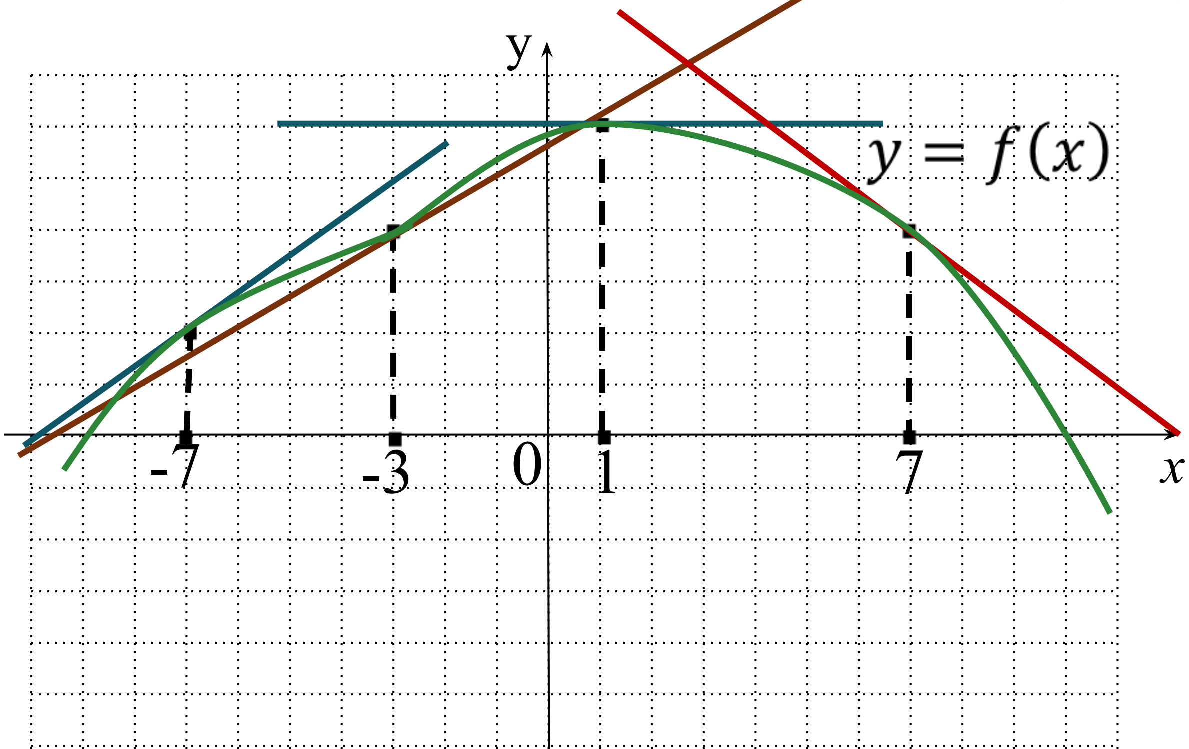
# ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Базовый и профильный уровни

# ЗАДАЧА В9 (№1)




На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -7, -3, 1, 7. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

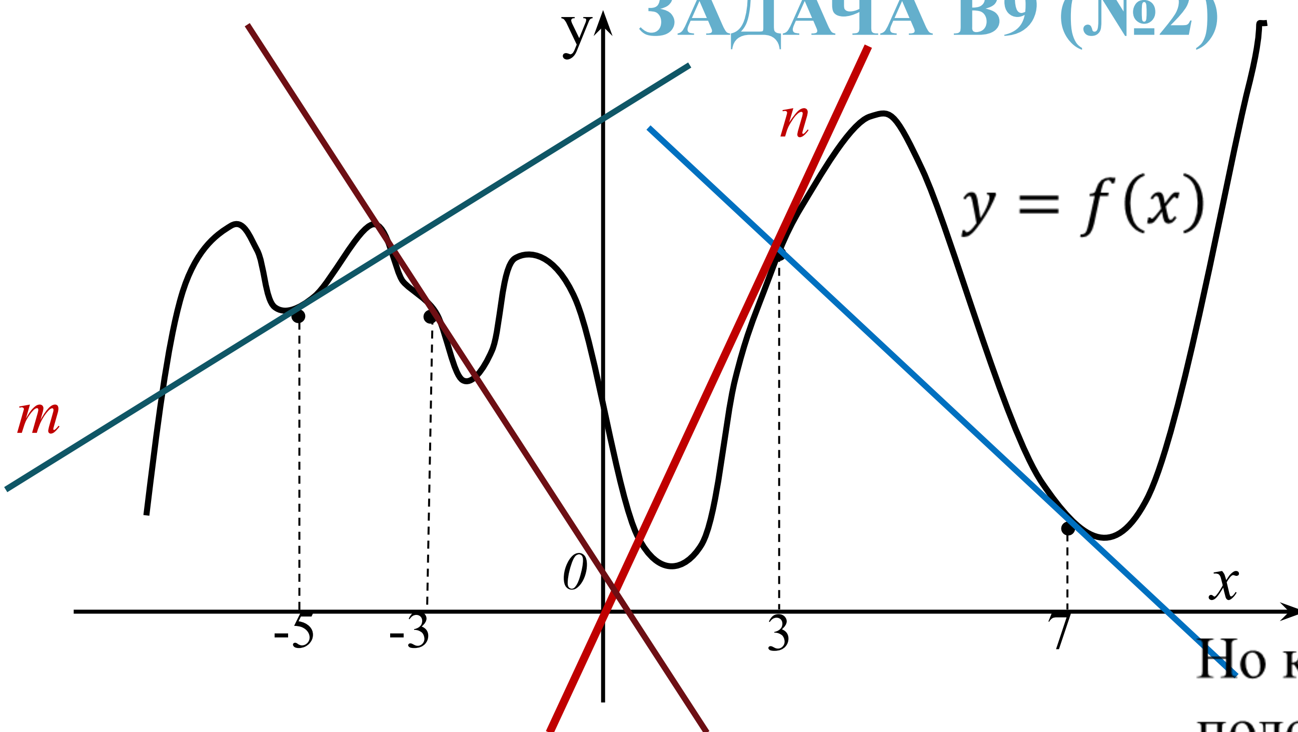
***Решение:*** Т.к. значение производной функции в точке равно $tg\alpha$ – угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке, проведём эти касательные.

В точках x = -7 и x = -3 $tg\alpha > 0$, в точке x = 1 $tg\alpha = 0$.

В точке x = 7 $tg\alpha < 0$, ⇒ в этой точке значение производной наименьшее.

***Ответ: 7***

# ЗАДАЧА В9 (№2)




На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -5, -3, 3, 7. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку

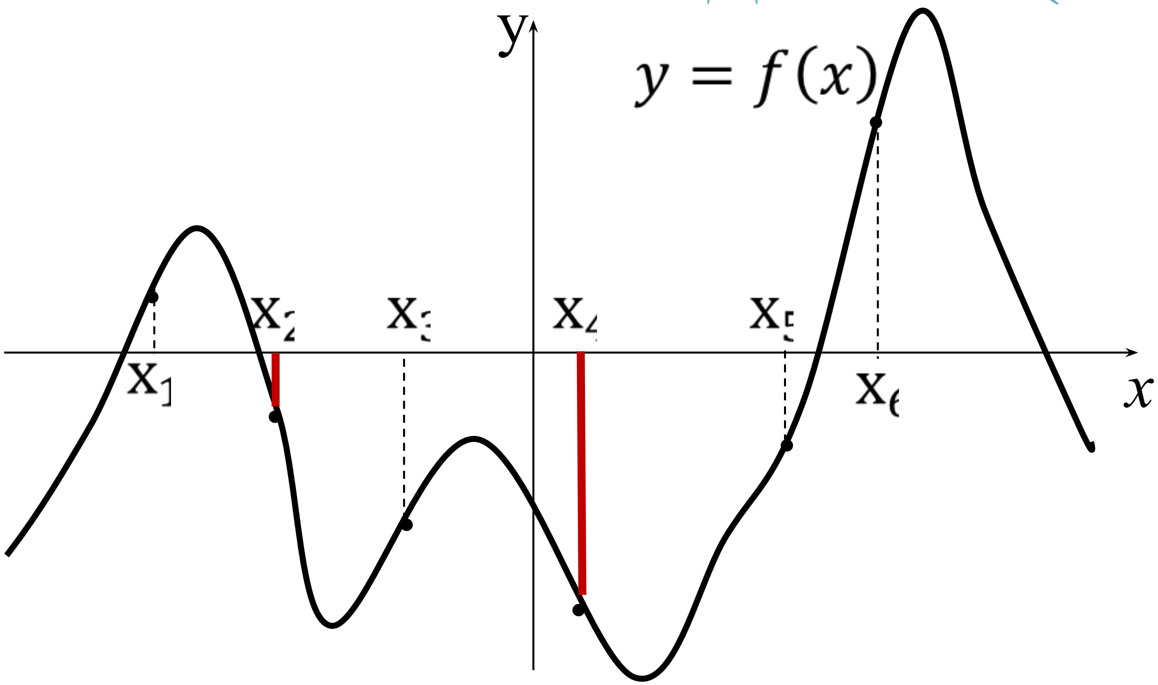
***Решение:*** Т.к. значение производной функции в точке равно $tg\alpha$ – угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке, проведём эти касательные.

В точках $x = -3$ и $x = 7$ $tg\alpha < 0$, в точках $x = -5$ и $x = 3$ $tg\alpha > 0$.

Но касательная ***n*** и положительное направление оси Ох образуют больший угол, чем касательная ***m***, $\Rightarrow$ в точке $x = 3$ значение производной наибольшее.

