

**Презентация
учителя математики
МОУ СОШ №16
Мироновой Ларисы Алексеевны
на конкурс
«Мой мультимедийный урок»**

Урок по алгебре для 9 класса по
учебнику Ю.Н.Макарычев, Н.Г.
Миндюк, К.И. Нешков
«Алгебра 9»
с углубленным изучением
математики.

Тема раздела: «Свойства функций»

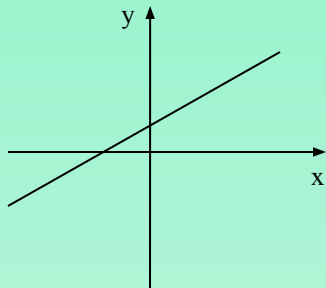
Урок № 1

Тема урока: «Возрастание и убывание функций»

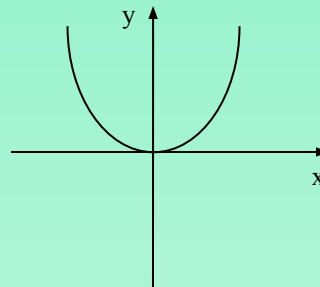
Тип урока: урок изучения и применения нового материала.

Какой формулой задается функции, графики которых изображены на чертеже?

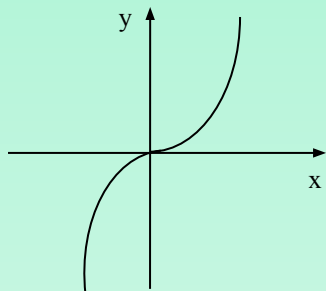
а)



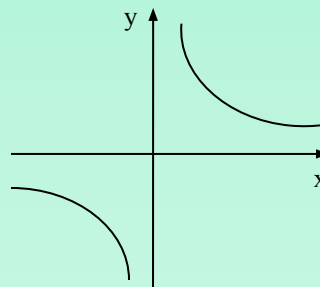
б)



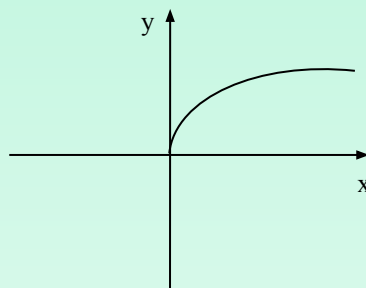
в)



г)



д)



