Лекция 7

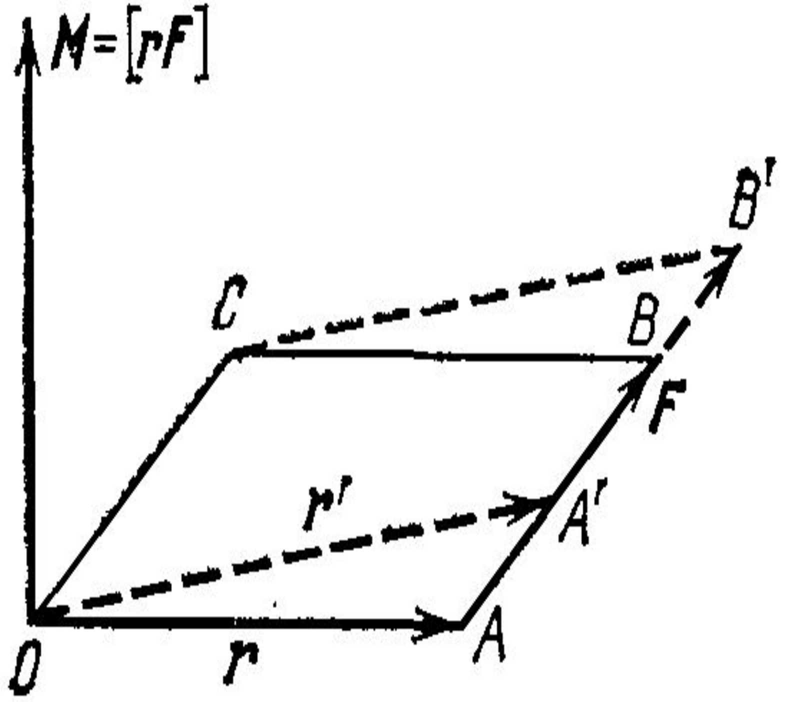
Законы движения планет.

Неинерциальные системы координат

Момент Силы

- Важные законы механики связаны с понятиями момента импульса и момента силы. Пусть $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный к точке приложения силы $\vec{F}$. Моментом силы относительно точки O называется векторное произведение радиуса-вектора $\vec{r}$ на силу $\vec{F}$.

$$\overrightarrow{M} = [\vec{r}\vec{F}].$$



Момент импульса

- Аналогично определяется момент импульса материальной точки. Так называется векторное произведение

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}].$$

Момент импульса

- Продифференцируем выражение для момента импульса по времени

$$\dot{\vec{L}} = [\dot{\vec{r}}\vec{p}] + [\vec{r}\dot{\vec{p}}].$$

Первое слагаемое в этом выражении равно нулю, поскольку вектора скорости ($\dot{\vec{r}}$) и импульса (m$\dot{\vec{r}}$) параллельны. Второе слагаемое равно моменту силы. В итоге получаем:

$$\dot{\vec{L}} = \vec{M}.$$

Момент импульса

- Момент импульса замкнутой системы частиц равен сумме моментов импульсов всех частиц:

$$\vec{L} = \sum[\vec{r_i} \times \vec{p_i}].$$

Все взаимодействия в системе частиц можно рассматривать как сумму взаимодействий пар частиц. Для любой пары

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{r_1}} \times \vec{p_1} + \vec{r_1} \times \dot{\vec{p_1}} + \dot{\vec{r_2}} \times \vec{p_2} + \vec{r_2} \times \dot{\vec{p_2}}.$$

Вследствие третьего закона Ньютона $\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$ и $\dot{\vec{p_1}} = -\dot{\vec{p_2}}$. Отсюда получаем:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{r_1}} \times \vec{p_1} + \dot{\vec{r_2}} \times \vec{p_2} + \overrightarrow{(r_2 - r_1)} \times \dot{\vec{p_2}} = 0.$$

Здесь первые два члена равны нулю. Третий член равен нулю вследствие третьего закона Ньютона, поскольку сила направлена по радиус-вектору, соединяющему частицы.

Момент импульса

- Момент импульса замкнутой системы сохраняется. При наличии внешних сил для системы получается следующий результат:

$$\dot{\vec{L}} = \vec{M}_{\text{внешн}},$$

что означает: *производная по времени от момента импульса системы материальных точек равна сумме моментов внешних сил. При отсутствии внешних сил момент импульса системы не зависит от времени*. Это положение называется *законом сохранения момента импульса.*

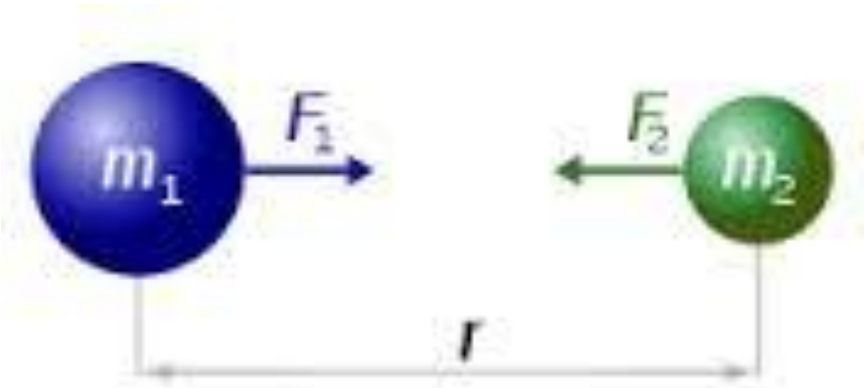
Момент импульса

- Поле, в котором сила взаимодействия направлена по соединяющей тела прямой, называется центральным. Примерами могут служить гравитационное и электростатическое поля. В центральном поле, в силу параллельности радиус-вектора тела и силы взаимодействия момент импульса всегда сохраняется. Поэтому тело в центральном поле всегда двигается в одной плоскости, к которой перпендикулярен вектор момента импульса, что значительно упрощает задачу нахождения траектории тела.
- Напомним, что задача двух тел сводится к задаче о движения тела с приведенной массой вокруг «закрепленного» центра. Поэтому в дальнейшем мы будем считать, что центр поля неподвижен. Мы ограничимся рассмотрением одного центрального поля – гравитационного.

Энергия частицы в гравитационном поле.

- Гравитационное поле является потенциальным, и в нем выполняется, наряду с законом сохранения импульса, закон сохранения энергии:

$$E = E_k + U(r) = \frac{mv^2}{2} - G\frac{mM}{r}.$$



$$F_1 = F_2 = G\frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

Энергия частицы в гравитационном поле.

