

Курс: Программные продукты в математическом моделировании.

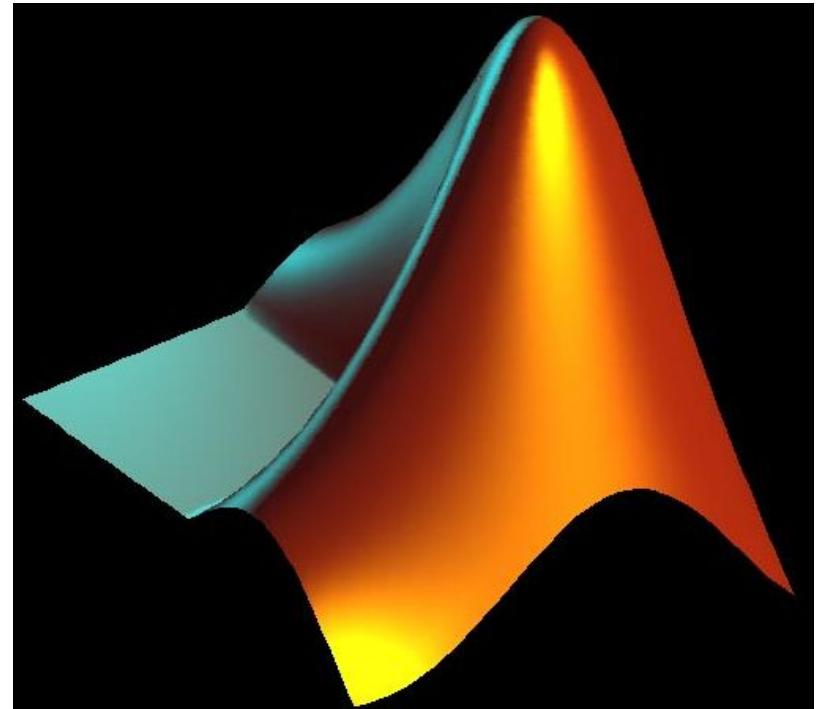
Лекция

Операции с матрицами в MatLab 7

Возможности системы МатЛаб

MATLAB- это уникальная коллекция реализаций современных численных методов компьютерной математики.

- Вычисления,
визуализация,
программирование



MATLAB - уникальная коллекция реализаций современных вычислительных методов

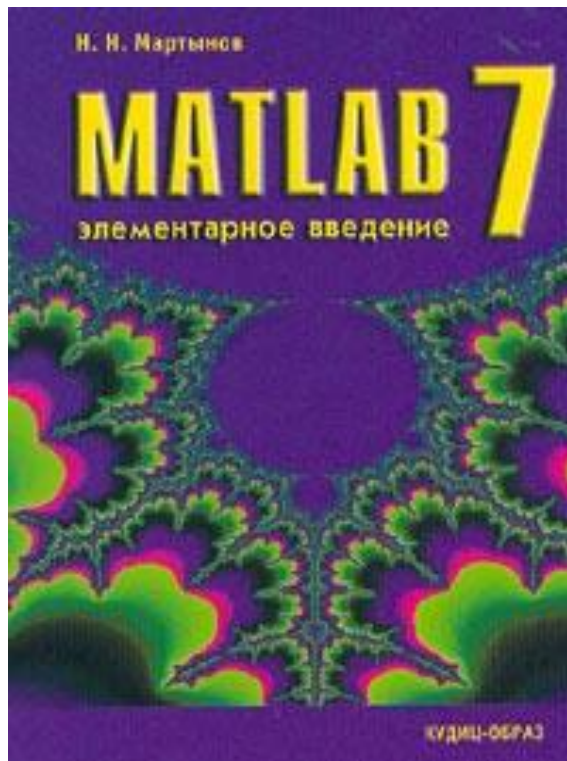


- матричные и логические операторы
- элементарные и специальные функции
- полиномиальная арифметика
- многомерные массивы, массивы записей и ячеек
- дифференциальные уравнения
- вычисление квадратур
- поиск корней нелинейных алгебраических уравнений
- оптимизация функций нескольких переменных
- одномерная и многомерная интерполяция
- аналитические расчёты
и многое другое

