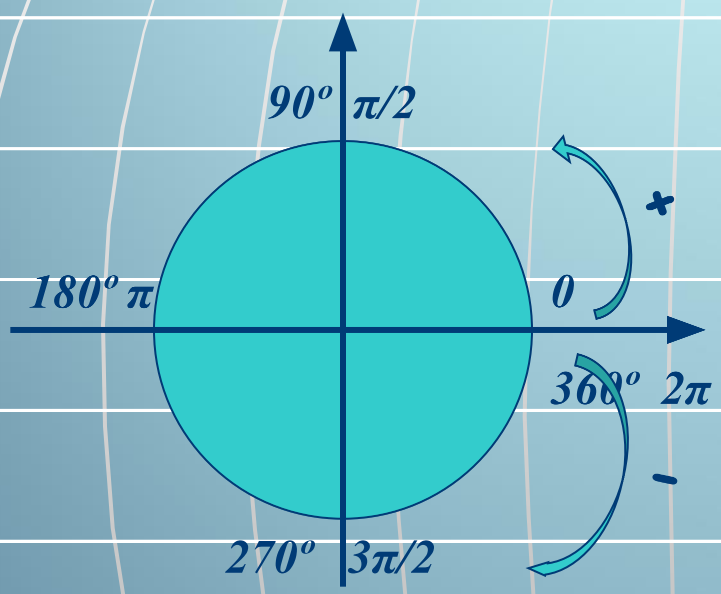
9 класс

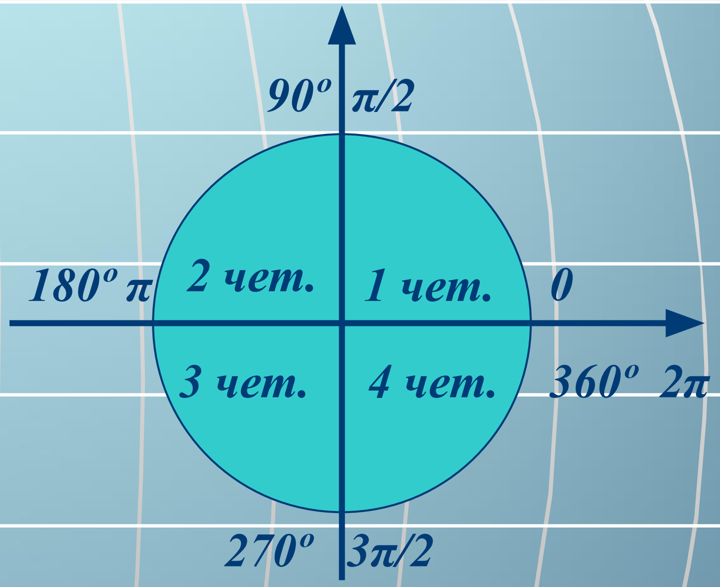
Свойства тригонометрических функций

Проверь себя.

- Синус.угла α — это ордината (координата y) точки на тригонометрической окружности, которая возникает при повороте радиуса на угол α.
- Косинус угла α — это абсцисса (координата x) точки на тригонометрической окружности, которая возникает при повороте радиуса на угол α.
- Тангенс угла α — это отношение синуса к косинусу. Или, что то же самое, отношение координаты y к координате x
- Котангенс угла α — это отношение косинуса к синусу. Или, что то же самое, отношение координаты x к координате y
- Обозначение: $\sin\alpha = y$; $\cos\alpha = x$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{x}{y}$.

