



производная

Числовые

последовательности



(продолжение)



VI. Сумма бесконечной геометрической прогрессии



Пусть (b_n) – бесконечная геометрическая прогрессия ($b_1 \neq 0$). Рассмотрим суммы членов этой прогрессии.

$$S_1 = b_1$$

 $S_2 = b_1 + b_2$
 $S_3 = b_1 + b_2 + b_3$
 $S_4 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4$
 $S_5 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5$
...
 $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n$

Если последовательность $S_1, S_2, S_3, ..., S_n$ сходится, т.е. имеет некоторый предел S, то число S называется суммой бесконечной геометрической прогрессии.

Знаем формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$
 (q – знаменатель геометрической прогрессии)

Найдем предел S_n при n, стремящемся к бесконечности, если |q| < 1.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{b_1(q^{n}-1)}{q-1} = \frac{b_1}{q-1} \lim_{n \to \infty} (q^n) - 1) = \frac{b_1}{q-1} (-1) = \frac{b_1}{1-q} \implies S = \frac{b_1}{1-q}$$

VI. Сумма бесконечной геометрической прогрессии



Примеры (выполнить запись, как в образце)

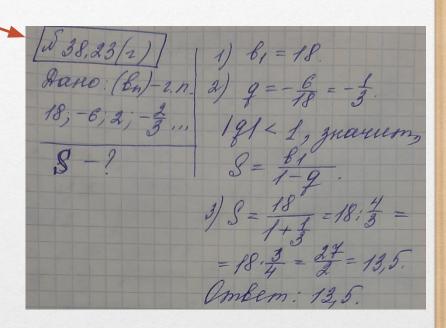
$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

|q| < 1.



- 1. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = -5$, q = -0,1.
- 2. Найдите знаменатель и сумму геометрической прогрессии (b_n), если b_1 = 3, b_2 = $\frac{1}{3}$.
- 3. Найдите сумму геометрической прогрессии 24; -8; $\frac{8}{3}$; $\frac{8}{9}$.
- 4. Найдите первый член геометрической прогрессии (b.), если S = -21, $a = \frac{1}{2}$

$$(b_n)$$
, если $S = -21$, $q = \frac{1}{7}$.

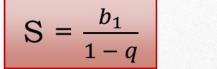


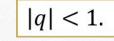
5. Найдите n-й член геометрической прогрессии (b_n), если S=21, $q=\frac{2}{3}$, n=3.



VI. Сумма бесконечной геометрической прогрессии









Пример 6.

Дано: (b_n) – бесконечная геометрическая прогрессия, |q| < 1.

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_n + \dots = 9;$$

$$(b_1)^2 + (b_2)^2 + (b_3)^2 + (b_4)^2 + \dots + (b_n)^2 + \dots = 40.5.$$

Найти: b₅.

Решение: 1) Если (b_n) сходится, то (b_n)² тоже сходится, $|q^2| < 1$.

$$\begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 9, \\ \frac{b_1^2}{1-q^2} = 40,5; \end{cases} \begin{cases} b_1 = 9(1-q), \\ \frac{9^2(1-q)^2}{1-q^2} = 40,5; \end{cases} \dots$$

2)
$$b_5 = b_1 q^4 \dots$$

Ответ: ...



