

Курс: Программные продукты в математическом моделировании.

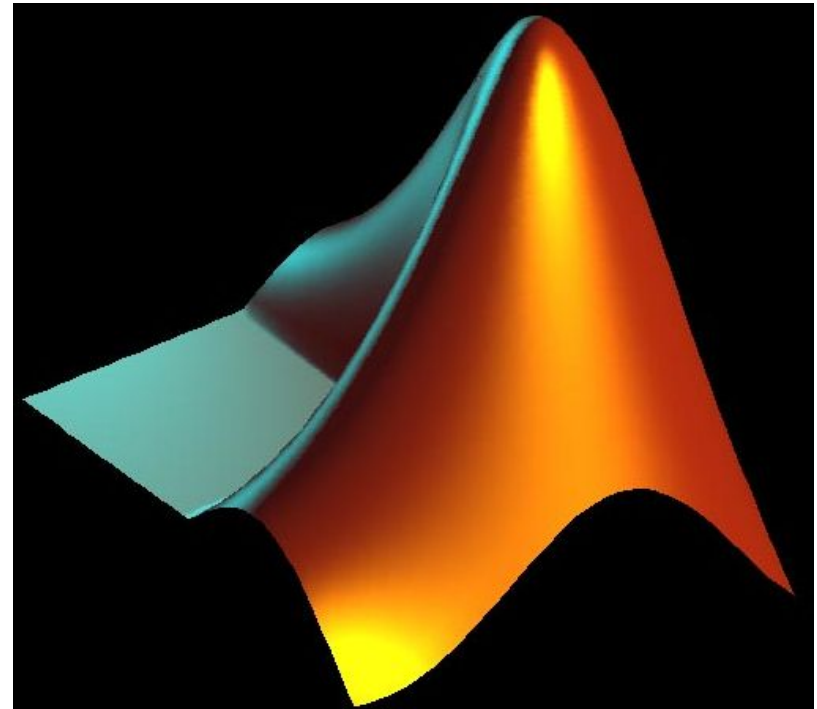
Лекция

Операции с матрицами в MatLab 7

Возможности системы МатЛаб

MATLAB- это уникальная коллекция реализаций современных численных методов компьютерной математики.

- Вычисления,
визуализация,
программирование



MATLAB - уникальная коллекция реализаций современных вычислительных методов

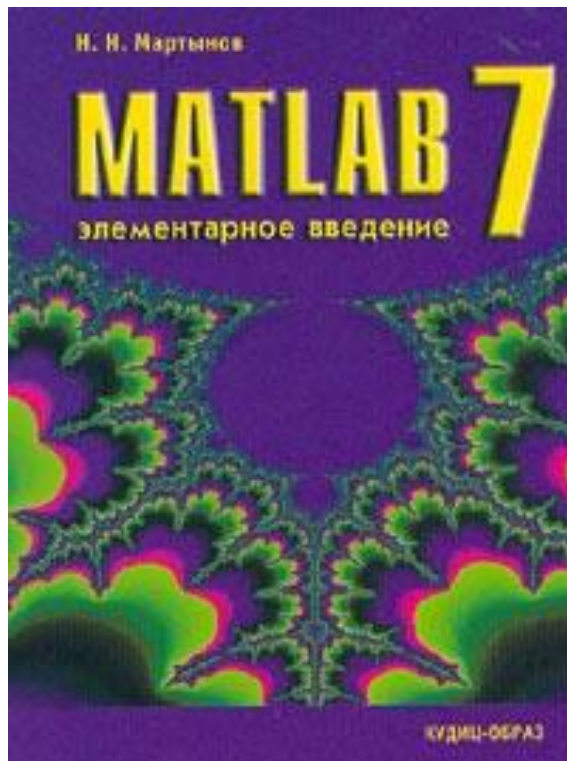


- матричные и логические операторы
- элементарные и специальные функции
- полиномиальная арифметика
- многомерные массивы, массивы записей и ячеек
- дифференциальные уравнения
- вычисление квадратур
- поиск корней нелинейных алгебраических уравнений
- оптимизация функций нескольких переменных
- одномерная и многомерная интерполяция
- аналитические расчёты
и многое другое

Возможности системы MATLAB

- **В области визуализации и графики:**
 - возможность создания двумерных и трехмерных графиков
 - осуществление визуального анализа данных
- **В области программирования:**
 - интерактивная среда программирования
 - язык программирования, близкий к обычной математической нотации
 - свыше 1000 встроенных математических функций
 - работа с текстовыми и двоичными файлами
 - применение программ, написанных на Си, С++, ФОРТРАН и JAVA
- **Средство построения графического интерфейса пользователя (GUI)**
 - облегчает взаимодействие пользователя с системой

Список рекомендуемой литературы :



**Мартынов Н.Н.
Matlab 7.
Элементарное
введение. -М:КУДИЦ-
ОБРАЗ,2005.-416с**

Список рекомендуемой литературы :