Тригонометрический круг



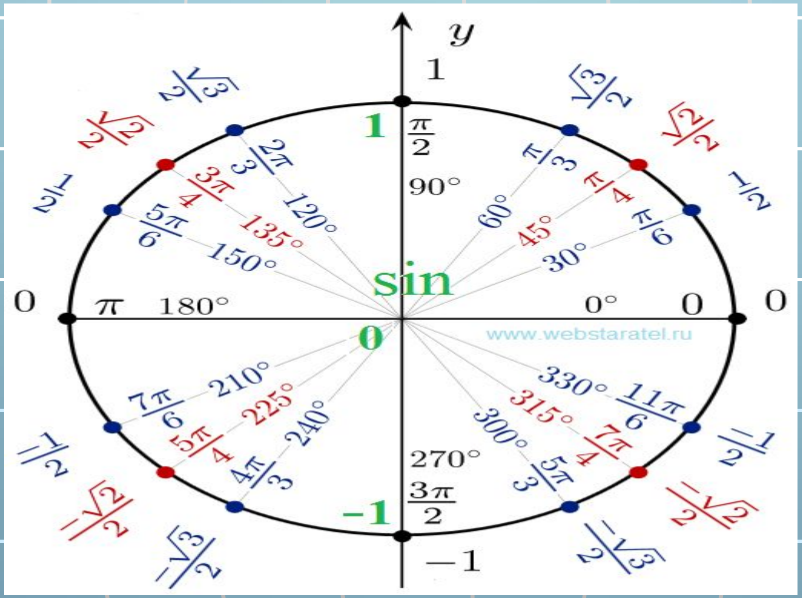


Помните! π = 180 °

Какой четверти принадлежит угол

1) $\alpha = 273°$; 2) $\alpha = 159°$; 3) $\alpha = 100°$; 4) $\alpha = 300°$;

5) $\alpha = 25°$; 6) $\alpha = -110°$; 7) $\alpha = -210°$; 8) $\alpha = -319°$



Область определения функции

- **Областью определения функции** называют множество всех допустимых значений переменной *x*. Геометрически – это проекция графика функции на ось *Ox*.

Область определения

Синус, косинус

$D(y) = R$

Функции непрерывны на R

Тангенс

$D(y) = R, x \neq п/2 + пn$

$x = п/2 + пn$ – вертикальная асимптота

tgx – определен при $\cos x \neq 0$

Котангенс

$D(y) = R, x \neq пn$

$x = пn$ – вертикальная асимптота

ctgx – определен при $\sin x \neq 0$

Множество значений функции

- **Множество значений функции** — множество всех значений, которые функция принимает на области определения. Геометрически – это проекция графика функции на ось *Oy*.

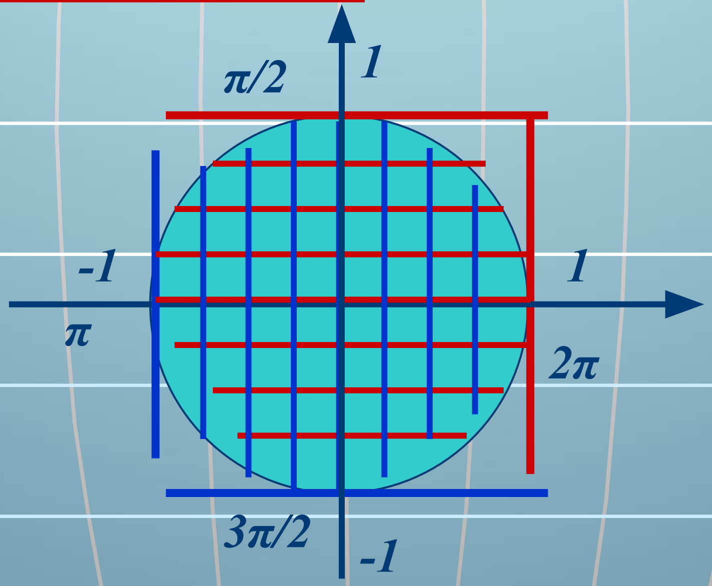
Множество значений функций

-1 ≤ sin x ≤ 1, или |sinx | ≤1,
-1 ≤ cos x ≤ 1, или |cosx |≤1,

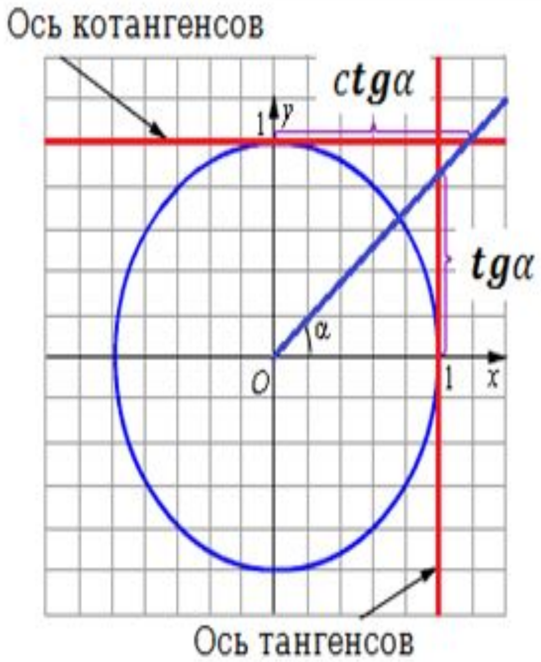
tgx € R, ctgx € R,

|sinx | ≤1

|cosx | ≤1



Свойства тригонометрических функций



Функция	Область определения	Множество значений
$y = \sin x$	$x \in R$	$y \in [-1; 1]$
$y = \cos x$	$x \in R$	$y \in [-1; 1]$
$y = tg x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$	$y \in R$
$y = ctg x$	$x \neq \pi k, k \in Z$	$y \in R$

Найди область определения функции $y = 2\sin(x + 3)$.

