Презентация
учителя математики
МОУ СОШ №16
Мироновой Ларисы Алексеевны
на конкурс
«Мой мультимедийный урок»

Урок по алгебре для 9 класса по учебнику Ю.Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков «Алгебра 9» с углубленным изучением математики.

Тема раздела: «Свойства функций»

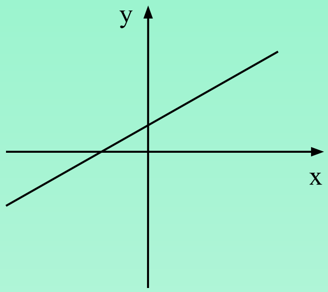
Урок № 1

Тема урока: «Возрастание и убывание функций»

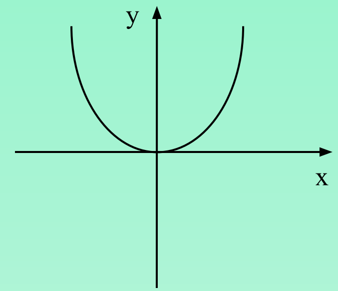
Тип урока: урок изучения и применения нового материала.

Какой формулой задается функции, графики которых изображены на чертеже?

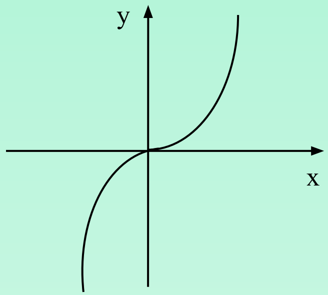
а)



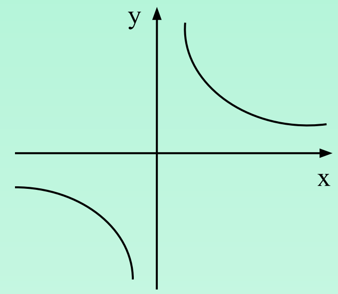
б)



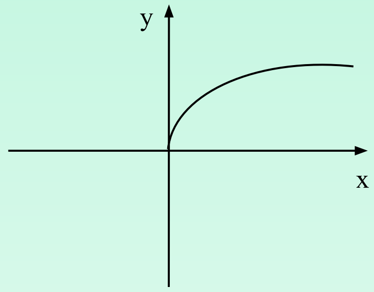
в)



г)



д)



