



**Решение  
ТИПОВЫХ задач  
по теме  
«Числовая  
окружность в  
координатной  
ПЛОСКОСТИ»**



Если точка  $M$  числовой окружности соответствует числу  $t$ , то она соответствует и числу вида  $t+2\pi k$ , где  $k$  – любое целое число ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

$$M(t) = M(t+2\pi k), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

# Задача

Центр числовой окружности совпадает с началом координат на координатной плоскости  $xOy$ . Найдите декартовы координаты заданных точек: а)  $M\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ; б)  $N\left(-\frac{26\pi}{3}\right)$ .

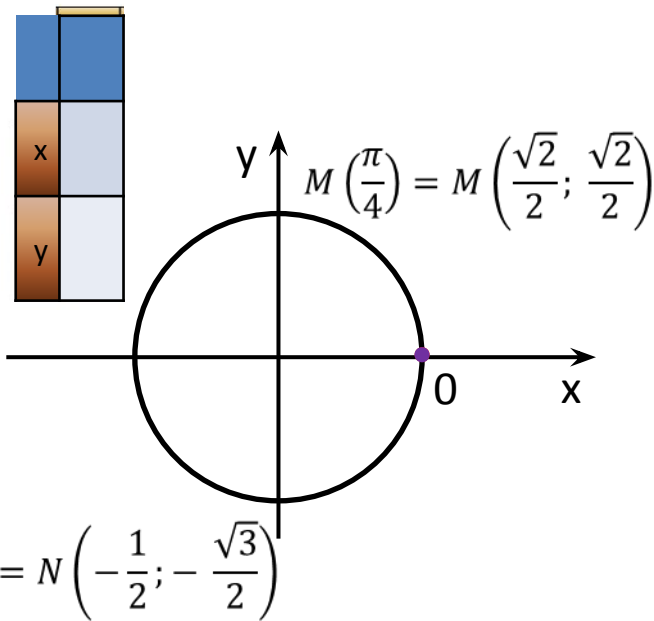
Решение:

а)  $\frac{\pi}{4}$  – точка первого макета

$$M\left(\frac{\pi}{4}\right) = M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -\frac{26\pi}{3} &= -\frac{24\pi + 2\pi}{3} = \\ &= -\left(8\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 4 \cdot (-2\pi) - \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

$$N\left(-\frac{26\pi}{3}\right) = N\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$



# Задача

Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а)  $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ; б)  $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

Решение:

а) Точка  $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$  соответствует семейству точек  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ , где  $k \in Z$ .

$$k = -1$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot (-1) = \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6}$$

$$k = 0$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot 0 = \frac{\pi}{6} + 0 = \frac{\pi}{6}$$

Ответ:  $\min_+ = \frac{\pi}{6}$ ,  $\max_- = -\frac{11\pi}{6}$

	$\frac{\pi}{6}$
x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
y	$\frac{1}{2}$

6) Точка  $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  соответствует семейству точек  $\frac{5\pi}{3} + 2\pi k$ , где  $k \in Z$ .

$$k = -1$$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k = \frac{5\pi}{3} + 2\pi \cdot (-1) = \frac{5\pi}{3} - 2\pi = -\frac{\pi}{3}$$

$$k = 0$$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k = \frac{5\pi}{3} + 2\pi \cdot 0 = \frac{5\pi}{3} + 0 = \frac{5\pi}{3}$$

x	
y	

Ответ:  $\min_+ = \frac{5\pi}{3}$ ,  $\max_- = -\frac{\pi}{3}$

# Задача

Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой и запишите, каким числам  $t$  они соответствуют: а)  $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $y = -1$ .

