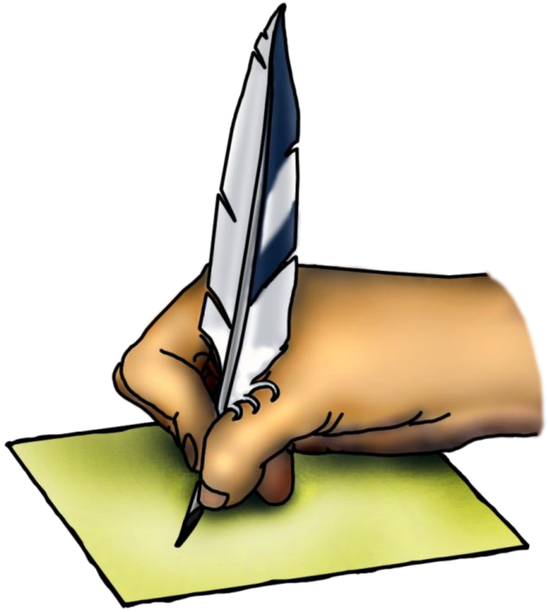


Решение типовых задач по теме «Числовая окружность в координатной плоскости»

Повторим

Координаты основных точек первого макета

	0								
x	1		0		-1		0		1
y	0		1		0		-1		0

Координаты основных точек второго макета

x								
y								

Если точка М числовой окружности соответст-вует числу t, то она соответствует и числу вида t+2πk, где k – любое целое число (kϵZ).

$$M(t) = M(t+2\pi k), \text{ где } k \in Z$$

Задача

- Центр числовой окружности совпадает с началом координат на координатной плоскости xOy. Найдите декартовы координаты заданных точек: а)$M\left(\frac{\pi}{4}\right)$; б) $N\left(-\frac{26\pi}{3}\right)$.

Решение:

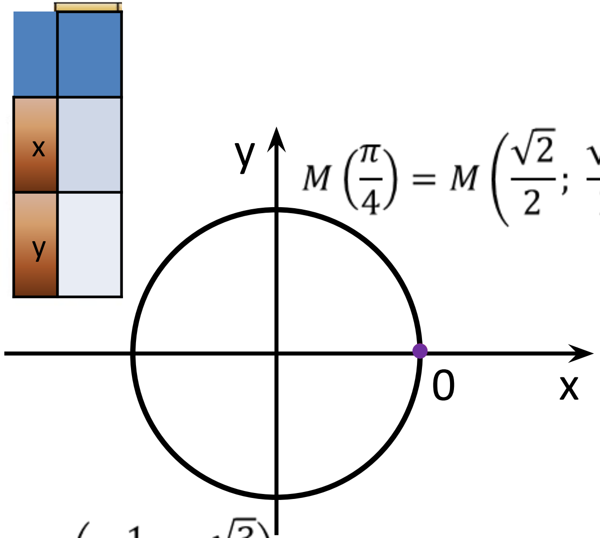
а) $\frac{\pi}{4}$ – точка первого макета

$$M\left(\frac{\pi}{4}\right)=M\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

б) $-\frac{26\pi}{3}=-\frac{24\pi+2\pi}{3}=$

$$=-\left(8\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=4\cdot(-2\pi)-\frac{2\pi}{3}$$

$$N\left(-\frac{26\pi}{3}\right)=N\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$



$$M\left(\frac{\pi}{4}\right)=M\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$N\left(-\frac{26\pi}{3}\right)=N\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Задача

Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а) $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\right)$; б) $N\left(\frac{1}{2};\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

	$\frac{\pi}{6}$
x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
y	$\frac{1}{2}$

Решение:

а) Точка $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\right)$ соответствует семейству точек $\frac{\pi}{6}+2\pi k$, где $k \in Z$.

$k=-1$

$$\frac{\pi}{6}+2\pi k=\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot(-1)=\frac{\pi}{6}-2\pi=-\frac{11\pi}{6}$$

$k=0$

$$\frac{\pi}{6}+2\pi k=\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot 0=\frac{\pi}{6}+0=\frac{\pi}{6}$$

Ответ: $min_{+}=\frac{\pi}{6}, max_{-}=-\frac{11\pi}{6}$

б) Точка $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ соответствует семейству точек $\frac{5\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in Z$.