***Ответ: 3***

# ЗАДАЧА В9 (№3)

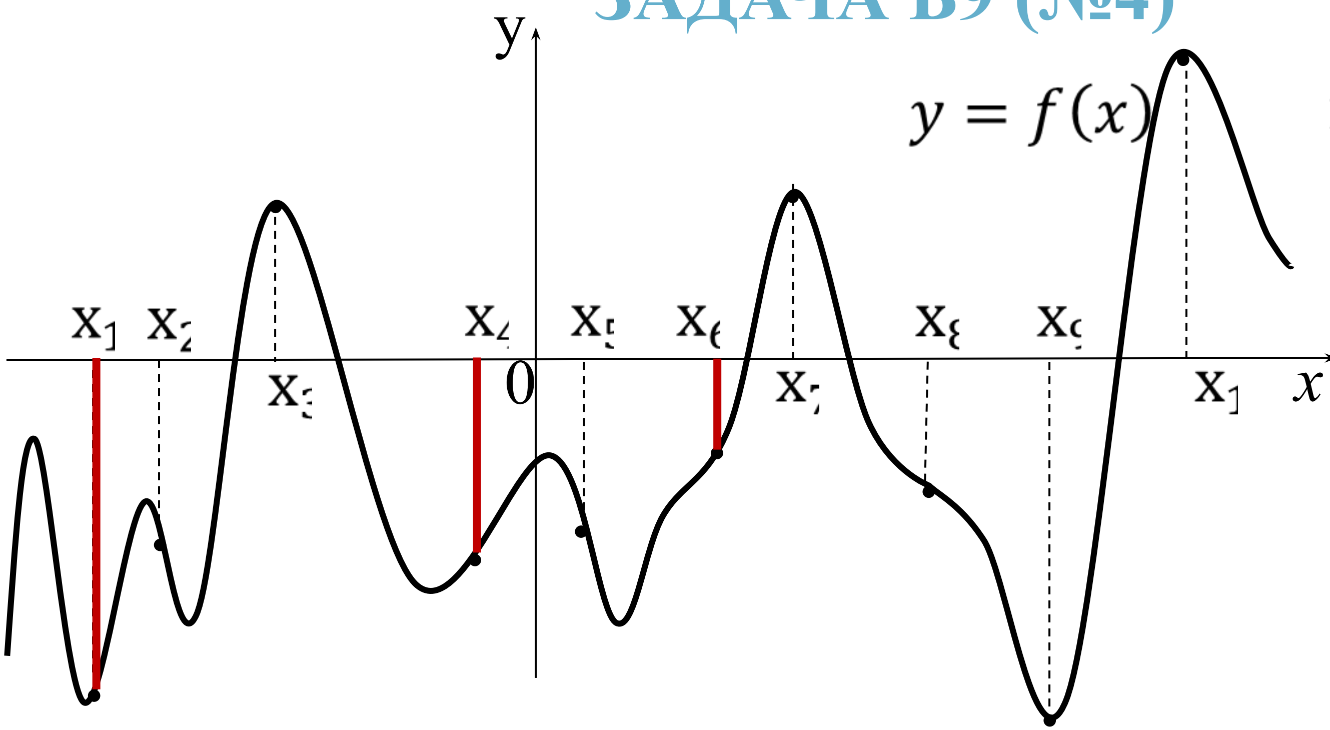



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$, $x_5$ и $x_6$ те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

***Решение:*** Производная функции в точке отрицательна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки $x_2$ и $x_4$. Следовательно, количество найденных точек равно 2.

***Ответ: 2***

# ЗАДАЧА В9 (№4)

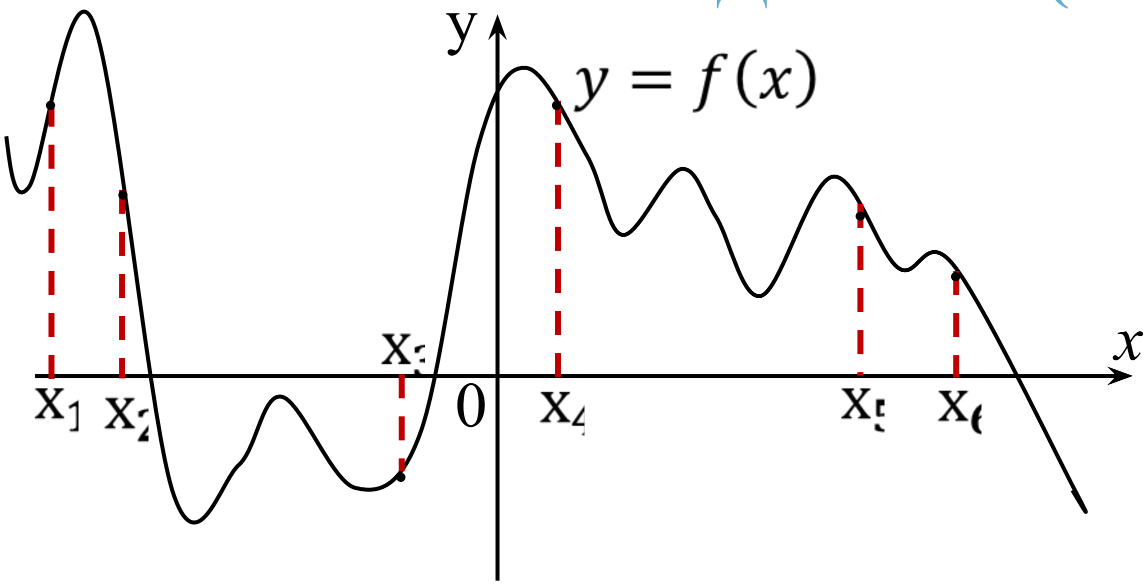



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1$, $x_2$, $x_3$, …, $x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна.

***Решение:*** Производная функции в точке положительна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой возрастания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки $x_1$, $x_4$ и $x_6$. Следовательно, количество найденных точек равно 3.

***Ответ: 3***

# ЗАДАЧА В9 (№5)

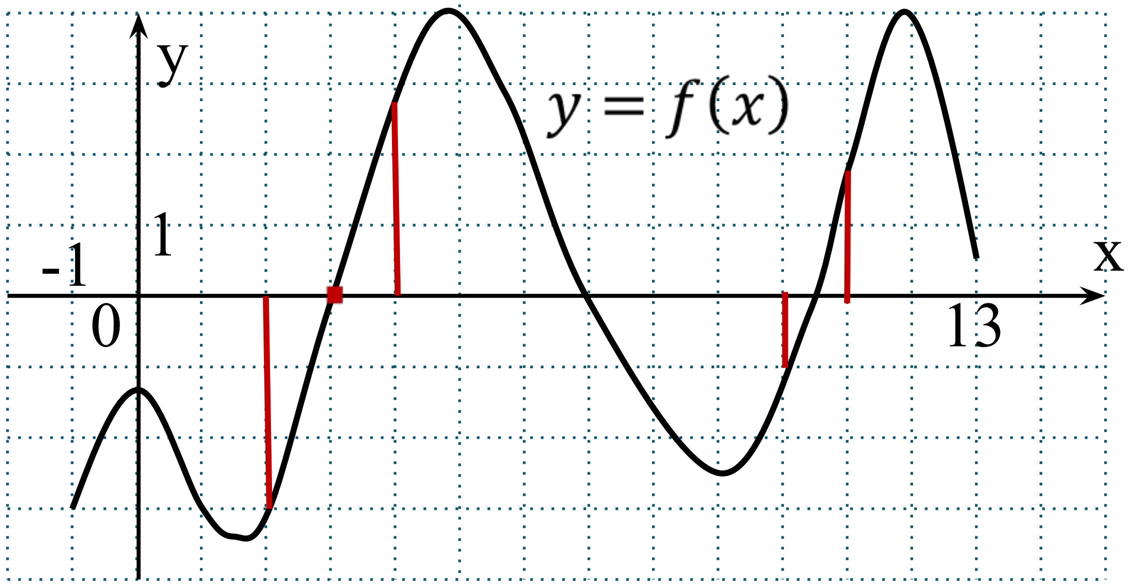



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$, $x_5$ и $x_6$ те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

***Решение:*** Производная функции в точке отрицательна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки $x_2$, $x_4$, $x_5$ и $x_6$. Следовательно, количество найденных точек равно 4.

***Ответ: 4.***

# ЗАДАЧА В9 (№6)

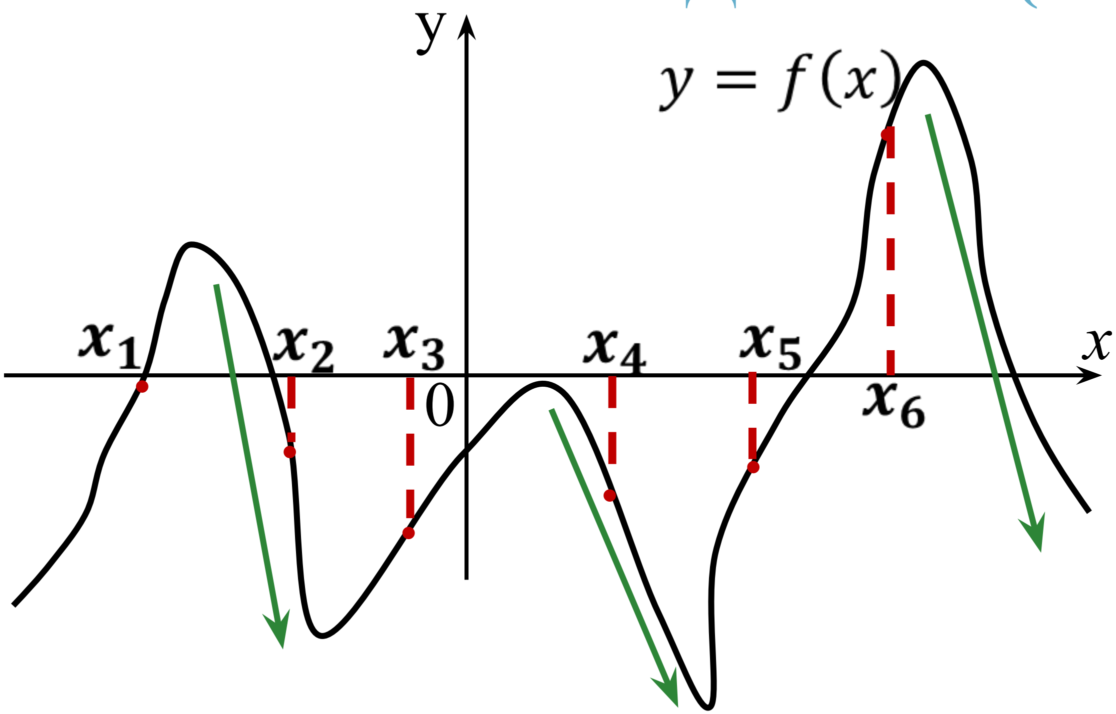



На рисунке изображён график функции y=f(x), определённой на интервале (-1;13). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

***Решение:*** Производная функции в точке положительна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой возрастания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки абсциссы которых равны 3, 4, 5, 11, 12 . Следовательно, количество найденных точек равно 5.

***Ответ: 5***

# ЗАДАЧА B9 (№7)




На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$, $x_5$ и $x_6$ те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.