Возможности системы MATLAB

- **В области визуализации и графики:**
 - возможность создания двумерных и трехмерных графиков
 - осуществление визуального анализа данных
- **В области программирования:**
 - интерактивная среда программирования
 - язык программирования, близкий к обычной математической нотации
 - свыше 1000 встроенных математических функций
 - работа с текстовыми и двоичными файлами
 - применение программ, написанных на Си, С++, ФОРТРАН и JAVA
- **Средство построения графического интерфейса пользователя (GUI)**
 - облегчает взаимодействие пользователя с системой

Список рекомендуемой литературы :



**Мартынов Н.Н.
Matlab 7.
Элементарное
введение. -М:КУДИЦ-
ОБРАЗ,2005.-416с**

Список рекомендуемой литературы :



**Юлий Кетков, Александр
Кетков, Михаил Шульц**
**Matlab 7. Программирование,
численные методы. -БХВ-
Петербург, СПб ,2005.-742 с**

Основной интерфейс MATLAB



MATLAB 7.11.0 (R2010b)

File Edit Debug Parallel Desktop Window Help

Current Folder: D:\Program Files\MATLAB\R2010b\bin

Shortcuts How to Add What's New

Текущая папка

Выбор текущей папки

Окно команд

Рабочая область

История команд

Command Window

```
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
```

17	24	1	8	15		
23	5	7	14	16		
4	6	13	20	22		
10	12	19	21	3		
11	18	25	2	9		

```
>> C=A*B
```

C =

	1155	870	715	690	795
	870	1055	845	765	690
	715	845	1105	845	715
	690	765	845	1055	870
	795	690	715	870	1155

```
>> D=B*A
```

D =

1055	865	695	770	840
865	1105	815	670	770
695	815	1205	815	695
770	670	815	1105	865
840	770	695	865	1055

Workspace

Name	Value
A	<5x5 double>
B	<5x5 double>
C	<5x5 double>
D	<5x5 double>
ans	[17;5;13;21;9]
x	<1x63 double>
y	<1x63 double>
z	<1x21 double>

Command History

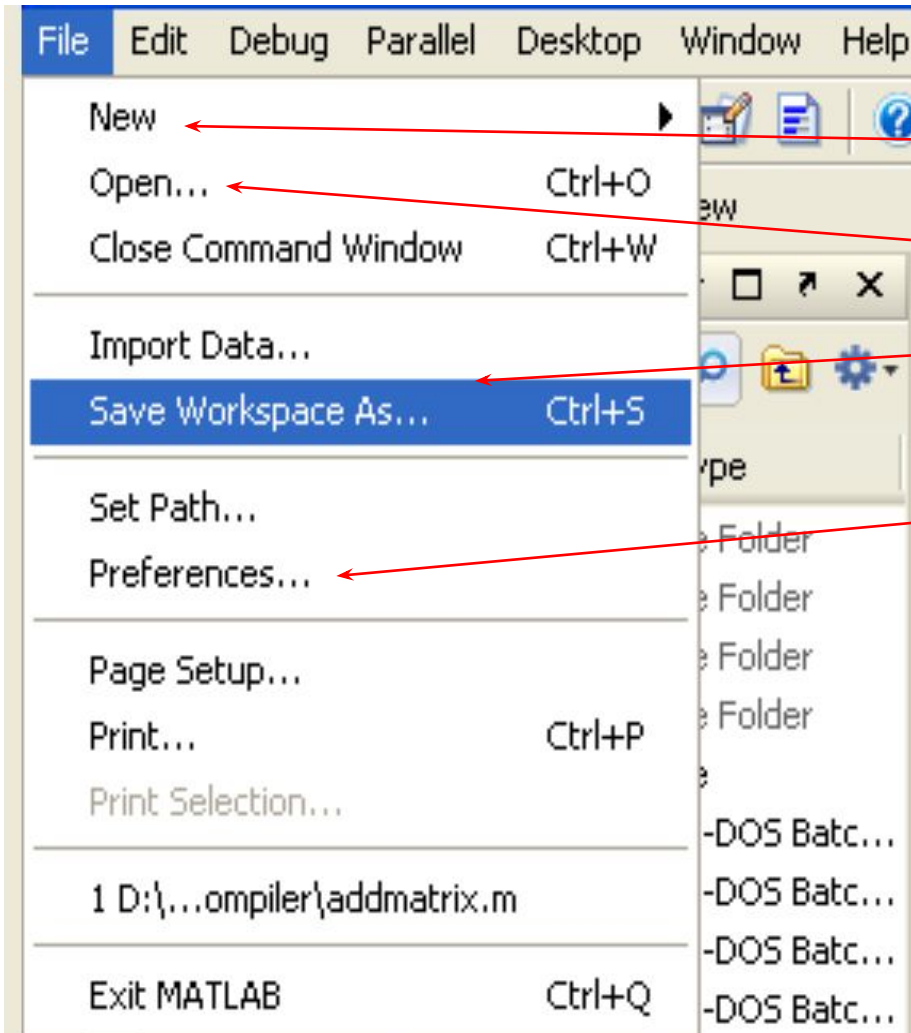
```
x=0:1:2*pi  
y=sin(x)  
plot(x,y)  
z=1:1:3  
clc  
A=magic(5)  
sum(A)  
sum(su  
diag  
B=A  
A  
C  
D
```