- Для краткости введем обозначение $\alpha = GmM$. Далее: перейдем к полярным координатам и разложим скорость на радиальную и перпендикулярную $(v_\perp = r\dot{\varphi})$к радиус-вектору компоненты В итоге мы получим для кинетической энергии следующее выражение:

$$E_k = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\varphi}^2}{2}.$$

В полярных координатах момент импульса частицы можно выразить как:

$$L = \vec{r} \times \vec{p} = rp_\perp = rmv_\perp = mr^2\dot{\varphi}.$$

Энергия частицы в гравитационном поле

- Выражение для полной энергии можно записать следующим образом:

$$E = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{\alpha}{r}.$$

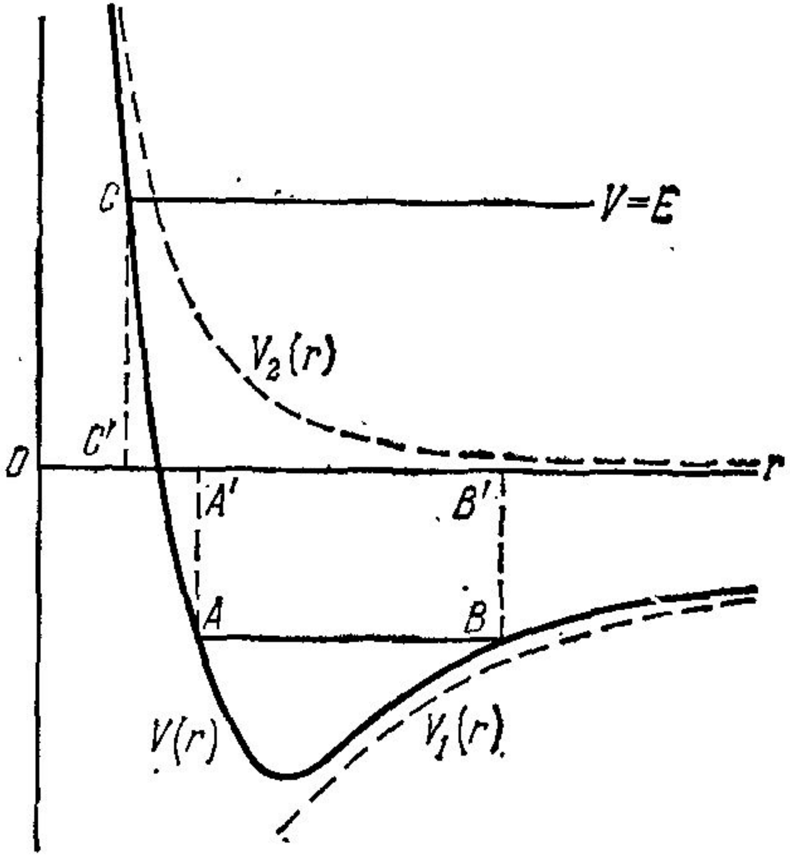
Введем эффективный потенциал $U_{эфф} = \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{\alpha}{r}$.

$$E = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + U_{эфф}.$$

Движение по радиусу свелось к движению в эффективном потенциальном поле, содержащем кроме потенциальной энергии дополнительное слагаемое $\frac{L^2}{2mr^2}$, которое называют центробежным потенциалом или центробежной энергией.

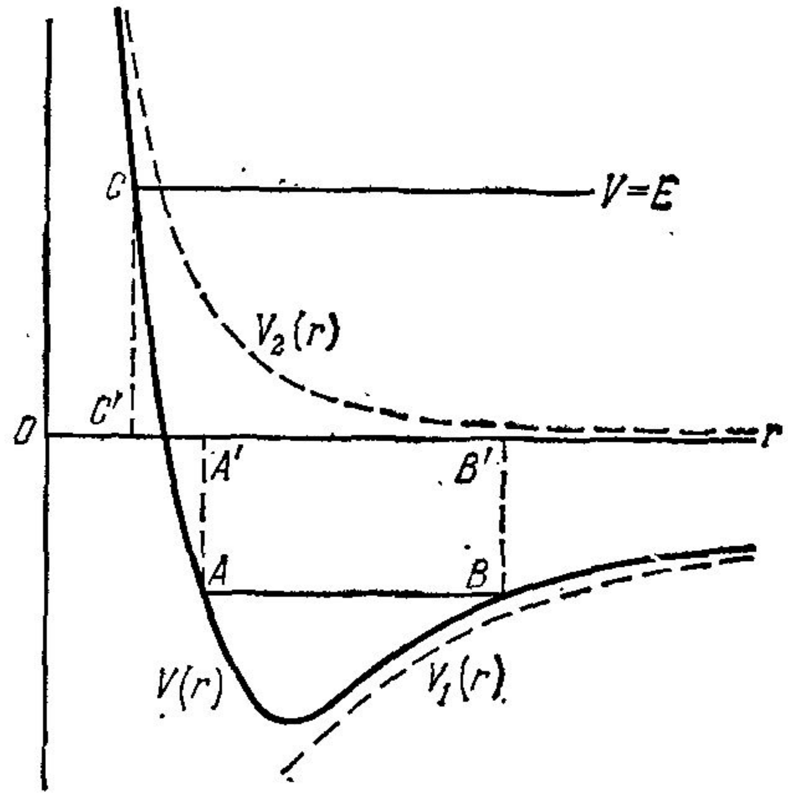
Энергия частицы в гравитационном поле

- При $r \to 0$ функция $V_2(r) = \frac{L^2}{2mr^2}$ быстрее стремится к бесконечности, чем $V_1(r) = -\frac{\alpha}{r}$. Поэтому при малых r $U_{эфф}$ положительна и стремится к $+\infty$. Наоборот, при $r \to \infty$ $V_1(r)$ стремится к нулю медленнее, чем $V_2(r)$, поэтому при больших радиусах $U_{эфф}$ отрицательна. График $U_{эфф}$ имеет вид «потенциальной ямы».



Энергия частицы в гравитационном поле

- Так как величина $\frac{m}{2}\dot{r}^2$ не может быть отрицательной, то область, в которой может находиться частица определяется условием $U_{эфф}(r) \leq E$. Проведем горизонтальную прямую $E = const$. Если $E < 0$, то прямая пересечет кривую $U_{эфф}(r)$.в двух точках *A* и *B*. В этом случае движение частицы финитно (ограничено в пространстве). При $E \geq 0$, движение не ограничено в пространстве (инфинитно). представлен ниже.