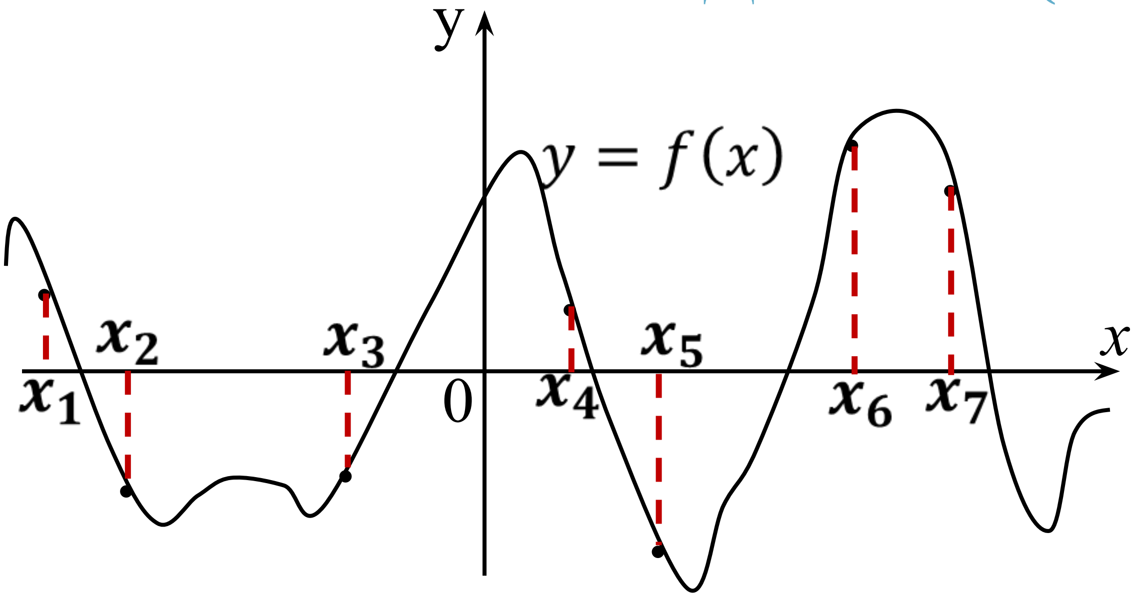
***Решение:*** Производная функции в точке отрицательна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания данной функции.

Этому условию на рисунке удовлетворяют точки $x_2$ и $x_4$.

Следовательно, количество найденных точек равно 2.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА B9 (№8)

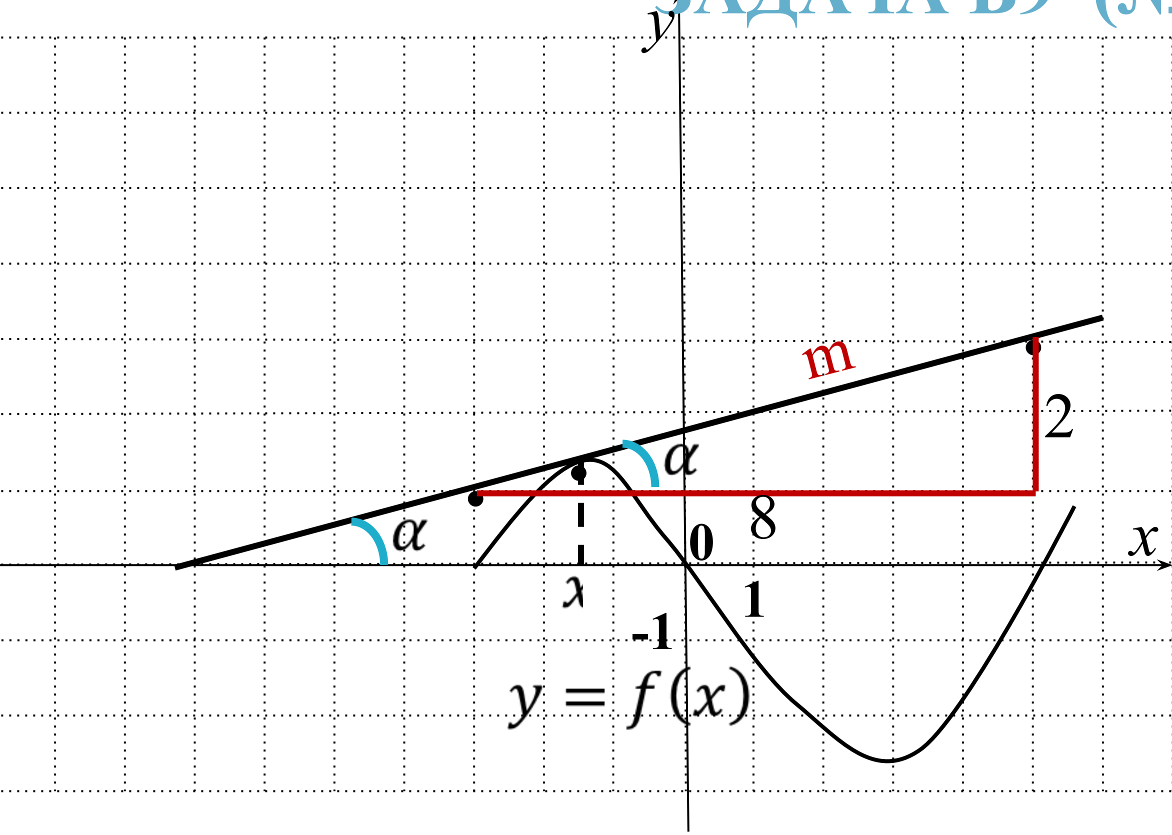



На рисунке изображён график функции y=f(x), определённой на интервале (-1;13). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

***Решение:*** Производная функции в точке положительна тогда и только тогда, когда эта точка является точкой возрастания данной функции. Этому условию на рисунке удовлетворяют точки $x_3$ и $x_6$. Следовательно, количество найденных точек равно 2.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА В9 (№9)



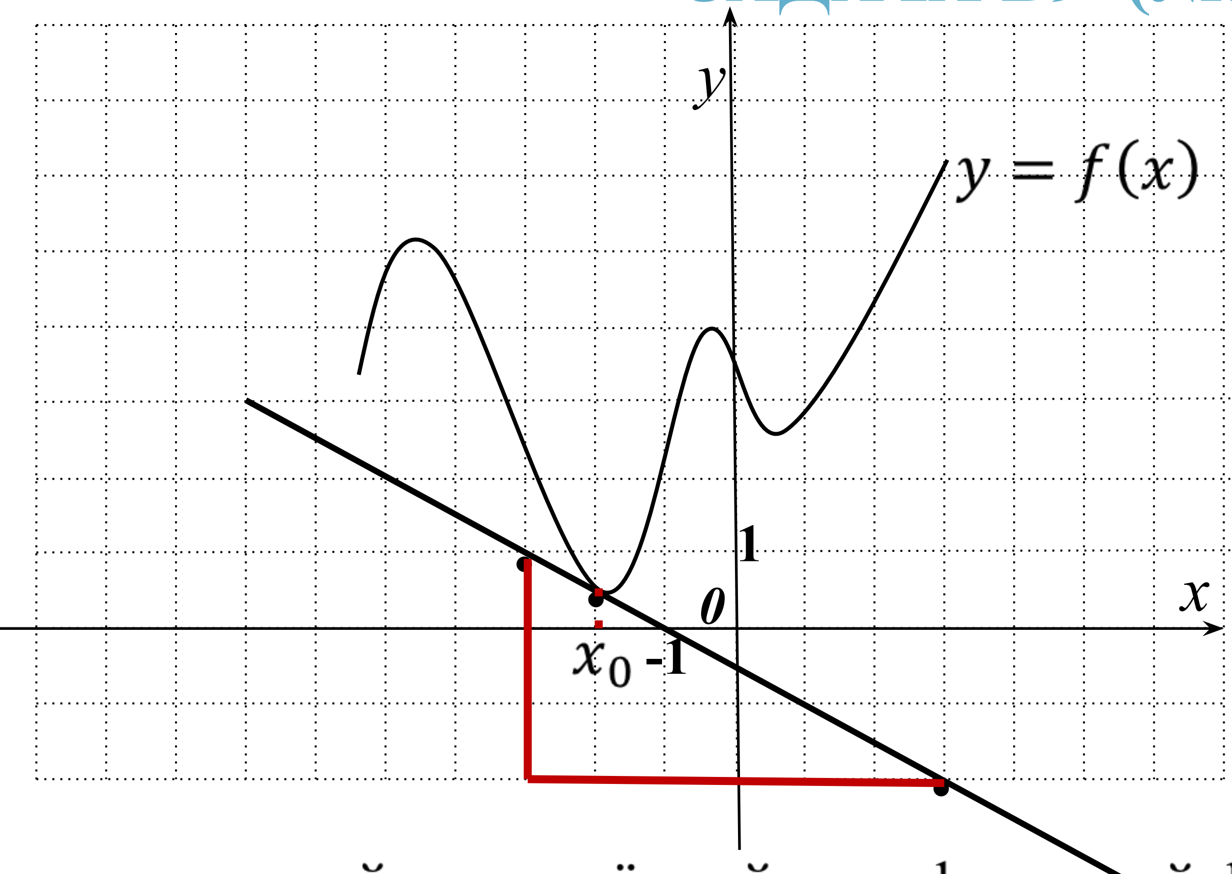

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.

***Решение:*** значение производной функции $y = f(x)$ в точке $x_0$-это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке.

Угловой коэффициент касательной $k = \mathrm{tg}\alpha = \frac{2}{8} = 0{,}25$.