Start

Microsoft PowerPoint ... MATLAB 7.11.0 (R20...

EN 22:33

Главное меню



- Создать новый файл
- Открыть файл МАТЛАБ
- Сохранить рабочую область как файл типа **.mat**
- Предпочтения для интерфейсов МАТЛАБ (установка шрифтов, цветов и много другого)

По умолчанию



The screenshot displays the MATLAB 7.11.0 (R2010b) environment. The interface is divided into several panes:

- Current Folder:** Shows the file explorer for the 'bin' directory, listing various files and subfolders like 'm3iregistry', 'registry', 'util', and 'win32'.
- Command Window:** Contains the following commands and their outputs:

```
>> A1=magic(4)

A1 =

    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1

>> t=trace(A1)

t =

    34

fx >>
```
- Workspace:** A table showing the current workspace variables:

Name	Value
A1	<4x4 doubl
t	34
- Command History:** A list of previously executed commands with timestamps:

```
20.01.2012 20:17
  eps
  eps(d)
  eps(-d)
  prefdir
20.01.2012 21:24
24.01.2012 12:14
  A1=magic(4)
  t=trace(A1)
```

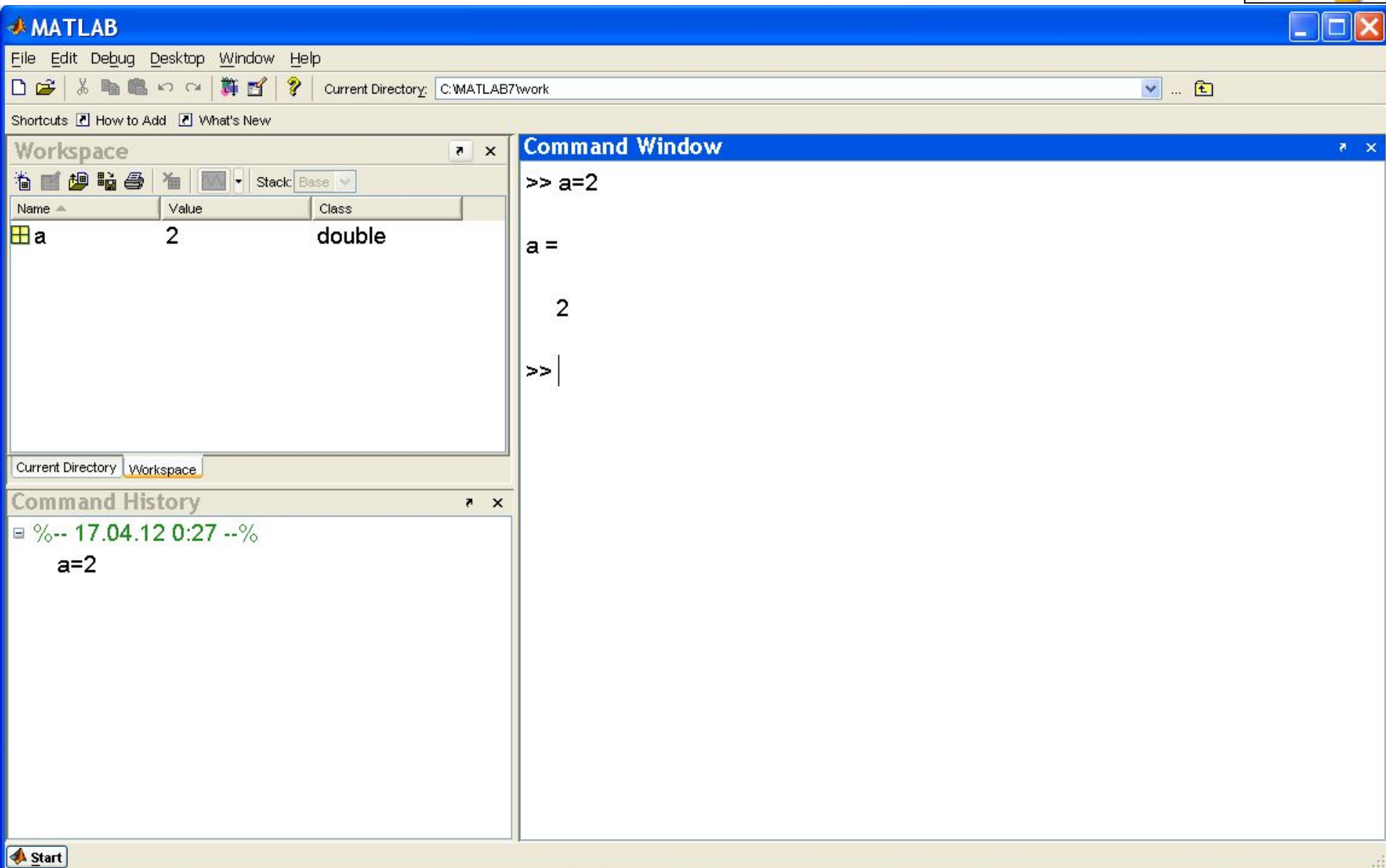
Работа в окне команд (режим калькулятора)