Иоганн Кеплер и Тихо Браге

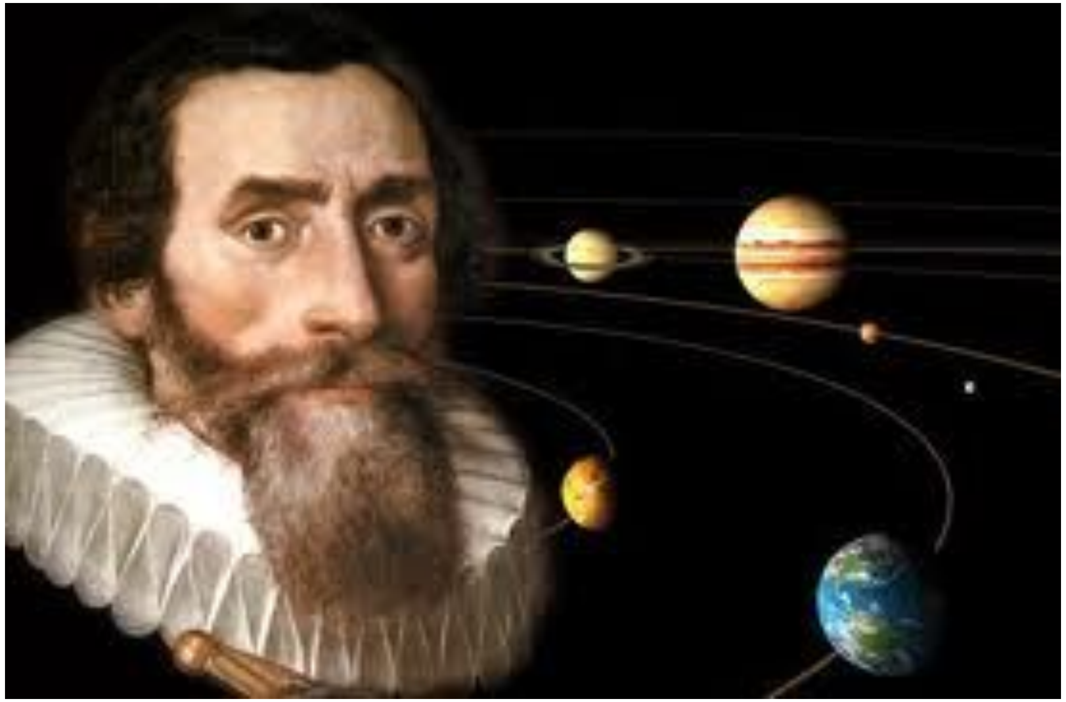
- Тихо Браге - 14 декабря 1546, Кнудструп, Дания (ныне на территории Швеции) — 24 октября 1601, Прага) — датский астроном, астролог и алхимик эпохи Возрождения. Первым в Европе начал проводить систематические и высокоточные астрономические наблюдения, на основании которых Кеплер вывел законы движения планет.

Иоганн Кеплер и Тихо Браге

- Будучи великолепным наблюдателем, Тихо Браге за много лет составил объёмный труд по наблюдению планет и сотен звёзд, причём точность его измерений была существенно выше, чем у всех предшественников. Для повышения точности Браге применял как технические усовершенствования, так и специальную методику нейтрализации погрешностей наблюдения. Особо ценной была систематичность измерений

Иоганн Кеплер и Тихо Браге

- **Иóганн Кéплер** (нем. *Johannes Kepler*; 27 декабря 1571 года, Вайль-дер-Штадт — 15 ноября 1630 года, Регенсбург) — немецкий математик, астроном, механик, оптик и астролог, первооткрыватель законов движения планет Солнечной системы.



Иоганн Кеплер и Тихо Браге

- На протяжении нескольких лет Кеплер внимательно изучает данные Браге и в результате тщательного анализа приходит к выводу, что траектория движения Марса представляет собой не круг, а эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце — положение, известное сегодня как *первый закон Кеплера*.
- Дальнейший анализ привёл ко *второму закону*: радиус-вектор, соединяющий планету и Солнце, в равное время описывает равные площади. Это означало, что чем дальше планета от Солнца, тем медленнее она движется. В 1618 году Кеплер открыл *третий закон*: отношение куба среднего удаления планеты от Солнца к квадрату периода обращения её вокруг Солнца есть величина постоянная для всех планет: **a^3/T^2 = const**.

Законы Кеплера

1). Планеты Солнечной системы обращаются по эллипсу, в одном из фокусов которых находится Солнце.

2). Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причем за равные времена радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, «заметает» равные площади.

3). Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет.

Нашей задачей будет вывод этих законов из закона всемирного тяготения.

Первый закон Кеплера - Доказательство

1). Выразим с помощью $\dot{r}$ из

$$E = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + U_{эфф}.$$

Получим:

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U_{эф}\right)}.$$

2). Из $L = mr^2\dot{\varphi}$ получим

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{L}{mr^2}.$$

Первый закон Кеплера - Доказательство

- 3). Исключим из этих уравнений *dt*. Получим:

$$d\varphi = \frac{\frac{L}{r^2}dr}{\sqrt{2mE + \frac{2m\alpha}{r} - \frac{L^2}{r^2}}}.$$

4). Проинтегрируем это выражение

$$\varphi = \int \frac{\frac{L}{r^2}dr}{\sqrt{2mE + \frac{2m\alpha}{r} - \frac{L^2}{r^2}}} = arccos\left(\frac{\frac{L}{r} - \frac{\alpha m}{L}}{\sqrt{2mE + \frac{\alpha^2 m^2}{L^2}}}\right) + const.$$