***Ответ: 0,25***

# ЗАДАЧА B9 (№10)

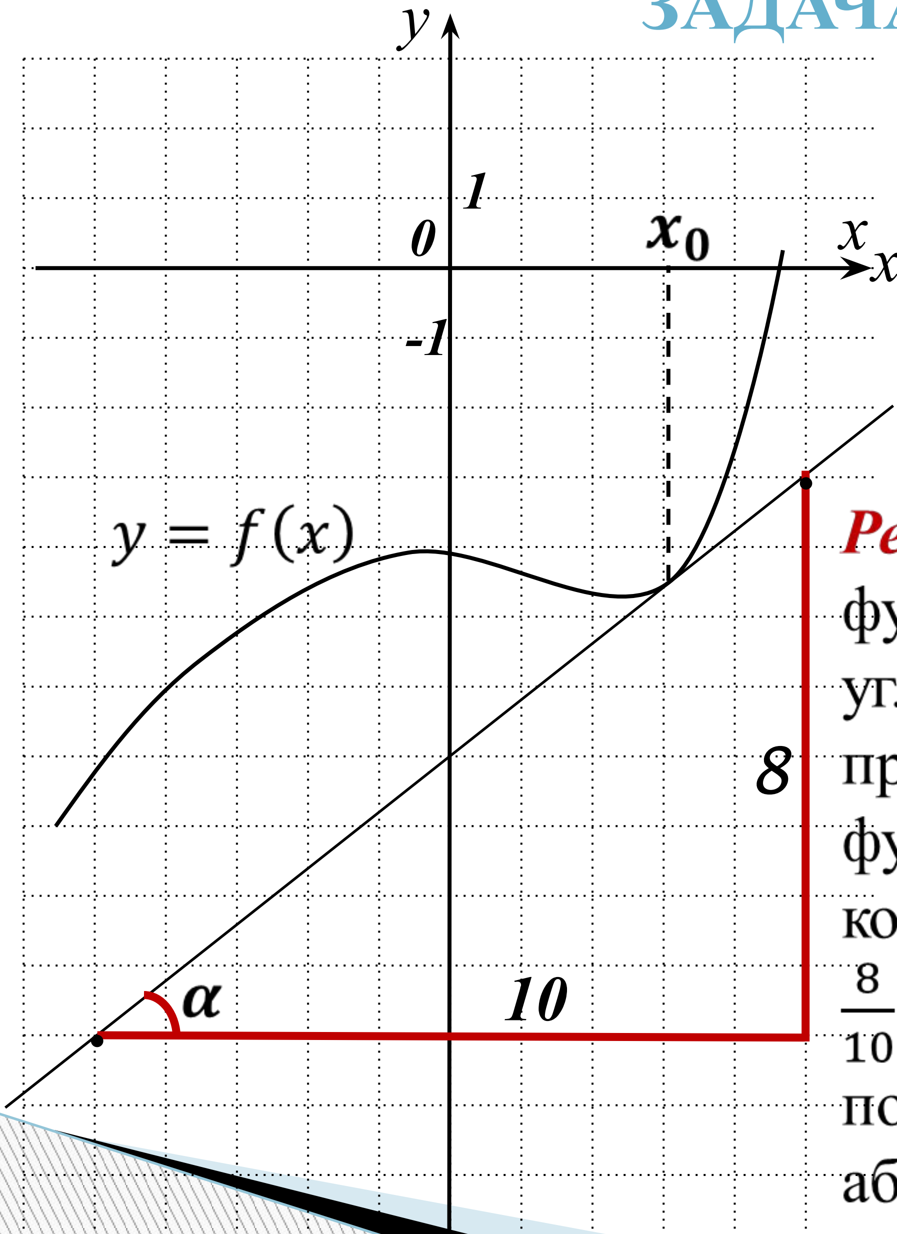



На рисунке изображены график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции f(x) в точке $x_0$.

***Решение:*** значение производной функции $y = f(x)$ в точке $x_0$-это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной $k = -\mathrm{tg}\alpha = -\frac{3}{6} = -\,0{,}5$, т.к. касательная с положительным направлением оси абсцисс образует тупой угол.

***Ответ: – 0,5***

# ЗАДАЧА B9 (№11)

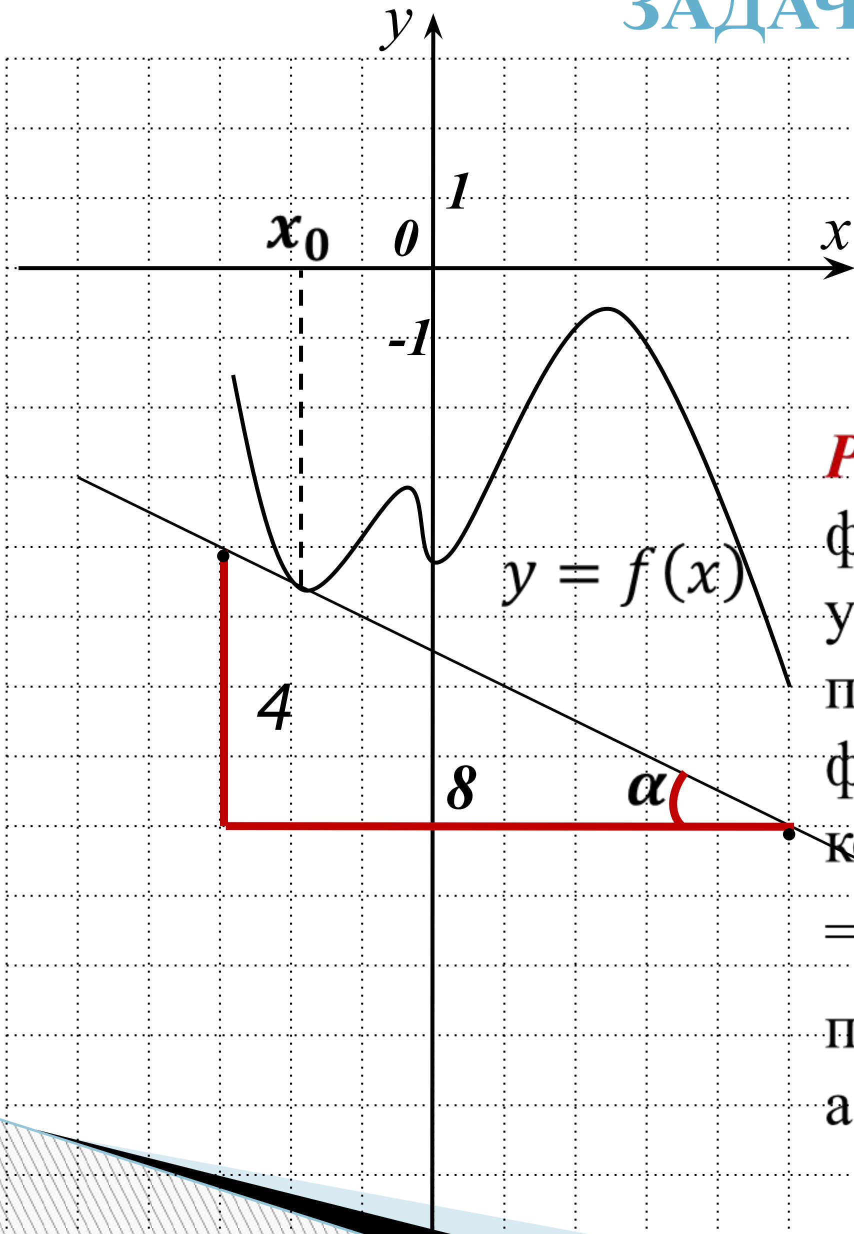



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.

***Решение:*** значение производной функции $y = f(x)$ в точке $x_0$-это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной $\mathrm{k} = \mathrm{tg}\alpha = \frac{8}{10} = 0{,}8$, т.к. касательная с положительным направлением оси абсцисс образует острый угол.

***Ответ: 0,8.***

# ЗАДАЧА В9 (№12)

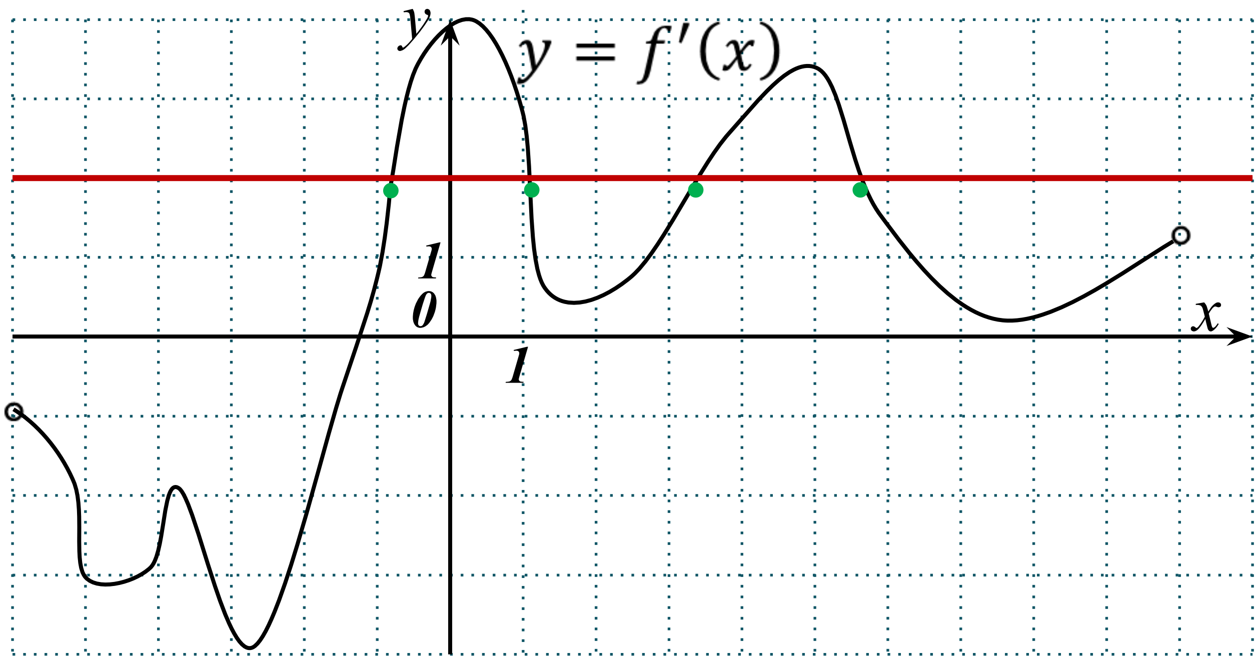



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.

***Решение:*** значение производной функции $y = f(x)$ в точке $x_0$-это угловой коэффициент касательной, проведённой к графику этой функции в данной точке. Угловой коэффициент касательной $\mathrm{k} = -\,\mathrm{tg}\alpha = -\frac{4}{8} = -0{,}5$, т.к. касательная с положительным направлением оси абсцисс образует тупой угол.

***Ответ: – 0,5.***

# ЗАДАЧА В9 (№13)

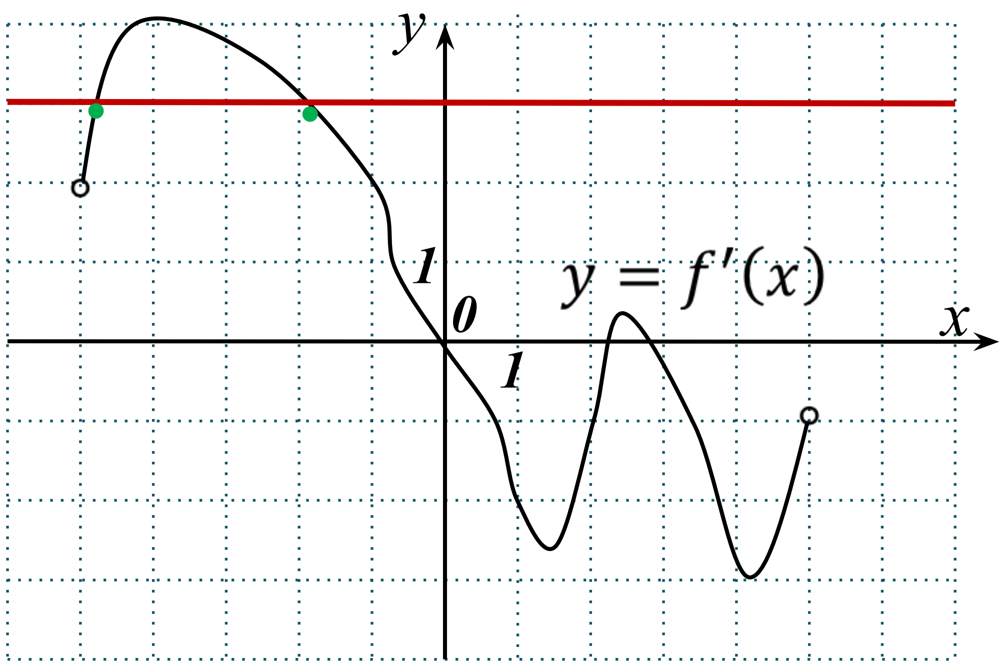



На рисунке изображён график производной функции f(x), определённой на интервале $(-6; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции f(x) параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.

