

# Физические основы систем связи

Рабчевский Андрей Николаевич  
Старший преподаватель кафедры ИБиСС  
E-mail: [andrey@ranat.ru](mailto:andrey@ranat.ru), +7 (912) 7808729

# Список литературы

- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 2. Электричество и магнетизм. ISBN - 978-5-8114-1208-2. Издательство «Лань». 2021 г.
- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 4. Волны. Оптика. ISBN - 978-5-8114-1210-5. Издательство «Лань». 2021 г.
- Трофимова Т. И. Руководство к решению задач по физике : учебное пособие для прикладного бакалавриата: Учебное пособие/Трофимова Т. И..-М:Издательство Юрайт,2019, ISBN 978-5-9916-3429-8.-265. <https://elis.psu.ru/node/557918>

# Проводники в электрическом поле

Лекция 5

Главы 3.1-4.3

# Основные темы

- Равновесие зарядов на проводнике
- Проводник во внешнем электрическом поле
- Емкость
- Конденсаторы

# Равновесие зарядов на проводнике

- Носители зарядов в проводнике могут перемещаться под действием сколь угодно малой силы.
- Для равновесия зарядов необходимо выполнение следующих условий:
  1. Напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна 0  $E = 0$  (3.1)  
  
мы помним, что  $E = -\nabla \varphi$ , это значит внутри проводника потенциал должен быть постоянным

$$\varphi = const$$

# Равновесие зарядов на проводнике

2. Напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности

$$E = E_n \quad (3.2)$$

Следовательно, в случае равновесия зарядов поверхность проводника будет эквипотенциальной.

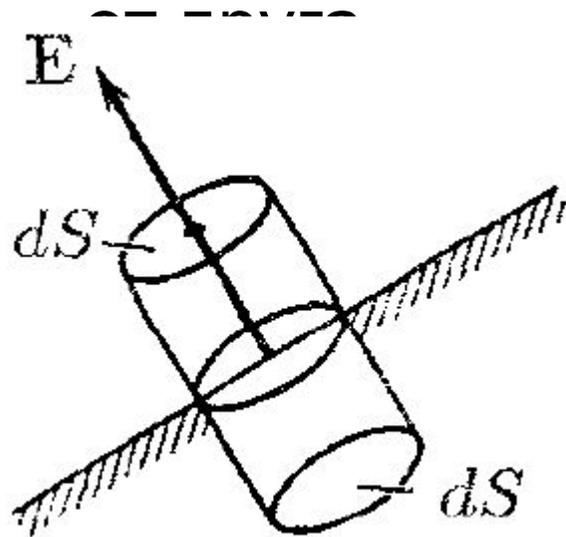
- Если проводящему телу сообщить заряд  $q$ , то он распределится так, чтобы соблюдались условия равновесия.
- Поскольку поле внутри проводника отсутствует, то и поток вектора электрического смещения через произвольную поверхность также равна 0

# Равновесие зарядов на проводнике

- Согласно теореме Гаусса и сумма зарядов внутри этой поверхности также будет равна 0.
- Следовательно, при равновесии ни в каком месте внутри проводника не может быть избыточных зарядов
- Все заряды распределяются по поверхности проводника с некоторой поверхностной плотностью  $\sigma$ .
- Если из внутреннего объема проводника удалить часть вещества, то ничего не изменится.
- То есть, на полом проводнике избыточный заряд распределяется так же, как и на сплошном

# Равновесие зарядов на проводнике

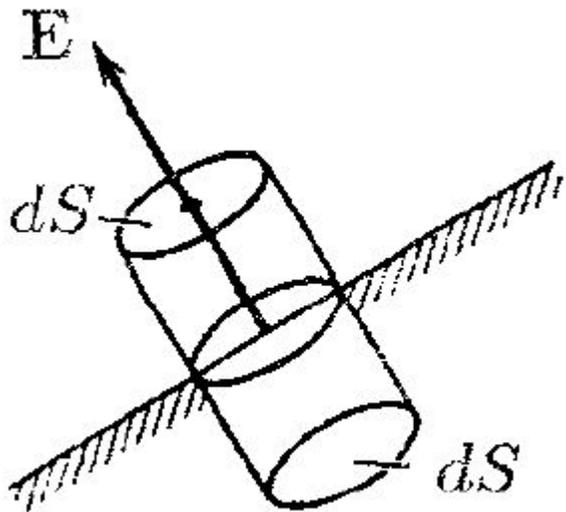
- Кроме того, одноименные элементарные заряды, образующие данный заряд  $q$  взаимно отталкиваются и стремятся расположиться на максимальном расстоянии друг



- Представим небольшую цилиндрическую поверхность, образованную нормалью к поверхности проводника и основаниями  $dS$ , одно из которых расположено внутри, а другое вне проводника.
- Поток вектора смещения через внутреннюю часть поверхности равен 0, так как  $E$ , а значит и  $D$ , внутри проводника равно 0.

# Равновесие зарядов на проводнике

- Вне проводника в непосредственной близости к нему напряженность поля  $E$  направлена по нормали к поверхности
- Для выступающей наружу боковой поверхности цилиндра  $Dn=0$ , а для внешнего основания  $Dn=D$ .



- Следовательно, поток смещения через рассматриваемую поверхность равен  $DdS$ , где  $D$  – смещение в непосредственной близости к поверхности.
- Внутри цилиндра содержится сторонний заряд  $\sigma dS$ , где  $\sigma$  - плотность заряда в данном месте поверхности проводника

# Равновесие зарядов на проводнике

- Применив теорему Гаусса, получим

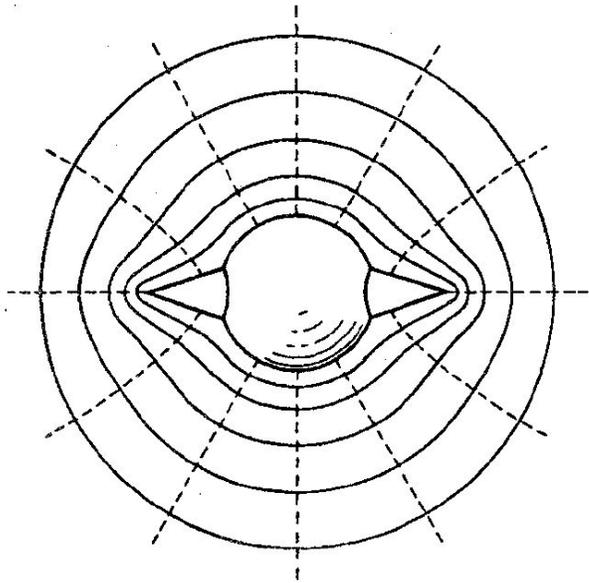
$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \sigma dS, \quad = \sigma$$

- Отсюда следует, что напряженность поля вблизи поверхности проводника равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \quad (3.3)$$