Решение:

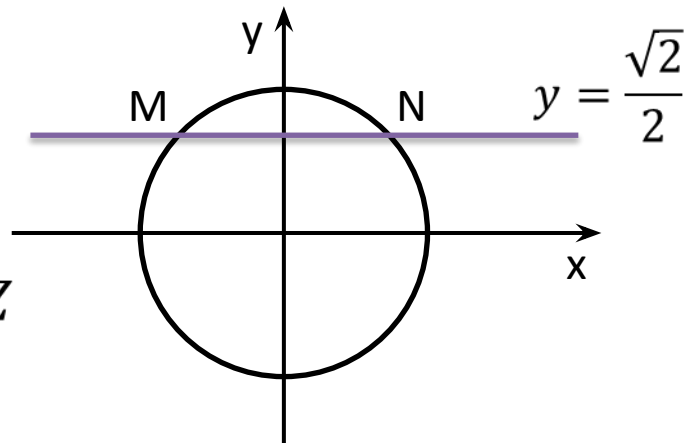
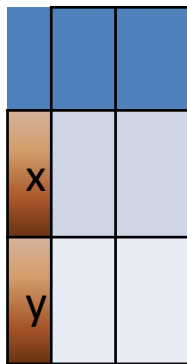
а) проведем прямую  $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

$$M \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ и } N \left( \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$M \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = M \left( \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right), \text{ где } k \in Z$$

$$N \left( \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = N \left( \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right), \text{ где } k \in Z$$

Ответ:  $M \left( \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right), N \left( \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right), \text{ где } k \in Z$



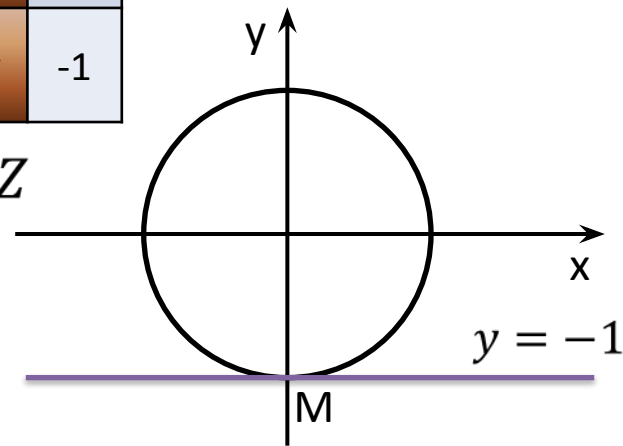
б) Проведем прямую  $y = -1$ .

$M(0; -1)$

$$M(0; -1) = M\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

$$M\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right) = M\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) \text{ где } k \in Z$$

x	0
y	-1



Ответ:  $M\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in Z$



# Задача

Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой и запишите, каким числом  $t$  они соответствуют: а)  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $x = -1$ .

Решение:

а) проведем прямую  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$  и  $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

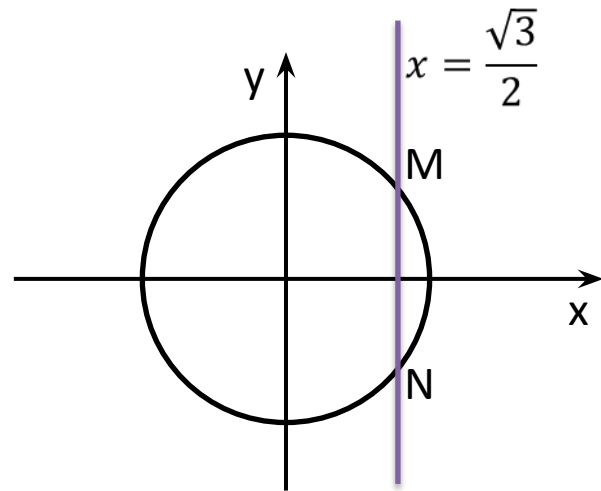
$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in Z$

$N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right) = N\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in Z$

$N\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$  где  $k \in Z$

Ответ:  $M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), N\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in Z$

x		
y		



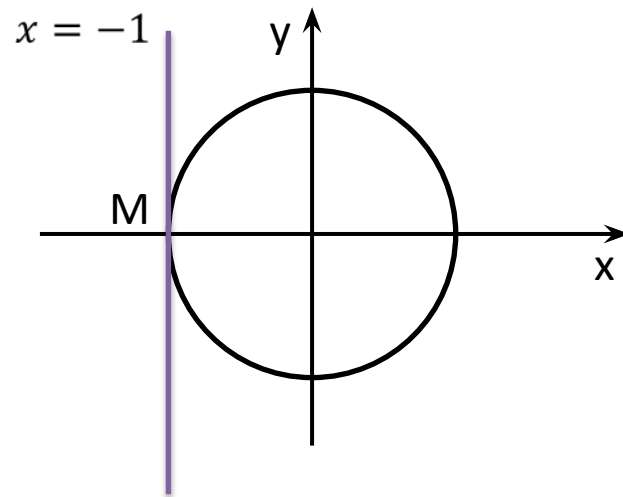
б) проведем прямую  $x = -1$ .

