



# Оглавление

Задача № 1.21 .....	3
Задача № 1.22 .....	

## Задача № 1.21

В окружность, диаметр которой равен  $\sqrt{12}$ , вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен другой правильный треугольник в который вписана новая окружность. Найдите радиус этой окружности.

*Дано:*

*Окружность  $D = \sqrt{12}$*

*$\triangle ABC$  - правильный  $\triangle$*

*$CD$  – высота*

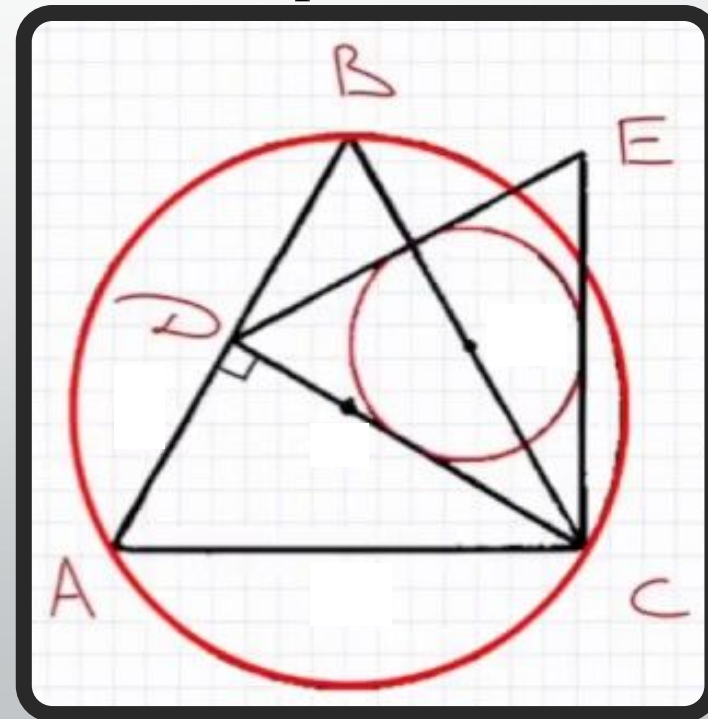
*$\triangle CDE$  - правильный  $\triangle$*

*Окружность вписанная в  $\triangle CDE$*

*$r$  - радиус*

*Найти:  $r$*

*Чертеж:*



Решение:

$$R = \frac{\sqrt{12}}{2}$$

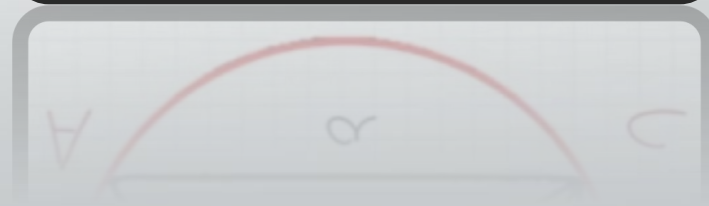
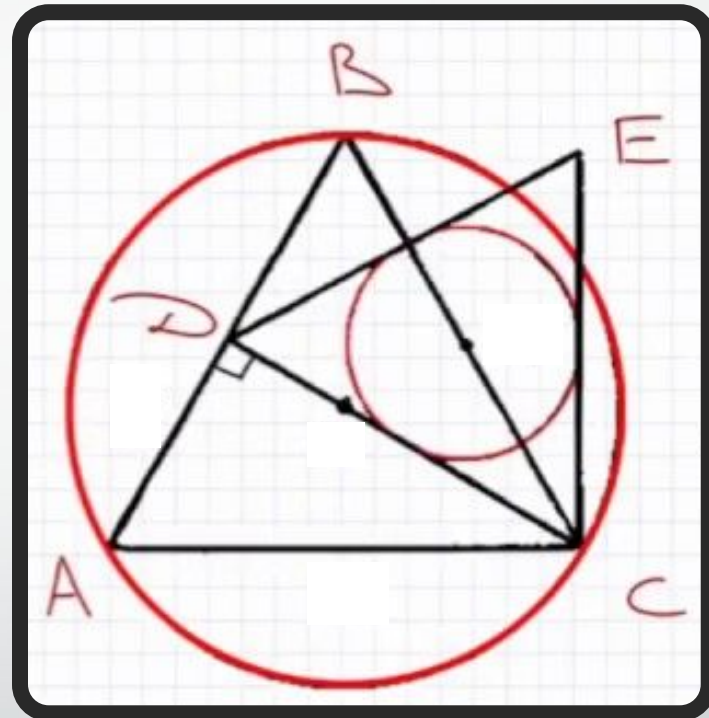
$$\Delta ABC : AB = R\sqrt{3} = \frac{\sqrt{12}}{2} \cdot \sqrt{3} = 3$$