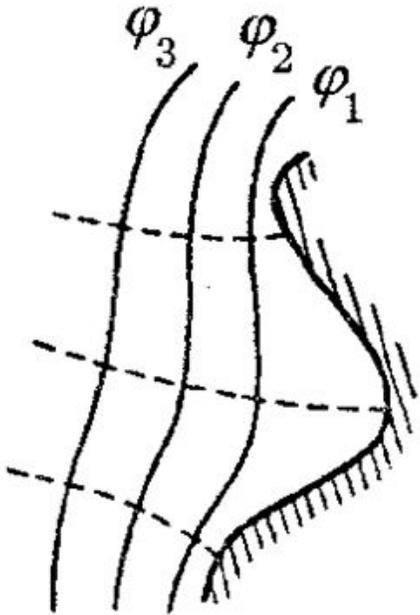
Где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник

# Равновесие зарядов на проводнике



- На больших расстояниях от проводника эквипотенциальные поверхности имеют форму как у точечного заряда
- По мере приближения к поверхности эквипотенциальные поверхности все больше повторяют поверхность проводника
- Вблизи выступов эквипотенциальные поверхности располагаются гуще, значит и напряженность поле здесь больше.
- Следовательно, плотность зарядов вблизи выступов особенно велика

# Равновесие зарядов на проводнике

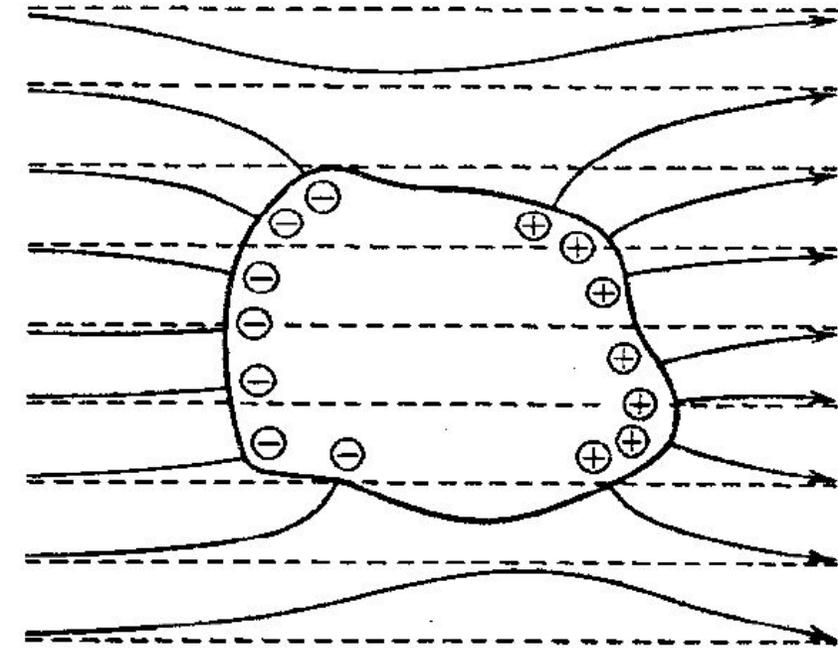


- Вблизи углублений эквипотенциальные поверхности расположены реже, значит и напряженность поля и плотность зарядов ниже.
- Вообще, плотность зарядов при заданном потенциале проводника определяется кривизной поверхности.
- Она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости).
- Особенно велика плотность зарядов на остриях

# Равновесие зарядов на проводнике

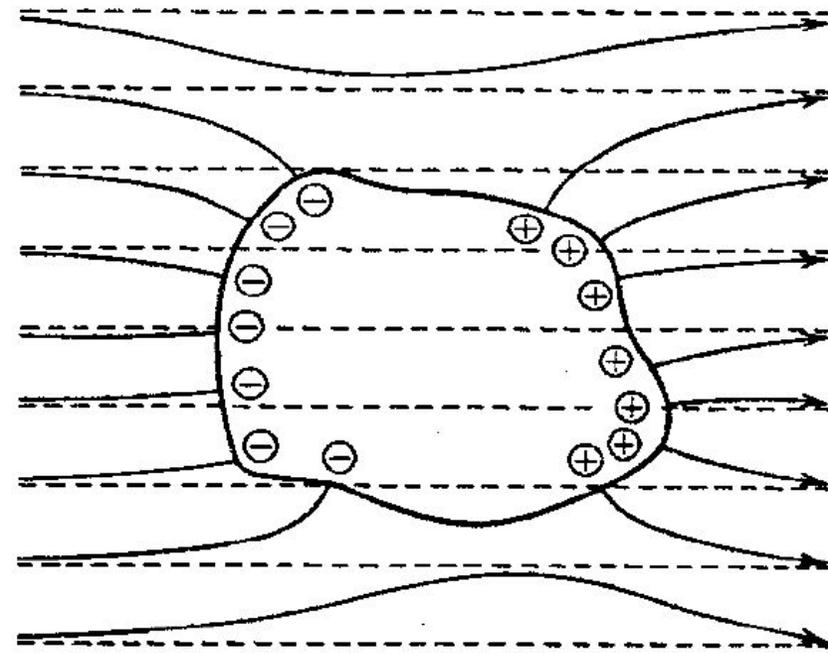
- Напряженность поля вблизи остриев может быть настолько большой, что возникает ионизация молекул газа, окружающего проводник.
- Ионы иного знака, чем  $q$ , притягиваются к проводнику и нейтрализуют заряд.
- Ионы того же знака, что и  $q$ , отталкиваются от проводника, увлекая за собой молекулы газа.
- В результате возникает ощутимое движение газа, называемое электрическим ветром.
- Заряд проводника уменьшается, он как бы стекает с острия и уносится ветром. Такое явление называют истечением заряда с острия.

# Проводник во внешнем электрическом поле



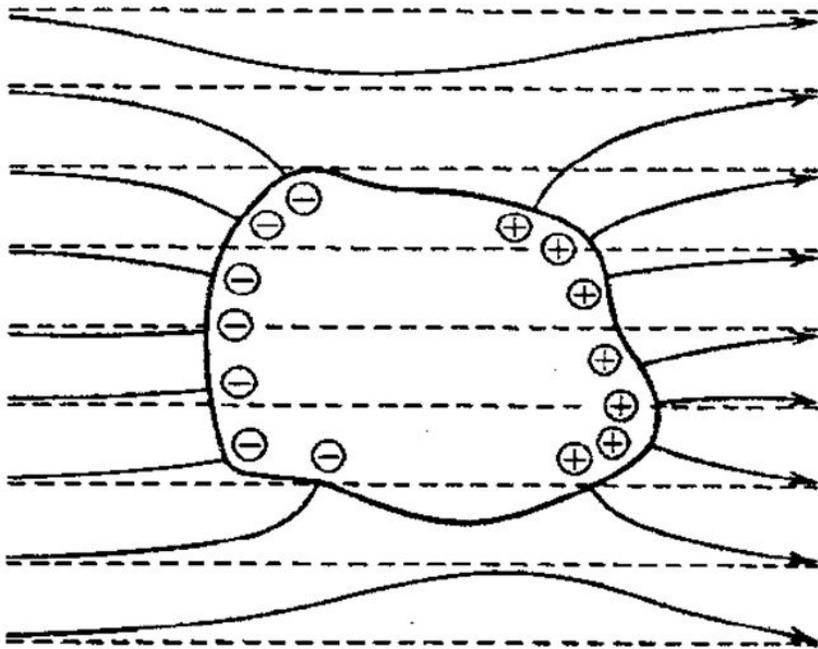
- При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение.
- Положительные заряды движутся в направлении поля  $E$
- Отрицательные заряды в противоположном направлении
- В результате у концов проводника возникают заряды противоположного знака, называемые индуцированными зарядами.

