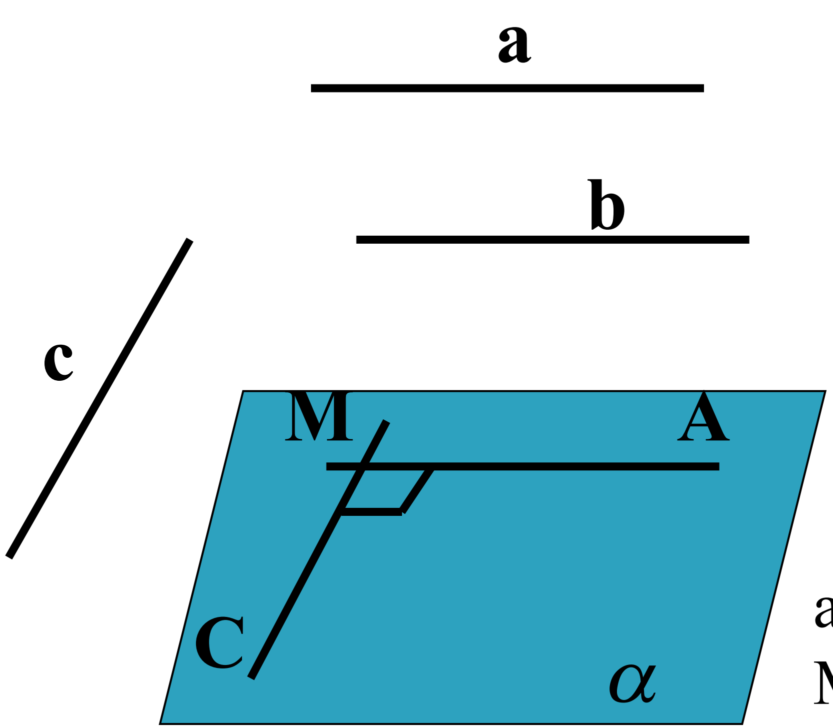


Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости



$$a \perp \alpha$$

Лемма: **Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.**



Дано: $a \parallel b$; $a \perp c$

Доказать: $b \perp c$

Доказательство:

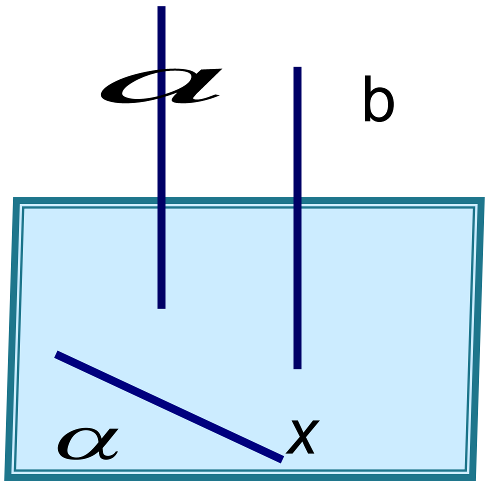
Проведем $CM \parallel c$, $MA \parallel a$.

Так как $a \perp c$, то $\angle AMC = 90$

$$\left.\begin{array}{l} a \parallel b \text{ (по условию)} \\ MA \parallel a. \text{(по построению)} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} MA \parallel b,\ MC \parallel c \\ MA \perp MC \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \mathbf{b \perp c}$$

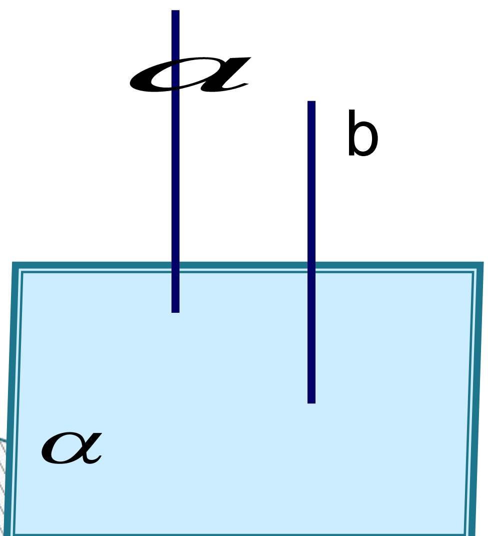
Утверждение 1.



Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости

$$a \parallel b,\ a \perp \alpha \Rightarrow b \perp \alpha$$

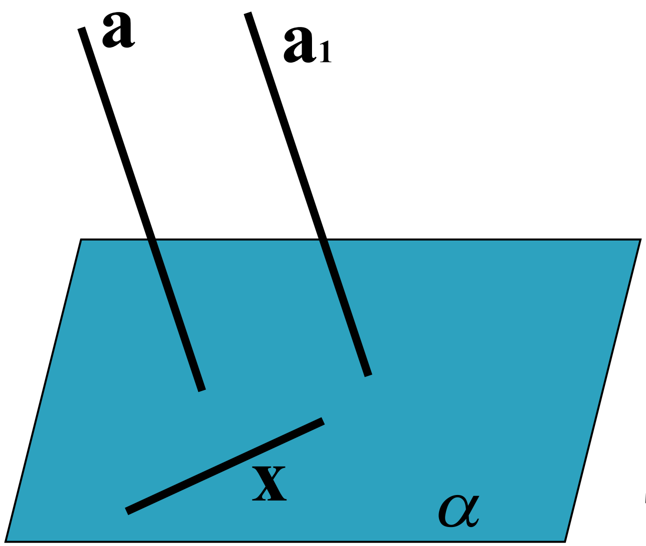
Утверждение 2.



Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны

$$a \perp \alpha,\ b \perp \alpha \Rightarrow a \parallel b$$

Теорема: **Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.**



Дано: $a \parallel a_1$; $a \perp \alpha$

Доказать: $a_1 \perp \alpha$

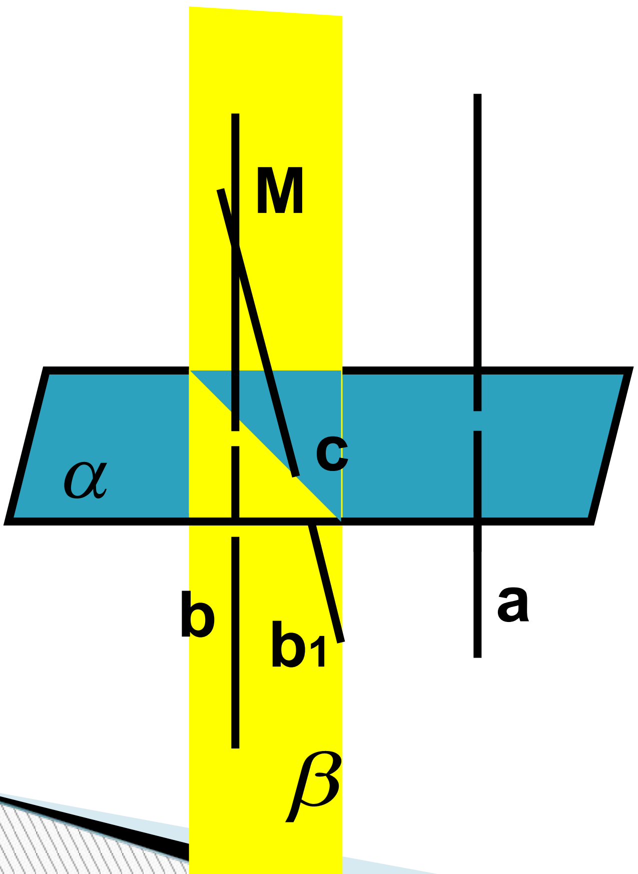
Доказательство:

$x \in \alpha$

Так как $a \perp \alpha$, то $a \perp x$.