***Решение:*** Если касательная к графику функции параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней, то её угловой коэффициент равен 2, $\Rightarrow$ нужно найти количество точек, в которых $f'(x) = 2$. Определяем, что таких точек будет 4.

***Ответ: 4.***

# ЗАДАЧА В9 (№14)

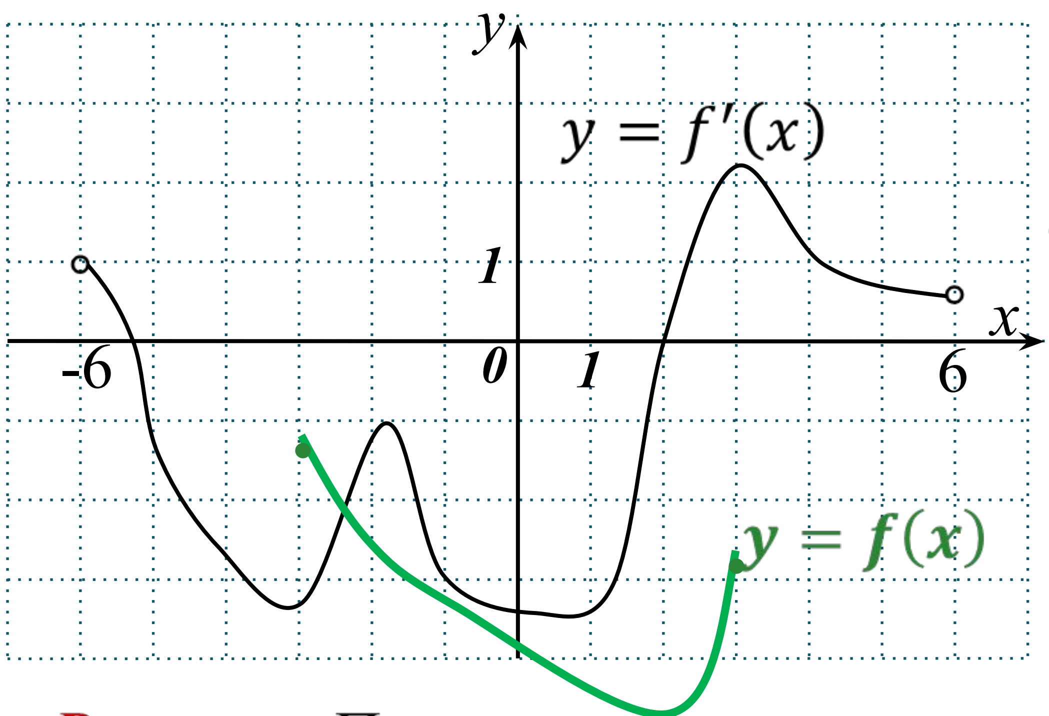



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 8$ или совпадает с ней.

***Решение:*** Если касательная к графику функции параллельна прямой $y = 3x - 8$ или совпадает с ней, то её угловой коэффициент равен 3, $\Rightarrow$, нужно найти количество точек, в которых $f'(x) = 3$. Определяем, что таких точек будет 2.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА В9 (№15)

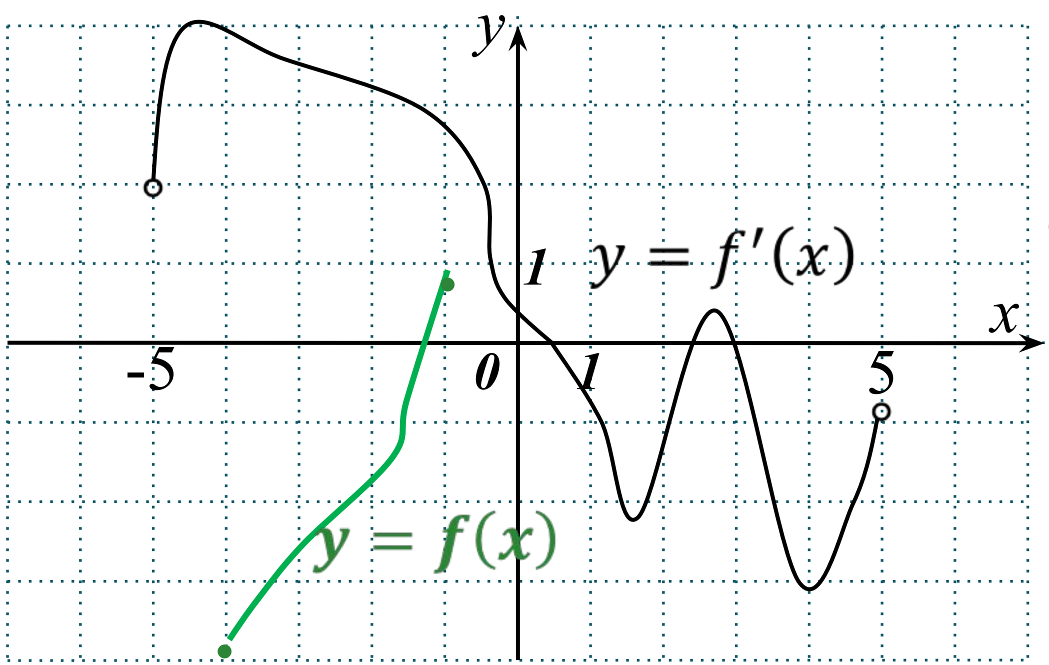



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. В какой точке отрезка $[-3; 3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

***Решение:*** По чертежу замечаем, что на промежутке $[-3; 2]$ производная функции $f(x)$ отрицательна, ⇒, сама функция убывает. На промежутке $[2; 3]$ производная положительна,⇒, сама функция возрастает, поэтому наименьшее значение достигается в точке $x = 2$.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА В9 (№16)




На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. В какой точке отрезка $[-4; -1]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?

***Решение:*** По чертежу замечаем, что на всём промежутке $[-4; -1]$ производная функции $f(x)$ положительна, ⇒, сама функция возрастает.

Значит, наибольшее значение функцией достигается в правом конце отрезка, т. е. в точке $x = -1$.

***Ответ: -1.***

# ЗАДАЧА B9 (№17)

17а) Прямая $y = 6x + 9$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания

***Решение:*** Значение производной функции в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, которая параллельна прямой $y = 6x + 9$, т.е. $y' = 6 \Rightarrow 2x + 7 = 6$,
$x = -0{,}5$.

***Ответ: – 0,5.***

17б) Прямая $y = -4x - 8$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 - x - 9$. Найдите абсциссу точки касания

***Решение:*** Значение производной функции в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, т.е. $y' = -4 \Rightarrow$
$3x^2 - 6x - 1 = -4 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0, x = 1.$

***Ответ:* 1.**

# ЗАДАЧА В9 (№17)

17в) Прямая $y = 5x + 14$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 4x^2 + 9x + 14$. Найдите абсциссу точки касания

***Решение:*** Значение производной функции в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, т.е. $y' = 5 \Rightarrow$

$3x^2 - 8x + 9 = 5$, $3x^2 - 8x + 4 = 0$, т.е. $x = 2; \frac{2}{3}$.

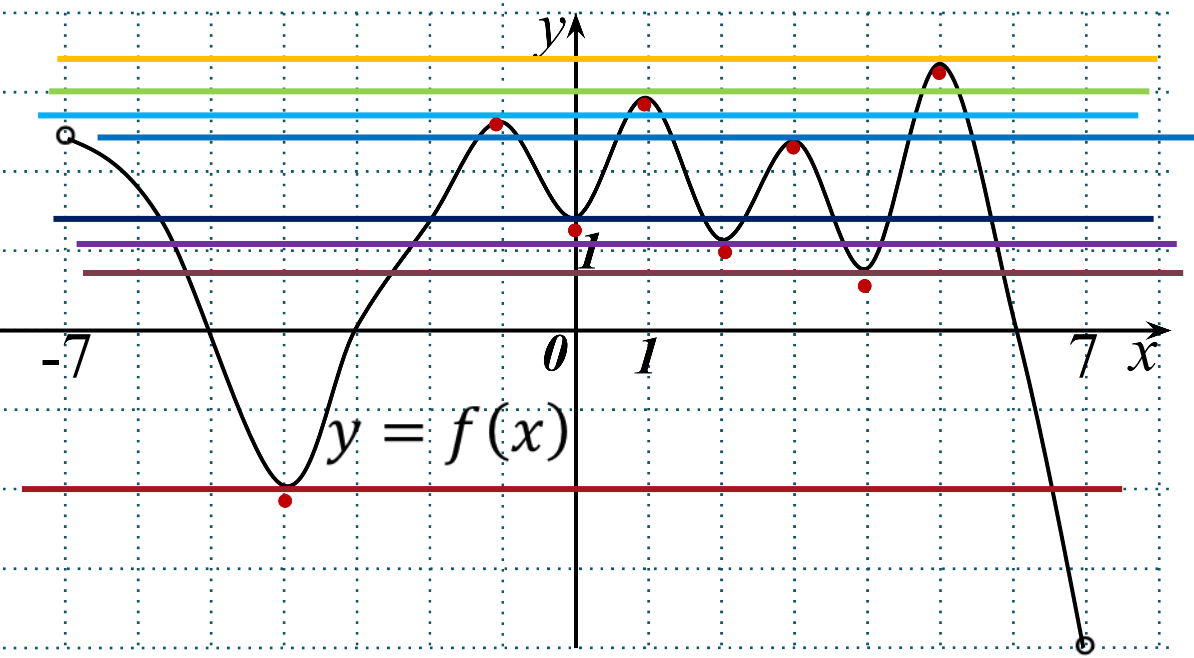
Вычислим значения функции в этих точках и проверим, удовлетворяют ли они уравнению касательной :