**Юлий Кетков, Александр
Кетков, Михаил Шульц**
**Matlab 7. Программирование,
численные методы. -БХВ-
Петербург, СПб ,2005.-742 с**

Основной интерфейс MATLAB



The screenshot shows the MATLAB 7.11.0 (R2010b) interface. The main window is divided into several panes:

- Current Folder:** Shows the file explorer for the current directory, `D:\Program Files\MATLAB\R2010b\bin`. A red oval highlights the folder path with the text "Выбор текущей папки".
- Command Window:** The central area for entering and executing MATLAB commands. A red oval highlights the prompt area with the text "Окно команд". It shows the execution of `C=A*B` and `D=B*A`, resulting in two 5x5 matrices. The first matrix is:

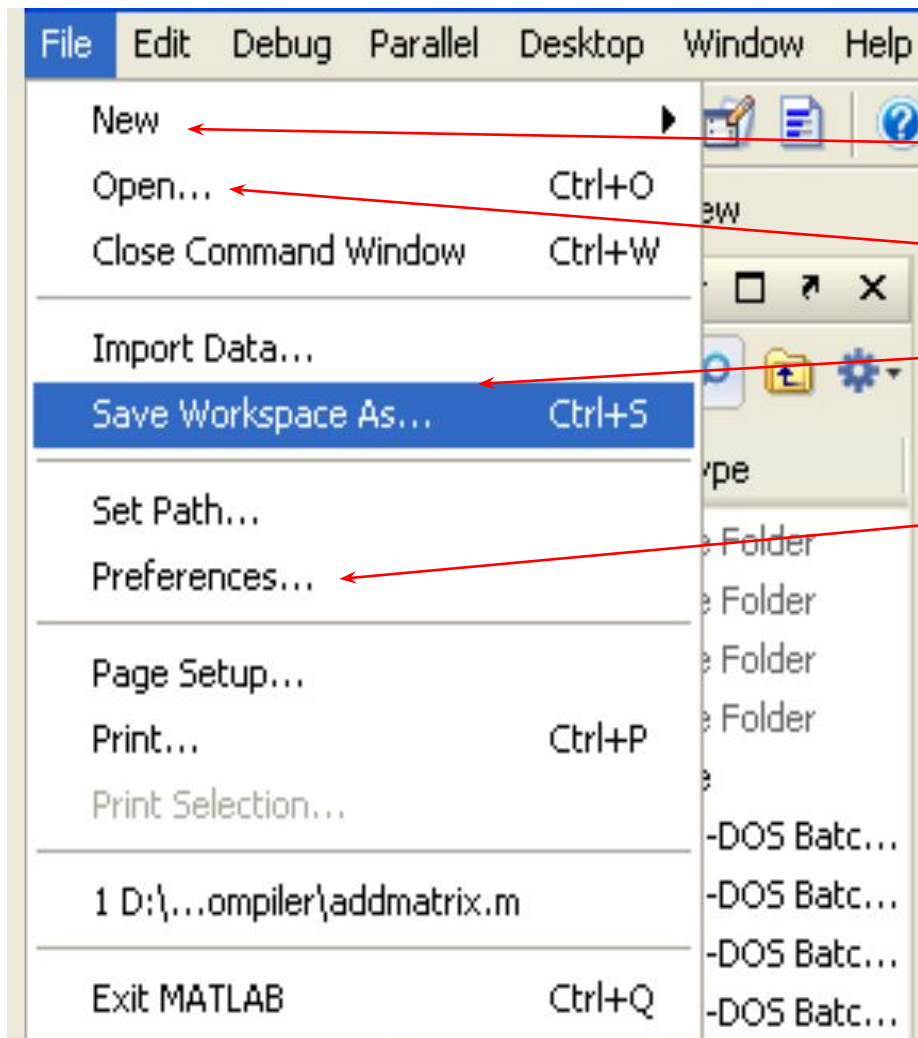
17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

The second matrix is:

1155	870	715	690	795
870	1055	845	765	690
715	845	1105	845	715
690	765	845	1055	870
795	690	715	870	1155
- Workspace:** Shows the current workspace variables. A red oval highlights the variable list with the text "Рабочая область".
- Command History:** Shows the list of commands entered in the Command Window. A red oval highlights the list with the text "История команд".
- Current Folder (Details):** A red oval highlights the "Current Folder" pane with the text "Текущая папка".