$$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{3^2 - 1,5^2} = \underline{1,5\sqrt{3}}$$

Радиус  $r$  вписанной окружности :

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{1,5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{6} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ: 0,75



## Задача № 1.22

В равносторонний треугольник вписана окружность. Этой окружности и сторон треугольника касаются три малые окружности. Найти сторону треугольника, если радиус малой окружности равен  $r$ .

Дано:

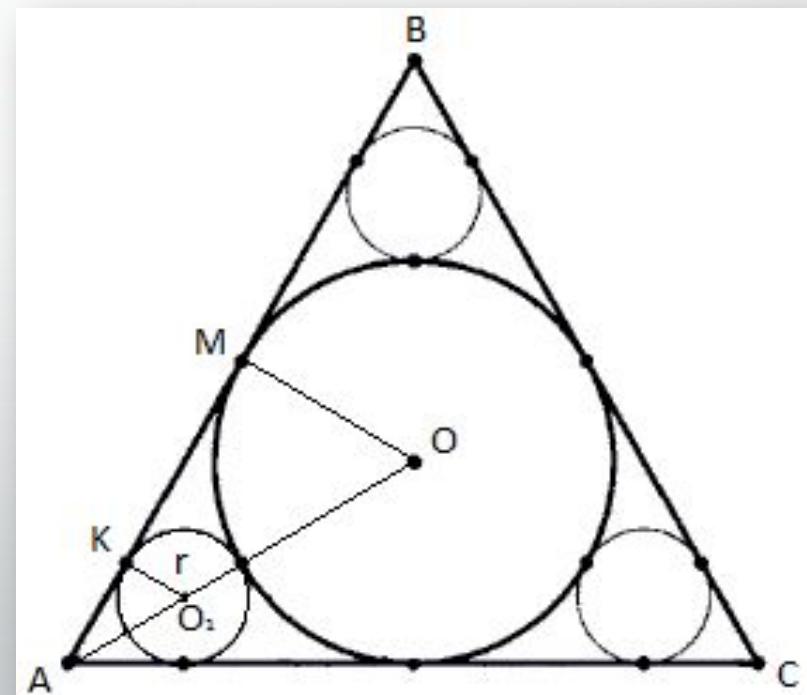
$\triangle ABC$ -равносторонний  $\triangle$

Окружность  $R=OM$  вписана в  $\triangle ABC$

Окружности  $r=O_1K$

Найти:  $r$ -радиус

Чертёж



## Решение:

1)  $a=AB$  сторона  $\triangle ABC$

$R=OM$  радиус вписанной окружности.