5). Выбором начала отсчета сделаем *const = 0.*

Первый закон Кеплера - Доказательство

- 6) Введем обозначения:

$$p = \frac{L^2}{m\alpha}$$

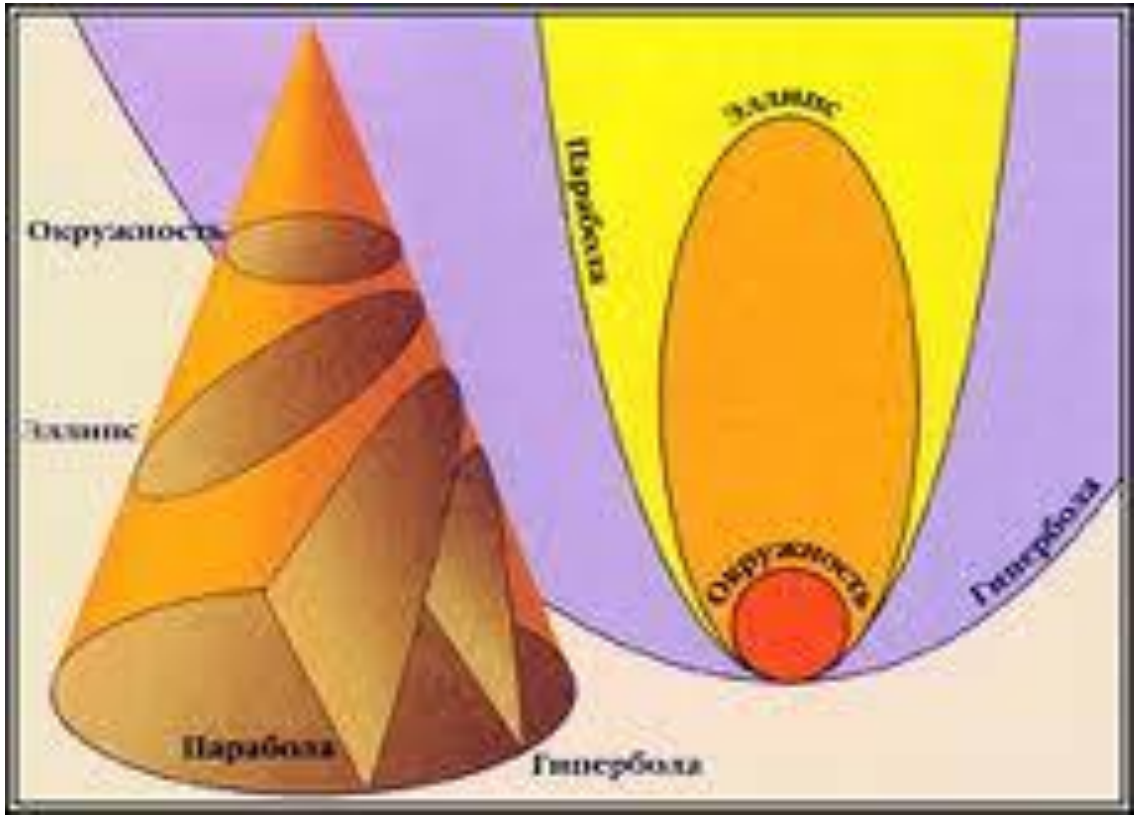
$$e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{m\alpha^2}}.$$

7). Получим траекторию движения

$$\frac{p}{r} = 1 + ecos\varphi.$$

Первый закон Кеплера - Доказательство

В аналитической геометрии доказывается, что уравнение описывает конические сечения, т.е. кривые, по которым поверхность круглого конуса пересекается плоскостью). Величины *p* и *e* называются параметром и экцентриситетом орбиты. В зависимости от величины *e* получаются следующие кривые:



Первый закон Кеплера

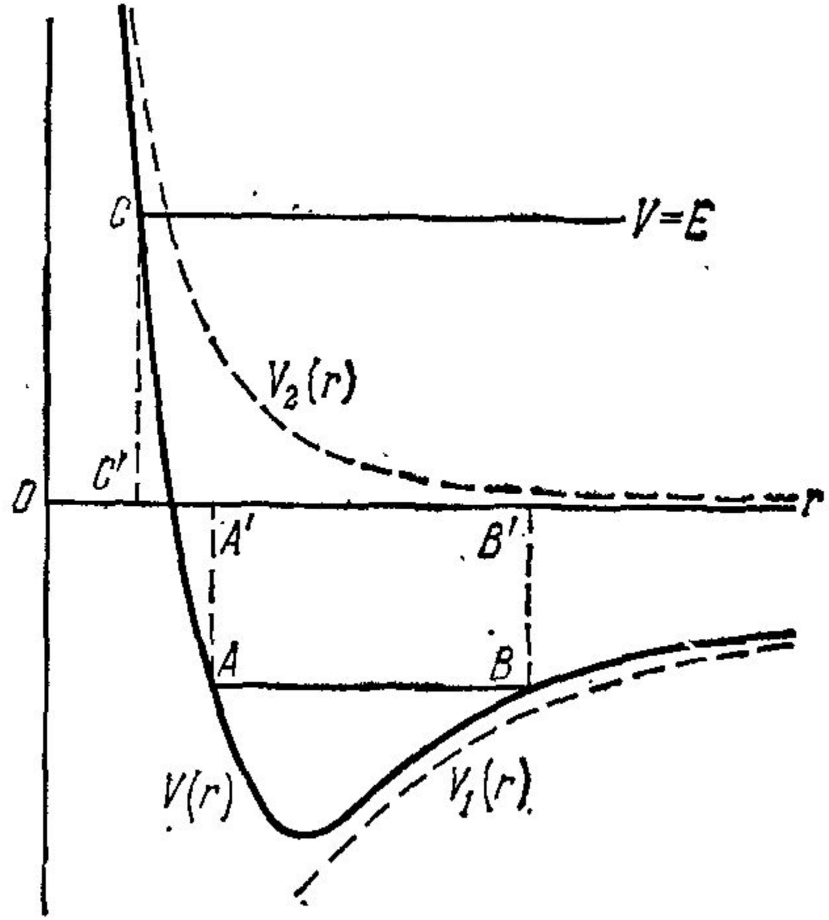
e = 0. В этом случае получается круг. Энергия в этом случае равна минимуму эффективного потенциала.

e < 1 – получается эллипс, что, собственно доказывает первый закон Кеплера. Энергия в этом случае меньше нуля, движение финитно.

e = 1 – это парабола (*E = 0*)

e > 0 – это гипербола. В двух последних случаях движение инфинитно.

Эти рассуждения доказывают первый закон Кеплера.