# Проводник во внешнем электрическом поле



- Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю.
- Накапливание зарядов у концов проводника приводит к ослаблению в нем поля.
- Перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока не начнут выполняться условия (3.1) и (3.2).
- Нейтральный проводник разрывает часть линий напряженности. Они заканчиваются на отрицательных и начинаются на положительных зарядах.

# Проводник во внешнем электрическом поле



- Индуцированные заряды распределяются по внешней поверхности проводника.
- Если внутри проводника имеется полость, то при равновесном состоянии поле внутри этой полости равно 0.
- На этом основывается электростатическая защита.
- Если прибор хотят защитить, его окружают проводящим экраном.
- Внешнее поле компенсируется внутри экрана индуцированными зарядами, возникающими на его поверхности

# Электроемкость

- Сообщенный проводнику заряд  $q$  распределяется по его поверхности так, чтобы напряженность поля внутри проводника была равно нулю.
- Если этому проводнику сообщить еще заряд такой же величины, то он распределится так же как и первый заряд.
- В противном случае он создаст внутри проводника ненулевое поле.
- Следовательно, потенциал уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду.
- Действительно, увеличение заряда вызовет такое же увеличение напряженности электрического поля

# Электроемкость

- Так же точно увеличится и работа переноса единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника, то есть потенциал проводника.

- Таким образом, для уединенного проводника

$$q = C\varphi \quad (3.4)$$

- Коэффициент пропорциональности  $C$  между потенциалом и зарядом называют **электроемкостью** проводника.

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad (3.5)$$

# Электроемкость

- **Емкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику повышает его потенциал на единицу**
- Потенциал заряженного шара радиуса  $R$  можно выразить как

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_R^{\infty} \frac{q}{\varepsilon r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon R} \quad (3.6)$$

- Сопоставив (3.5) и (3.6) получим

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R \quad (3.7)$$

# Электроемкость

- За единицу емкости принимают емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда 1Кл.
- Эта единица называется фарадом (Ф).

$$1\text{Ф} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}} = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300} \text{СГСЭ} - \text{ед. емкости} = 9 \cdot 10^{11} \text{см}$$

- Это шар, радиус которого в 1500 раз больше радиуса земли.

# Конденсаторы

- Уединенные проводники обладают небольшой емкостью.
- Даже шар размером с планету Земля имеет емкость 700 мкФ
- На практике требуются устройства, накапливающие заметные по величине заряды при небольшом размере
- Такие устройства называются конденсаторами
- В их основе лежит свойство увеличения электроемкости проводника по мере приближения к нему других тел
- Под действием поля, создаваемого заряженным проводником, на поднесенном к нему теле возникают индуцированные или связанные заряды

# Конденсаторы

- Заряды, противоположные по знаку заряду проводника  $q$ , располагаются ближе к проводнику, чем одноименные, и следовательно оказывают большее влияние на потенциал.
- При поднесении к заряженному проводнику какого-либо тела потенциал проводника уменьшается по абсолютной величине.
- При том же заряде, это означает увеличение емкости проводника.
- Конденсаторы делают в виде двух проводников, помещенных близко друг к другу.
- Образующие конденсатор проводники называют его обкладками

# Конденсаторы

- Обкладкам придают такую форму, чтобы поле концентрировалось между обкладками
- Это могут быть две пластинки, два коаксиальных цилиндра или две концентрические сферы.
- Соответственно бывают плоские, цилиндрические или сферические конденсаторы.
- Основной характеристикой конденсатора является его емкость, которая прямо пропорциональна заряду и обратно пропорциональна разности потенциалов на его обкладках

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad (3.8)$$

# Конденсаторы

- Разность потенциалов  $\phi_1 - \phi_2$  называют напряжением между соответствующими точками. Мы будем обозначать напряжение буквой  $U$ . В этом случае выражение (3.8) примет вид

$$C = \frac{q}{U} \quad (3.9)$$

- Емкость определяется геометрией конденсатора и диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками.

# Конденсаторы

- Найдем формулу плоского конденсатора. Если площадь обкладки  $S$ , а заряд на ней  $q$ , то напряженность поля между обкладками

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

- Разность потенциалов между обкладками
- Отсюда, емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad (3.10)$$

где  $S$  – площадь обкладки,  $d$  – зазор между обкладками,  
 $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость вещества заполняющего

# Конденсаторы

- Из формулы (3.10) следует, что размерность  $\varepsilon_0$  измеряется в фарадах на метр Ф/м
- Формула цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)} \quad (3.11)$$

- Где  $l$  – длина конденсатора,  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы внутренней и внешней обкладок.
- Емкость сферического конденсатора равна

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{R_1R_2}{R_2 - R_1} \quad (3.12)$$

# Конденсаторы

- Помимо емкости конденсатор характеризуется предельным напряжением  $U_{max}$ , которое можно прикладывать к обкладкам.
- При превышении этого напряжения между обкладками проскакивает искра и конденсатор выходит из строя.

# Постоянный электрический ток

Лекция 5

Главы 5.1-5.8

# Основные темы

- Электрический ток
- Уравнение непрерывности
- Закон Ома. Сопротивление проводников
- Закон Ома для неоднородного участка цепи
- Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа
- Мощность тока
- Закон Джоуля-Ленца

# Электрический ток

- Если через некоторую воображаемую поверхность переносится суммарный заряд, отличный от нуля, говорят что через эту поверхность течет **электрический ток**.
- Ток может течь в твердых телах (металлы, полупроводники), в жидкостях (электролиты) и в газах.
- Для протекания тока необходимо наличие в данном теле (или в данной среде) заряженных частиц, которые могут свободно перемещаться.
- Такие частицы называют **носителями тока**.
- Ими могут быть электроны, ионы, либо макрочастицы (пылинки и капельки воды)

# Электрический ток

- Ток возникает при условии, что внутри тела существует электрическое поле.
- Носители заряда принимают участие в молекулярном тепловом движении с некоторой скоростью  $v$  даже в отсутствие поля.
- В этом случае через произвольную площадку проходит в среднем одинаковое количество носителей любого знака в обе стороны
- При включении поля на хаотичное движение носителей со скоростью  $v$  накладывается упорядоченное движение со скоростью  $u$ .