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

2) Проведём

$R=OM$  в точке касания

$r=OK$  в точке касания

3)  $\triangle AOM \sim \triangle AO_1K$

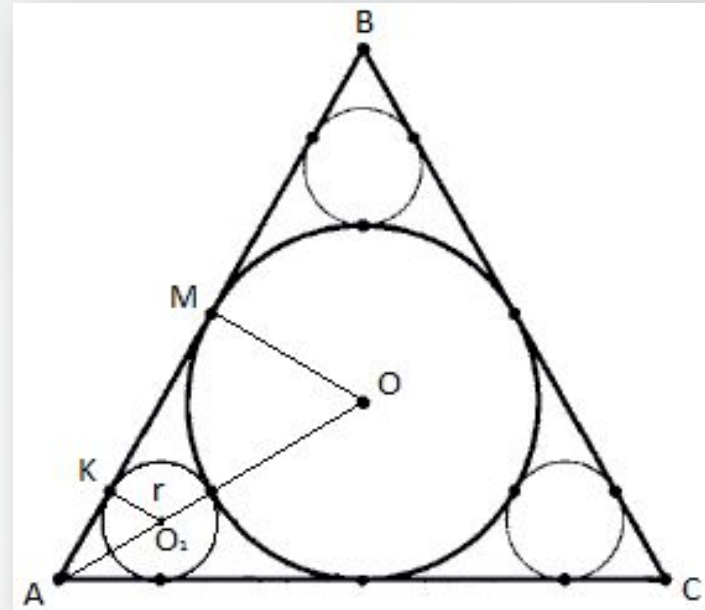
$$\frac{OM}{O_1K} = \frac{AO}{AO_1}$$

$$AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

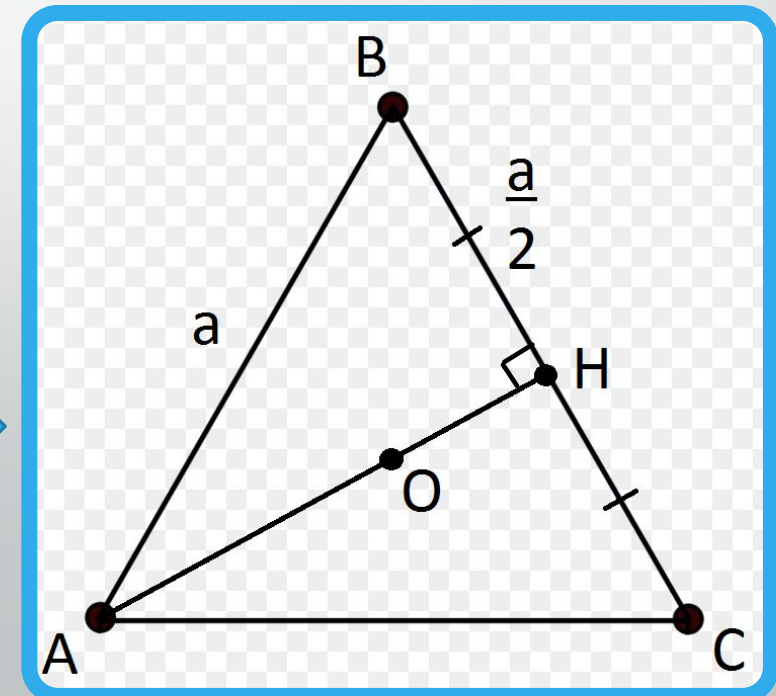
$$AH^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$\sqrt{3}$



$$\frac{R}{r} = \frac{AO}{AO - R - r} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{6 \cdot r} = \frac{a\sqrt{3}}{3 \left( \frac{a\sqrt{3}}{3} - \frac{a\sqrt{3}}{6} - r \right)}$$

$$6 \cdot r = a\sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{2} - 3r$$

$$9 \cdot r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 9 \cdot r$$

$$a\sqrt{3} = 18 \cdot r$$

$$a = \frac{18 \cdot r \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{18 \cdot r \cdot \sqrt{3}}{3} = 6 \cdot r \cdot \sqrt{3}$$

ОТВЕТ:  $6 \cdot r \cdot \sqrt{3}$

## Задача №1.23

Стороны треугольника равны 13, 14 и 15 см. Найти отношение площадей описанного и вписанного в треугольник кругов.