В системе МАТЛАБ можно

- **производить арифметические операции с**
 - ✓ действительными и комплексными числами,
 - ✓ векторами и матрицами,
- **вычислять функции,**
- **работать с полиномами и рядами,**
- **строить графики различных функций**

причём, непосредственно в интерактивном режиме, т.е. без подготовки программы

Работа в окне команд



The image shows the MATLAB software interface. At the top is a blue title bar with the MATLAB logo and window control buttons. Below it is a menu bar with File, Edit, Debug, Desktop, Window, and Help. A toolbar contains icons for file operations and a search icon. The current directory is set to C:\MATLAB7\work. Below the toolbar are two panes: Workspace and Command Window. The Workspace pane shows a table with one variable 'a' of type 'double' and value '2'. The Command Window shows the command 'a=2' and its output 'a = 2'. Below the Command Window is the Command History pane, which shows the command 'a=2' entered at 17.04.12 0:27. The Windows taskbar is visible at the bottom with the Start button.

Workspace

Name	Value	Class
a	2	double

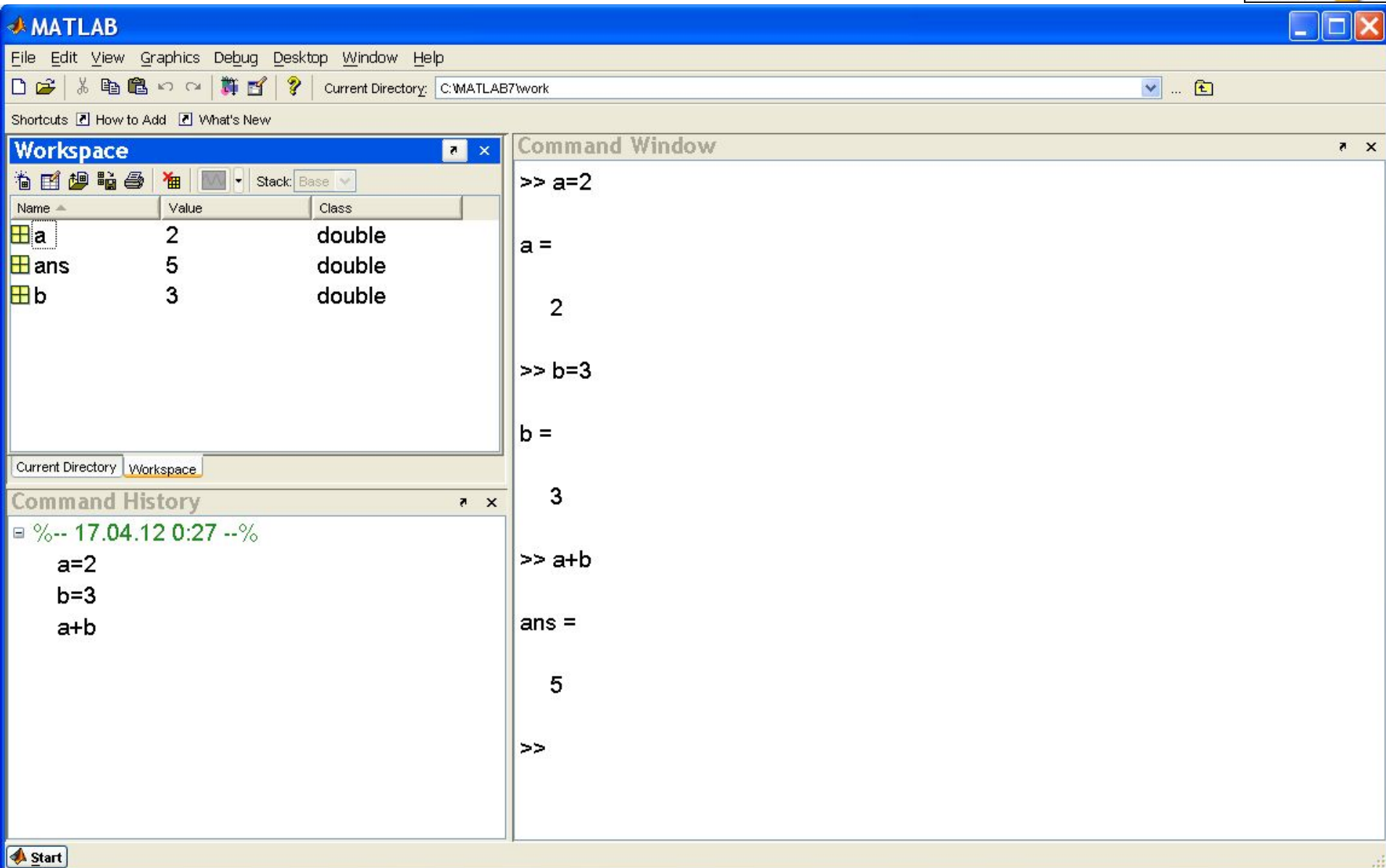
Command Window

```
>> a=2  
  
a =  
  
2  
  
>> |
```

Command History

```
%-- 17.04.12 0:27 --%  
a=2
```

Работа в окне команд



The image shows the MATLAB software interface. The top menu bar includes File, Edit, View, Graphics, Debug, Desktop, Window, and Help. The current directory is set to C:\MATLAB7\work. The Workspace window displays a table of variables:

Name	Value	Class
a	2	double
ans	5	double
b	3	double