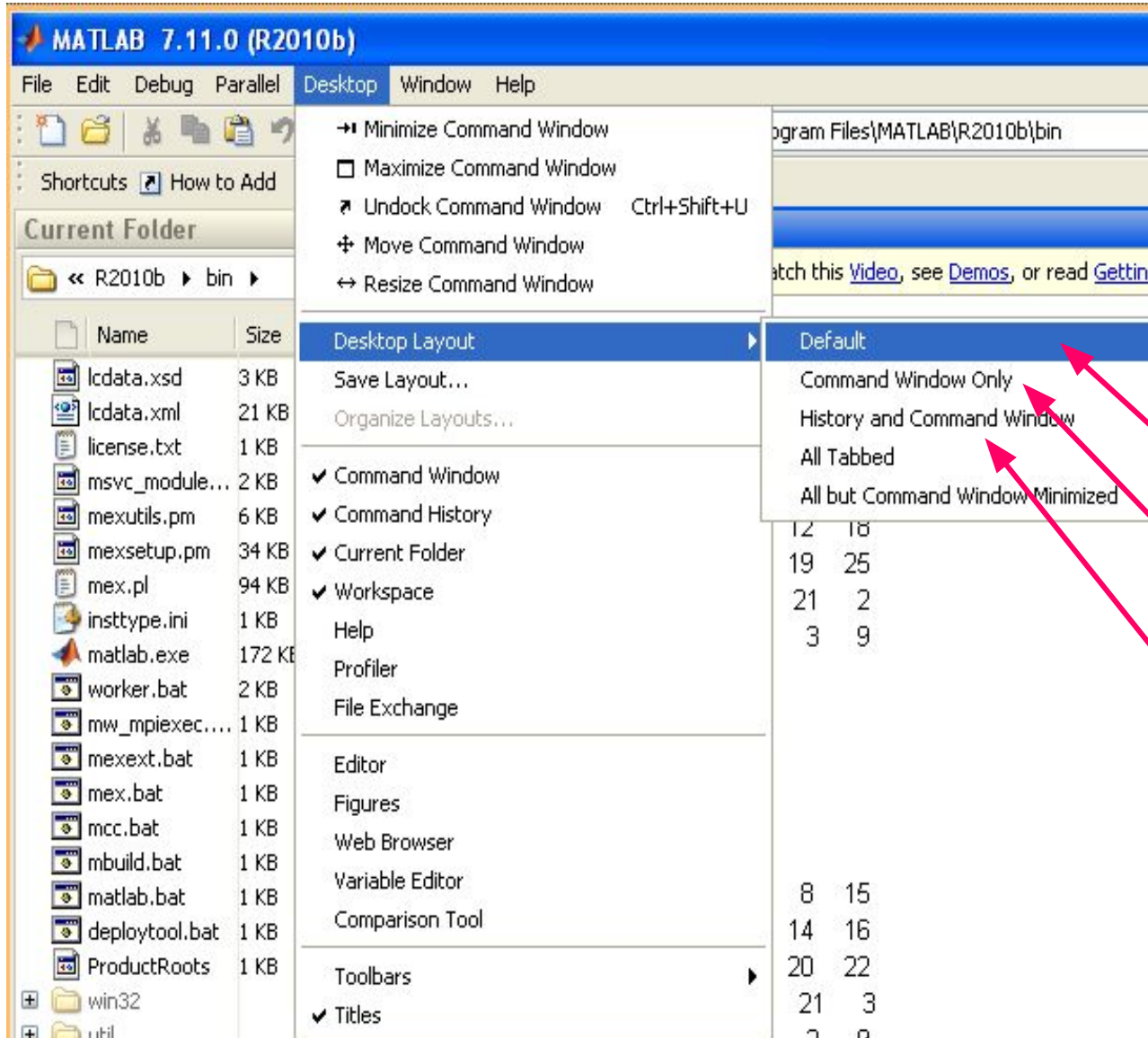
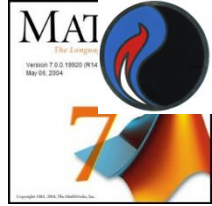
The Windows taskbar at the bottom shows the Start button, several application icons, and the system tray with the time 22:33.

Главное меню



- Создать новый файл
- Открыть файл МАТЛАБ
- Сохранить рабочую область как файл типа **.mat**
- Предпочтения для интерфейсов МАТЛАБ (установка шрифтов, цветов и много другого)

Настройка вида рабочего стола



Меню Desktop

Команды управления схемой рабочего стола, задаётся количество и расположение окон.

По умолчанию

Только окно команд

Окно команд и история

По умолчанию



The screenshot displays the MATLAB 7.11.0 (R2010b) environment. The interface is divided into several panes:

- Current Folder:** Shows the file explorer for the 'bin' directory, listing various files and subfolders like 'm3iregistry', 'registry', 'util', 'win32', 'deploytool.bat', 'insttype.ini', 'lcdata.xml', 'lcdata.xsd', 'license.txt', 'matlab.bat', 'matlab.exe', 'mbuild.bat', 'mcc.bat', 'mex.bat', 'mex.pl', 'mexext.bat', 'mexsetup.pm', 'mexutils.pm', 'msvc_modules_installer.pm', 'mw_mpiexec.bat', 'ProductRoots', and 'worker.bat'.
- Command Window:** Contains the following commands and their outputs:

```
>> A1=magic(4)

A1 =

    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1

>> t=trace(A1)

t =

    34

fx >>
```
- Workspace:** A table showing the current workspace variables:

Name	Value
A1	<4x4 doubl
t	34
- Command History:** A list of previously executed commands with timestamps:

```
20.01.2012 20:17
  eps
  eps(d)
  eps(-d)
  prefdir
20.01.2012 21:24
24.01.2012 12:14
  A1=magic(4)
  t=trace(A1)
```

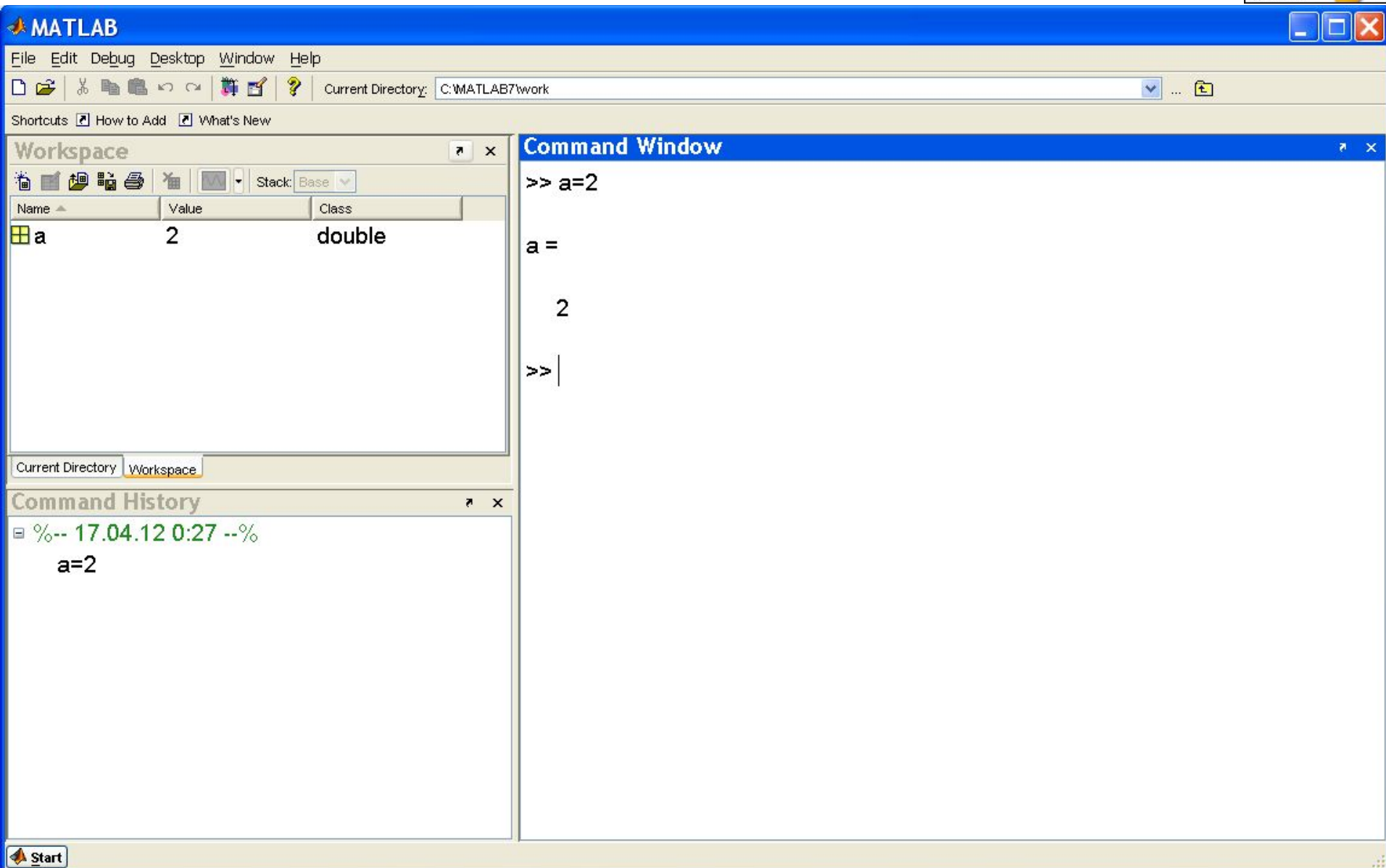
Работа в окне команд (режим калькулятора)

В системе МАТЛАБ можно

- **производить арифметические операции с**
 - ✓ действительными и комплексными числами,
 - ✓ векторами и матрицами,
- **вычислять функции,**
- **работать с полиномами и рядами,**
- **строить графики различных функций**

причём, непосредственно в интерактивном режиме, т.е. без подготовки программы

Работа в окне команд



The image shows the MATLAB software interface. At the top is a blue title bar with the MATLAB logo and window control buttons. Below it is a menu bar with File, Edit, Debug, Desktop, Window, and Help. A toolbar contains icons for file operations and a 'Current Directory' field showing 'C:\MATLAB7\work'. Below the toolbar are two panes: 'Workspace' and 'Command Window'. The 'Workspace' pane shows a table with one variable 'a' of type 'double' and value '2'. The 'Command Window' shows the command 'a=2' and its output '2'. Below the workspace is a 'Command History' pane showing the command 'a=2' entered at '17.04.12 0:27 --%'. At the bottom left is a 'Start' button.