# Электрический ток

- Таким образом, скорость носителей будет  $v + u$ .
- Так как среднее значение  $v$  равно нулю, то средняя скорость носителей равна  $\langle v + u \rangle = \langle v \rangle + \langle u \rangle = \langle u \rangle$
- То есть, **электрический ток** можно определить как **упорядоченное движение электрических зарядов**.
- Количественной характеристикой тока служит величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (5.1)$$

# Электрический ток

- Электрический ток может быть обусловлен движением как положительных, так и отрицательных носителей.
- Перенос отрицательного заряда в одном направлении эквивалентен переносу положительного заряда в другом.
- Если ток создается носителями обоих знаков, за время  $dt$  через данную поверхность положительные носители переносят  $dq^+$  в одном направлении и отрицательные – заряд  $dq^-$  в другом, то

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{|dq^-|}{dt}$$

- За направление тока принимается направление движения положительных носителей

# Электрический ток

- Электрический ток может быть распределен по поверхности, через которую он течет, неравномерно.
- Ток можно охарактеризовать с помощью вектора плотности тока  $j$ .
- Этот вектор численно равен силе тока  $dI$  через расположенную в данной точке перпендикулярную к направлению движения носителей площадку  $dS_{\perp}$ , отнесенной к величине этой площадки. — (5.2)

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

- За направление  $j$  принимается направление вектора скорости  $v$  перемещения положительных носителей

# Электрический ток

- Зная вектор плотности тока в каждой точке пространства, можно найти силу тока  $I$  через любую поверхность  $S$

$$I = \int_S \mathbf{j} dS \quad (5.3)$$

- Из (5.3) следует, что сила тока есть поток вектора плотности тока через поверхность
- Пусть в единице объема содержится  $n^+$  положительных носителей и  $n^-$  отрицательных.
- Алгебраическая величина зарядов носителей равно  $e^+$  и  $e^-$ .

# Электрический ток

- Если под действием поля носители приобретают средние скорости  $u^+$  и  $u^-$ , то за единицу времени через единичную площадку пройдет  $n^+ u^+$  положительных носителей, которые перенесут заряд  $e^+ n^+ u^+$ .
- Аналогично отрицательные носители перенесут  $e^- n^- u^-$
- Таким образом, для плотности тока получается

$$j = e^+ n^+ u^+ + |e^-| n^- u^- \quad (5.4)$$

- В векторном виде  $j = e^+ n^+ u^+ + e^- n^- u^- \quad (5.5)$

# Электрический ток

- Вектор  $u^-$  направлен противоположно вектору  $j$ . При умножении его на отрицательный скаляр  $e^-$  получается вектор одинакового направления с  $j$ .
- Произведение  $e^+ n^+$  дает плотность заряда положительных носителей  $\rho^+$ , аналогично  $e^- n^-$  дает плотность заряда отрицательных носителей  $\rho^-$ . Тогда выражение (5.5) можно записать в виде

$$j = \rho^+ u^+ + \rho^- u^- \quad (5.6)$$

- **Ток, не изменяющийся со временем, называется постоянным.**

# Электрический ток

- Для постоянного тока справедливо соотношение

$$I = \frac{q}{t} \quad (5.7)$$

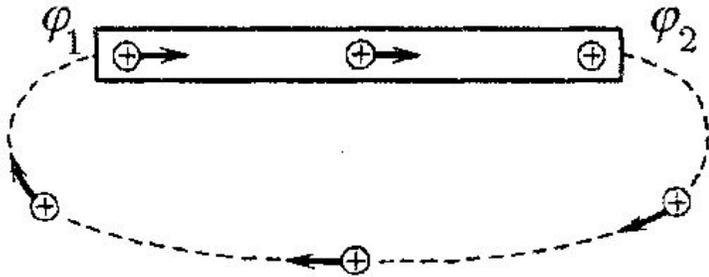
- Где  $q$  – заряд, переносимый через рассматриваемую поверхность за конечное время  $t$ .
- В СИ **единица силы тока Ампер (А)**. Единица заряда кулон определяется как заряд, переносимый за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока в 1А.

$$1\text{А} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ} - \text{ед. силы тока} \quad (5.8)$$

# Электродвижущая сила

- Если в проводнике создать электрическое поле и не принять мер для его поддержания, то перемещение носителей очень быстро приведет к тому, что поле внутри проводника исчезнет и ток прекратится.
- Для того чтобы поддерживать ток, нужно от конца с меньшим потенциалом непрерывно отводить приносимые током заряды, к концу с большим потенциалом непрерывно их подводить.
- То есть необходимо обеспечить круговорот зарядов, чтобы они двигались по замкнутому пути.

# Электродвижущая сила



- В замкнутой цепи наряду с участками, на которых положительные носители движутся в сторону убывания потенциала  $\phi$ , должны быть участки, на которых перенос положительных зарядов происходит в направлении возрастания потенциала  $\phi$ .
- Перемещение носителей на этих участках возможно лишь с помощью сил не электростатического характера.
- Такие силы называют **сторонними силами**.

# Электродвижущая сила

- Таким образом, для поддержания тока необходимы сторонние силы, действующие на всем протяжении цепи или на отдельных ее участках.
- Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами.
- Величина, равная работе сторонних сил над единичным положительным зарядом, называется электродвижущей силой (ЭДС), действующей в цепи или на ее участке.

$$E = \frac{A}{q} \quad (5.9)$$

# Электродвижущая сила

- Размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала.
- ЭДС измеряется в тех же единицах, что и потенциал (Вольты).

- Стороннюю силу  $F_{CT}$ , действующую на заряд  $q$ , можно представить в виде  $F_{CT} = E^* q$  (5.10)

- Векторную величину  $E^*$  называют напряженностью поля сторонних сил.

- Работа сторонних сил на участке цепи 1-2 равна  $A_{12} = \int_1^2 F_{CT} dl = q \int_1^2 E^* dl$

# Электродвижущая сила

- Разделив эту работу на заряд  $q$ , получим ЭДС, действующую на данном участке

$$E_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}^* d\mathbf{l} \quad (5.11)$$

- Аналогичный интеграл, вычисленный для замкнутой цепи, даст ЭДС, действующую в этой цепи.

$$E = \oint \mathbf{E}^* d\mathbf{l} \quad (5.12)$$

- Таким образом, ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности сторонних сил.

# Электродвижущая сила

- Кроме сторонних сил на заряд действуют силы электростатического поля  $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$ .
- Следовательно результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд  $q$ , равна

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_{CT} = q(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)$$

- Работа, совершаемая этой силой над зарядом  $q$  на участке цепи 1-2, определяется выражением

$$A_{12} = q \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} + q \int_1^2 \mathbf{E}^* d\mathbf{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + qE_{12} \quad (5.13)$$

# Электродвижущая сила

- Величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется падением напряжения или просто напряжением

$$U \text{ на данном участке цепи. } U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + qE_{12} \quad (5.14)$$

- Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется однородным.
- Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называется неоднородным.
- Для однородного участка цепи напряжение это разность потенциалов  $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$  (5.15)

# Закон Ома. Сопротивление проводников.

- Немецкий физик Ом экспериментально установил, что сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения  $U$  на проводнике

$$I = \frac{1}{R}U \quad (5.16)$$

- Обозначенная буквой  $R$  величина называется **электрическим сопротивлением** проводника.
- Единицей сопротивления служит **Ом**, равный сопротивлению такого проводника, в котором **при напряжении 1В течет ток силой в 1А.**

# Закон Ома. Сопротивление проводников.

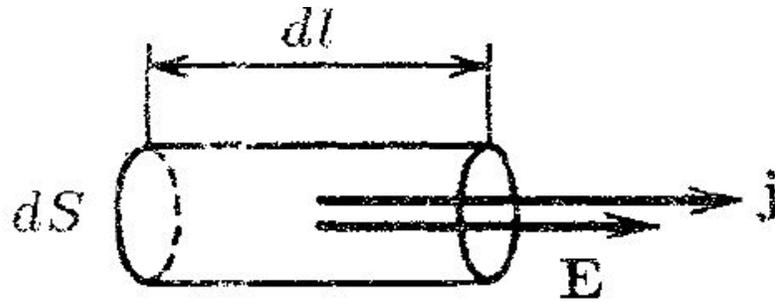
- Величина сопротивления зависит от формы и размеров проводника, а также свойств материала, из которого он сделан.
- Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (5.17)$$

Где  $l$  - длина проводника,  $S$  – площадь его поперечного сечения,  $\rho$  - зависящий от свойств материал коэффициент, называемый удельным электрическим сопротивлением вещества.