The Command Window shows the following commands and their outputs:

```
>> a=2  
a =  
  
2  
  
>> b=3  
b =  
  
3  
  
>> a+b  
ans =  
  
5  
  
>>
```

The Command History window shows the following commands:

```
%-- 17.04.12 0:27 --%  
a=2  
b=3  
a+b
```

Понятие M-файла

Способы повторного ввода команд:

1. Использовать окно **Command History**
2. Применить **m-файл**

m-файл может содержать команды, а также управляющие структуры языка **MatLab**.

Вызов такого файла осуществляется заданием его имени.

Имя этого файла должно иметь расширение **m**.

Это текстовый файл – можно создавать и редактировать в любом текстовом редакторе (предпочтительнее – во встроенном редакторе **MatLab**).

m-файлы подразделяются на 2 типа:

- сценарии (**script**)
- функции (**function**)

M-файл (сценарий)

Содержит серию команд, которые выполняются в **режиме интерпретации** построчно.

Если в команде имеется ошибка, она не обрабатывается, и система переходит в режим ожидания.

Сценарий работает **только** с переменными, расположенными в **рабочей области MatLab.**

M-функция

Отличие от сценария:

- Функция может компилироваться целиком с последующим размещением исполняемого кода в памяти
- Функция может иметь локальные переменные, размещаемые в собственной рабочей области
- В функции могут быть входные и выходные параметры

Команды управления окном

clc – очистки окна;

who – вывод имен активных переменных;

clear – удаление всех переменных;

clear a – удаление переменной a;

File->Save Workspace as... - сохранение в файле на диске содержимого рабочего пространства. Расширение файла **mat**.