- Область определения функции – это множество всех значений аргумента, при котором записанная формула функции имеет смысл. Так как $\sin x$ имеет смысл при всех значений переменной x, областью определения функции

$y = 2\sin(x + 3)$ является вся числовая прямая, т.е. $(-\infty; +\infty)$.

Найди сумму всех целых значений функции $y = -6\cos x + 1$.

- **Решение**. Так как множество значений функции $y = \cos x$ – промежуток $[-1; 1]$, тогда:
- $-1 \le \cos x \le 1$,
- $-6 \le -6\cos x \le 6$,
- $-5 \le -6\cos x + 1 \le 7$,
- т.е. множество значений функции $y = -6\cos x + 1$ – промежуток $[-5; 7]$. Этому промежутку принадлежат следующие целые числа:
- $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.
- Найди сумму этих чисел:
- $(-5) + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 13$.
- Ответ: 13.

Найди область значений функции $y = 2\cos x$.

- Так как множество значений функции $y = \cos x$ – промежуток $[-1; 1]$, тогда:
- $-1 \le \cos x \le 1$,
- $-2 \le 2\cos x \le 2$,
- т.е. множество значений функции

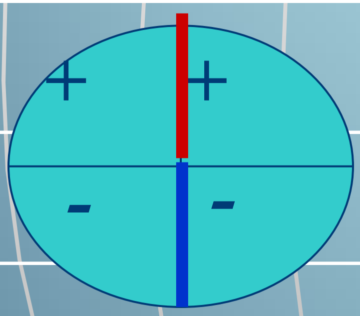
$y = 2\cos x$ – промежуток $[-2; 2]$.

Знаки по четвертям

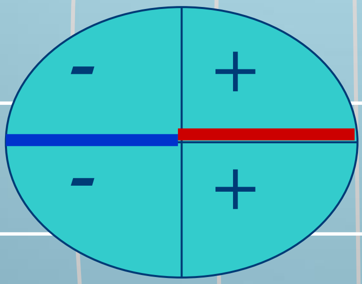
Синус: знаки соответствуют знакам по оси У, косинус –по оси Х