1) $y(2) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 + 14 = 24$ и $5 \cdot 2 + 14 = 24 \Rightarrow$
$x = 2$ удовлетворяет,

2) $y\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 9 \cdot \frac{2}{3} + 14 = \frac{824}{27}$, но $\frac{824}{27} \neq 5 \cdot \frac{2}{3} + 14 \Rightarrow$
$x = \frac{2}{3}$ не удовлетворяет. Т.е. искомая абсцисса точки касания =2.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА B9 (№18)

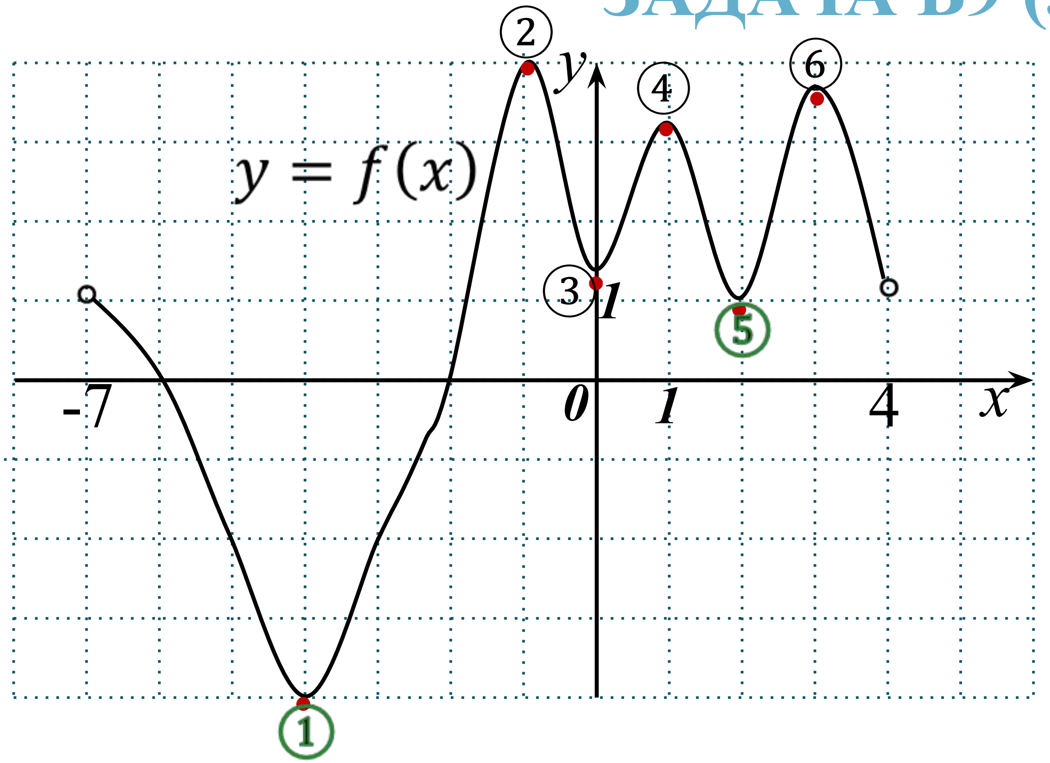



На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 13$.

***Решение:*** Прямая $y = 13$ параллельна оси абсцисс, ⇒, если касательная к графику функции ей параллельна, то она тоже параллельна оси *Ox*. По графику определяем количество точек, в которых касательные параллельны оси *Ox*.
Количество таких точек равно 8.

***Ответ: 8.***

# ЗАДАЧА В9 (№19)



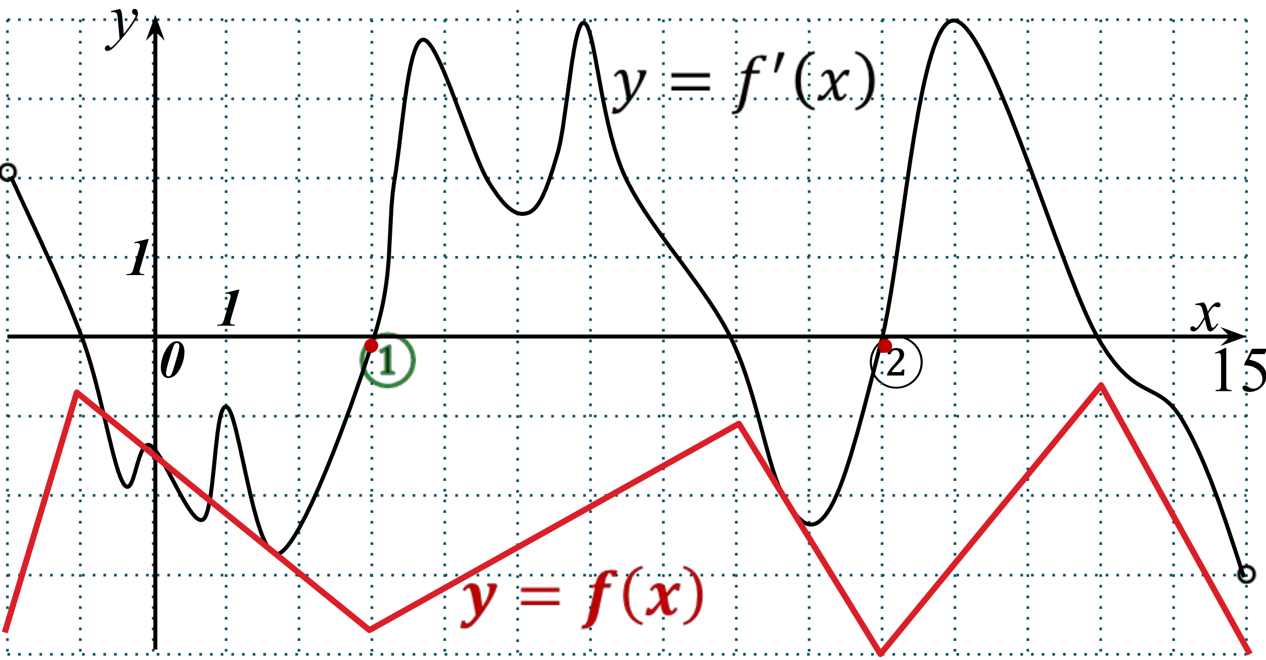

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 4)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -17$.

***Решение:*** Прямая $y = -17$ – горизонтальная, ⇒, если касательная к графику функции ей параллельна, то она тоже горизонтальна. Определим по рисунку количество точек с горизонтальной касательной.

Количество таких точек равно 6.

***Ответ: 6.***

# ЗАДАЧА В9 (№20)

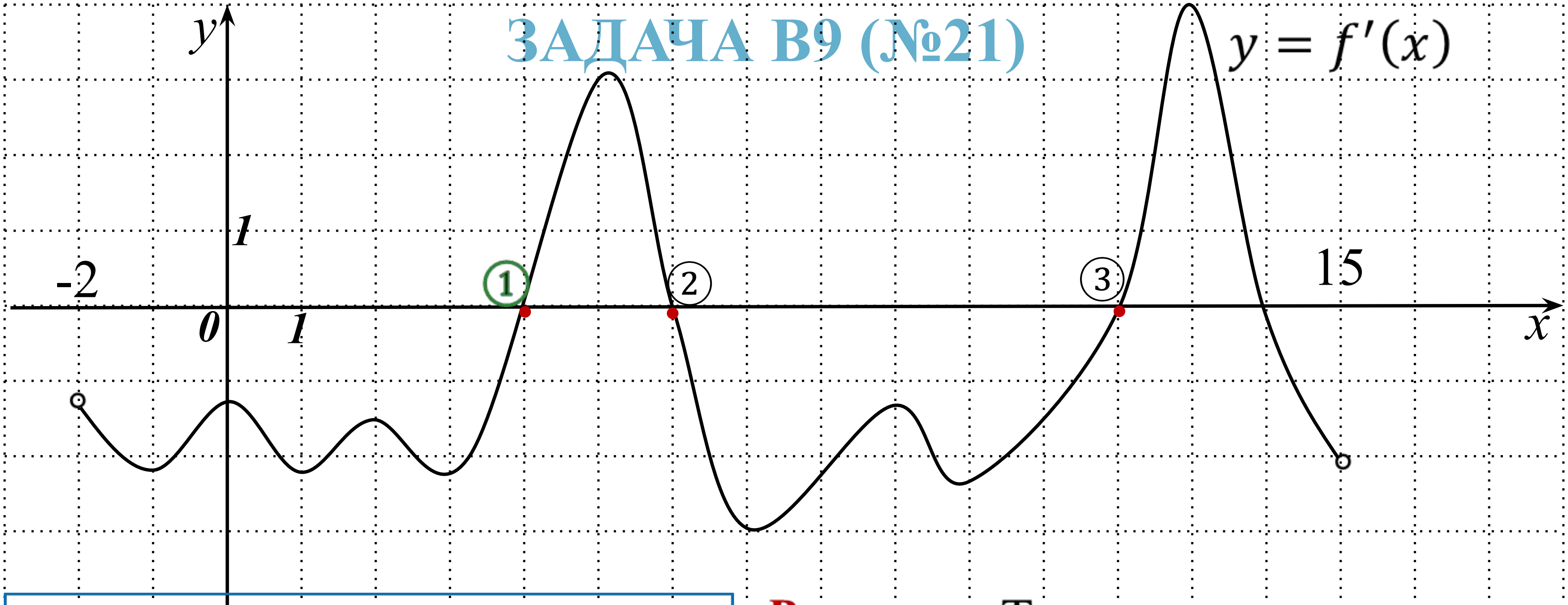



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 15)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 12]$.