File ->Load Workspace ->указание mat-файла для загрузки

Действительные и комплексные числа

-68

3.4567

7.13e13 – означает $7.13 \cdot 10^{13}$

1.7977e+308 – максимальное число **realmax**

2.2251e-308 – минимальное число **realmin**

Inf для обозначения ∞

-Inf для обозначения $-\infty$

NaN – не число (при делении 0/0)

2+3i

-6.789+0.834e-2*i

4-2j;

Форматы

- **format short** – 4 цифры после точки (по умолчанию)
- **format long** – 15 цифр после десятичной точки
- **format short e** – короткое с плавающей точкой
- **format long e** – длинное с плавающей точкой
- **format long g** – выбирается наиболее удачное
- **format short g** (с плавающей точкой или с фиксированной)
- **format rat** – формат для вывода рациональных чисел
- **format bank** – денежный формат (2 цифры после точки)
- **format loose** – обычный стиль вывода в окне команд
- **format compact** – компактный стиль вывода данных

Вывод комментария на экран

`disp ('Результаты расчета')`

Вывод значения `a` с точностью до 3 значащих цифр

`vpa(a,3)`

Знак точка с запятой в конце ввода предотвращает вывод результата на экран;

Арифметические операторы

Основные: $+$ $-$ $*$ $/$ $^$

Обратное деление \backslash - справа налево

Поэлементные: $.*$ $./$ $.^$ $.\backslash$

Операторы отношения

$<$ $>$ $>=$ $<=$ $==$ $\sim=$

Для комплексных чисел сравниваются только действительные части

Логические операторы

$\&$ — и $|$ — или \sim — НЕ

В математических выражениях операторы имеют определенный **приоритет исполнения**.

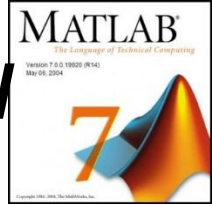
Например, в MATLAB приоритет логических операторов выше, чем арифметических, приоритет возведения в степень выше приоритетов умножения и деления, приоритет умножения и деления выше приоритета сложения и вычитания.

Элементарные алгебраические функции



Функция	Описание
<code>abs(x)</code> ,	Вычисление абсолютного значения действительного числа x .
<code>sqrt(x)</code>	Вычисление квадратного корня
<code>round(x)</code>	Округление до целого.
<code>fix(x)</code>	Округление до ближайшего целого в сторону нуля.
<code>floor(x)</code>	Округляет до меньшего целого
<code>ceil(x)</code>	Округляет до большего целого
<code>rem(x, y)</code>	Вычисление остатка от деления x на y .
<code>exp(x)</code>	Вычисление e в степени x .
<code>log(x)</code>	Вычисление натурального логарифма числа x .
<code>log10(x)</code>	Вычисление десятичного логарифма числа x .

Тригонометрические функции



Функция	Описание
$\sin(x)$	Вычисление синуса
$\cos(x)$	Вычисление косинуса
$\tan(x)$	Вычисление тангенса
$\text{asin}(x)$	Вычисление арксинуса
$\text{acos}(x)$	Вычисление арккосинуса
$\text{atan}(x)$	Вычисление арктангенса
$\text{atan2}(y, x)$	Вычисление арктангенса по координатам точки

Переменные



Результат вычислений присваивается переменной

```
>> x=2-3^2
```

```
x =
```

```
-7
```

```
>> x1=5*x
```

```
x1 =
```

```
-35
```

```
>> 1+1/2*4
```

```
ans =
```

```
3
```

ans – имя переменной по умолчанию

Имя переменной – любая последовательность латинских букв и цифр, начинающаяся с буквы

В системе есть зарезервированные имена:

i, j, pi, имена стандартных функций и пр.

```
>> a=2;
```

точка с запятой в конце строки

```
>>
```

отменяет вывод результатов

Основной объект в системе Matlab — это матрицы, или массивы. Даже скалярные величины, рассматриваются системой как матрицы 1×1 .

Вектор (одномерный массив) представляет собой строку, т. е. матрицу размера $1 \times n$, или столбец, т. е. матрицу размера $m \times 1$.

MatLab различает строчные и прописные буквы.

Количество воспринимаемых в MatLab символов в имени переменной составляет 31.

Чтобы задать вектор, достаточно перечислить его элементы, заключая их в квадратные скобки.

Элементы векторов-строк разделяются символами «,» (запятая) или « » (пробел).

Элементы векторов-столбцов разделяются символом «;» (точка с запятой) или символом перехода на новую строку.