$k = -1$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k = \frac{5\pi}{3} + 2\pi \cdot (-1) = \frac{5\pi}{3} - 2\pi = -\frac{\pi}{3}$$

$k = 0$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k = \frac{5\pi}{3} + 2\pi \cdot 0 = \frac{5\pi}{3} + 0 = \frac{5\pi}{3}$$

x	
y	

Ответ: $min_{+} = \frac{5\pi}{3}, max_{-} = -\frac{\pi}{3}$

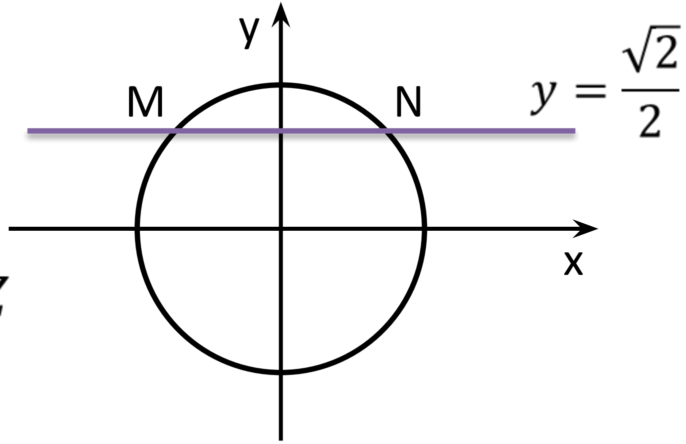
Задача

- Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой и запишите, каким числам t они соответствуют: а) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $y = -1$.

Решение:

а) проведем прямую $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

x		
y		



$M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = M\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = N\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

Ответ: $M\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right), N\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

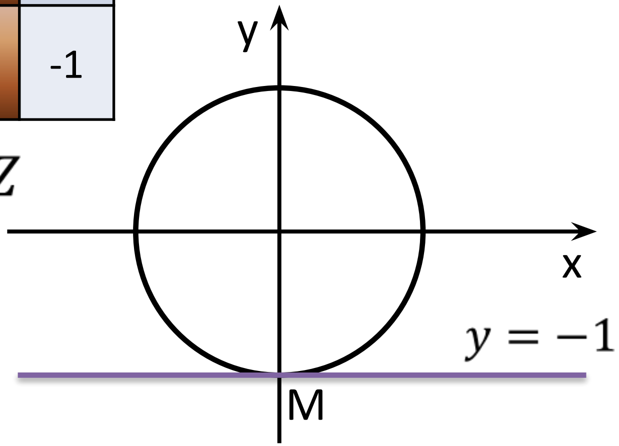
б)Проведем прямую $y = -1$.

$M(0; -1)$

$$M(0; -1) = M\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right), \text{где } k \in Z$$

$$M\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right) = M\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) \text{где } k \in Z$$

x	0
y	-1



Ответ: $M\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

Задача

Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой и запишите, каким числам t они соответствуют: а) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $x = -1$.

Решение:

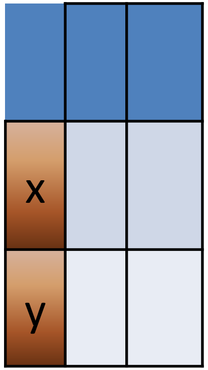
а) проведем прямую $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

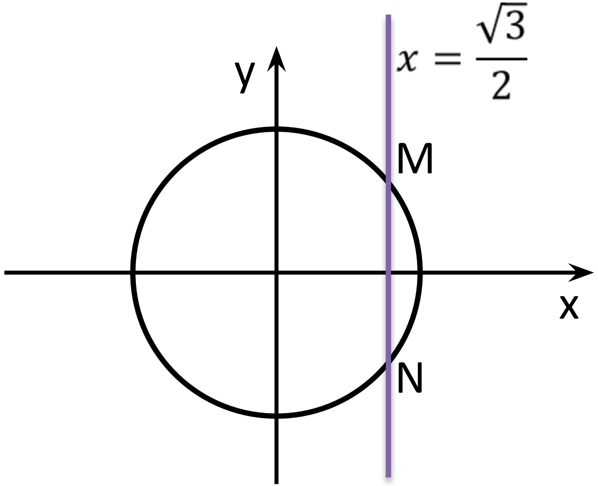
$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ и $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right) = N\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$ где $k \in Z$