В системе СИ удельное сопротивление  $\rho$  измеряется в ом-метрах (Ом\*м)

# Закон Ома. Сопротивление проводников.



- Пусть носители заряда перемещаются по вектору  $\mathbf{j}$ , напряжение поля соответствует вектору  $\mathbf{E}$ .

- В изотропном проводнике упорядоченное движение носителей тока происходит в направлении вектора  $\mathbf{E}$ , поэтому направление векторов  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  совпадают.
- Выделим мысленно в окрестности некоторой точки элементарный цилиндрический объем с образующими, параллельно векторам  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$ .

# Закон Ома. Сопротивление проводников.

- Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой  $j dS$ .
- Напряжение, приложенное к цилиндру, равно  $E dl$ .
- Сопротивление цилиндра  $\rho (dl/dS)$ . Тогда

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl \text{ или } j = \frac{1}{\rho} E$$

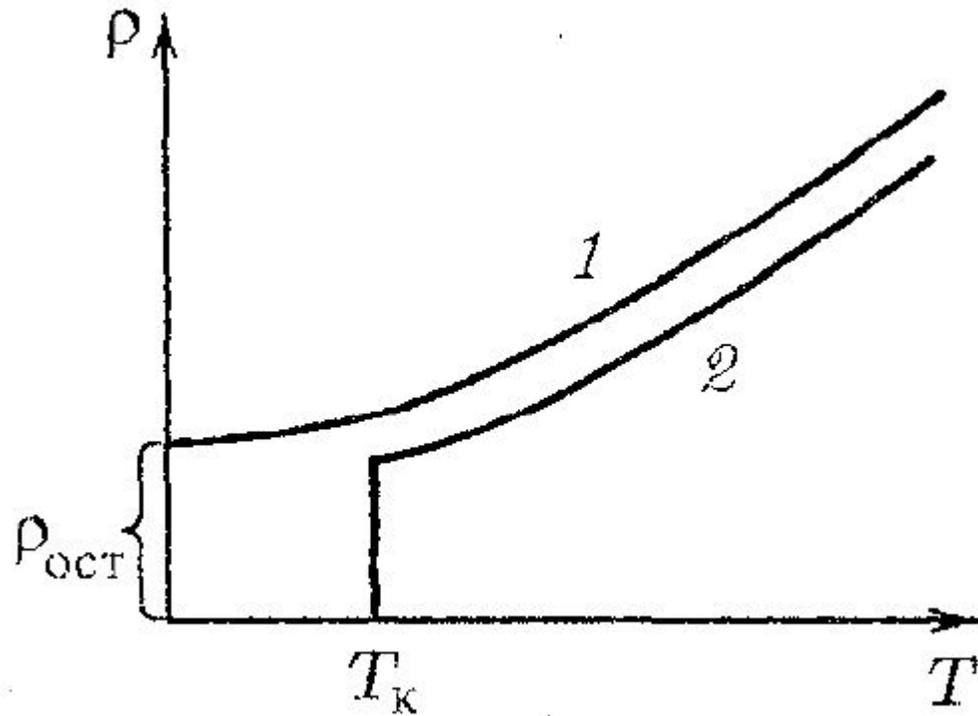
- Поскольку направление векторов  $j$  и  $E$  совпадают, можно записать

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E \quad (5.18)$$

# Закон Ома. Сопротивление проводников.

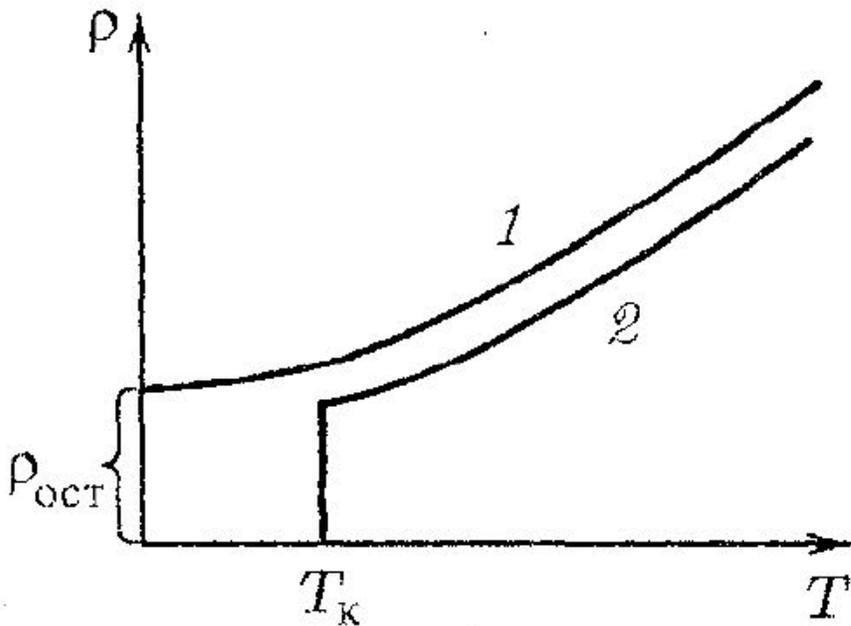
- Величина  $\sigma$  называется удельной электрической проводимостью материала.
- Единица, обратная Ом<sup>у</sup> является Сименс
- Единицей удельной проводимости является Сименс на метр (См/м).
- Проводимость или сопротивление зависят от сил взаимодействия носителей тока с частицами, из которых состоит вещество проводника.
- Чем больше эти силы взаимодействия, тем больше сопротивление.

# Закон Ома. Сопротивление проводников.



- Проводимость и сопротивление определяются химической природой вещества и внешними условиями.
- Для большинства металлов при температурах близких к комнатной удельное сопротивление пропорционально температуре
- При низких температурах закономерность нарушается
- Остаточное удельное сопротивление зависит от чистоты материала

# Закон Ома. Сопротивление проводников.



- У абсолютно чистых металлов с идеально правильной кристаллической решеткой при абсолютном нуле  $\rho = 0$
- У большой группы металлов при температурах порядка нескольких Кельвинов сопротивление резко обращается в 0.