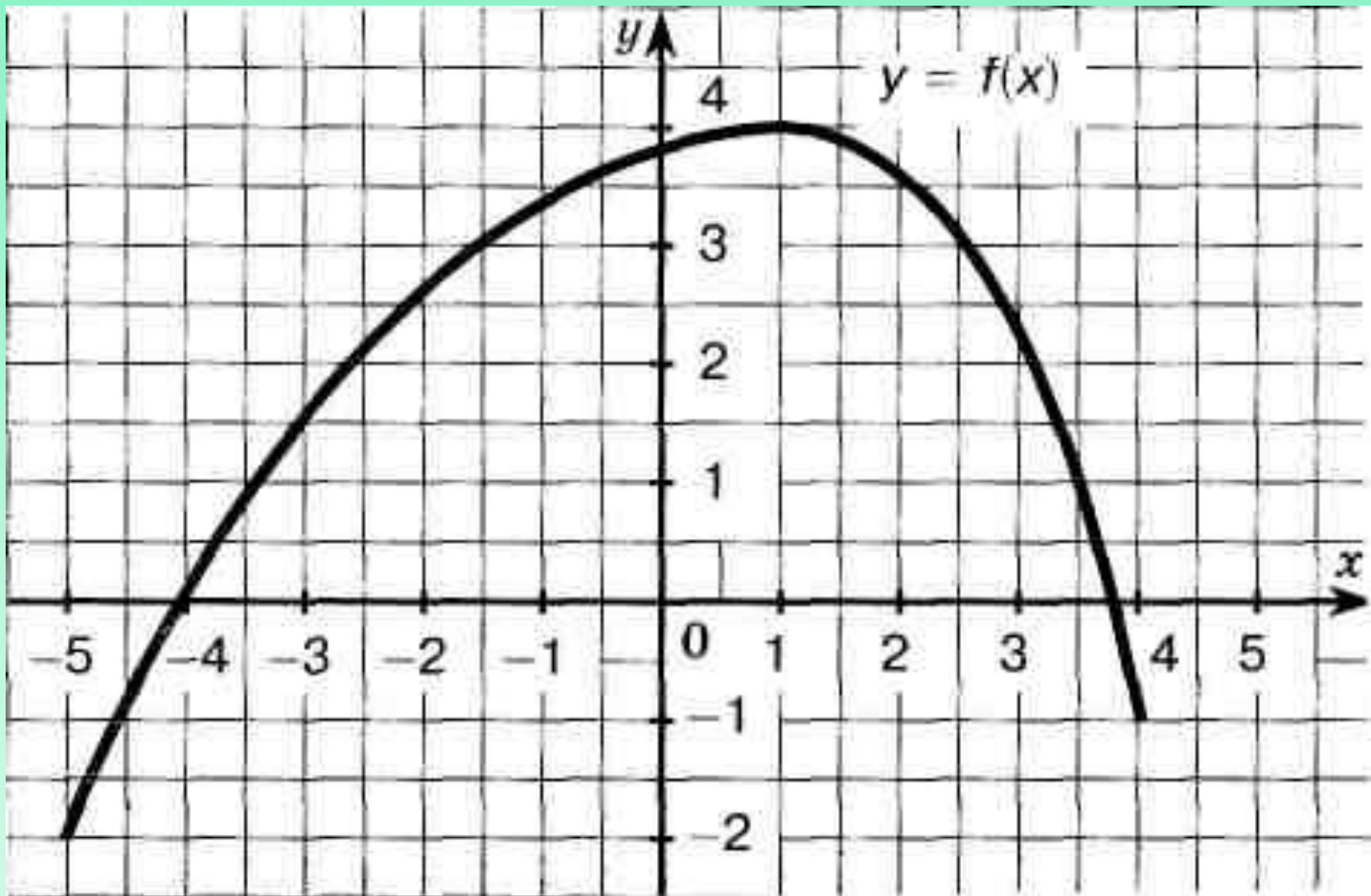


Рисунок 1