$M(-1; 0)$

x	-1
y	0

$M(-1; 0) = M(\pi + 2\pi k)$ , где  $k \in Z$

Ответ:  $M(\pi + 2\pi k)$ , где  $k \in Z$



# Задача

Укажите знаки абсциссы и ординаты точки числовой окружности: а) E(2); б) L(6).

Решение:

а) Определим какой четверти числовой окружности принадлежит число 2.

$$\pi \approx 3,14$$

$$\frac{\pi}{2} \approx 1,57$$

$$\frac{2}{\pi} < 2 < \pi$$

$$x < 0, y > 0$$

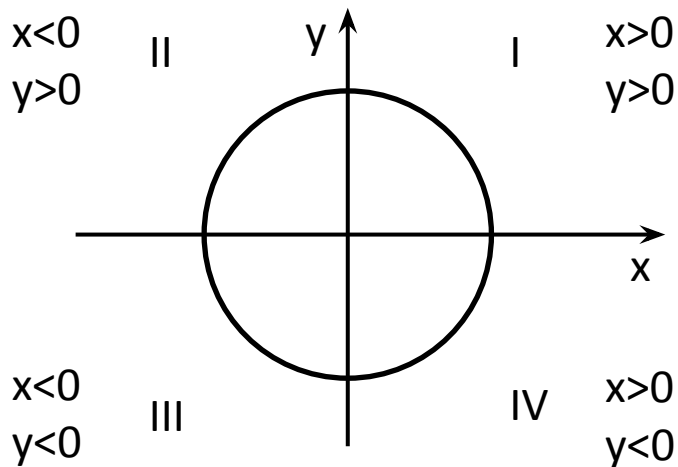
б) Определим какой четверти числовой окружности принадлежит число 6.

$$\frac{3\pi}{2} \approx 4,71$$

$$2\pi \approx 6,28$$

$$\frac{3\pi}{2} < 6 < 2\pi$$

$$x > 0, y < 0$$



# Задача

Найдите на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей заданному неравенству, и запишите, каким числом  $t$  они соответствуют: а)  $x > 0$ , б)  $x < \frac{1}{2}$ .

Решение:

а) построим прямую  $x = 0$ .

$M(0; 1)$  и  $N(0; -1)$

$M(0; 1) = M\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

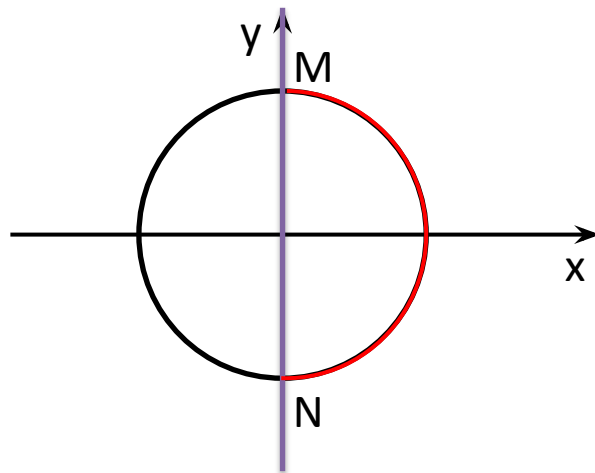
$N(0; -1) = N\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

$N\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$  где  $k \in \mathbb{Z}$

$t \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

Ответ:  $t \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

x	0	0
y	1	-1



б) построим прямую  $x = \frac{1}{2}$ .