Тангенс и котангенс в 1 четверти- плюс, далее знаки чередуются

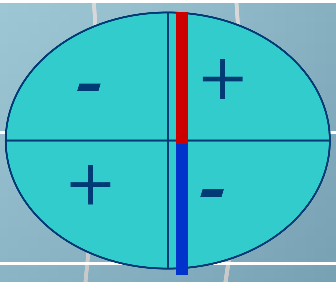
Sin



Cos



Tg, ctg

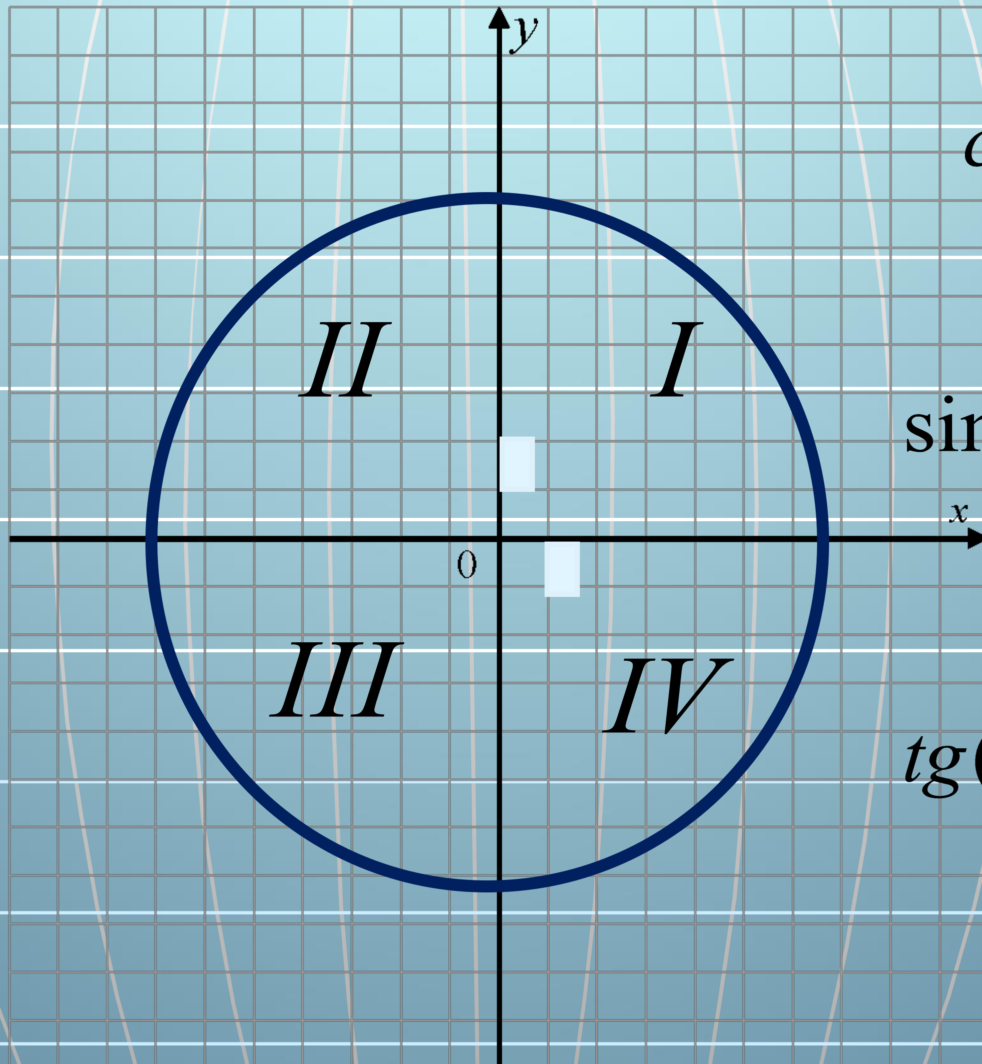


Рассмотрим примеры

$\sin 20^\circ = "+"$

$\cos 70^\circ = "+"$

$tg 120^\circ = "-"$



$ctg 240^\circ = "+"$

$\sin(-45^\circ) = "-"$

$tg(-130^\circ) = "+"$

Четность и нечетность тригонометрических функций

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\alpha$$

$$ctg(-\alpha) = -ctg\alpha$$

Если изменение знака аргумента влечет за собой и изменение знака функции, то функция называется нечетной

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

Если изменение знака аргумента не влечет изменение знака функции, то функция называется четной

Четность, нечетность

Синус, тангенс, котангенс –функции нечетные

Минус у угла можно вынести за знак функции

Косинус – функция четная

Минус у угла можно опустить

Примеры

1. sin (– x) = - sin x

2. sin (п/4 – x) = - sin (x - п/4)

3. $tg(-\pi/6) = -tg\ \pi/6 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. $\cos(-7\pi/3) = \cos 7\pi/3 = \cos(2\pi + \pi/3) = \cos \pi/3 = ½$

5. $\cos(-\beta) = \cos\beta$

6. $ctg(2\alpha - \pi/2) = -ctg(\pi/2 - 2\alpha)$

Рассмотрим примеры

- cos (-120°)= cos 120°
- sin (-120°)=- sin 120°
- tg (-45°)=-tg 45°
- ctg (-60°)=-ctg 60°

Период

Период – это число, при прибавлении которого к аргументу значение функции не изменяется.

$f(x+T)=f(x)$

Если T – период, то Tn для n € Z тоже период.

Считается T – наименьший период

Так как $f(x+Tn)=f(x)$, то Tn можно опустить

sin, cos T=2п

tg, ctg T=п

Примеры

1. sin 390º = sin (360º + 30º) = sin 30º = ½

2. sin 790º = sin (2·360º + 30º) = sin 30º = ½

3. tg 210º = tg (180º + 30º) = tg 30º = $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. cos 7π/3= cos (2π + π/3) = cos π/3 = ½

5. cos (2π – β) = cos (-β) = cos β

6. sin (6π – 2α) = sin (-2α) = - sin 2α

Рассмотрим примеры

Найдем $\cos 420^\circ, \quad \sin 1470^\circ, \quad \cos 1845^\circ.$

1) $\cos 420^\circ = \cos(60^\circ + 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$

2) $\sin 1470^\circ = \sin(30^\circ + 4 \cdot 360^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2};$

3) $\cos 1845^\circ = \cos(45^\circ + 5 \cdot 360^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Не удалось разобраться в теме

Остались вопросы

Тема раскрыта, все понятно