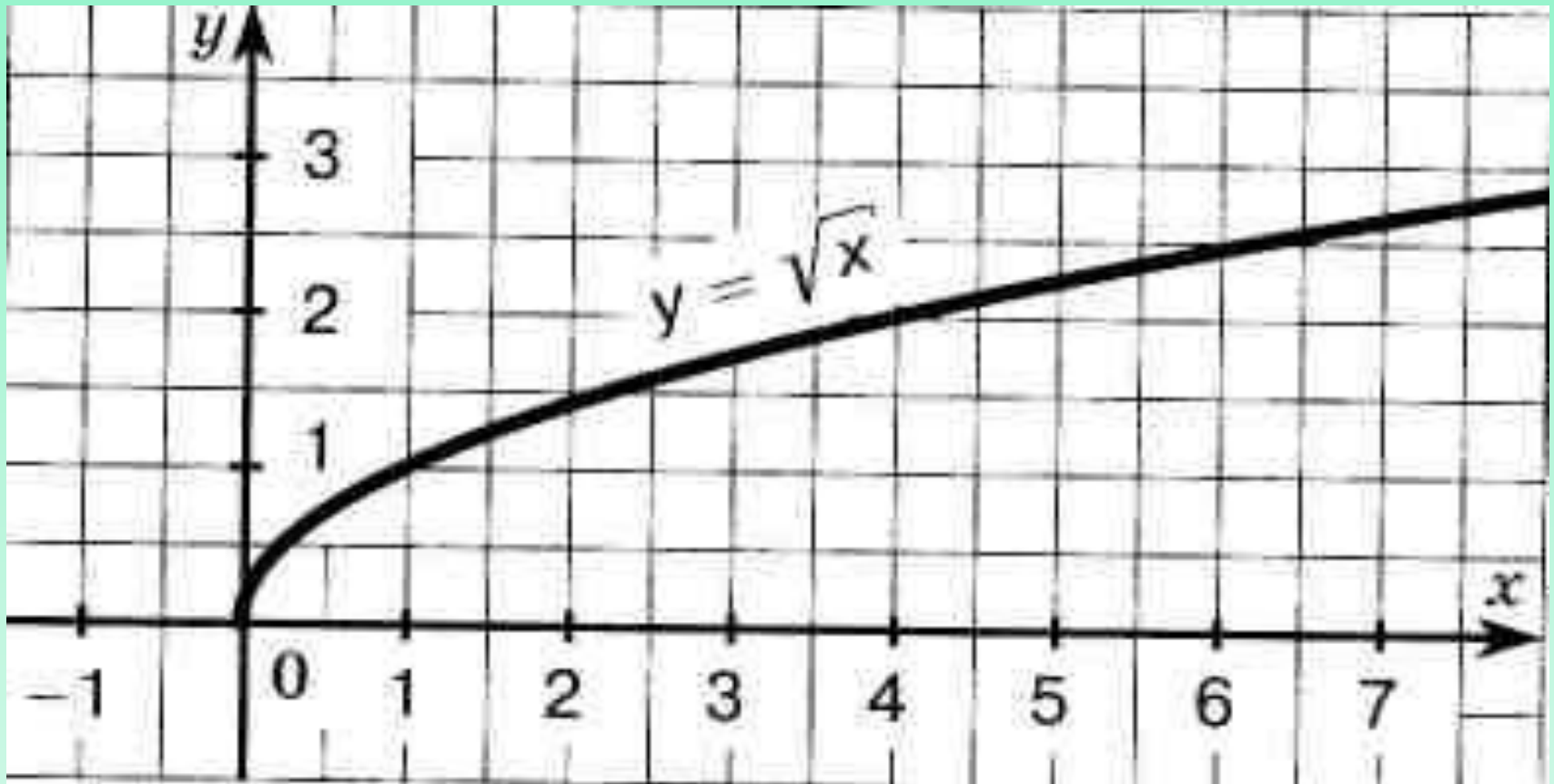
Эталоны:

1. Функция $f(x)$ называется возрастающей на множестве X , если для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) > f(x_1)$.

2. Функция $f(x)$ называется убывающей на множестве X , если для любых двух значений аргумента $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) < f(x_1)$.

3. Функцию, возрастающую на множестве X или убывающую на множестве X , называют монотонной на множестве X .

Функция $f(x) = \sqrt{x}$ - возрастающая



Выражение \sqrt{x} имеет смысл лишь при $x \geq 0$.

Поэтому $D(f) = [0; +\infty]$

Пусть $x_2 \geq x_1 \geq 0$.

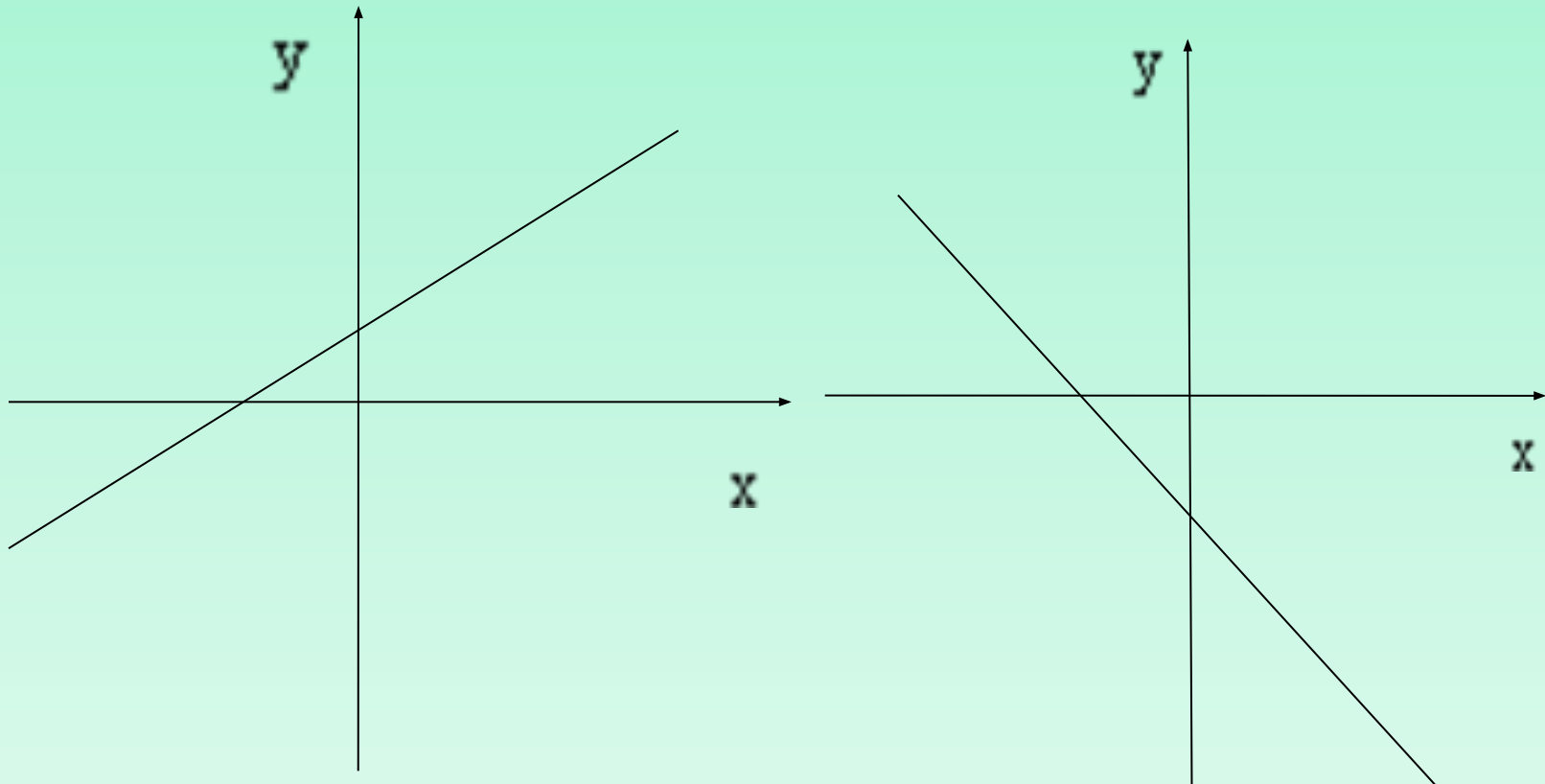
Рассмотрим разность $f(x_2) - f(x_1)$ и преобразуем её:

$$f(x_2) - f(x_1) = \sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} = \frac{(\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1})(\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1})}{\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}}$$

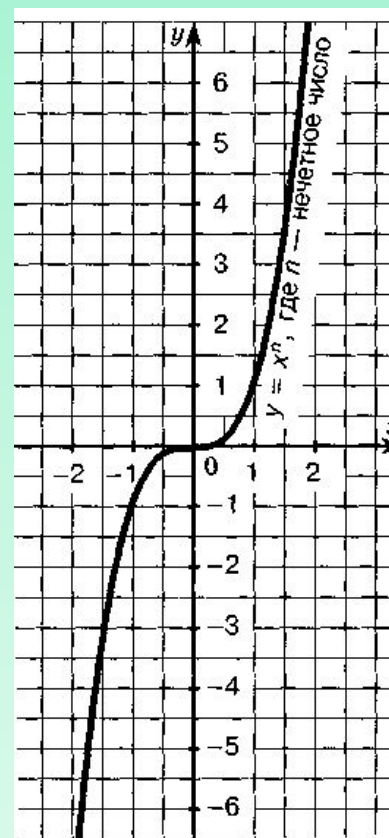
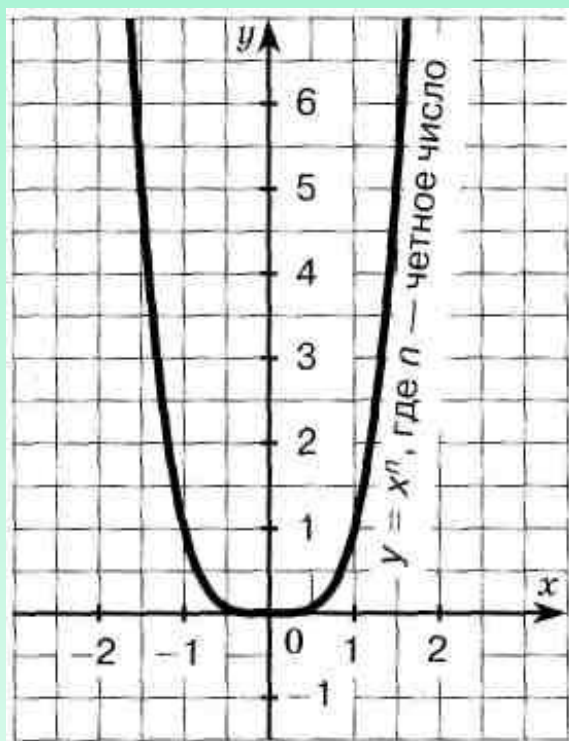
Числитель и знаменатель дроби - положительные числа. Это следует из того, что $x_2 \geq x_1 \geq 0$, $\sqrt{x_2} \geq 0$ и $\sqrt{x_1} \geq 0$, т. е. $f(x_2) > f(x_1)$. Поэтому функция f -возрастающая.