Первый закон Кеплера

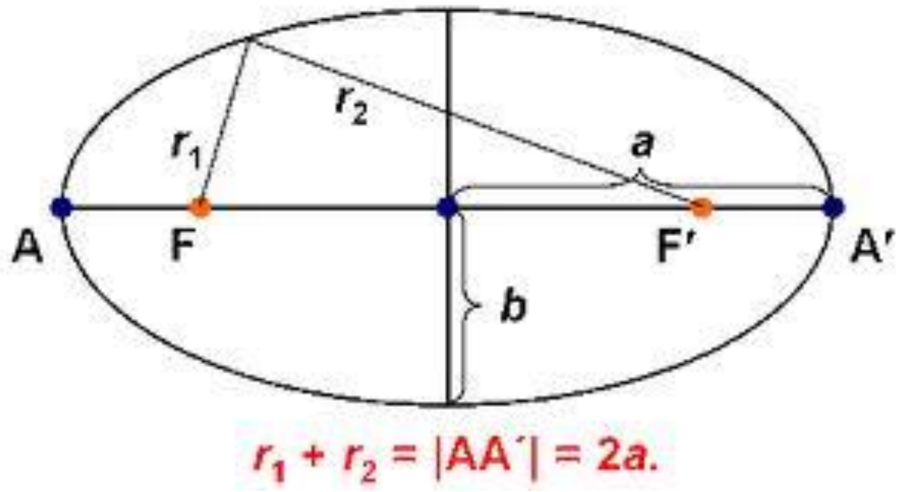
- Пример эллиптической орбиты

выражения для большой (*a*) и малой (*b*) полуосей эллипса:

$$a = \frac{\alpha}{2|E|} \qquad b = \frac{L}{\sqrt{2m|E|}}.$$

Демонстрация движения планеты

[matdemo\ini.m]



Второй закон Кеплера

- Второй закон Кеплера является прямым следствием закона сохранения импульса.

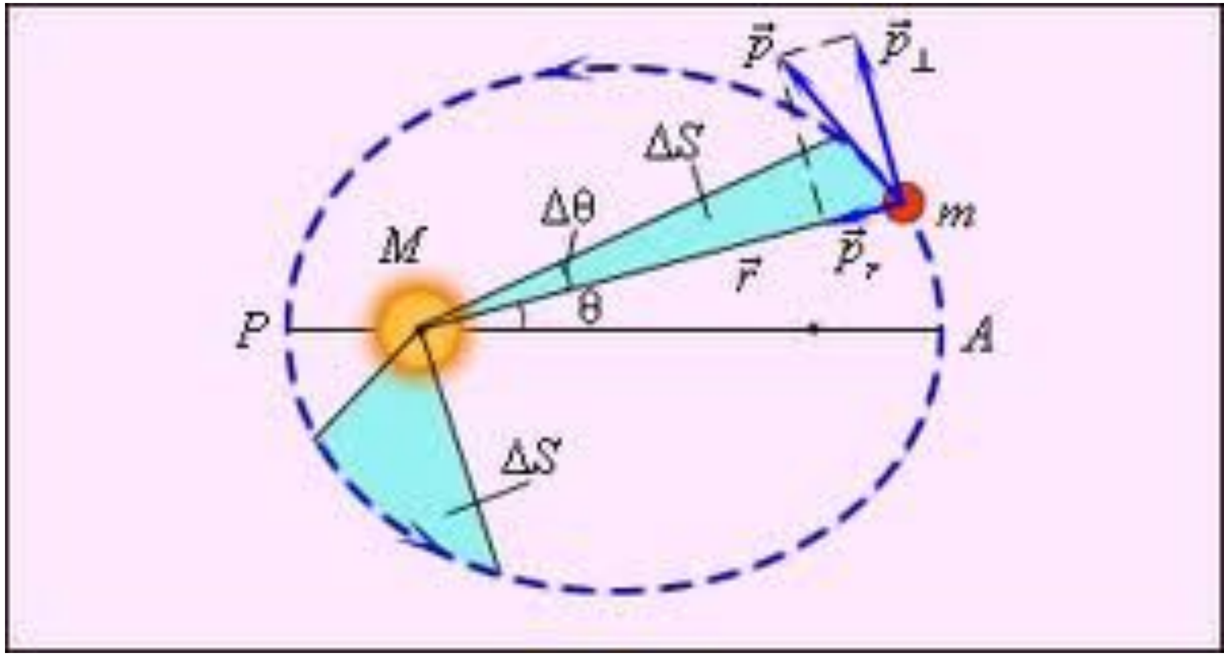
$$L = mr^2\dot{\varphi} = 2m\frac{dS}{dt},$$

где S – площадь.

Секториальная скорость $\frac{dS}{dt}$ не зависит от времени, что доказывает второй закон Кеплера.

$$S = \frac{L}{2m}T,$$

где T – период обращения планеты.



Третий закон Кеплера

Площадь эллипса равна

$$S = \pi ab, \quad a = \frac{\alpha}{2|E|} \quad b = \frac{L}{\sqrt{2m|E|}}.$$

Откуда

$$T = \frac{2\pi mab}{L} = \pi\alpha\sqrt{\frac{m}{2|E|^3}} = 2\pi a^{3/2}\sqrt{\frac{m}{\alpha}}$$

откуда непосредственно следует
третий закон Кеплера.

Космические скорости

Изложенная в предыдущем разделе теория движения планет полностью применима к движению искусственных спутников Земли и космических кораблей (с выключенными двигателями). Сопротивление воздуха мы не будем учитывать, предполагая, что движение происходит в достаточно разреженной атмосфере. Кроме того, при движении вблизи Земли мы будем пренебрегать силами притяжения Солнца, Луны и планет. Массу Земли будем обозначать M, массу искусственного спутника m.

Первая космическая скорость

- Первой космической скоростью называют скорость искусственного спутника на круговой орбите вблизи Земли. В случае круговой орбиты гравитационная сила должна быть равна центростремительной:

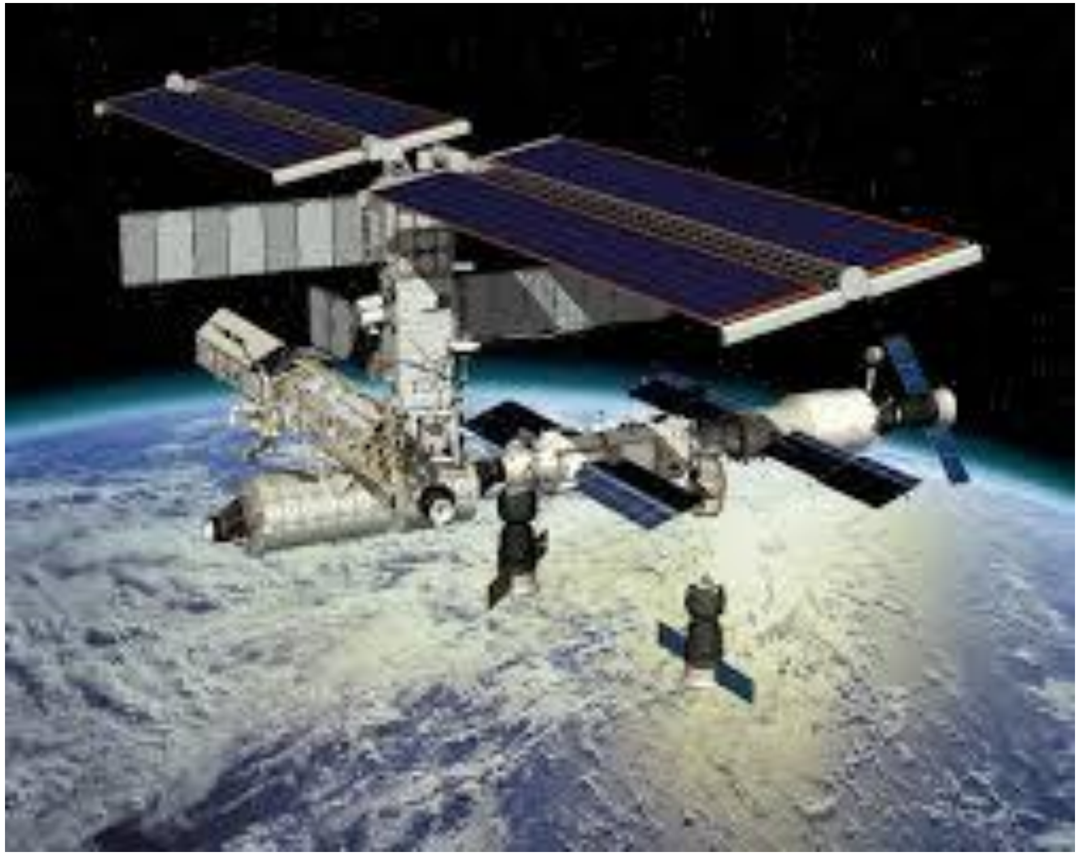
$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}.$$

Ускорение свободного падения $g = G\frac{M}{R^2}$

$$v_1 = \sqrt{gR} \approx 7.9 \text{ км/с}.$$

Период обращения вокруг Земли T равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v_1} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 88 \text{ мин}.$$



Геостационарный спутник

- Период обращения $T_г$ равен одним суткам.

Радиус орбиты такого спутника и его скорость: $R_г = 42164$ км. Вычитая экваториальный радиус Земли 6378 км, получим расстояние от спутника до поверхности Земли: 35786 км.

Скорость спутника на орбите найдем по формуле:

$$v_г = \sqrt{\frac{GM}{R_г}} = 3.07 \text{ км/с}.$$

Длина орбиты равна: $l_г = 2\pi R_г = 264924$ км.

Расположение геостационарных спутников Земли на поясе Кларка.

ra4a.narod.ru

Геостационарный спутник

- Связь через геостационарные спутники характеризуется большими задержками в распространении сигнала. При высоте орбиты 35786 км и скорости света около 300000 км/с ход луча «Земля-спутник» требует около 0,12 с. Ход луча «Земля (передатчик) → спутник → Земля (приемник)» ≈0,24 с. Ping (ответ) составит полсекунды (точнее 0,48 с). С учетом задержки сигнала в аппаратуре ИСЗ и аппаратуре наземных служб общая задержка сигнала на маршруте «Земля → спутник → Земля» может достигать 2—4 секунд. Такая задержка делает невозможной применение спутниковой связи с использованием ГСО в различных сервисах реального времени (например в онлайн-играх).

Геостационарный спутник

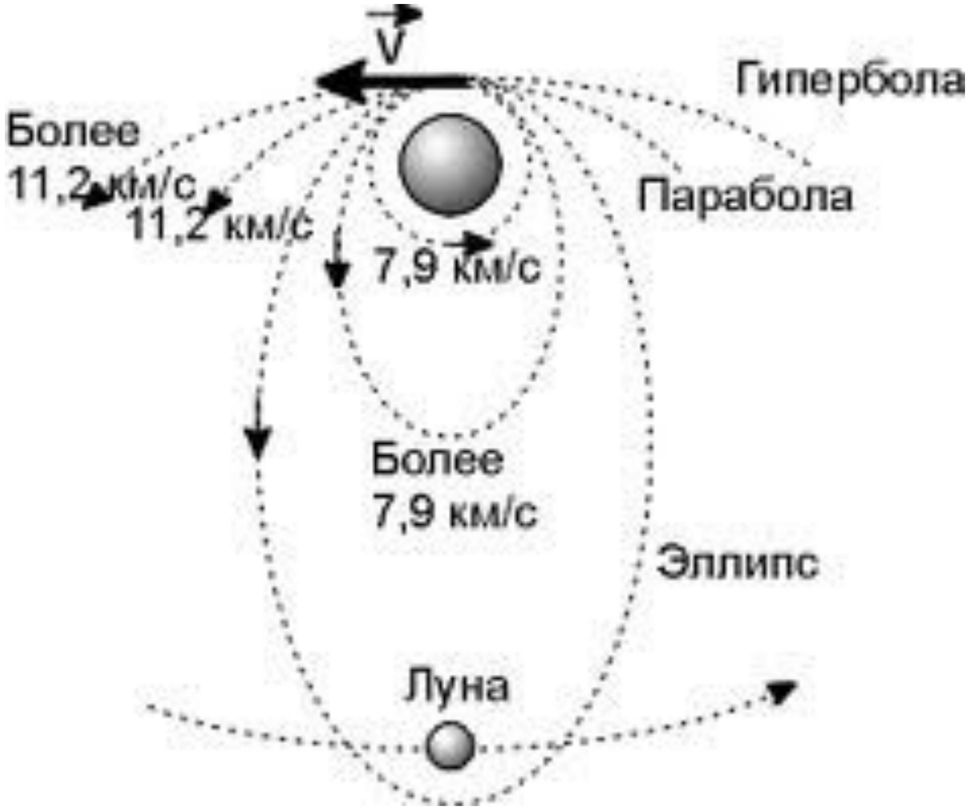
Так как геостационарная орбита не видна с высоких широт (приблизительно от 81° до полюсов), а на широтах выше 75° наблюдается очень низко над горизонтом (в реальных условиях спутники просто скрываются выступающими объектами и рельефом местности) и виден лишь небольшой участок орбиты, то невозможна связь и телетрансляция с использованием ГСО в высокоширотных районах Крайнего Севера (Арктики) и Антарктиды. К примеру, американские полярники на станции Амундсен-Скотт для связи с внешним миром (телефония, интернет) используют оптоволоконный кабель длиной 1670 километров до расположенной на 75° ю.ш. французской станции Конкордия, с которой уже видно несколько американских геостационарных спутников

Вторая космическая скорость

- Второй космической скоростью называют скорость, которую необходимо сообщить ракете, чтобы она никогда не вернулась на Землю. Минимальное значение энергии *E*, при котором движение становится инфинитным, равно нулю.