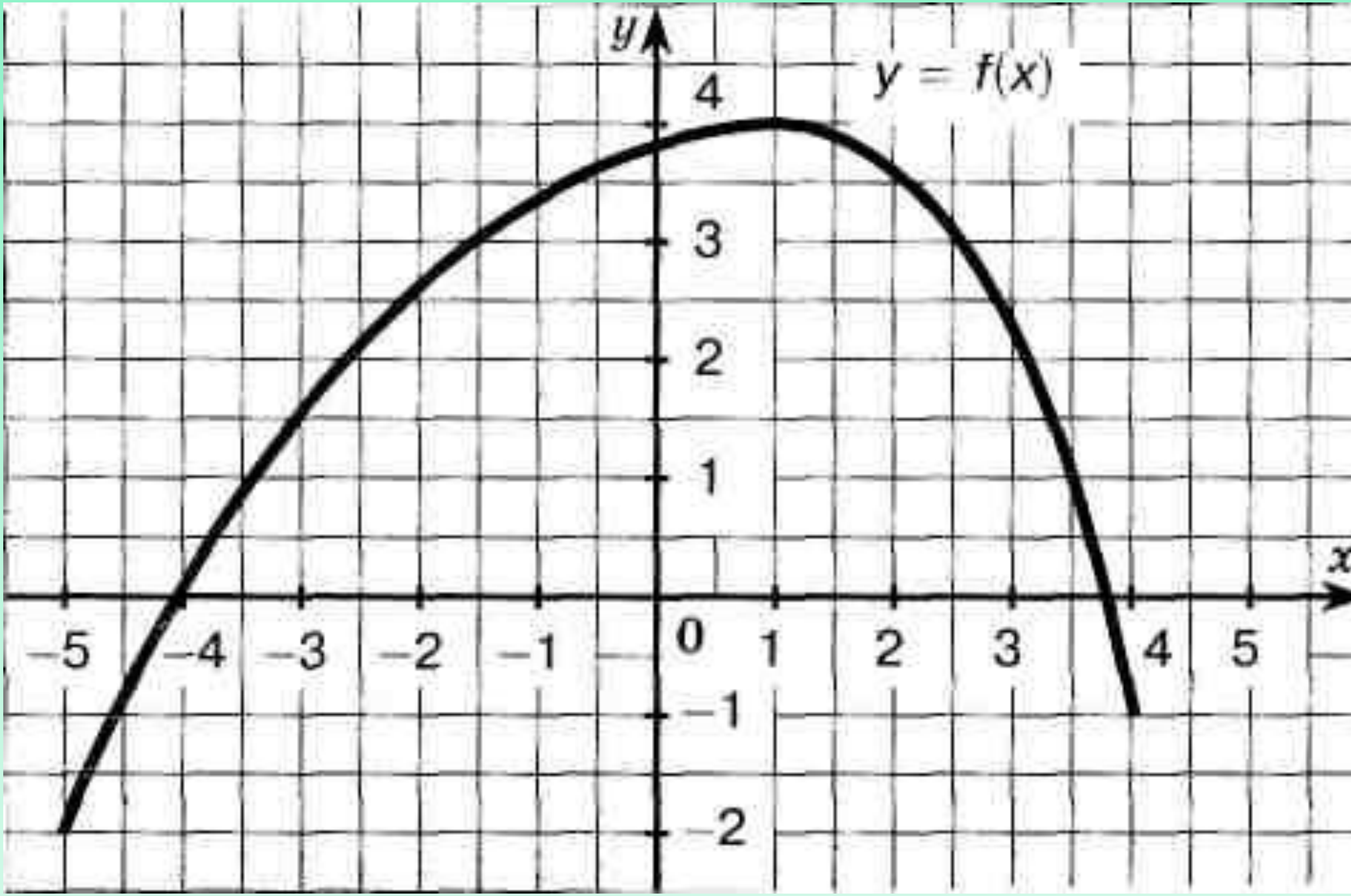


Рисунок 1

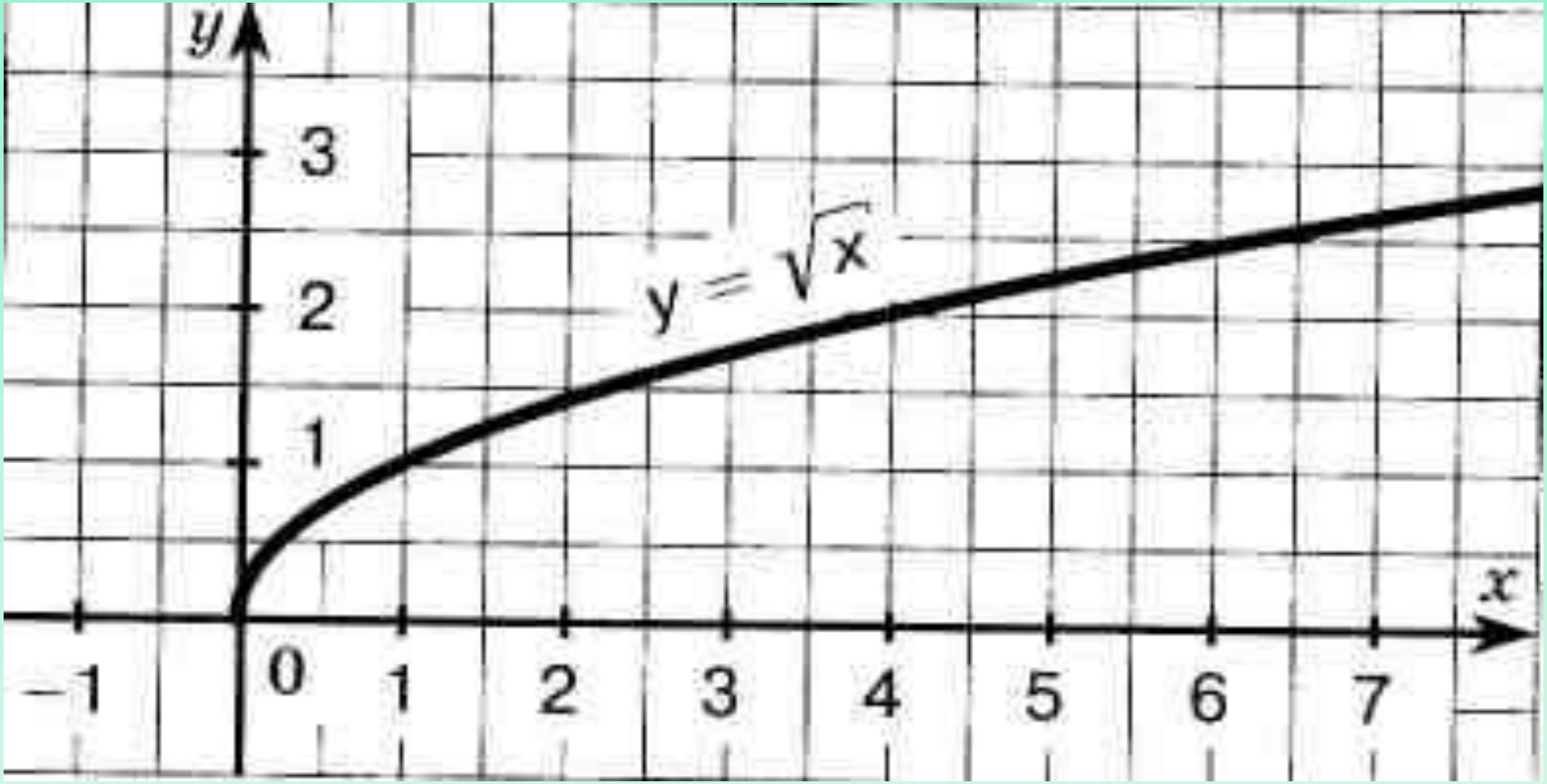
Эталоны:

1.Функция $f(x)$ называется возрастающей на множестве X, если для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2)>f(x_1)$.

2.Функция $f(x)$ называется убывающей на множестве X, если для любых двух значений аргумента $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) < f(x_1)$.

3.Функцию, возрастающую на множестве X или убывающую на множестве X, называют монотонной на множестве X.

Функция $f(x) = \sqrt{x}$ - возрастающая



Выражение $\sqrt{x}$ имеет смысл лишь при $x \geq 0$.
Поэтому $D(f) = [0; +\infty]$

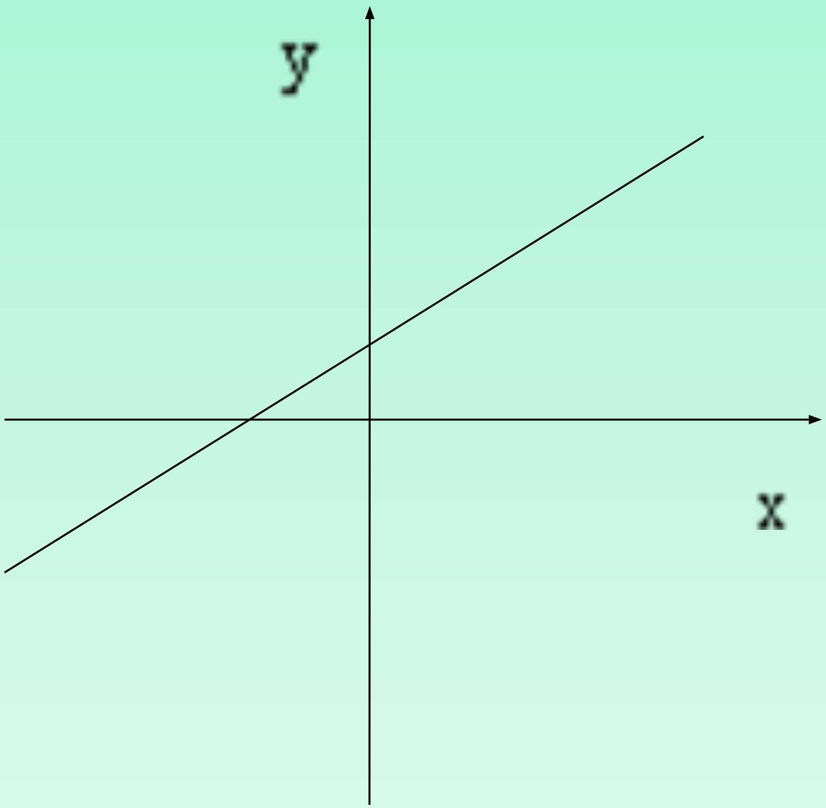
Пусть $x_2 \geq x_1 \geq 0$.
Рассмотрим разность $f(x_2) – f(x_1)$ и преобразуем её:

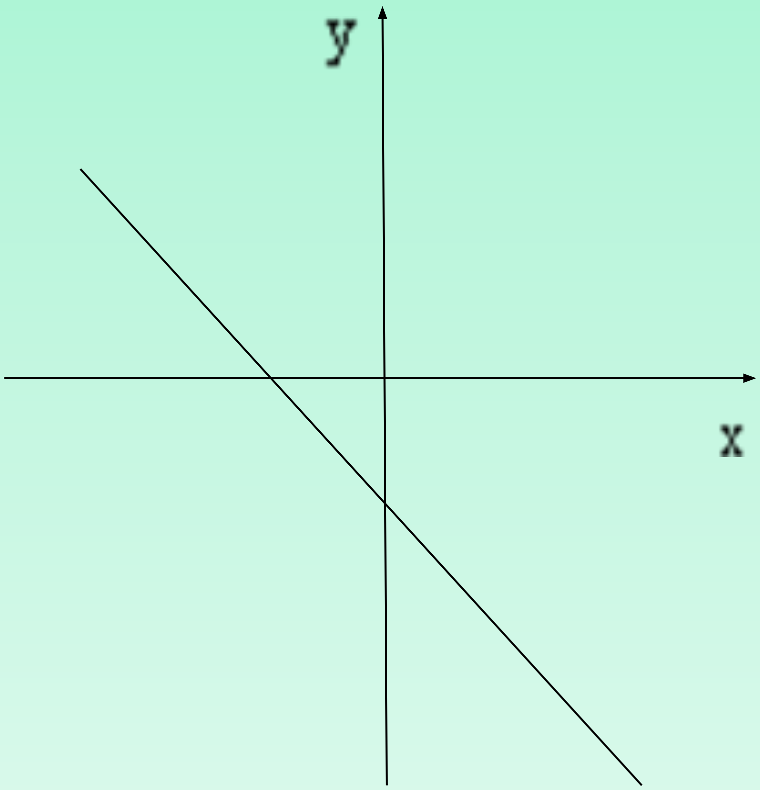
$$f(x_2) - f(x_1) = \sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} = \frac{(\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1})(\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1})}{\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}}$$

Числитель и знаменатель дроби - положительные числа. Это следует из того, что $x_2 \geq x_1 \geq 0$, $\sqrt{x_2} \geq 0$ и $\sqrt{x_1} \geq 0$, т. е. $f(x_2) > f(x_1)$. Поэтому функция f -возрастающая.

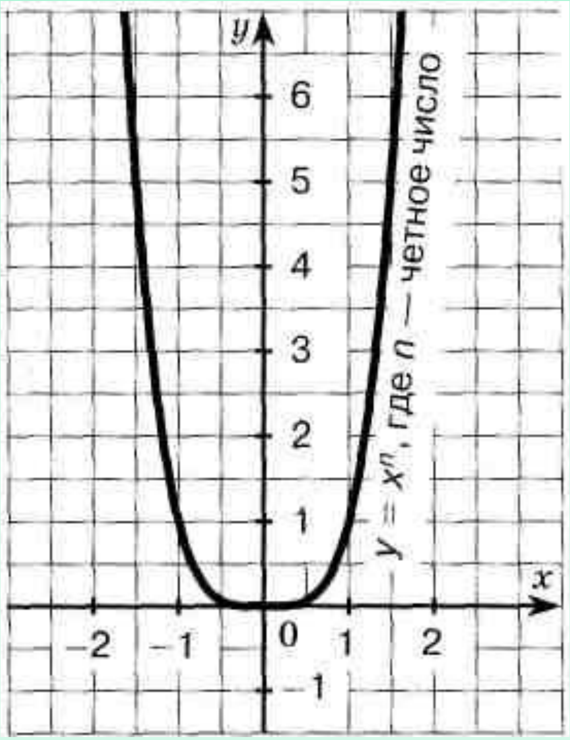
ВЫВОДЫ:

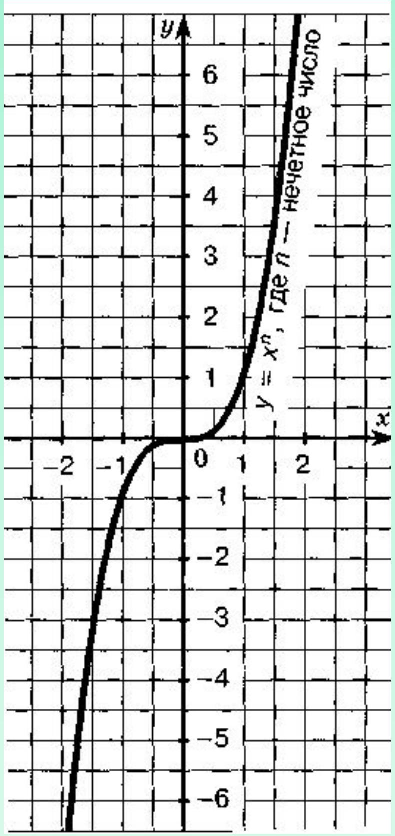
Линейная функция, т.е. функция, заданная формулой $f(x) = kx + b$, при $k>0$ является возрастающей, а при $k<0$ – убывающей.



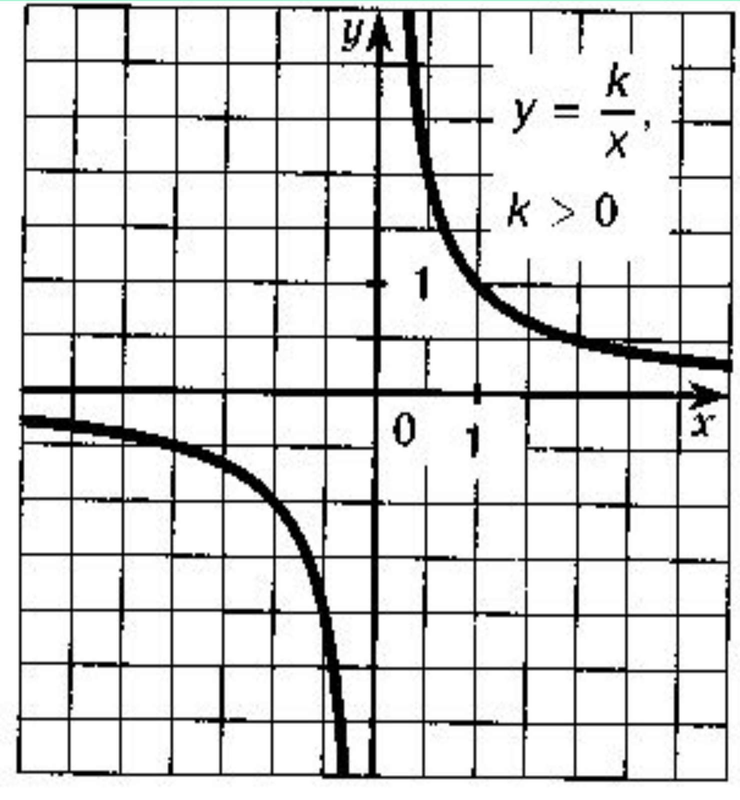


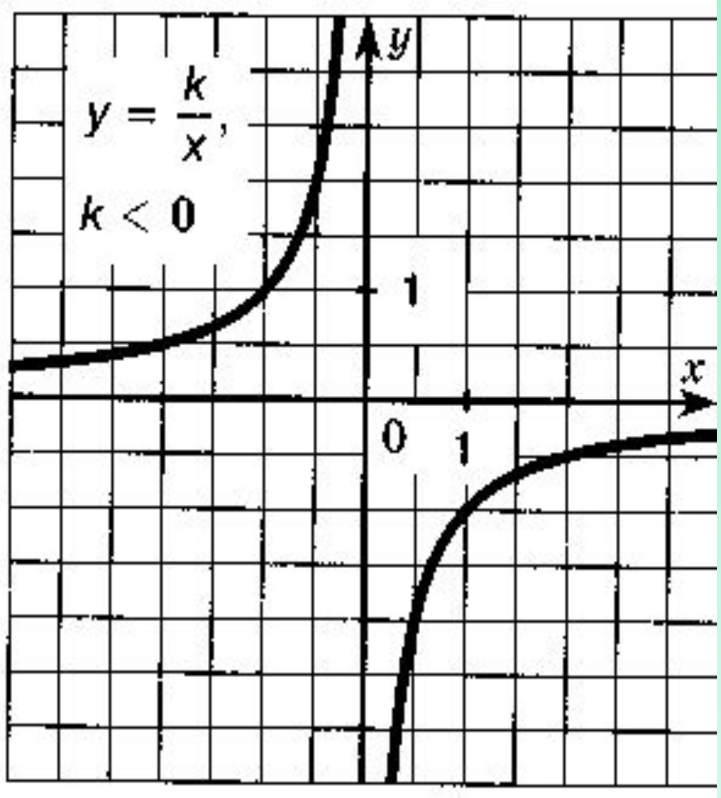
Степенная функция f(x) = x^n с натуральным показателем n при чётном n возрастает на промежутке [0: + ∞) и убывает на промежутке (+ ∞;0]. При нечётном n функция f(x) = x^n возрастает на всей области определения, т.е.на промежутке (-∞; +∞).