***Решение:*** Точка $x_0$ - точка минимума функции, либо если $f'(x_0) = 0$ и в этой точке происходит смена знака производной с «-» на «+», либо в том случае, когда производная функции в этой точке не существует. По рисунку определяем, что таких точек, принадлежащих отрезку $[0; 12]$, две: 3; 10.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА В9 (№21)

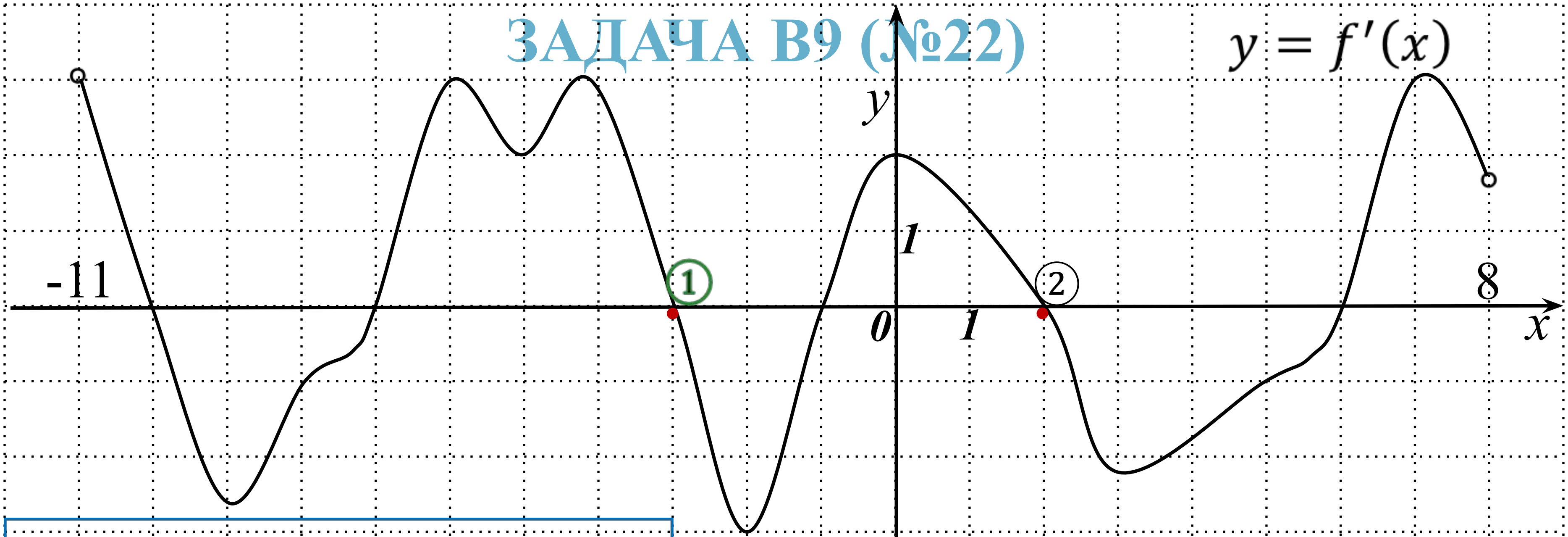



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 15)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[3; 13]$.

***Решение:*** Точка $x_0$ - точка экстремума функции, либо если $f'(x_0) = 0$ , либо в том случае, когда производная функции в этой точке не существует. По рисунку определяем, что таких точек, принадлежащих отрезку $[3; 13]$, три: 4; 6; 12.

***Ответ: 3.***

# ЗАДАЧА B9 (№22)

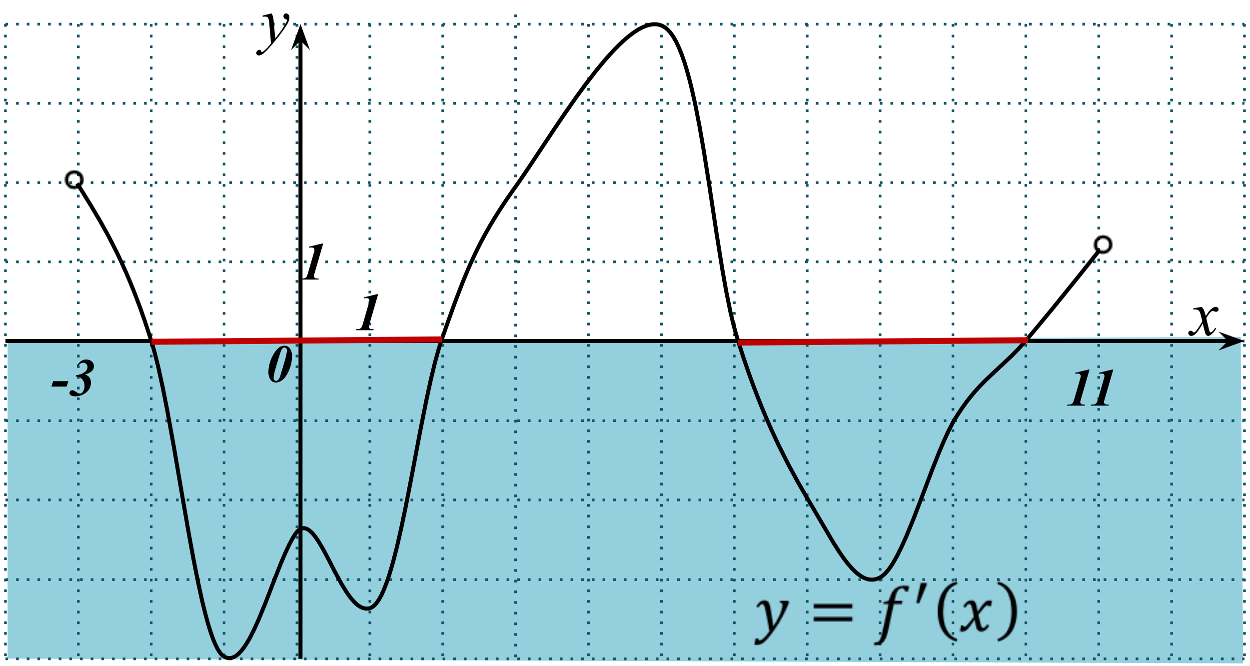



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 7]$.

***Решение:*** Точка $x_0$ - точка максимума функции, либо если $f'(x_0) = 0$ и в этой точке происходит смена знака производной с «+» на «−», либо в случае, когда производная функции в этой точке не существует. По рисунку определяем, что таких точек, принадлежащих отрезку $[-8; 7]$, две: -3; 2.

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА В9 (№23)

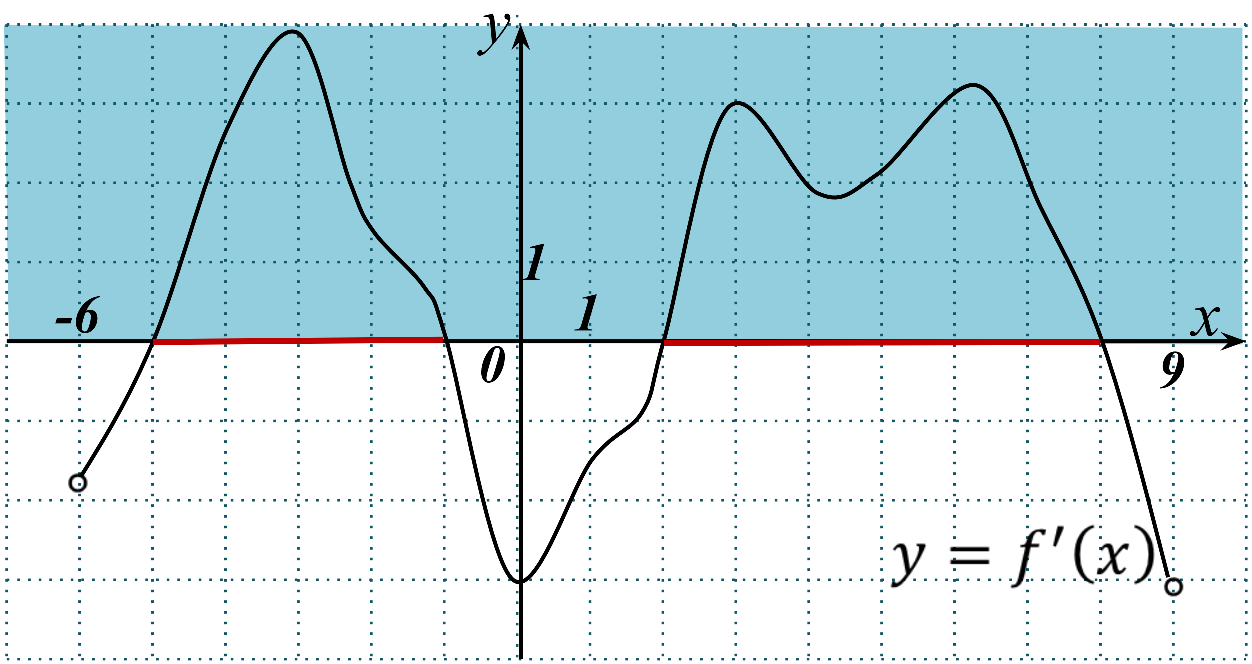



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

***Решение:*** На всём промежутке убывания функции $f(x)$ её производная неположительна.
На рисунке это промежутки: $(-2; 2), (8; 10)$. Оба промежутка имеют длину, равную 4, так как $2 - (-2) = 10 - 6 = 4$.

***Ответ: 4.***

# ЗАДАЧА В9 (№24)

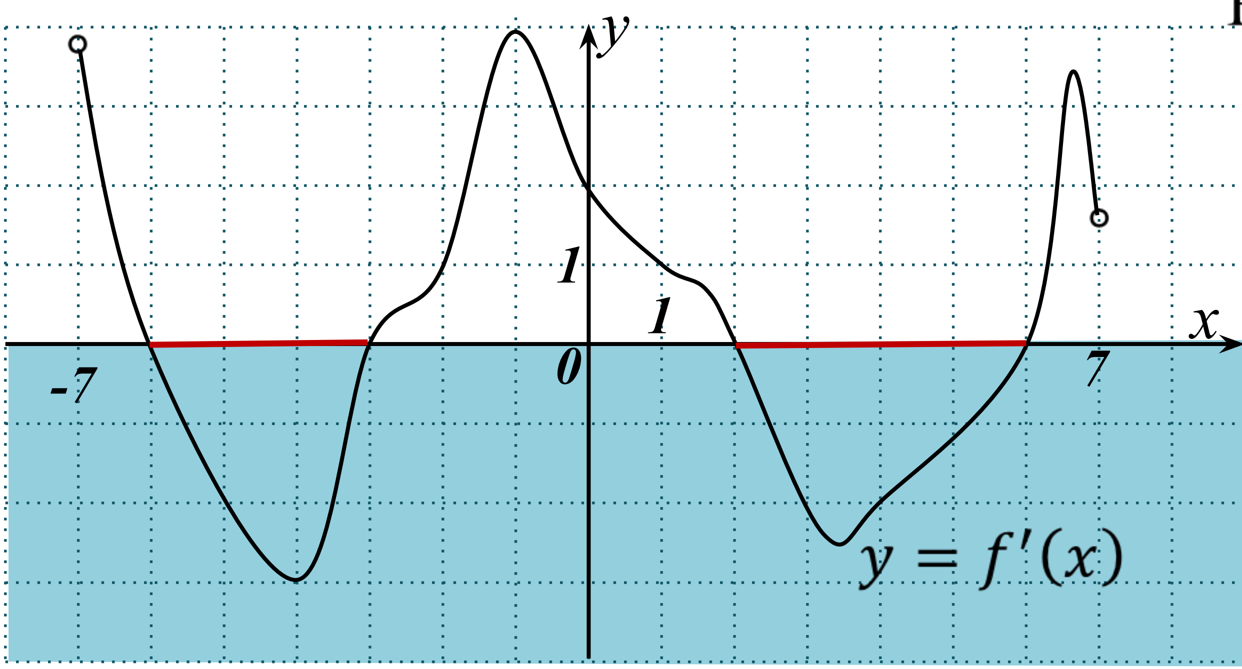



***Решение:*** На всём промежутке возрастания функции $f(x)$ её производная неотрицательна. На рисунке это промежутки: $(-5;-1), (2;8)$.