Скорость, которую нужно сообщить ракете, найдем из уравнения

$$E = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GmM}{R} = 0.$$



Вторая космическая скорость

- Для второй космической скорости получаем:

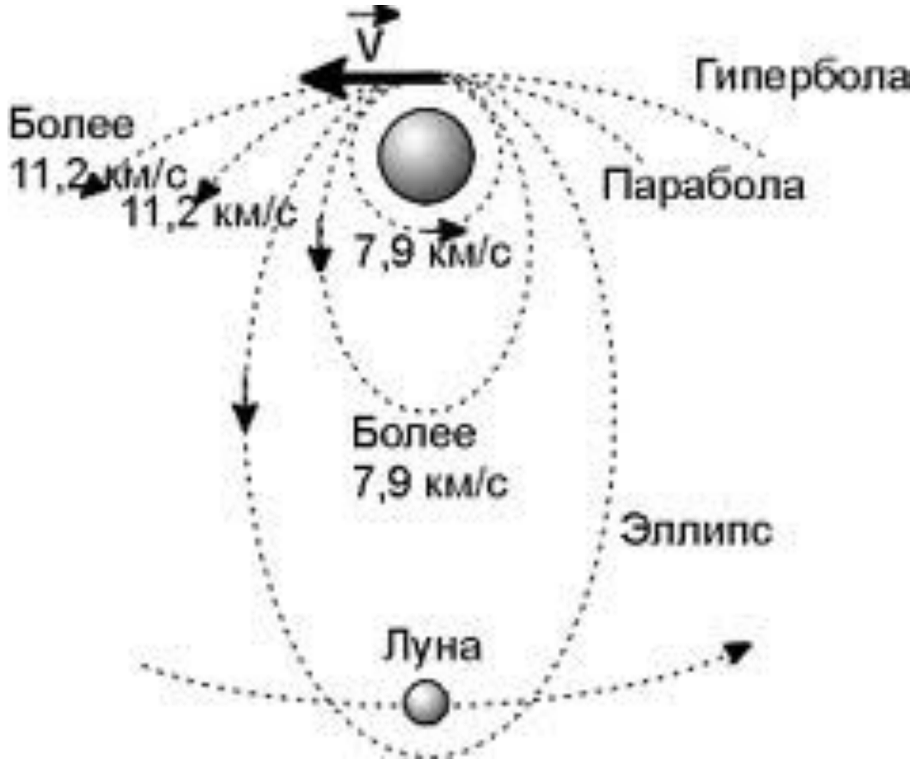
$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}R} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}v_1 = 11.2\,\frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Если скорость ракеты у поверхности Земли $v > v_2$, то скорость на бесконечности *(r >> R)* находится из

$$\frac{mv_\infty^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}.$$

или

$$v_\infty^2 = v^2 - (11.2)^2.$$



Третья космическая скорость

- Скорость относительно Земли, которую необходимо сообщить ракете, чтобы она навсегда покинуло пределы Солнечной системы, называется третьей космической скоростью. Она минимальна, если это направление совпадает с направлением орбитального движения Земли вокруг Солнца, и максимальна, когда эти направления противоположны. Орбитальная скорость Земли равна:

$$v_3 = \sqrt{\frac{GM_C}{R_{3C}}} \approx 30 \text{ км/с.}$$

Здесь M_C – масса Солнца, R_{3C} - радиус орбиты Земли. Для полета в бесконечность с орбиты Земли нужна вторая «солнечная» космическая скорость:

$$v_{2C} = \sqrt{\frac{2GM_C}{R_{3C}}} = \sqrt{2}v_3 = 42.1 \text{ км/с}.$$

Дополнительно к скорости Земли ракете нужно сообщить скорость, равную 42 – 30 = 12 км/с. Ракета при старте с Земли должна набрать скорость

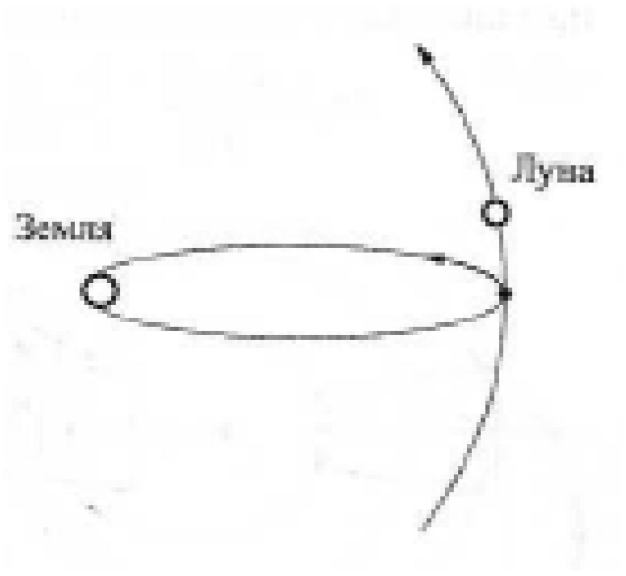
$$v = \sqrt{(11.2)^2 + (12)^2} = 16.4 \text{ км/с.}$$

Задача 1

- Оценить, с какой минимальной скоростью нужно стартовать с поверхности Луны, чтобы вернуться на Землю. Ускорение свободного падения на Луне равно $g/6$, скорость движения Луны по орбите 1 км/с, радиус Луны 1740 км.

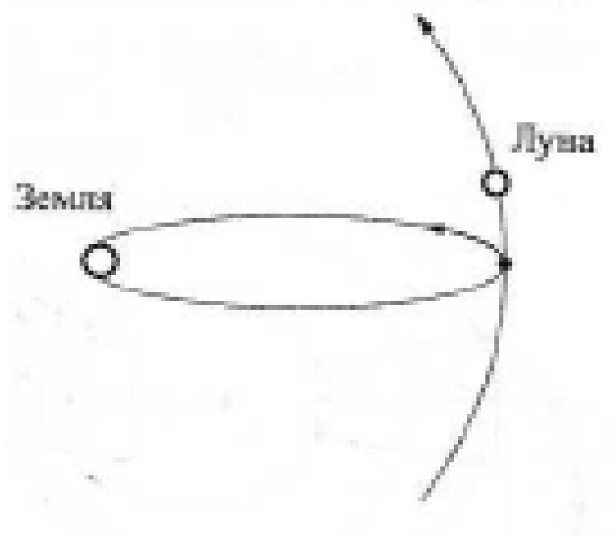
Задача 1 - решение

- После выхода из поля тяготения Луны корабль должен перейти на эллиптическую орбиту вокруг Земли, у которой высота перигея равна радиусу Земли $R_З$, а высота апогея равна расстоянию Земля-Луна $R_{З\text{-}Л}$