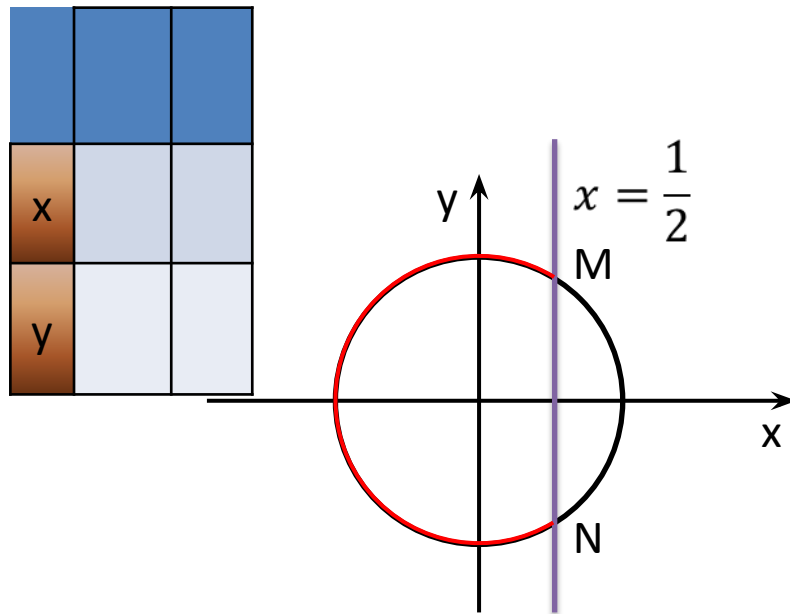
$$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ и } N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

$$N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = N\left(\frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

$$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

$$\text{Ответ: } t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$



# Задача

Найдите на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей заданному неравенству, и запишите, каким числом  $t$  они соответствуют: а)  $y > 0$ , б)  $y < \frac{1}{2}$ .

Решение:

а) построим прямую  $y = 0$ .

$M(1; 0)$  и  $N(-1; 0)$

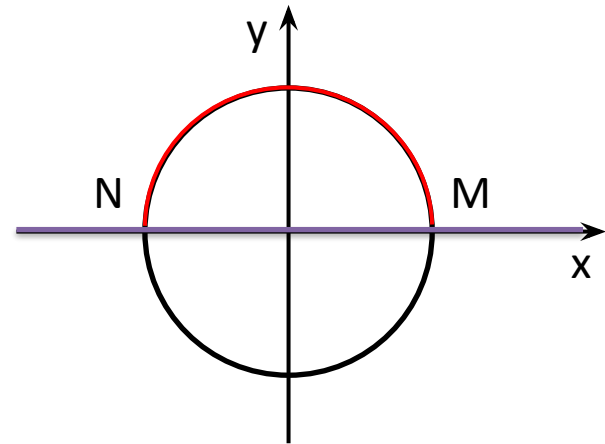
$M(0; 1) = M(2\pi k)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

$N(0; -1) = N(\pi + 2\pi k)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

$t \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

Ответ:  $t \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

	0	
x	1	-1
y	0	0



б) построим прямую  $y = \frac{1}{2}$ .

$$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ и } N\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

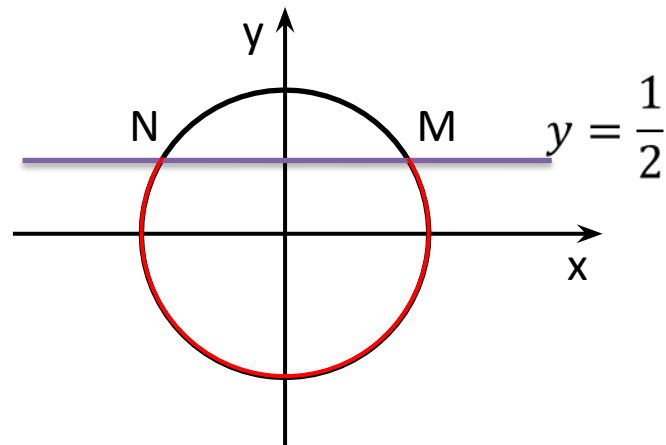
$$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

$$N\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = N\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

$$N\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k\right) \text{ где } k \in Z$$

$$t \in \left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$$

x		
y		



Ответ:  $t \in \left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in Z$