• Это явление названо

сверхпроводимость

- Впервые в 1911 году сверхпроводимость была выявлена для ртути.

- В дальнейшем сверхпроводимость выявлена у олова, свинца, цинка ...

- Для каждого сверхпроводника своя критическая температура  $T$

# Закон Ома. Сопротивление проводников.

- Состояние сверхпроводимости может быть разрушено под воздействием магнитного поля.
- Зависимость сопротивления от температуры используется в термометрах сопротивления.
- Обычно это платиновая проволочка, намотанная на фарфоровый каркас.
- Проградуирован по постоянным температурным точкам.
- Позволяет измерять температуру с погрешностью в несколько сотых Кельвина.

# Закон Ома для неоднородного участка цепи

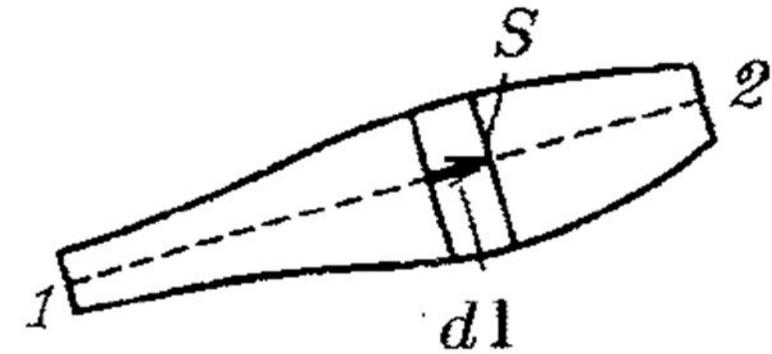
- На неоднородном участке цепи на носители тока действуют кроме электростатических сил  $e\mathbf{E}$ , сторонние силы  $e\mathbf{E}^*$
- Сторонние силы способны вызывать упорядоченное движение носителей в той же мере, что и электростатические
- Средняя скорость упорядоченного движения носителей в проводнике пропорциональна электростатической силе  $e\mathbf{E}$ .
- При наличии сторонних сил средняя скорость движения носителей будет пропорциональна суммарной силе  $e\mathbf{E} + e\mathbf{E}^*$
- Значит плотность тока в этих точках пропорциональна сумме напряженностей  $\mathbf{E} + \mathbf{E}^*$

# Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$j = \sigma (E + E^*) \quad (5.19)$$

- Выражение (5.19) это более общий случай по сравнению с (5.18).
- Допустим, что внутри неоднородного участка цепи существует линия (контур тока), удовлетворяющая условиям:
  - 1) В каждом сечении, перпендикулярном контуру, величины  $j$ ,  $\sigma$ ,  $E$ ,  $E^*$  имеют с достаточной точностью одинаковые значения
  - 2) Векторы  $j$ ,  $E$  и  $E^*$  в каждой точке направлены по касательной к контуру
- Поперечное сечение проводника может быть непостоянным

# Закон Ома для неоднородного участка цепи



- Выберем произвольное направление движения по контуру от конца 1 к концу 2 участка цепи.
- Спроецируем векторы (5.19) на элемент контура  $dl$ , в результате получим

$$j_l = \sigma (E_l + E_l^*) \quad (5.20)$$

- Проекция каждого из векторов равна модулю вектора, взятому со знаком + или – в зависимости от направления вектора по отношению к  $dl$ . То есть  $j_l = j$  или  $j_l = -j$

# Закон Ома для неоднородного участка цепи

- Вследствие сохранения заряда сила постоянного тока в каждом сечении должна быть одинаковой.
- Поэтому величина  $I = j_l S$  постоянна вдоль контура
- Силу тока в данном случае можно рассматривать как алгебраическую величину. Тогда

$$j_l = \sigma (E_l + E_l^*) \text{ или } \frac{I}{S} = \sigma (E_l + E_l^*) \text{ или } I \frac{\rho}{S} = E_l + E_l^*$$

- Умножим это соотношение на  $dl$  и проинтегрируем вдоль контура

$$I \int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = \int_1^2 E_l dl + \int_1^2 E_l^* dl$$

# Закон Ома для неоднородного участка цепи

- Выражение  $\rho dl/S$  представляет собой сопротивление участка контура длины  $dl$ , а интеграл от этого выражения – сопротивление  $R$  участка цепи.
- Первый интеграл в правой части дает  $\phi_1 - \phi_2$ , а второй – ЭДС  $\mathcal{E}_{12}$ , действующую на участке цепи. Таким образом получаем

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (5.21)$$

- ЭДС – величина алгебраическая. Если ЭДС способствует движению положительных носителей в направлении 1-2, ЭДС  $> 0$ , а если препятствует, тогда ЭДС  $< 0$ .

# Закон Ома для неоднородного участка цепи

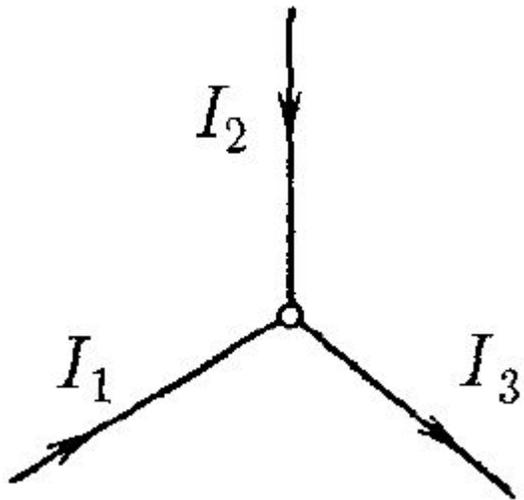
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}}{R} \quad (5.21)$$

- Эта формула выражает закон Ома для неоднородного участка цепи.
- Положив  $\varphi_1 = \varphi_2$ , получим выражение закона Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{E}{R} \quad (5.22)$$

- Здесь  $E$  - ЭДС, действующая в цепи,  $R$  – суммарное сопротивление всей цепи.

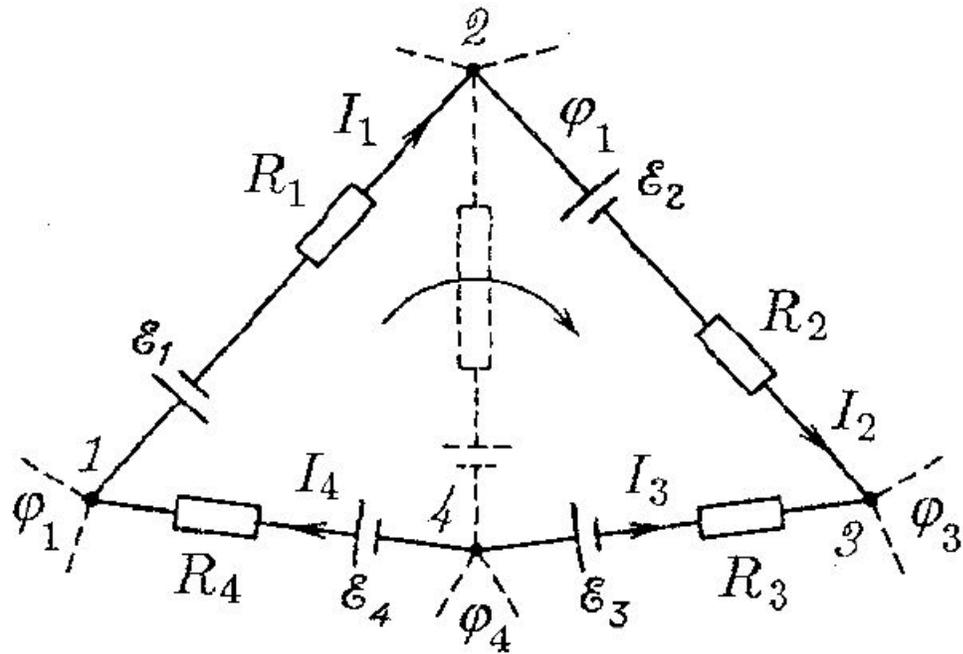
# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.