Workspace

Name	Value	Class
a	2	double

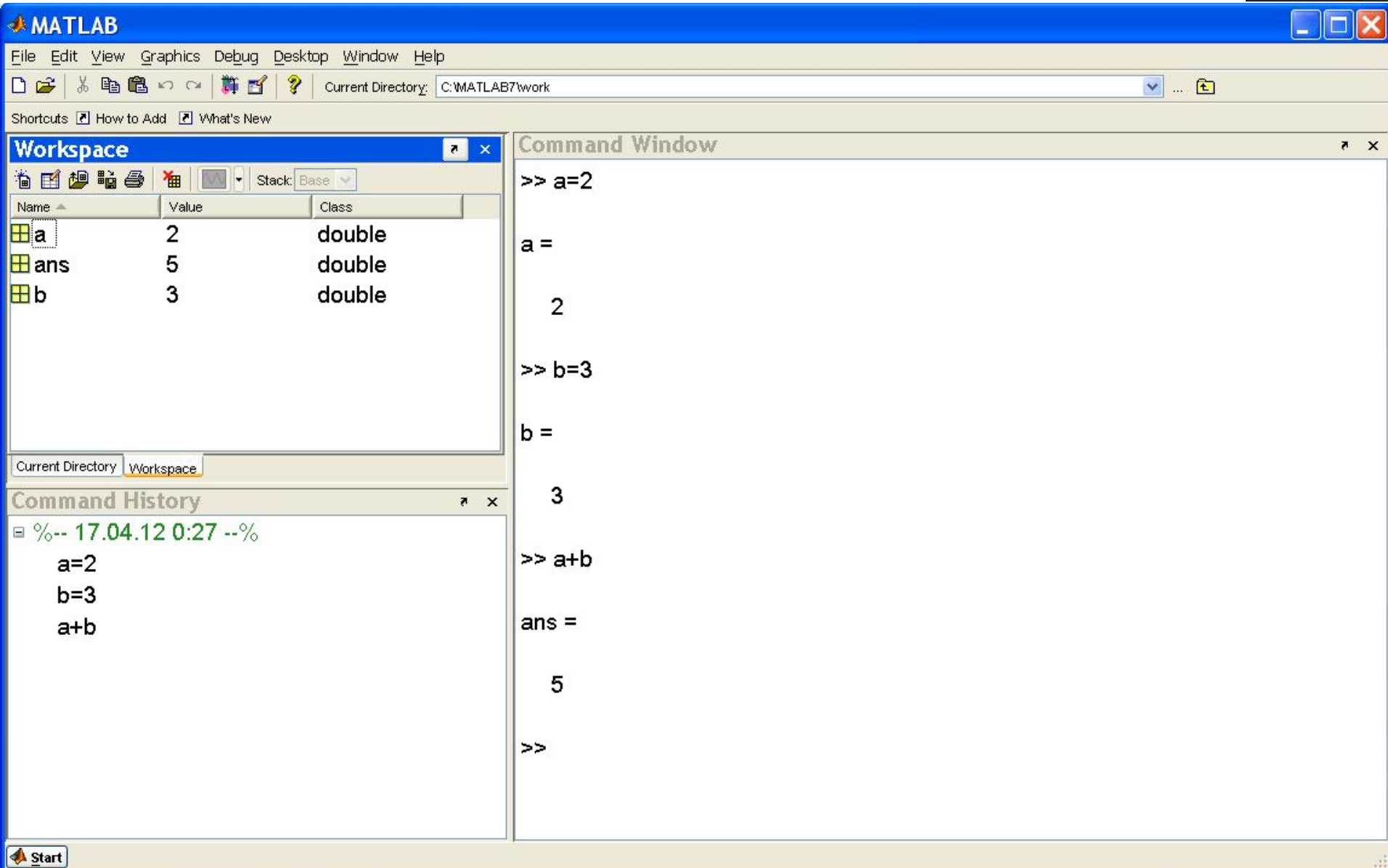
Command Window

```
>> a=2  
  
a =  
  
2  
  
>> |
```

Command History

```
%-- 17.04.12 0:27 --%  
a=2
```

Работа в окне команд



The image shows the MATLAB software interface. The top bar is blue with the MATLAB logo and window controls. Below it is a menu bar with options: File, Edit, View, Graphics, Debug, Desktop, Window, Help. A toolbar contains icons for file operations and a search icon. The current directory is set to C:\MATLAB7\work. Below the toolbar are shortcuts for 'How to Add' and 'What's New'.

The main area is divided into three panes:

- Workspace:** A table showing variables in the workspace. The table has columns for Name, Value, and Class.

Name	Value	Class
a	2	double
ans	5	double
b	3	double

Below the table are tabs for 'Current Directory' and 'Workspace'.