Значит по лемме $a_1 \perp x$ => $a_1 \perp \alpha$

Теорема: **Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.**



Дано: $a \perp \alpha$ $b \perp \alpha$

Доказать: $a \parallel b$

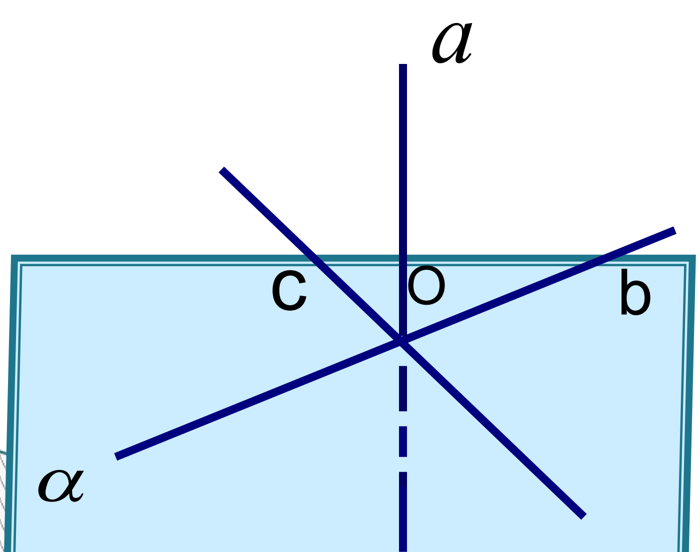
Доказательство:

Через точку М прямой b проведем $b1 \parallel a$, => $b_1 \perp \alpha$

Докажем, что b и b_1 совпадают Допустим, что они не совпадают. Тогда в плоскости через точку М проходят две прямые , перпендикулярные к прямой с но это невозможно. Значит $a \parallel b$.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

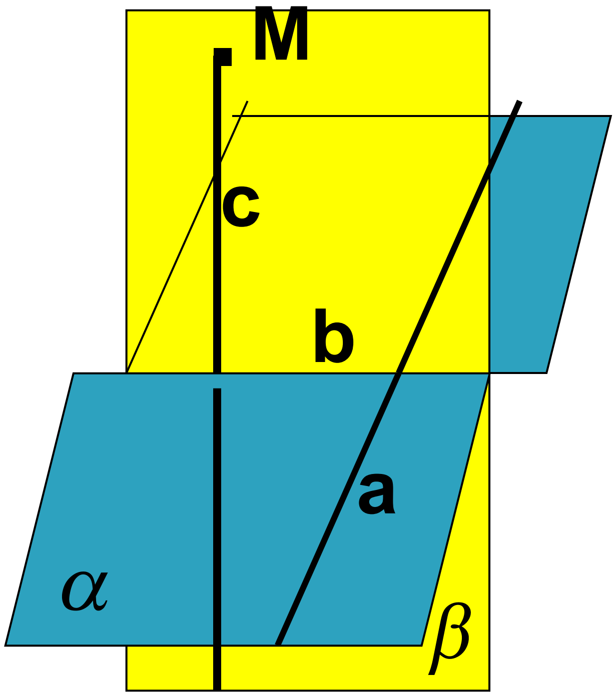
Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости



$$\frac{a \perp b\ ,\ \ a \perp c \quad b \cap c = O}{a \perp \alpha}$$

Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости.

Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и при том только одна.



Дано: M, α

Доказать: $M \in c$, $c \perp \alpha$

Доказательство:

Проведем в плоскости α прямую a и рассмотрим плоскость β

$M \in \beta$ $\beta \perp a$.

$\beta \cap \alpha = b$

В плоскости β проведем прямую $c \perp b$

c- искомая прямая

Предположим, что через точку M проходит еще одна прямая $c_1 \perp \alpha$

Тогда $c_1 \parallel c$, это невозможно, так как $c_1 \cap c = M$

Устная работа

№1

Верно ли утверждение: прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к прямой, принадлежащей плоскости?