Одномерные массивы

- Задание массива:
 - $a = [-3\ 4\ 2];$
 - $a = [-3, 4, 2];$
- Диапазоны:
 - $b = -3:2$ ($b = -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2$)
 - $b = -3:2:5$ ($b = -3\ -1\ 1\ 3\ 5$)
- Доступ к элементу:
 - $a(3)$ (будет равно 2)
- Изменение элемента:
 - $a(3) = 1$
- Количество элементов в массиве: $\text{length}(a)$ (будет равно 3)
- Нумерация элементов начинается с 1
- Добавление элементов в массив
 - $a(4) = 5;$
 - $a = [a\ 5]$
- Конкатенация массивов:
 - $c = [a\ b]$
- Удаление массива (превращение в пустой массив)
 - $a = []$

Двумерные массивы

- Задание массива:
 - `a = [1 2; 3 4; 5 6];`

```
Command Window  
>> a = [ 1 2; 3 4; 5 6]  
  
a =  
  
     1     2  
     3     4  
     5     6
```

- Доступ к элементу:

```
>> a(3,1)  
  
ans =  
  
     5  
  
>> a(1,3)  
??? Index exceeds matrix dimensions.
```

Диапазоны

- Функция `magic(n)` задает магическую матрицу $n \times n$ все ее элементы не превышают n^2
- Можно использовать как для задания значений векторов, так и для задания диапазонов индексации

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(2:3,4:5)

ans =

    14    16
    20    22
```

Формирование матрицы $A (3 \times 3)$ с использованием операторов For и If

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0.893 + e^{2j}, & \text{если } j > i - 1 \\ 2.914 - \sin\left(\frac{j * \pi}{i} - i\right), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

```

for i=1:3
    for j=1:3
        if j>i - 1
            a(i,j)=0.893+exp(2*j);
        else a(i,j)=2.914-sin(j*pi/i-i);
        end
    end
end

```

Создание массивов со случайными элементами

rand(n) и **rand(m,n)** генерируют матрицу (**n x n**) или (**m x n**) с элементами, распределенными по равномерному закону в промежутке (0,1)

randi([a,b],n,m) генерируют матрицу (**n x m**) с элементами в промежутке (**a,b**)

Диапазоны

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(3,:)

ans =

     4     6    13    20    22

>> a(:,1)

ans =

    17
    23
     4
    10
    11
```

```
>> a = magic(3)

a =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> a(:)

ans =

     8
     3
     4
     1
     5
     9
     6
     7
     2
```


Удаление строк и столбцов

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a(2:3,:) = [ ]
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a(:,3:4) = [ ]
```

```
a =
```

17	24	15
23	5	16
4	6	22
10	12	3
11	18	9

Перестановка элементов

```
>> b = 1:3:11
```

```
b =
```

```
    1     4     7    10
```

```
>> b([4 2 1 3])
```

```
ans =
```

```
    10     4     1     7
```

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