- Command Window:** A text area for entering and executing MATLAB commands. The output shows the results of the commands entered.

```
>> a=2  
  
a =  
  
2  
  
>> b=3  
  
b =  
  
3  
  
>> a+b  
  
ans =  
  
5  
  
>>
```

- Command History:** A list of commands that have been executed in the Command Window. The first entry is dated 17.04.12 0:27.

```
%-- 17.04.12 0:27 --%  
a=2  
b=3  
a+b
```

The bottom left corner of the window shows the Windows Start button.

Понятие M-файла

Способы повторного ввода команд:

1. Использовать окно **Command History**
2. Применить **m-файл**

m-файл может содержать команды, а также управляющие структуры языка **MatLab**.

Вызов такого файла осуществляется заданием его имени.

Имя этого файла должно иметь расширение **m**.

Это текстовый файл – можно создавать и редактировать в любом текстовом редакторе (предпочтительнее – во встроенном редакторе **MatLab**).

m-файлы подразделяются на 2 типа:

- сценарии (**script**)
- функции (**function**)

M-файл (сценарий)

Содержит серию команд, которые выполняются в **режиме интерпретации** построчно.

Если в команде имеется ошибка, она не обрабатывается, и система переходит в режим ожидания.

Сценарий работает **только** с переменными, расположенными в **рабочей области MatLab.**

M-функция

Отличие от сценария:

- Функция может компилироваться целиком с последующим размещением исполняемого кода в памяти
- Функция может иметь локальные переменные, размещаемые в собственной рабочей области
- В функции могут быть входные и выходные параметры

Команды управления окном

clc – очистки окна;

who – вывод имен активных переменных;

clear – удаление всех переменных;

clear a – удаление переменной a;

File->Save Workspace as... - сохранение в файле на диске содержимого рабочего пространства. Расширение файла **mat**.

File ->Load Workspace ->указание mat-файла для загрузки

Действительные и комплексные числа

-68

3.4567

7.13e13 – означает $7.13 \cdot 10^{13}$

1.7977e+308 – максимальное число **realmax**

2.2251e-308 – минимальное число **realmin**

Inf для обозначения ∞

-Inf для обозначения $-\infty$

NaN – не число (при делении 0/0)

2+3i

-6.789+0.834e-2*i

4-2j;

Форматы

- **format short** – 4 цифры после точки (по умолчанию)
- **format long** – 15 цифр после десятичной точки
- **format short e** – короткое с плавающей точкой
- **format long e** – длинное с плавающей точкой
- **format long g** – выбирается наиболее удачное
- **format short g** (с плавающей точкой или с фиксированной)
- **format rat** – формат для вывода рациональных чисел
- **format bank** – денежный формат (2 цифры после точки)
- **format loose** – обычный стиль вывода в окне команд
- **format compact** – компактный стиль вывода данных

Вывод комментария на экран

`disp ('Результаты расчета')`

Вывод значения `a` с точностью до 3 значащих цифр

`vpa(a,3)`

Знак точка с запятой в конце ввода предотвращает вывод результата на экран;

Арифметические операторы

Основные: $+$ $-$ $*$ $/$ $^$

Обратное деление \backslash - справа налево

Поэлементные: $.*$ $./$ $.^$ $.\backslash$

Операторы отношения

$<$ $>$ $>=$ $<=$ $==$ $\sim=$

Для комплексных чисел сравниваются только действительные части

Логические операторы

$\&$ — и $|$ — или \sim — НЕ

В математических выражениях операторы имеют определенный **приоритет исполнения**.

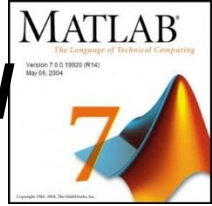
Например, в MATLAB приоритет логических операторов выше, чем арифметических, приоритет возведения в степень выше приоритетов умножения и деления, приоритет умножения и деления выше приоритета сложения и вычитания.

Элементарные алгебраические функции



Функция	Описание
<code>abs(x)</code> ,	Вычисление абсолютного значения действительного числа x .
<code>sqrt(x)</code>	Вычисление квадратного корня
<code>round(x)</code>	Округление до целого.
<code>fix(x)</code>	Округление до ближайшего целого в сторону нуля.
<code>floor(x)</code>	Округляет до меньшего целого
<code>ceil(x)</code>	Округляет до большего целого
<code>rem(x, y)</code>	Вычисление остатка от деления x на y .
<code>exp(x)</code>	Вычисление e в степени x .
<code>log(x)</code>	Вычисление натурального логарифма числа x .
<code>log10(x)</code>	Вычисление десятичного логарифма числа x .