№2

Могут ли быть перпендикулярны к плоскости две стороны треугольника одновременно?

№3

Сторона АВ правильного треугольника АВС лежит в плоскости α. Может ли прямая ВС быть перпендикулярна к этой плоскости?

Устная работа

№4

Верно ли утверждение: если прямая перпендикулярна двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к данной плоскости?

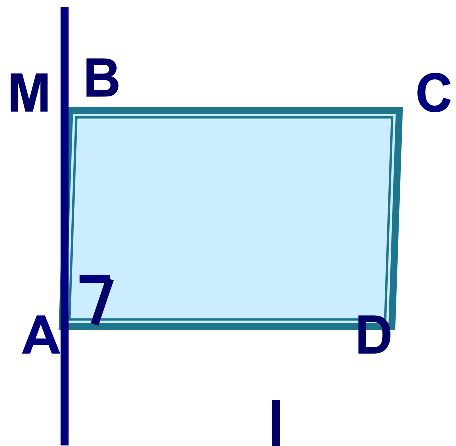
№5

Прямая *a* перпендикулярна к плоскости α, прямая b не перпендикулярна к плоскости α. Могут ли прямые a и b быть параллельными?

№6

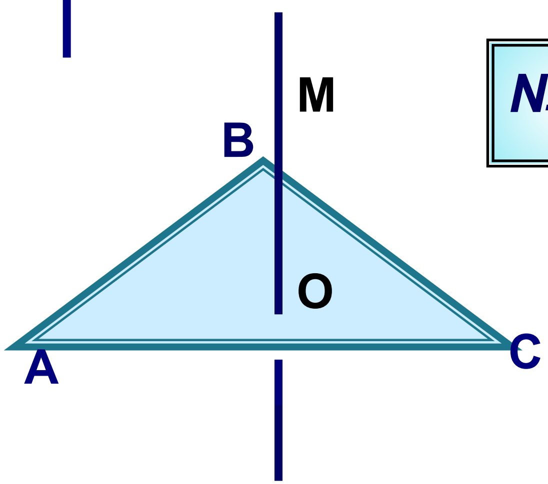
Верно ли утверждение: если прямая перпендикулярна к плоскости, то она перпендикулярна лежащим в этой плоскости двум сторонам треугольника?

Устная работа



№7

Через вершину квадрата ABCD проведена прямая AM, перпендикулярная к плоскости квадрата. Докажите, что прямая AD перпендикулярна к плоскости, проходящей через прямые AM и AB.



№8

Через центр окружности, описанной около треугольника ABC, проведена прямая, перпендикулярная к плоскости треугольника ABC. Докажите, что каждая точка этой прямой равноудалена от вершин треугольника ABC.

№9

На практике вертикальность столба проверяют, глядя на столб поочередно с двух направлений. Как обосновать правильность такой проверки?

Карточки для индивидуальной работы

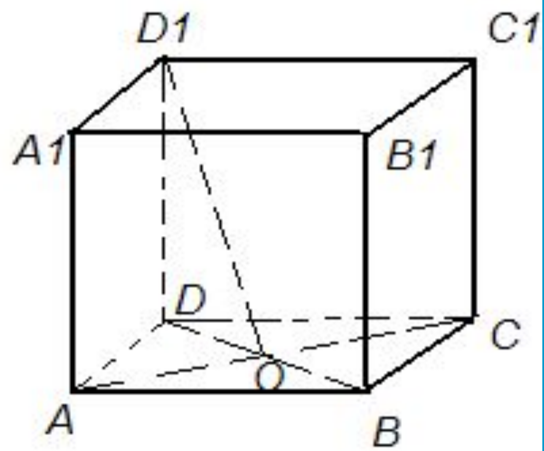
КАРТОЧКА 1

Дан куб .