```
    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9
```

```
>> a = a(:, [3 5 2 4 1])
```

```
a =
```

```
     1    15    24     8    17
     7    16     5    14    23
    13    22     6    20     4
    19     3    12    21    10
    25     9    18     2    11
```

Операции над матрицами

a+b сложение скаляров, векторов или матриц

a-b вычитание скаляров, векторов или матриц

a*b умножение скаляров; матричное умножение

a.*b покомпонентное умножение элементов матриц

a^b возведение скаляра или матрицы в степень

a.^b возведение каждого элемента матрицы в степень

a/b деление скаляров; правое деление матриц, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^{-1}$

a./b покомпонентное деление элементов матриц

a\b левое деление матриц, т. е. $\mathbf{a}^{-1} \cdot \mathbf{b}$

A' транспонирование матрицы

Операции над матрицами

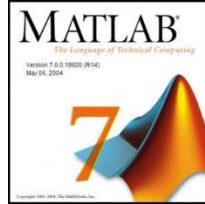
Функция **length(V)** рассчитывает количество элементов в векторе V .

Функция **max(V)** выдает значение максимального по значению элемента вектора V .

Функция **min(V)** извлекает минимальный элемент вектора V .

Функции **mean(V)** и **std(V)** определяют, соответственно, среднее значение и среднеквадратическое отклонение вектора V .

Операции над матрицами



Функция сортировки **sort(V)** формирует вектор, элементы которого распределены в порядке возрастания их значений.

Функция **sum(V)** вычисляет сумму элементов вектора V .

Функция **prod(V)** выдает произведение всех элементов вектора V .

Функция **cumsum(V)** формирует вектор того же типа и размера, любой элемент которого является суммой всех предыдущих элементов вектора V (вектор кумулятивной суммы).

Операции над матрицами

abs(A) - модуль

det(A) - определитель матрицы

inv(A) - обратная матрица

diag(A) - главная диагональ матрицы

sum(A) - сумма по столбцам (**sum(A,1)**)

sum(A,2) - сумма по строкам

sum(diag(A)) - след матрицы

trace(A) - след матрицы

S=sum(sum(A)) - сумма матрицы

Операции над матрицами

prod(A,1) - произведение элементов массива в столбцах (по умолчанию **prod(A)**)

prod(A,2) - произведение элементов массива в строках

sum(A') - сумма столбцов транспонированной матрицы

Операции над матрицами

sort(A) - сортировка по столбцам по возрастанию

sort(A,2) - сортировка по строкам по возрастанию

sort(A,'descend') - сортировка по столбцам по убыванию

-sort(-A,2) - сортировка по строкам по убыванию

Операции над матрицами

[b2,INDEX]=sort(b) - возвращает отсортированный массив и массив индексов элементов в исходном массиве

size(A) - размерность матрицы

max(A) - возвращает наибольший элемент, если A – вектор, или возвращает вектор-строку, содержащую максимальные элементы каждого столбца, если A -матрица

max(A,[],n) - возвращает наибольший элемент по столбцам при n=1, по строкам при n=2

min(A,[],n) - возвращает наименьший элемент по столбцам при n=1, по строкам при n=2

Дневник работы

Команда ***diary*** <имя файла>

открывает дневник, т.е. указывает системе, что все, что появится после этой команды на экране до следующей команды ***diary*** будет записано в упомянутый текстовый файл.

Прерывает запись в дневник команда открытия нового дневника или команда

diary off

Решение системы линейных уравнений.

В матричном виде система имеет вид
 $Ax = b,$

A , b , x – матрицы из коэффициентов при неизвестных и вектор-столбцы, составленные соответственно из свободных членов и из неизвестных.

MATLAB File Edit Debug Desktop Window Help

Current Directory: C:\MATLAB7\work

Shortcuts How to Add What's New

Workspace

Name	Value	Class
a	[1 3 0;-2 -2 ...	double
b	[-2;10;-9]	double

Stack: Base

Command History

```
%-- 17.04.12 1:08 --%
clc
A=[1 3 0;-2 -2 5;1 0 -5]
clc
a=[1 3 0;-2 -2 5; 1 0 -5]
b=[-2;10;-9]
```

Command Window

```
>> a=[1 3 0;-2 -2 5; 1 0 -5]

a =

     1     3     0
    -2    -2     5
     1     0    -5

>> b=[-2;10;-9]

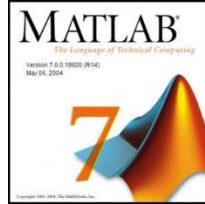
b =

    -2
    10
    -9

>>
```

Start

Решение системы линейных уравнений



```
>> d=det(a)
```

```
d =
```

```
-5
```

```
>> x=A\b
```

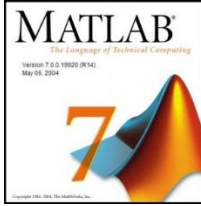
```
x =
```

```
1
```

```
-1
```

```
2
```

Решение системы линейных уравнений



Решение $x_1=1$, $x_2=-1$, $x_3=2$ легко проверить подстановкой в систему уравнений:

```
>> disp(A*x)
```

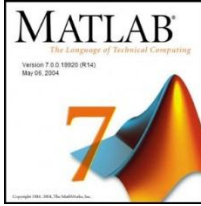
```
-2.0000
```

```
10.0000
```

```
-9.0000
```

В результате получен вектор-столбец свободных членов. Система решена верно.

Решение системы линейных уравнений



Найдем обратную матрицу, а затем решение системы с помощью обратной матрицы:

```
>> A1=inv(A)
```

```
A1 =
```

```
 -2.0000  -3.0000  -3.0000
```

```
  1.0000   1.0000   1.0000
```

```
 -0.4000  -0.6000  -0.8000
```

```
>> A1*b
```

```
ans =
```

```
  1.0000
```

```
 -1.0000
```

```
  2.0000
```