Тригонометрические функции



Функция	Описание
$\sin(x)$	Вычисление синуса
$\cos(x)$	Вычисление косинуса
$\tan(x)$	Вычисление тангенса
$\text{asin}(x)$	Вычисление арксинуса
$\text{acos}(x)$	Вычисление арккосинуса
$\text{atan}(x)$	Вычисление арктангенса
$\text{atan2}(y, x)$	Вычисление арктангенса по координатам точки

Переменные



Результат вычислений присваивается переменной

```
>> x=2-3^2
```

```
x =
```

```
-7
```

```
>> x1=5*x
```

```
x1 =
```

```
-35
```

```
>> 1+1/2*4
```

```
ans =
```

```
3
```

ans – имя переменной по умолчанию

Имя переменной – любая последовательность латинских букв и цифр, начинающаяся с буквы

В системе есть зарезервированные имена:

i, j, pi, имена стандартных функций и пр.

```
>> a=2; 
```

точка с запятой в конце строки

```
>> 
```

отменяет вывод результатов

Основной объект в системе Matlab — это матрицы, или массивы. Даже скалярные величины, рассматриваются системой как матрицы 1×1 .

Вектор (одномерный массив) представляет собой строку, т. е. матрицу размера $1 \times n$, или столбец, т. е. матрицу размера $m \times 1$.

MatLab различает строчные и прописные буквы.

Количество воспринимаемых в MatLab символов в имени переменной составляет 31.

Чтобы задать вектор, достаточно перечислить его элементы, заключая их в квадратные скобки.

Элементы векторов-строк разделяются символами «,» (запятая) или « » (пробел).

Элементы векторов-столбцов разделяются символом «;» (точка с запятой) или символом перехода на новую строку.

Одномерные массивы

- Задание массива:
 - $a = [-3\ 4\ 2];$
 - $a = [-3, 4, 2];$
- Диапазоны:
 - $b = -3: 2$ ($b = -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2$)
 - $b = -3:2:5$ ($b = -3\ -1\ 1\ 3\ 5$)
- Доступ к элементу:
 - $a(3)$ (будет равно 2)
- Изменение элемента:
 - $a(3) = 1$
- Количество элементов в массиве: $\text{length}(a)$ (будет равно 3)
- Нумерация элементов начинается с 1
- Добавление элементов в массив
 - $a(4) = 5;$
 - $a = [a\ 5]$
- Конкатенация массивов:
 - $c = [a\ b]$
- Удаление массива (превращение в пустой массив)
 - $a = []$

Двумерные массивы

- Задание массива:
 - `a = [1 2; 3 4; 5 6];`

```
Command Window
>> a = [ 1 2; 3 4; 5 6]

a =

     1     2
     3     4
     5     6
```

- Доступ к элементу:

```
>> a(3,1)

ans =

     5

>> a(1,3)
??? Index exceeds matrix dimensions.
```

Диапазоны

- Функция `magic(n)` задает магическую матрицу $n \times n$ все ее элементы не превышают n^2
- Можно использовать как для задания значений векторов, так и для задания диапазонов индексации

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(2:3,4:5)

ans =

    14    16
    20    22
```

Формирование матрицы $A (3 \times 3)$ с использованием операторов For и If

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0.893 + e^{2j}, & \text{если } j > i - 1 \\ 2.914 - \sin\left(\frac{j * \pi}{i} - i\right), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

```

for i=1:3
    for j=1:3
        if j>i - 1
            a(i,j)=0.893+exp(2*j);
        else a(i,j)=2.914-sin(j*pi/i-i);
        end
    end
end
end

```

Создание массивов со случайными элементами

rand(n) и **rand(m,n)** генерируют матрицу (**n x n**) или (**m x n**) с элементами, распределенными по равномерному закону в промежутке (0,1)

randi([a,b],n,m) генерируют матрицу (**n x m**) с элементами в промежутке (**a,b**)

Диапазоны

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(3,:)

ans =

     4     6    13    20    22

>> a(:,1)

ans =

    17
    23
     4
    10
    11
```

```
>> a = magic(3)

a =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> a(:)

ans =

     8
     3
     4
     1
     5
     9
     6
     7
     2
```


Удаление строк и столбцов

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a(2:3,:) = [ ]
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a(:,3:4) = [ ]
```

```
a =
```

17	24	15
23	5	16
4	6	22
10	12	3
11	18	9

Перестановка элементов

```
>> b = 1:3:11
```

```
b =
```

```
    1     4     7    10
```

```
>> b([4 2 1 3])
```

```
ans =
```

```
    10     4     1     7
```

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