ВЫВОДЫ:

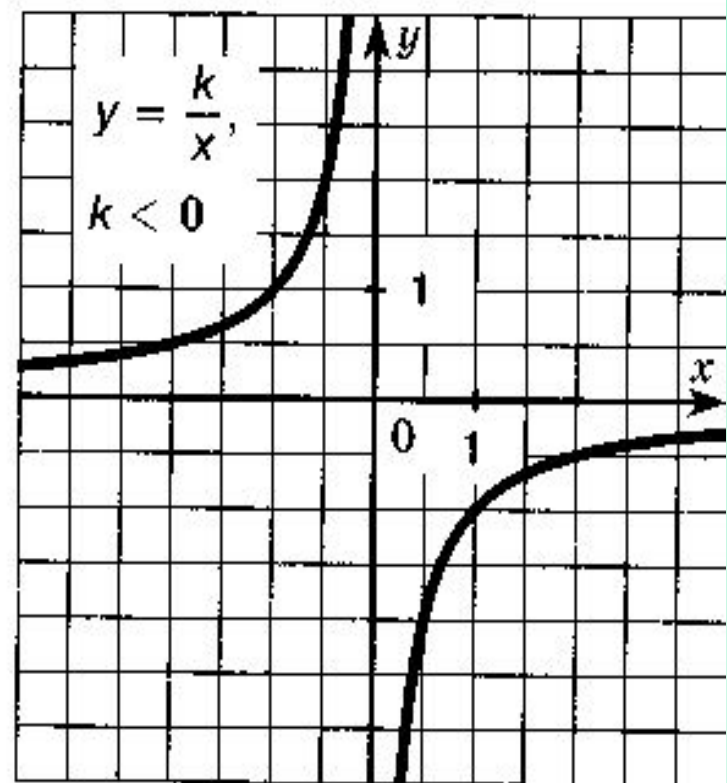
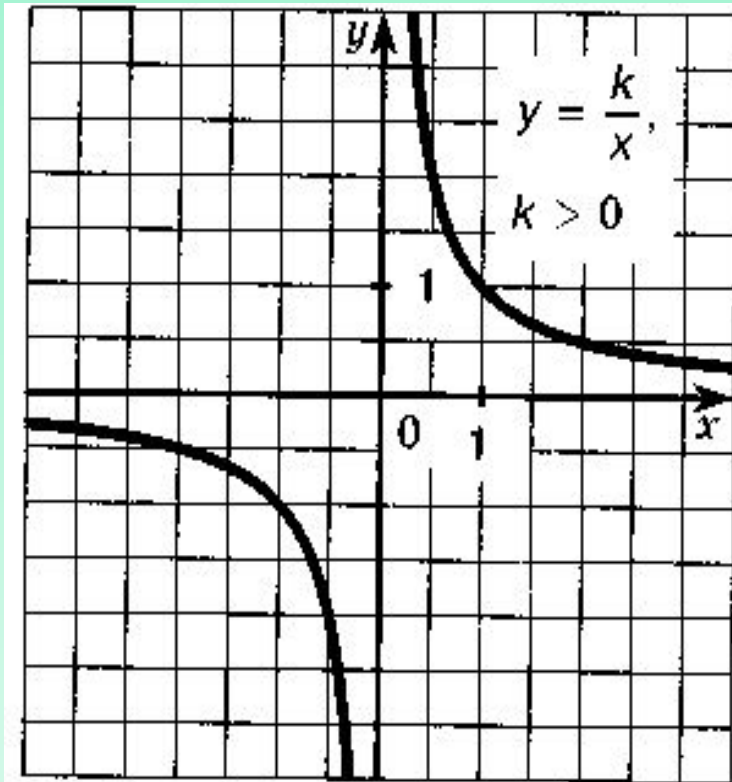
Линейная функция, т.е. функция, заданная формулой $f(x) = kx + b$, при $k > 0$ является возрастающей, а при $k < 0$ – убывающей.