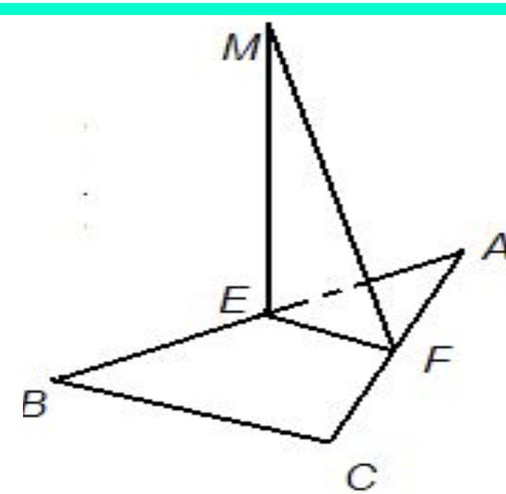
Доказать:

1) $AC \perp OD_1$

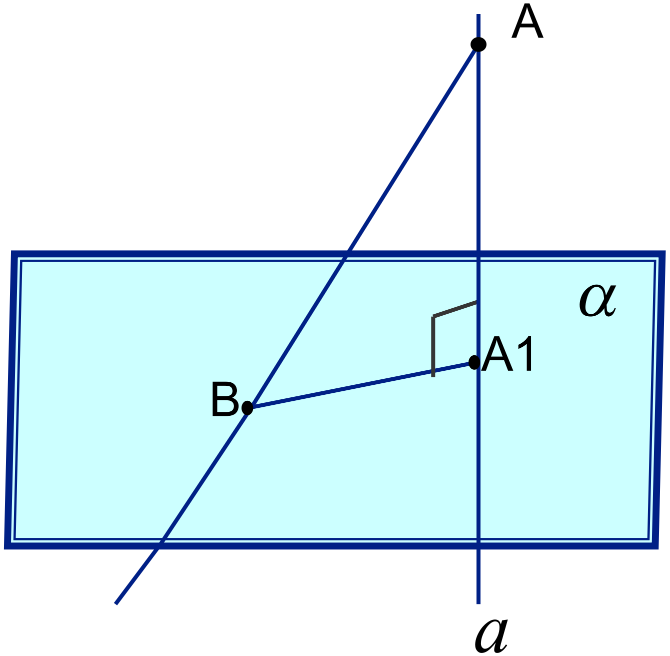
2) $\angle ABC = 90^{\circ}$



КАРТОЧКА 2.
Отрезок EF является средней линией прямоугольного треугольника ABC ($\angle ACB=90^{\circ}$). Через точку E проведен перпендикуляр ME к плоскости этого треугольника.
Доказать:
1) MF$\perp$AC, 2) MC=MA.