```
    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9
```

```
>> a = a(:, [3 5 2 4 1])
```

```
a =
```

```
     1    15    24     8    17
     7    16     5    14    23
    13    22     6    20     4
    19     3    12    21    10
    25     9    18     2    11
```

Операции над матрицами

a+b сложение скаляров, векторов или матриц

a-b вычитание скаляров, векторов или матриц

a*b умножение скаляров; матричное умножение

a.*b покомпонентное умножение элементов матриц

a^b возведение скаляра или матрицы в степень

a.^b возведение каждого элемента матрицы в степень

a/b деление скаляров; правое деление матриц, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^{-1}$

a./b покомпонентное деление элементов матриц

a\b левое деление матриц, т. е. $\mathbf{a}^{-1} \cdot \mathbf{b}$

A' транспонирование матрицы

Операции над матрицами

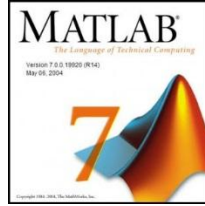
Функция **length(V)** рассчитывает количество элементов в векторе V .

Функция **max(V)** выдает значение максимального по значению элемента вектора V .

Функция **min(V)** извлекает минимальный элемент вектора V .

Функции **mean(V)** и **std(V)** определяют, соответственно, среднее значение и среднеквадратическое отклонение вектора V .

Операции над матрицами



Функция сортировки **sort(V)** формирует вектор, элементы которого распределены в порядке возрастания их значений.

Функция **sum(V)** вычисляет сумму элементов вектора V .

Функция **prod(V)** выдает произведение всех элементов вектора V .

Функция **cumsum(V)** формирует вектор того же типа и размера, любой элемент которого является суммой всех предыдущих элементов вектора V (вектор кумулятивной суммы).

Операции над матрицами

abs(A) - модуль

det(A) - определитель матрицы

inv(A) - обратная матрица

diag(A) - главная диагональ матрицы

sum(A) - сумма по столбцам (**sum(A,1)**)

sum(A,2) - сумма по строкам

sum(diag(A)) - след матрицы

trace(A) - след матрицы

S=sum(sum(A)) - сумма матрицы

Операции над матрицами

prod(A,1) - произведение элементов массива в столбцах (по умолчанию **prod(A)**)

prod(A,2) - произведение элементов массива в строках

sum(A') - сумма столбцов транспонированной матрицы

Операции над матрицами

sort(A) - сортировка по столбцам по возрастанию

sort(A,2) - сортировка по строкам по возрастанию

sort(A,'descend') - сортировка по столбцам по убыванию

-sort(-A,2) - сортировка по строкам по убыванию

Операции над матрицами

[b2,INDEX]=sort(b) - возвращает отсортированный массив и массив индексов элементов в исходном массиве

size(A) - размерность матрицы

max(A) - возвращает наибольший элемент, если A – вектор, или возвращает вектор-строку, содержащую максимальные элементы каждого столбца, если A -матрица

max(A,[],n) - возвращает наибольший элемент по столбцам при n=1, по строкам при n=2

min(A,[],n) - возвращает наименьший элемент по столбцам при n=1, по строкам при n=2

Дневник работы

Команда ***diary*** <имя файла>

открывает дневник, т.е. указывает системе, что все, что появится после этой команды на экране до следующей команды ***diary*** будет записано в упомянутый текстовый файл.

Прерывает запись в дневник команда открытия нового дневника или команда

diary off

Решение системы линейных уравнений.

В матричном виде система имеет вид
 $Ax = b,$

A , b , x – матрицы из коэффициентов при неизвестных и вектор-столбцы, составленные соответственно из свободных членов и из неизвестных.

MATLAB File Edit Debug Desktop Window Help

Current Directory: C:\MATLAB7\work

Shortcuts How to Add What's New

Workspace

Name	Value	Class
a	[1 3 0;-2 -2 ...	double
b	[-2;10;-9]	double

Stack: Base

Command History

```
%-- 17.04.12 1:08 --%
clc
A=[1 3 0;-2 -2 5;1 0 -5]
clc
a=[1 3 0;-2 -2 5; 1 0 -5]
b=[-2;10;-9]
```

Command Window

```
>> a=[1 3 0;-2 -2 5; 1 0 -5]

a =

     1     3     0
    -2    -2     5
     1     0    -5

>> b=[-2;10;-9]

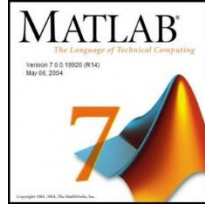
b =

    -2
    10
    -9

>>
```

Start

Решение системы линейных уравнений



```
>> d=det(a)
```

```
d =
```

```
-5
```

```
>> x=A\b
```

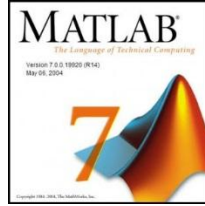
```
x =
```

```
1
```

```
-1
```

```
2
```

Решение системы линейных уравнений



Решение $x_1=1$, $x_2=-1$, $x_3=2$ легко проверить подстановкой в систему уравнений:

```
>> disp(A*x)
```

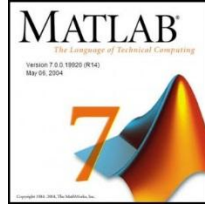
```
-2.0000
```

```
10.0000
```

```
-9.0000
```

В результате получен вектор-столбец свободных членов. Система решена верно.

Решение системы линейных уравнений



Найдем обратную матрицу, а затем решение системы с помощью обратной матрицы:

```
>> A1=inv(A)
```

```
A1 =
```

```
 -2.0000  -3.0000  -3.0000
```

```
  1.0000   1.0000   1.0000
```

```
 -0.4000  -0.6000  -0.8000
```

```
>> A1*b
```

```
ans =
```

```
  1.0000
```

```
 -1.0000
```

```
  2.0000
```