Степенная функция $f(x) = x^n$ с натуральным показателем n при чётном n возрастает на промежутке $[0; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0]$. При нечётном n функция $f(x) = x^n$ возрастает на всей области определения, т.е. на промежутке $(-\infty; +\infty)$.



Обратная пропорциональность, т.е. функция $f(x) = k/x$ в каждом из промежутков $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ при $k > 0$ убывает, а при $k < 0$ возрастает.



Свойства монотонных функций :

1. Монотонная функция каждое своё значение принимает лишь при одном значении аргумента.
2. Если функция $y = f(x)$ является возрастающей (убывающей), то функция $y = -f(x)$ является убывающей (возрастающей).
3. Сумма двух возрастающих функций является возрастающей функцией, а сумма двух убывающих функций является убывающей функцией.
4. Если обе функции f и g возрастающие или обе убывающие, то функция $\varphi(x) = f(g(x))$ – возрастающая функция.
5. Если функция $y = f(x)$ монотонна на множестве X и сохраняет на этом множестве знак, то функция $g(x) = 1/f(x)$ на множестве X имеет противоположный характер монотонности.

Пример 1.

Выясним, в скольких точках прямая $y = 9$ пересекает график функции $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} + \sqrt{x+13}$.

Функции $y = \sqrt{x+1}$, $y = \sqrt{x+6}$ и $y = \sqrt{x+13}$ — возрастающие функции (свойство 4). Сумма возрастающих функций — возрастающая функция (свойство 3). А возрастающая функция каждое свое значение принимает лишь при одном значении аргумента (свойство 1).

Следовательно, если прямая $y = 9$ имеет общие точки с графиком функции /, то только одну точку.

Подбором можно найти, что $f(x) = 9$ при $x = 3$. Значит, прямая $y = 9$ пересекает график функции / в точке $M(3; 9)$.

Пример 2. Решим уравнение $x^3 - 2/x + \sqrt{x} = 0$.

Легко видеть, что $x = 1$ — корень уравнения. Покажем, что других корней это уравнение не имеет. Действительно, область определения функции $y = x^3 - 2/x + \sqrt{x}$ — множество положительных чисел. На этом множестве функция возрастает, так как каждая из функций $y = x^3$, $y = -2/x$ и $y = \sqrt{x}$ на промежутке $(0; +\infty)$ возрастает. Следовательно, данное уравнение других корней, кроме $x = 1$, не имеет.

Определите характер монотонности функции:

$$\text{а) } y = -\sqrt{x} - 5$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{x} + 2 - \sqrt{x}$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{г) } y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

Решите уравнение :

$$X^5 + X^3 + X = -42$$

Решите систему уравнений :

$$\begin{cases} \sqrt{X - Y} + (X - Y)^3 = 2 \\ X^2 - 6Y + 1 = 0 \end{cases}$$

Контрольные вопросы:

- ◆ Сформулируйте определение возрастающей и убывающей функций на множестве X .
- ◆ Какая функция называется монотонной на множестве X .
- ◆ Приведите примеры возрастающей и убывающей функций.

Домашнее задание:

Докажите, что функция $g(x)$ является убывающей функцией:

а) $g(x) = \frac{1}{10x + 5}$, где $x > -\frac{1}{2}$

б) $g(x) = \sqrt{2 - x}$

Докажите, что функция $f(x)$ является возрастающей функцией:

а) $f(x) = \frac{1}{7 - x}$

б) $f(x) = (x - 2)^2$, где $x > 2$

Решите уравнение :

$$x^2 + \sqrt{x} - 12/x = 15$$