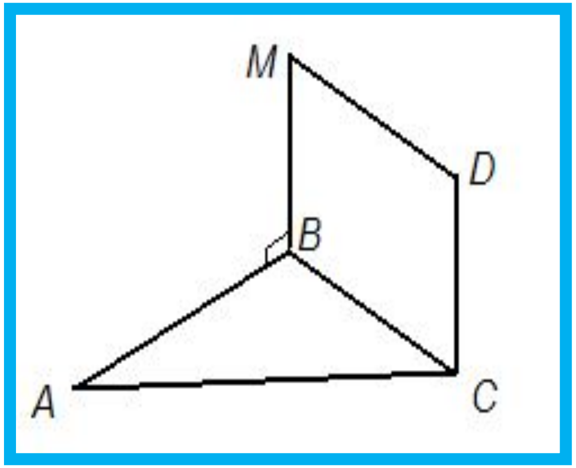


Перпендикуляр и наклонная к плоскости



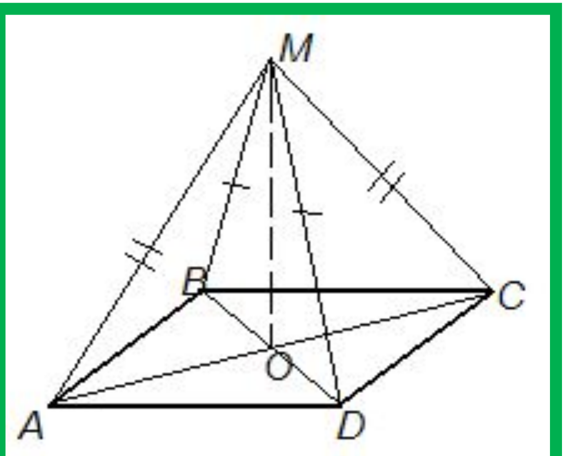
Прямая a **проходит через точку А перпендикулярно к плоскости .**
Точка A_1**- проекция точки А на плоскость** α **.**
Отрезок AA_1 **называется перпендикуляром к плоскости.**
Точка A_1 **-основание перпендикуляра.**
Расстояние от точки А до плоскости равно длине этого перпендикуляра.
Точка В - произвольная точка плоскости.
Отрезок АВ- наклонная к плоскости.
Точка В-основание наклонной.
Отрезок A_1B **-проекция наклонной АВ на плоскость** α **.**

Решение задач по готовым чертежам



№ 1

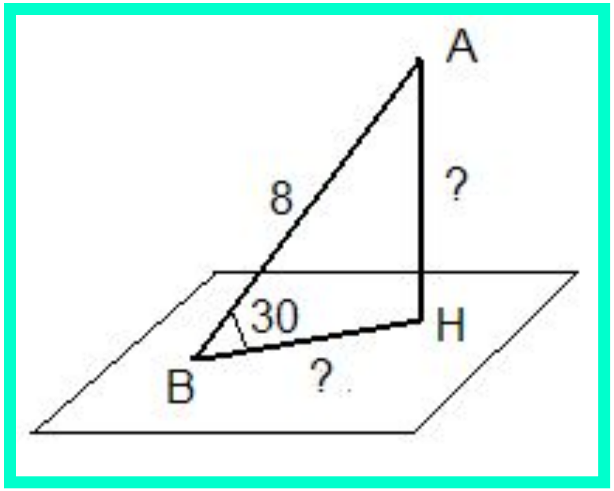
Дано:
M $\notin$(ABC),
MBCD – прямоугольник.
Доказать:
прямая CD $\perp$ (ABC)



№ 2

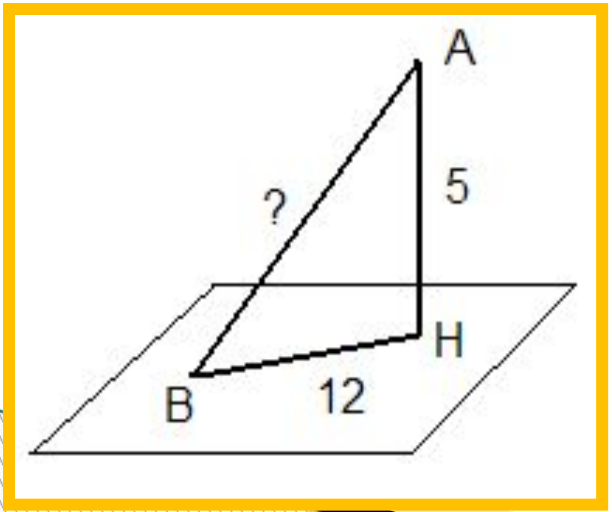
Дано:
ABCD – параллелограмм.
Доказать:
прямая MO $\perp$ (ABC)