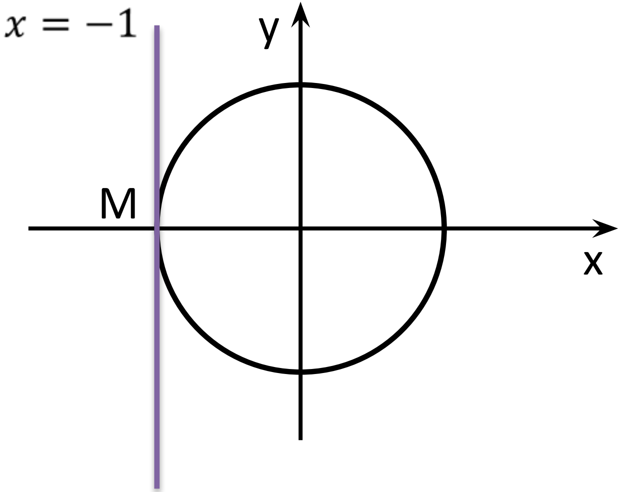


Ответ: $M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), N\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

б) проведем прямую $x = -1$.

$M(-1; 0\ )$

x	-1
y	0



$M(-1; 0) = M(\pi + 2\pi k)$, где $k \in Z$

Ответ: $M(\pi + 2\pi k)$, где $k \in Z$

Задача

Укажите знаки абсциссы и ординаты точки числовой окружности: а) E(2); б) L(6).

- Решение:

а) Определим какой четверти числовой окружности принадлежит число 2.

$\pi \approx 3{,}14$

$\frac{\pi}{2} \approx 1{,}57$

$\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$

$x < 0, y > 0$

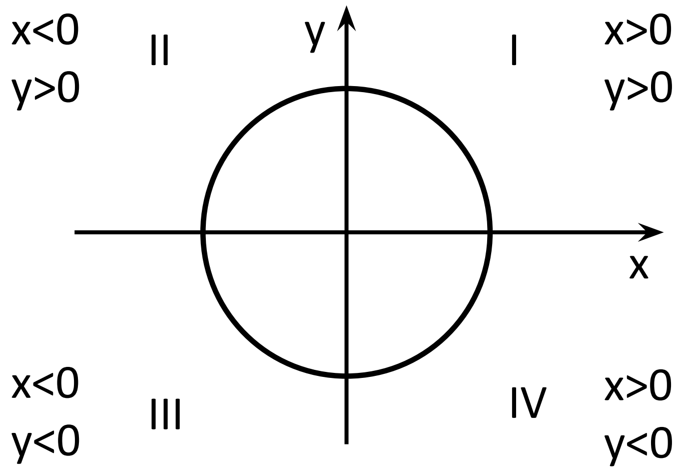
б) Определим какой четверти числовой окружности принадлежит число 6.

$\frac{3\pi}{2} \approx 4{,}71$

$2\pi \approx 6{,}28$

$\frac{3\pi}{2} < 6 < 2\pi$

$x > 0, y < 0$



Задача

- Найдите на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей заданному неравенству, и запишите, каким числам t они соответствуют: а) $x > 0$, б) $x < \frac{1}{2}$.

Решение:

а) построим прямую $x = 0$.

$M(0;1)$ и $N(0;-1)$

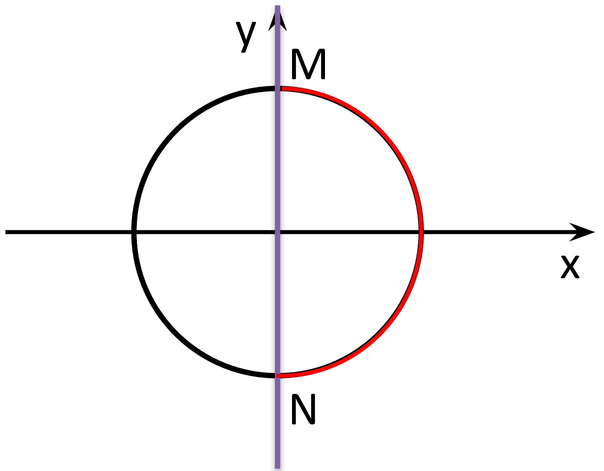
$M(0;1) = M\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N(0;-1) = N\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ где $k \in Z$

