

# ПРОИЗВОДНАЯ

---

Числовые

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

(продолжение)

# VI. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Пусть  $(b_n)$  – бесконечная геометрическая прогрессия ( $b_1 \neq 0$ ).  
Рассмотрим суммы членов этой прогрессии.

$$\begin{aligned}S_1 &= b_1 \\S_2 &= b_1 + b_2 \\S_3 &= b_1 + b_2 + b_3 \\S_4 &= b_1 + b_2 + b_3 + b_4 \\S_5 &= b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 \\&\dots \\S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n\end{aligned}$$

Если последовательность  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  сходится, т.е. имеет некоторый предел  $S$ , то число  $S$  называется *суммой бесконечной геометрической прогрессии*.

Знаем формулу суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (q - \text{знаменатель геометрической прогрессии})$$

Найдем предел  $S_n$  при  $n$ , стремящемся к бесконечности, если  $|q| < 1$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1}{q - 1} \lim_{n \rightarrow \infty} (q^n - 1) = \frac{b_1}{q - 1} (-1) = \frac{b_1}{1 - q} \Rightarrow S = \frac{b_1}{1 - q}$$

0

# VI. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$|q| < 1.$$

**Примеры** (выполнить запись, как в образце)

1. Найдите сумму геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1 = -5$ ,  $q = -0,1$ .
2. Найдите знаменатель и сумму геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1 = 3$ ,  $b_2 = \frac{1}{3}$ .
3. Найдите сумму геометрической прогрессии  $24; -8; \frac{8}{3}; -\frac{8}{9}$ .
4. Найдите первый член геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $S = -21$ ,  $q = \frac{1}{7}$ .

Handwritten example on grid paper showing the calculation of the sum of a geometric progression. The problem is: Find the sum  $S$  of a geometric progression  $(b_n)$  if  $b_1 = 18$  and  $q = -\frac{1}{3}$ . The solution shows the formula  $S = \frac{b_1}{1 - q}$  and the calculation:  $S = \frac{18}{1 + \frac{1}{3}} = 18 \cdot \frac{3}{4} = 13,5$ . The final answer is  $13,5$ .

Упр 38, 23(2)

Дано:  $(b_n)$  - г.п.  
 $18; -6; 2; -\frac{2}{3} \dots$

$S = ?$

1)  $b_1 = 18$   
2)  $q = -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3}$   
 $|q| < 1$ , значит,  
 $S = \frac{b_1}{1 - q}$   
3)  $S = \frac{18}{1 + \frac{1}{3}} = 18 \cdot \frac{3}{4} =$   
 $= 18 \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{2} = 13,5$   
Ответ:  $13,5$ .

5. Найдите  $n$ -й член геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $S = 21$ ,  $q = \frac{2}{3}$ ,  $n = 3$ .

# VI. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$|q| < 1.$$

## Пример 6.

Дано:  $(b_n)$  – бесконечная геометрическая прогрессия,  $|q| < 1$ .

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_n + \dots = 9;$$

$$(b_1)^2 + (b_2)^2 + (b_3)^2 + (b_4)^2 + \dots + (b_n)^2 + \dots = 40,5.$$

Найти:  $b_5$ .

Решение: 1) Если  $(b_n)$  сходится, то  $(b_n)^2$  тоже сходится,  $|q^2| < 1$ .

$$\begin{cases} \frac{b_1}{1 - q} = 9, \\ \frac{b_1^2}{1 - q^2} = 40,5; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 9(1 - q), \\ \frac{9^2(1 - q)^2}{1 - q^2} = 40,5; \end{cases} \quad \dots$$

$$2) b_5 = b_1 q^4 \dots$$

Ответ: ...