- Для расчета разветвленных цепей пользуются правилами Кирхгофа
- Узлом называется точка, в которой сходится более чем два проводника
- Считается что ток, текущий к узлу имеет один знак, а от узла - другой
- Первое правило - Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю

$$\sum I_k = 0 \quad (5.23)$$

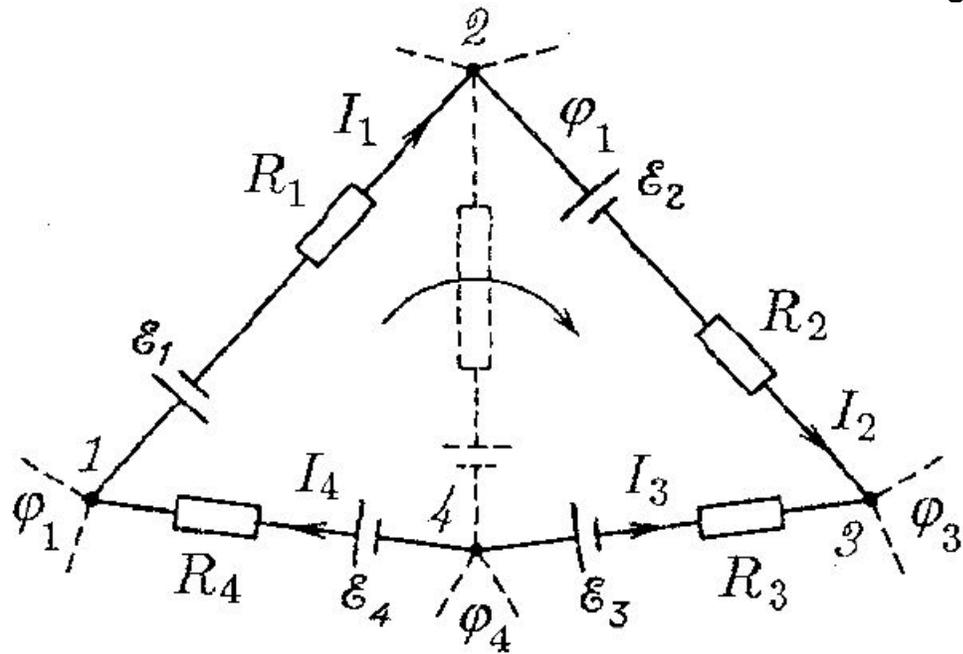
# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.



- Это правило вытекает из закона сохранения заряда.
- Для постоянного тока  $\nabla j$  всюду равна нулю. Следовательно, поток вектора  $j$  (т.е. алгебраическая сумма токов, текущих через окружающую узел воображаемую замкнутую поверхность) должен быть равен нулю.
- Второе правило относится к любому выделенному в разветвленной цепи замкнутому контуру (1-2-3-4-1)

# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.

- Зададим направление обхода (например по часовой стрелке)
- Применим к каждому из неразветвленных участков закон Ома



$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1, \quad I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2$$

$$I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_3, \quad I_4 R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 + \mathcal{E}_4$$

- При сложении этих выражений потенциалы взаимно уничтожаются и получается уравнение (5.24)

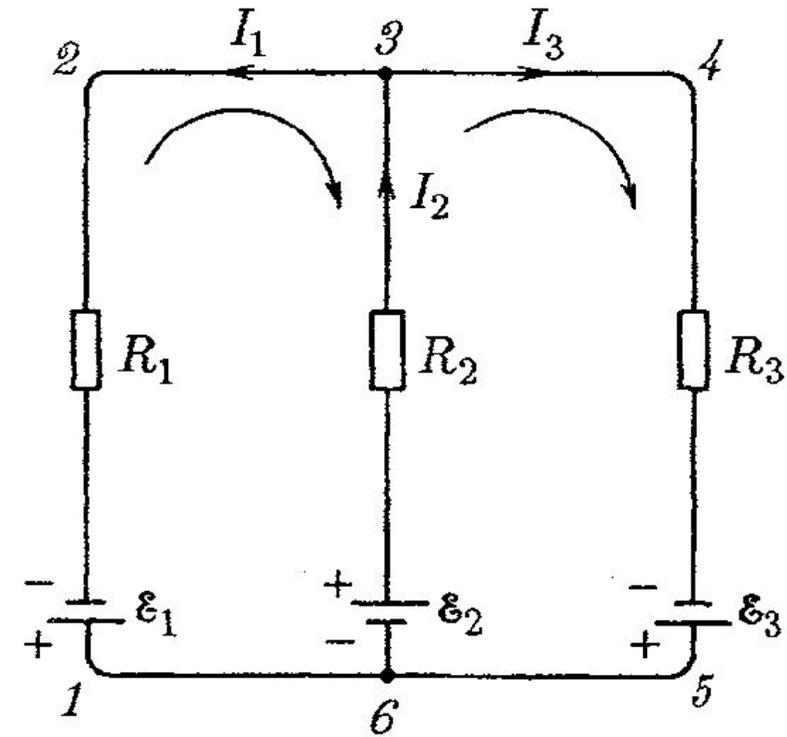
# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.