Обратная пропорциональность, т.е. функция f(x) = k/x в каждом из промежутков (-∞; 0) и (0 ; + ∞) при k>0 убывает, а при k<0 возрастает.





Свойства монотонных функций :

1.Монотонная функция каждое своё значение принимает лишь при одном значении аргумента.

2.Если функция $y = f(x)$ является возрастающей (убывающей), то функция $y = - f(x)$ является убывающей (возрастающей).

3.Сумма двух возрастающих функций является возрастающей функцией, а сумма двух убывающих функций является убывающей функцией.

4.Если обе функции f и g возрастающие или обе убывающие, то функция $\varphi(x) = f(g(x))$ – возрастающая функция.

5.Если функция $y = f(x)$ монотонна на множестве X и сохраняет на этом множестве знак, то функция $g(x) = 1/f(x)$ на множестве X имеет противоположный характер монотонности.

Пример 1.

Выясним, в скольких точках прямая $y = 9$ пересекает график функции $f(x) = \sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 6} + \sqrt{x+13}$.

Функции $y = \sqrt{x + 1}$, $y = \sqrt{x + 6}$ и $y = \sqrt{x + 13}$ — возрастающие функции (свойство 4). Сумма возрастающих функций — возрастающая функция (свойство 3). А возрастающая функция каждое свое значение принимает лишь при одном значении аргумента (свойство 1). Следовательно, если прямая $y = 9$ имеет общие точки с графиком функции /, то только одну точку.

Подбором можно найти, что $f(x) = 9$ при $x = 3$. Значит, прямая $y = 9$ пересекает график функции / в точке M(3; 9).

Пример 2. Решим уравнение $x^3 - 2/x + \sqrt{x} = 0$.

Легко видеть, что x = 1 — корень уравнения. Покажем, что других корней это уравнение не имеет. Действительно, область определения функции $y = x^3 - 2/x + \sqrt{x}$ — множество положительных чисел. На этом множестве функция возрастает, так как каждая из функций $\boldsymbol{y = x^3}$, $\boldsymbol{y = -2/x}$ ***и*** $\boldsymbol{y = \sqrt{x}}$ на промежутке (0; +oo) возрастает. Следовательно, данное уравнение других корней, кроме x = 1, не имеет.

Определите характер монотонности функции:

а) $y = -\sqrt{x - 5}$

б) $y = \frac{1}{x} + 2 - \sqrt{x}$

в) $y = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

г) $y = \frac{1}{\sqrt{x - 2}} + \frac{1}{\sqrt{x + 2}}$

Решите уравнение :

$$X^5 + X^3 + X = -42$$

Решите систему уравнений :

$$\begin{cases} \sqrt{X - Y} + (X - Y)^3 = 2 \\ X^2 - 6Y + 1 = 0 \end{cases}$$

Контрольные вопросы:

- ♦ Сформулируйте определение возрас - тающей и убывающей функций на мно - жестве X.

- ♦ Какая функция называется монотонной на множестве X.

- ♦ Приведите примеры возрастающей и убывающей функций.

Домашнее задание:

Докажите, что функция g(x) является убывающей функцией:

а) $g(x) = \dfrac{1}{10x + 5}$, где $x > -\frac{1}{2}$

б) $g(x) = \sqrt{2 - x}$

Докажите, что функция f(x) является возрастающей функцией:

а) $f(x) = \dfrac{1}{7 - x}$

б) $f(x) = (x - 2)^2$, где $x > 2$

Решите уравнение :

$X^2 + \sqrt{x} - 12/x = 15$