

Лекция «Метод Тимошенко»

Цель лекции:

Освоение метода оценки динамических характеристик систем с учетом их нелинейных связей.

Учебные вопросы лекции:

1. Общие сведения о методе С.П. Тимошенко.
2. Порядок проведения расчетов.

Литература:

1. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Изд-во «Наука», 1971.

1 УЧЕБНЫЙ ВОПРОС:

«Общие сведения о методе С.П. Тимошенко»

Дифференциальное уравнение, описывающее динамическую механическую систему с одной степенью свободы имеет следующий вид:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (1)$$

Решение уравнения имеет вид:

$$\dot{x}_t = \dot{x}_{t-\Delta t} + \frac{1}{2}(\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t-\Delta t})\Delta t \quad (2)$$

$$x_t = x_{t-\Delta t} + \frac{1}{2}(\dot{x}_t + \dot{x}_{t-\Delta t})\Delta t \quad (3)$$

Подставив (3) в (2), получим:

$$\dot{x}_t = \dot{x}_{t-\Delta t} + \dot{x}_{t-\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{1}{4}(\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t-\Delta t})\Delta t^2 \quad (4)$$

Приведем уравнение (1) к следующему виду:

$$m\ddot{x}_t = F(t) - c\dot{x}_t - kx_t \quad (5)$$

Подставив в уравнение (5) уравнения (3) и (4) получим:

$$m\ddot{x}_t = F(t) - c(\dot{x}_{t-\Delta t} + \frac{1}{2}(\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t-\Delta t})\Delta t) - k(x_{t-\Delta t} + \dot{x}_{t-\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{1}{4}(\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t-\Delta t})\Delta t^2) \quad (6)$$

Записав переменные для текущего момента времени слева, а для предыдущего справа, получим:

$$(m + \frac{1}{2}\Delta tc + \frac{1}{4}\Delta t^2 k)\ddot{x}_t = F(t) - c(\dot{x}_{t-\Delta t} + \frac{1}{2}\ddot{x}_{t-\Delta t}\Delta t) - k(x_{t-\Delta t} + \dot{x}_{t-\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{1}{4}\ddot{x}_{t-\Delta t}\Delta t^2) \quad (7)$$

Выразив из уравнения (7) ускорение, получим:

$$\ddot{x}_t = \frac{F(t) - c(\dot{x}_{t-\Delta t} + \frac{1}{2}\ddot{x}_{t-\Delta t}\Delta t) - k(x_{t-\Delta t} + \dot{x}_{t-\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{1}{4}\ddot{x}_{t-\Delta t}\Delta t^2)}{m + \frac{1}{2}\Delta tc + \frac{1}{4}\Delta t^2 k} \quad (8)$$

2 УЧЕБНЫЙ ВОПРОС: «Порядок проведения расчетов»

Порядок проведения расчетов:

1. Задаем начальные параметры: X_0 \dot{X}_0 $F(0)$

2. Подставив начальные параметры в уравнение (1), рассчитываем:

$$\ddot{X}_0 = \frac{1}{m} [F(0) - c\dot{X}_0 - kX_0] .$$

3. Задаем шаг Δt .

4. Рассчитываем \ddot{X}_t по формуле (8) .

5. Рассчитываем \dot{X}_t по формуле (3).

6. Рассчитываем X_t по формуле (2).

7. Проверяем условие $t \geq T_k$. Если условие выполняется, то расчет выполнен в полном объеме.

8. При невыполнении условия п. 7 повторяем расчеты, начиная с п. 2, принимая в качестве начальных условий результаты, полученные на предыдущем шаге.