$t \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

x	0	0
y	1	-1



Ответ: $t \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

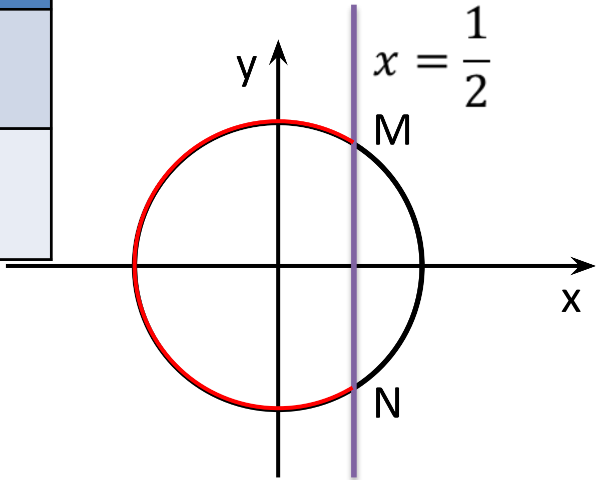
б) построим прямую $x = \frac{1}{2}$.

$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ и $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = N\left(\frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

x		
y		



$$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{где } k \in Z$$

Ответ: $t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

Задача

- Найдите на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей заданному неравенству, и запишите, каким числам t они соответствуют: а) $y > 0$, б) $y < \frac{1}{2}$.

Решение:

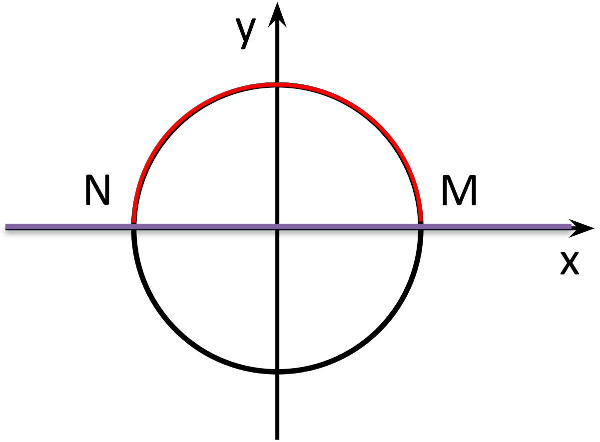
а) построим прямую $y = 0$.

	0	
x	1	-1
y	0	0

$M(1;0)$ и $N(-1;0)$

$M(0;1) = M(2\pi k)$, где $k \in Z$

$N(0;-1) = N(\pi + 2\pi k)$, где $k \in Z$



$t \in (2\pi k;\ \pi + 2\pi k)$, где $k \in Z$

Ответ: $t \in (2\pi k;\ \pi + 2\pi k)$, где $k \in Z$

б) построим прямую $y = \frac{1}{2}$.

$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ и $N\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$

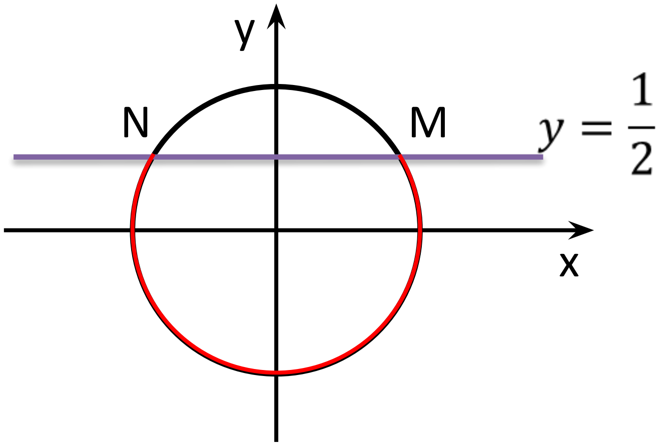
$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = N\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

$N\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k\right)$ где $k \in Z$

$t \in \left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$

x		
y		



Ответ: $t \in \left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in Z$