Дано:

$\triangle ABC$

$a=AB=13$  см

$b=BC=14$  см

$c=AC=15$  см

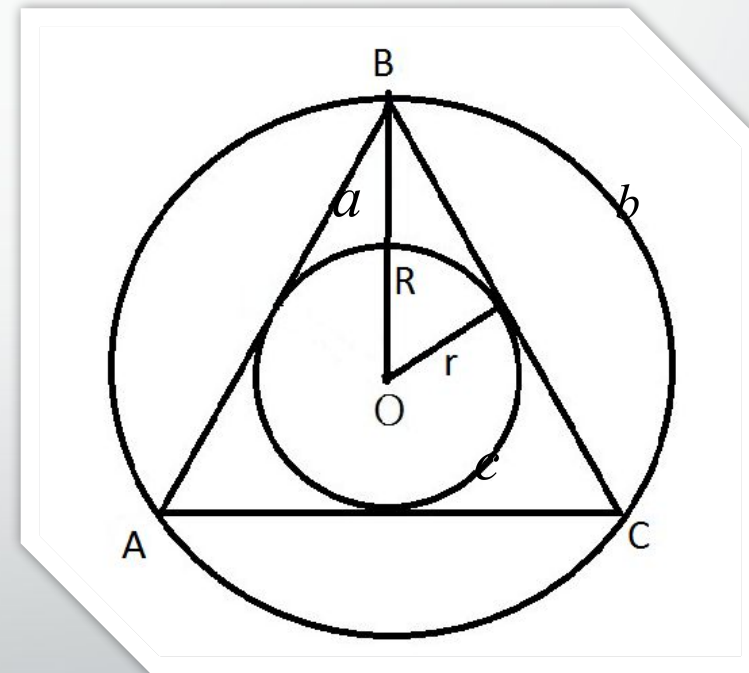
$r$ - радиус вписанной окружности

$R$ - радиус описанной окружности

---

Найти:  $\frac{S_{окр. R}}{S_{окр. r}}$

Чертёж:





Решение:

$$1) r = \frac{S}{p} \text{ - площадь } \triangle \\ p \text{ - полупериметр}$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

$$2) S_{\triangle} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ - формула Герона}$$

$$S_{\triangle} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{7^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4} = 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 84$$

$$p = \frac{13 + 14 + 15}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$3) r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4$$

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = \frac{65}{8}$$

$$4) \frac{S_R}{S_r} = \frac{\pi R^2}{\pi \cdot r^2} = \left(\frac{65}{8 \cdot 4}\right)^2 = \left(\frac{65}{32}\right)^2$$

Ответ:  $\left(\frac{65}{32}\right)^2$

## Задача № 1.52

Около круга радиуса 3 описан равнобедренный треугольник с острым углом  $30^\circ$  при основании.  
Определить стороны треугольника.

Дано:

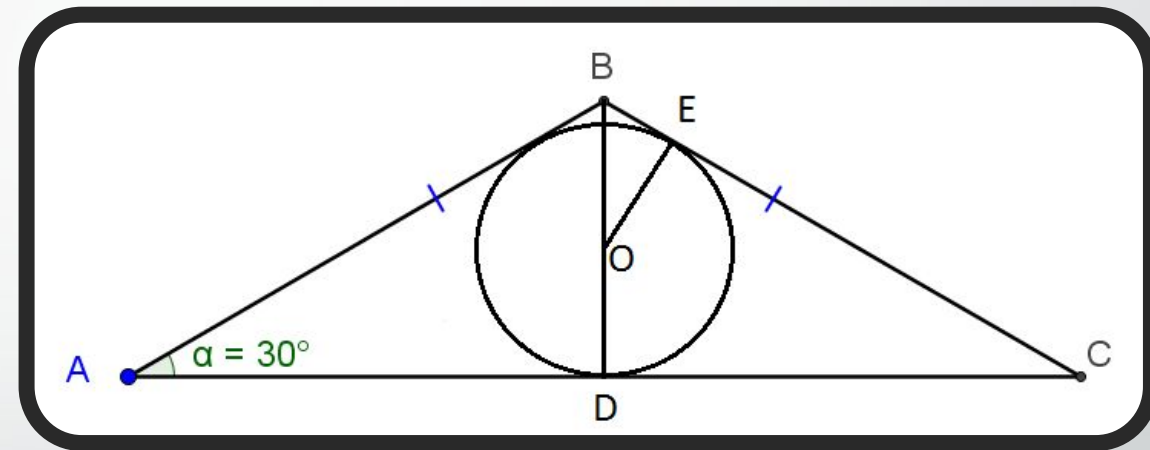
$\triangle ABC$  - равнобедренный

$\angle A = \angle C = 30^\circ$

$r = 3$  радиус вписанной окружности

---

Найти: стороны треугольника  $ABC$   
 $AB_1, BC_1, AC$



## Решение:

$$1) \quad r = OE \perp BC$$

$$\angle ABC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

*BD- высота, медиана, биссектриса.*

$$\triangle BOE : \angle OBE = 60^\circ$$

$$\angle OEB = 90^\circ$$

$$\angle BOE = 30^\circ \Rightarrow BE = \frac{1}{2} BO \quad (\text{катет лежащий против } \angle 30^\circ)$$

$$2) \text{ Из } \triangle BEO : BO^2 = OE^2 + BE^2$$

$$BO^2 = 3^2 + \left(\frac{BO}{2}\right)^2$$

$$BO^2 - \frac{BO^2}{4} = 9$$

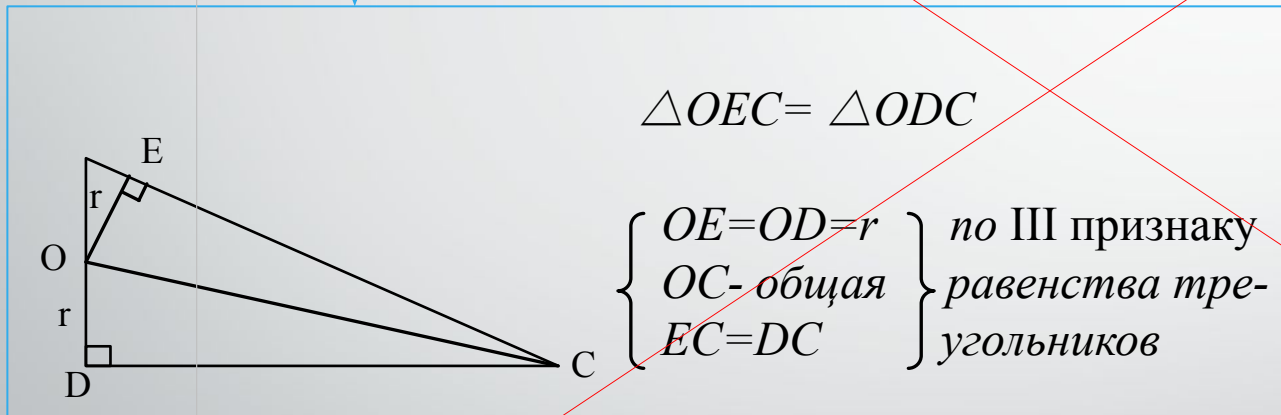
$$\frac{3}{4} BO^2 = 9 \quad BO^2 = 9 \cdot \frac{4}{3} \quad BO = \sqrt{\frac{36}{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

Из  $\triangle ADB$  :  $AB = 2 BD$  (катет лежащий против  $\angle 30^\circ$ )

$$BD = BO + OD = 2\sqrt{3} + 3 \Rightarrow AB = 2(2\sqrt{3} + 3) = 4\sqrt{3} + 6$$

$$\Rightarrow AB = BC = 4\sqrt{3} + 6$$

$$4) AC = 2DC = 2EC = 2(BC - BE) = 2\left(4\sqrt{3} + 6 - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}\right) = 2(3\sqrt{3} + 6) = 6\sqrt{3} + 12$$



$$2(BC - BE) = \frac{1}{2} BO = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$5) AC = 6\sqrt{3} + 12$$

Ответ:  $4\sqrt{3} + 6$  ;  $4\sqrt{3} + 6$  ;  $6\sqrt{3} + 12$