Решение задач по готовым чертежам



№ 3

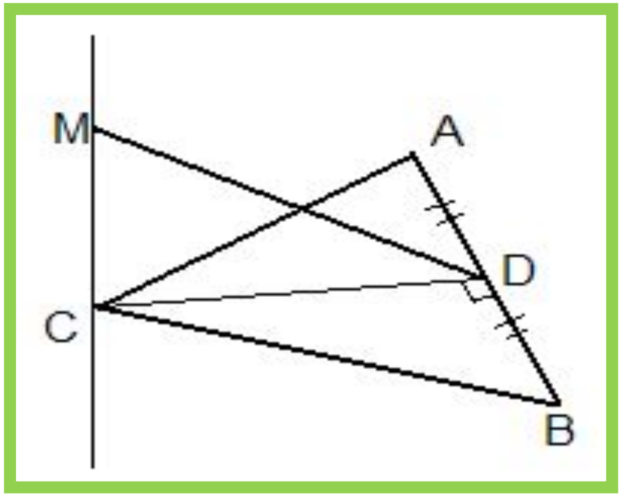
Дано:
AH $\perp \alpha$, AB – наклонная.
Найти AH, BH.



№ 4

Дано:
AH $\perp \alpha$, AB – наклонная.
Найти AB.

Работа в парах



№ 1

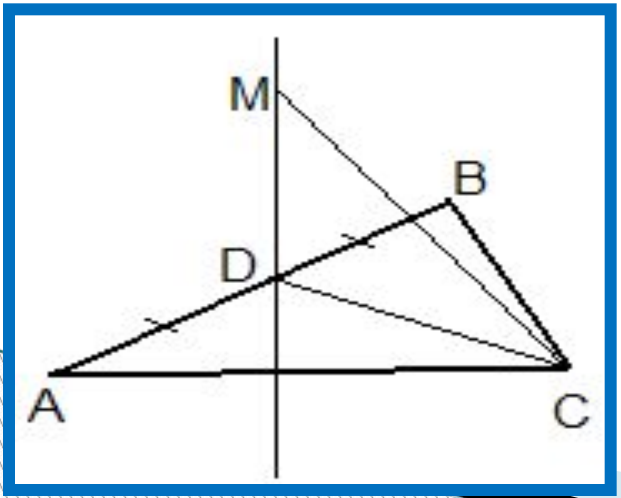
Дано:

прямая MC $\perp$ (ABC),

$\angle ACB=90^\circ$

AC=4, MD=3.

Найти длину отрезка MC.



№ 2

Дано: прямая MD $\perp$ (ABC) ,

Δ ABC- равносторонний,

$$AB = 2\sqrt{3}, MD = 4$$

Найти MC.

Тест (ответить да или нет)

Если прямая перпендикулярна к плоскости, то она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости
Если прямая перпендикулярна к плоскости, то она перпендикулярна к любой прямой, параллельной этой плоскости
Прямая, перпендикулярная к каким-нибудь двум прямым, лежащим в плоскости, перпендикулярна к этой плоскости
Прямая, пересекающая круг в центре и перепендикулярная к его диаметру, перпендикулярна к плоскости круга
Прямая, пересекающая круг в центре и перепендикулярная к его двум радиусам, не лежащим на одной прямой, перпендикулярна к плоскости круга
Прямая, перпендикулярная к двум не параллельным хордам круга, перпендикулярна к его плоскости
Если плоскость перпендикулярна к одной из параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой
Если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных плоскостей, то она перпендикулярна и к другой
Если две плоскости перпендикулярны к одной и той же прямой, то они параллельны
Если две прямые перпендикулярны к одной и той же плоскости, то они параллельны

Самостоятельная работа.

1 вариант.	2 вариант.
1. Треугольник ABC –равносторонний, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости ABC. а) Докажите, что MA=MB=MC. б) Найдите MA, если AB=6 см, MO=2см.	1. ABCD – квадрат, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости квадрата. а) Докажите, что MA=MB=MC=MD. б) Найдите MA, если AB=4 см, OM=1см.
2.Из точки к плоскости проведены две наклонные. Известно , что разность длин наклонных равна 5см,а их проекции равны 7 и 18 см. Найдите расстояние от данной точки до плоскости.	2.Из точки к плоскости проведены две наклонные. Известно , что длины наклонных равны 25 и 30см,а разность длин их проекций -1 см. Найдите расстояние от данной точки до плоскости.

Домашнее задание:

№ 130, 131, 145, 148.