Наибольшую длину из них имеет промежуток $(2;8)$, длина которой равна 6, т.к. $8-2=6$.

***Ответ: 6.***

# ЗАДАЧА В9 (№25)

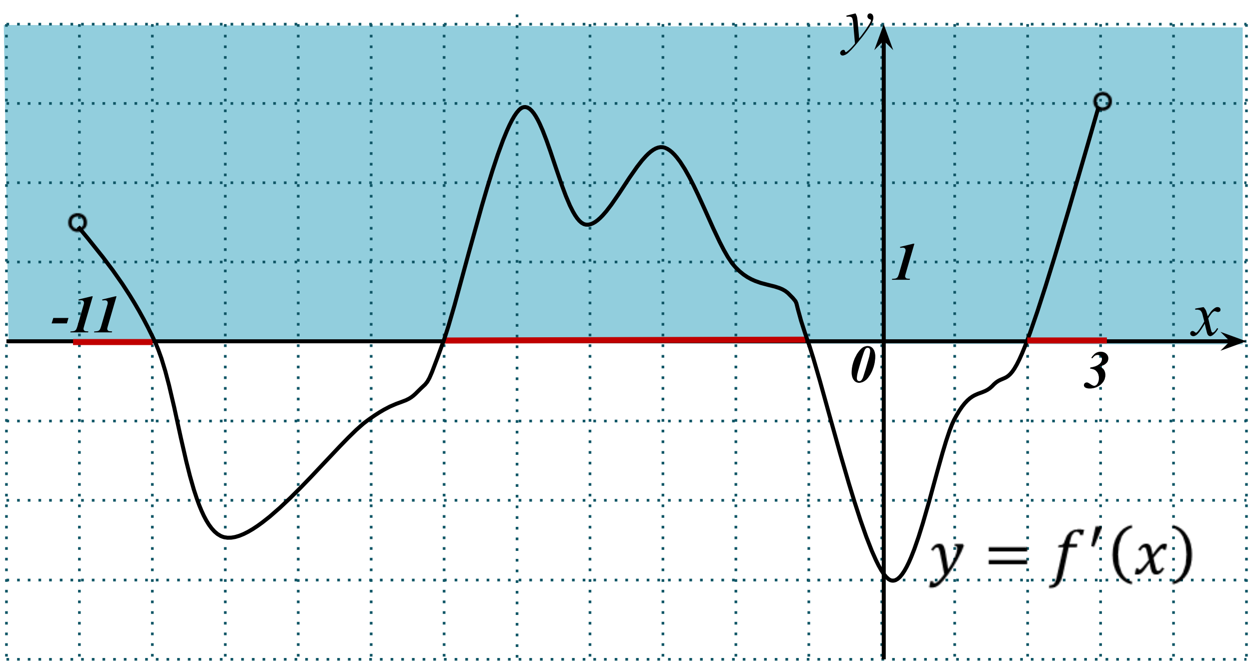



На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

***Решение:*** На всём промежутке убывания функции $f(x)$ её производная неположительна.
На рисунке это промежутки: $(-6; -3), (2; 6)$. Наибольшую длину из них имеет промежуток $(2; 6)$, так как $6 - 2 = 4$.

***Ответ: 4.***

# ЗАДАЧА B9 (№26)



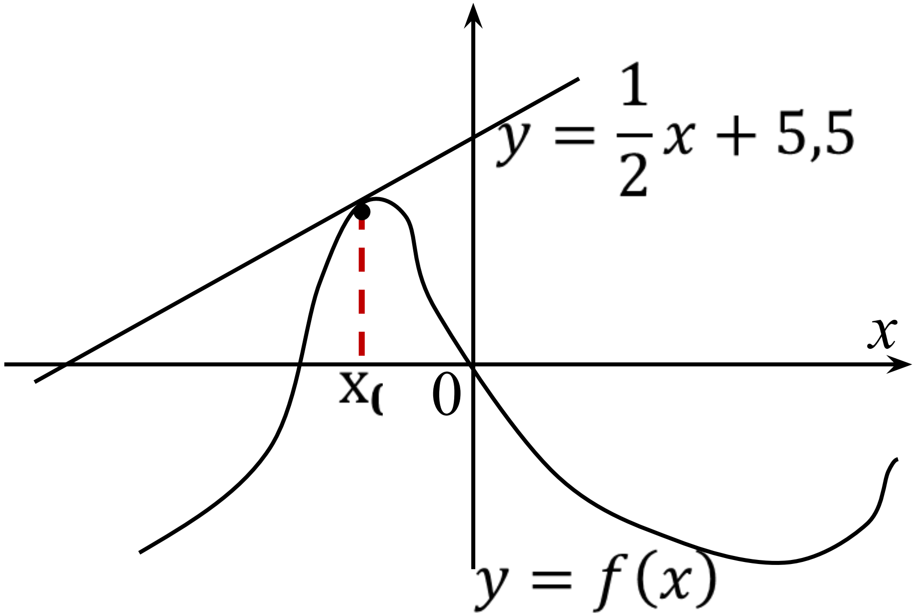

На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

***Решение:*** На всём промежутке возрастания функции $f(x)$ её производная неотрицательна. На рисунке это промежутки: $(-11; -10), (-6; -1), (2; 3)$.

Наибольшую длину из них имеет промежуток $(-6; -1)$, длина которой равна 5, т.к. $-1 - (-6) = 5$.

***Ответ: 5.***

# ЗАДАЧА В9 (№27)



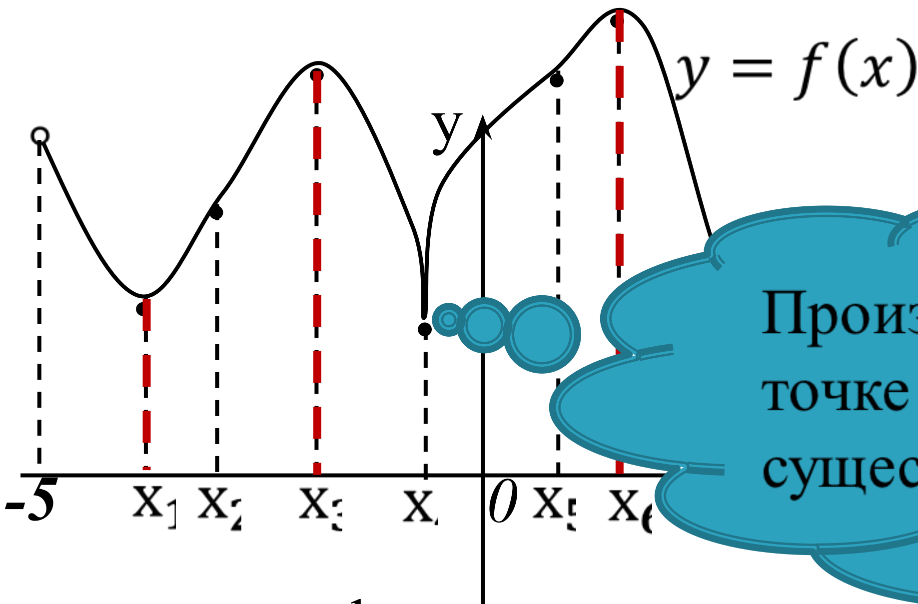

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке $x_0$. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = 4f(x) + 7$ в точке $x_0$.

***Решение:*** $y'(x) = (4f(x) + 7)' = 4 \cdot f'(x)$; в точке $x_0$ значение производной функции равно угловому коэффициенту касательной к графику функции: $f'(x_0) = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow$

$$y'(x_0) = 4 \cdot f'(x_0) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

***Ответ: 2.***

# ЗАДАЧА B9 (№28)

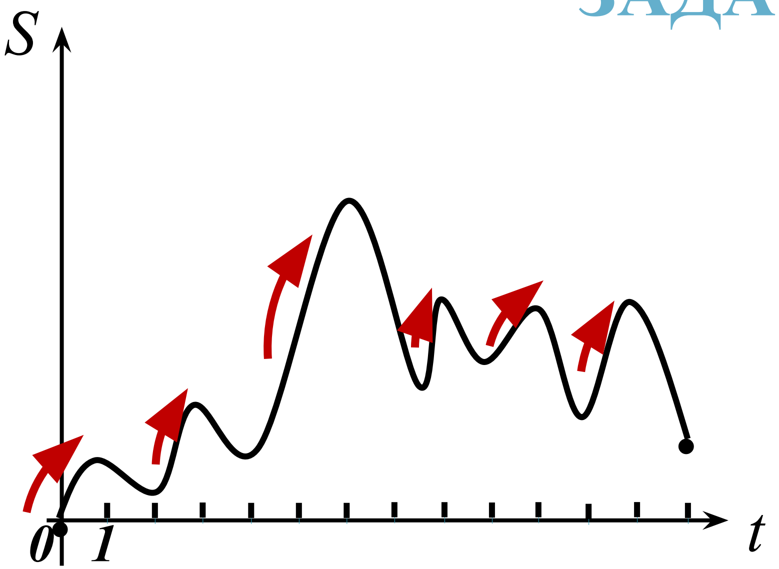



Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 6)$. На рисунке …зображён график …ции $y = f(x)$. …е среди точек $x_1$, … $x_4$, $x_5$, $x_6$, $x_7$ те …, в которых производная функции равна нулю. В ответ запишите количество найденных точек.

***Решение:*** Производная функции в некоторой точке равна нулю тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведённая в этой точке, горизонтальна. Этому условию удовлетворяют точки $x_1$, $x_3$, $x_6$ и $x_7$, $\Rightarrow$ количество найденных точек равно 4.

***Ответ: 4.***

# ЗАДАЧА В9 (№29)




Материальная точка М начинает движение из точки А и движется на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки М со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки М обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).

***Решение:*** После начала движения, примерно через 1 с, график достиг верхней точки на этом участке, затем график уходит вниз, ⇒ точка остановилась и стала двигаться назад. Значит каждая вершина и впадина графика означает перемену направления движения точки М, т.е. в этих точках скорость равна 0. Всего на графике 11вершин и впадин, не считая начала и конца движения.

***Ответ: 11.***