$$\sum I_k R_k = \sum E_k \quad (5.24)$$

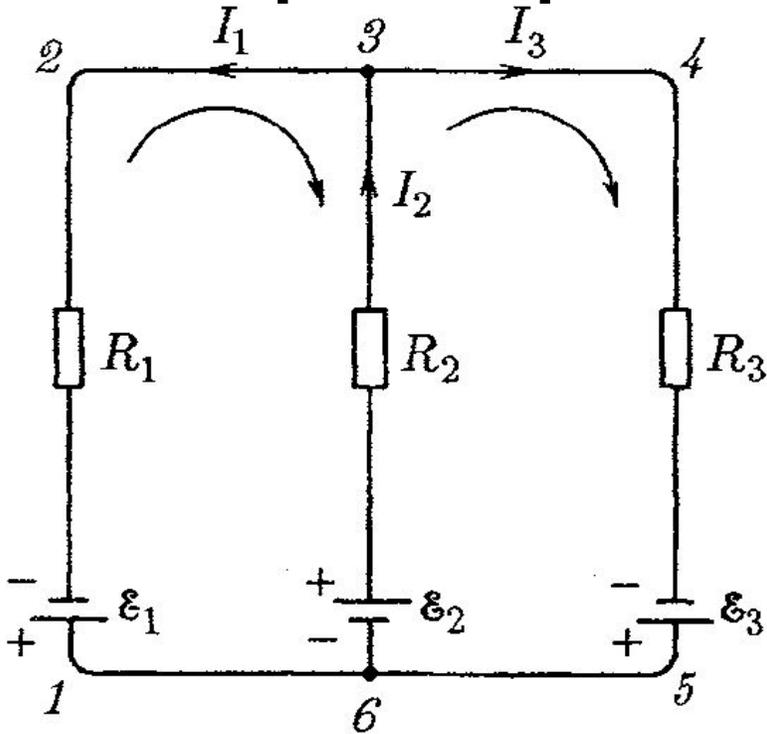
- Уравнение (5.24) выражает второе правило Кирхгофа
- Это уравнение можно составить для всех замкнутых контуров
- Однако независимыми будут уравнения тех контуров, которые нельзя получить наложением других контуров один на другой.
- Для данной цепи можно составить три уравнения

1 – для контура 1-2-3-6-1, 2- для контура 3-4-5-6-3,

3 – для контура 1-2-3-4-5-6-1



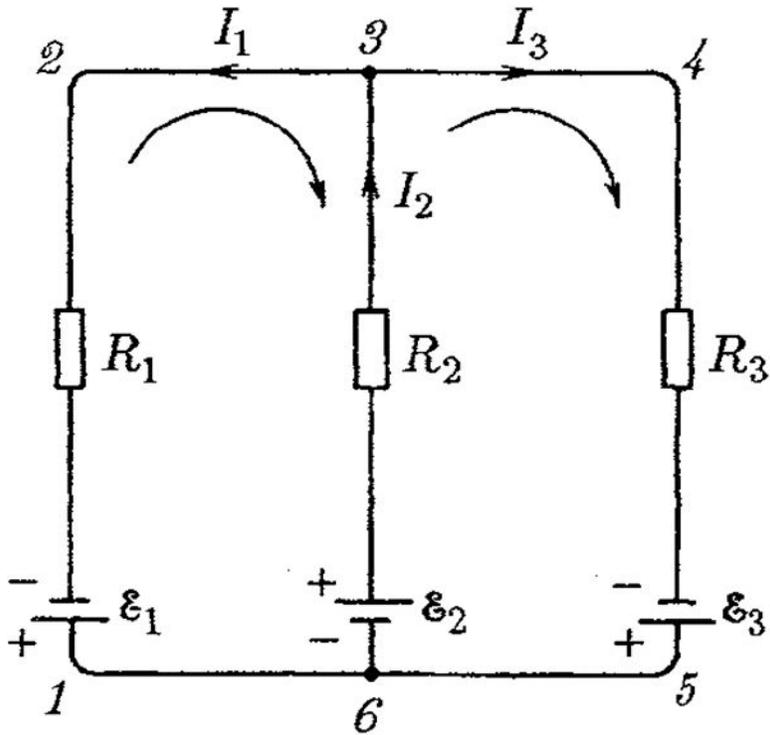
# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.



- Последний контур получается наложением первых двух, поэтому уравнения не будут независимыми.
- В качестве независимых можно взять любые два уравнения из трех.
- При составлении уравнений второго правила Кирхгофа токам и ЭДС нужно приписывать знаки в соответствии с выбранным направлением обхода.

- Ток  $I_1$  и его нужно считать отрицательным, так как он течет навстречу направлению обхода
- ЭДС  $\mathcal{E}_1$  также нужно считать отрицательной, так как она действует против направления обхода

# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.



- Направления обхода в каждом из контуров можно выбирать произвольно и независимо от направлений в других контурах
- При этом может быть, что один и тот же ток или ЭДС войдут в разные уравнения с разными знаками
- Следует помнить что через любое сечение неразветвленного участка цепи течет один и тот же ток
- Например от точки 6 до источника тока 2 течет такой же ток как от источника 2 до точки 3

# Разветвленные цепи. Правило Кирхгофа.

- Число независимых уравнений, составленных в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа, оказывается равным числу различных токов, текущих в разветвленной цепи.
- Поэтому, если заданы ЭДС и сопротивления для всех неразветвленных участков, то могут быть вычислены все токи.
- Можно найти ЭДС, которые нужно включить в каждый из участков цепи, что получить при заданных сопротивлениях нужные токи.

# Мощность тока

- Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к концам которого приложено напряжение  $U$
- За время  $t$  через каждое сечение проводника проходит заряд  $q=It$
- Это равносильно тому, что заряд  $It$  переносится за время  $t$  из одного конца проводника в другой
- При этом силы электростатического поля и сторонние силы, действующие на данном участке, совершают работу

$$A = Uq = Ult \quad (5.25)$$

# Мощность тока

- Разделив работу  $A$  на время  $t$ , за которое она совершается, получим мощность, развиваемую током на данном участке

$$P = UI = (\varphi_1 - \varphi_2)I + E_{12}I \quad (5.26)$$

- Эта мощность может расходоваться на нагрев, на протекание химических реакций, на перемещение внешних тел и т.д.
- Отношение мощности  $\Delta P$ , развиваемой током в объеме проводника  $\Delta V$ , к этому объему называется удельной мощностью тока  $P_{уд}$ , отвечающей данной точке проводника.

$$P_{уд} = \frac{\Delta P}{\Delta V} \quad (5.27)$$

- Удельная мощность есть мощность, развиваемая в единице объема проводника

# Закон Джоуля-Ленца

- Если проводник неподвижен и химических реакций в нем не протекает, работа тока затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего проводник нагревается.

- Принято говорить, что при протекании тока в проводнике выделяется теплота  $Q = UIt$

- Выразив  $U$  через  $RI$ , получим формулу  $Q = RI^2t$  (5.28)

- Это соотношение было установлено экспериментально Джоулем и Ленцем независимо и названо законом Джоуля-Ленца

# Закон Джоуля-Ленца

- Если сила тока изменяется во времени, то количество теплоты, выделяющееся за время  $t$ , вычисляется по формуле

$$Q = \int_0^t RI^2 dt \quad (5.29)$$

- От вычисления выделяемой теплоты во всем проводнике можно перейти к выражению, характеризующих выделение теплоты в различных местах проводника
- Для этого выделим в проводнике элементарный объем в виде цилиндра.

# Закон Джоуля-Ленца

- Согласно закону Джоуля-Ленца за время  $dt$  в этом объеме выделится теплота

$$dQ = RI^2 dt = \frac{\rho dl}{dS} (jdS)^2 dt = \rho j^2 dV dt \quad (5.30)$$

- Разделив это выражение на  $dV$  и  $dt$ , получим количество теплоты, выделяющееся в единице объема в единицу времени

$$Q_{y\partial} = \rho j^2 \quad (5.31)$$

- Величина  $Q_{y\partial}$  называется удельной тепловой мощностью тока
- Выражения (5.29) и (5.31) справедливы и для неоднородного участка цепи, при условии, что действующие в нем