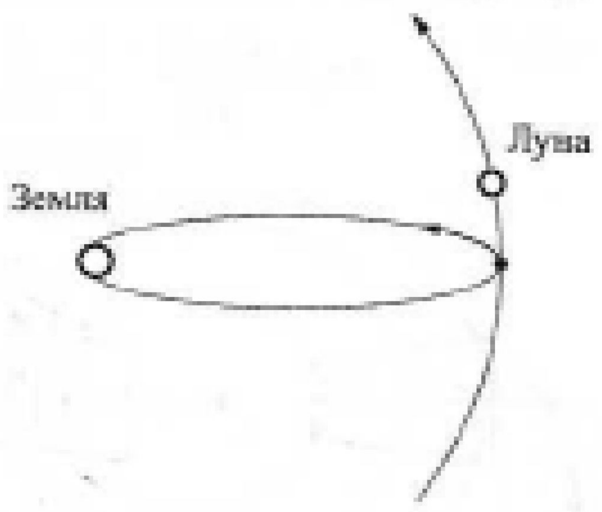
Задача 1 - решение

- Момент импульса в апогее и перигее одинаков: $V_{min}R_{З-Л} = V_{max}R_{З}$. Так как орбита сильно вытянута, то $V_{max} \cong V_2$ и скорость в апогее должна быть равна
-
  - $V_{min} = V_2 \frac{R_З}{R_{З-Л}} \approx 0{,}2$ км/с.



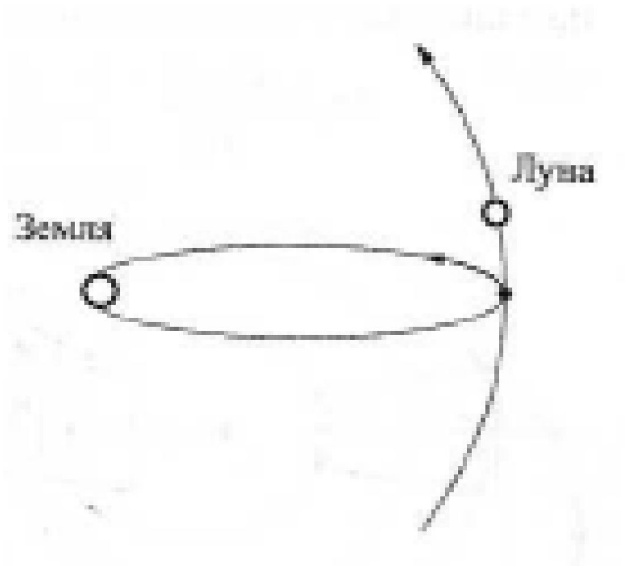
Задача 1 - решение

- Луна движется по орбите со скоростью 1 км/с, т. е. для возврата на Землю нужно преодолеть поле тяготения Луны и двигаться относительно Луны со скоростью $V_{\text{отн}}$ =0,8 км/с в направлении, противоположном ее орбитальной скорости. Для Луны вторая космическая скорость
-
- $V_2^{\text{Л}} = \sqrt{2g_{\text{Л}}R_{\text{Л}}} = \sqrt{gR_{\text{Л}}/3} = 2{,}4$ км/с,



Задача 1 - решение

- Стартовая скорость с поверхности Луны
-
- $V_{start} = \sqrt{\left(V_2^{Л}\right)^2 + V_{отн}^2} = \sqrt{\frac{gR_{Л}}{3} + \left(V_{Л} - V_2\frac{R_З}{R_{З-Л}}\right)^2} \cong 2{,}6$ км/с.



Неинерциальные системы отсчета. Неинерциальные силы

- До сих пор мы рассматривали движение тел относительно инерциальных систем отсчета, в которых справедливы Законы Ньютона. Но Земля, например, является неинерциальной вращающейся системой. Вследствие этого на ее поверхности возникают явления, требующие для своего понимания изучение закономерностей движения тел в движущихся с ускорением системах. Проанализируем эти закономерности.

Поступательное движение

- В нерелятивистском случае справедливо преобразование Галилея

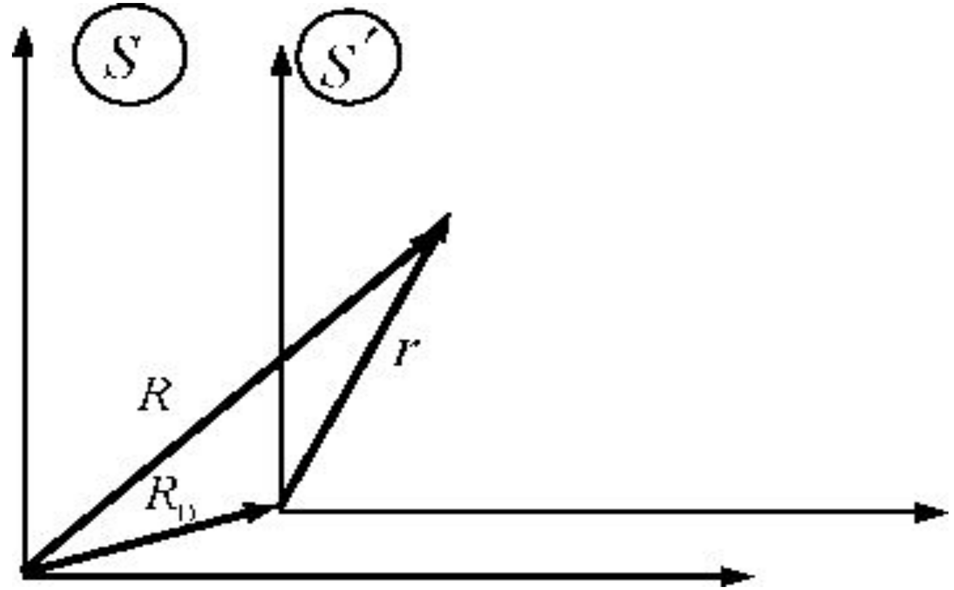
$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}$$

Отсюда получаем закон движения в системе S'

$$m\vec{a} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = \vec{F},$$

Вследствие этого получаем

$$m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F} - m\frac{d^2\vec{R}_0}{dt^2} = \vec{F} - m\vec{a}_0.$$

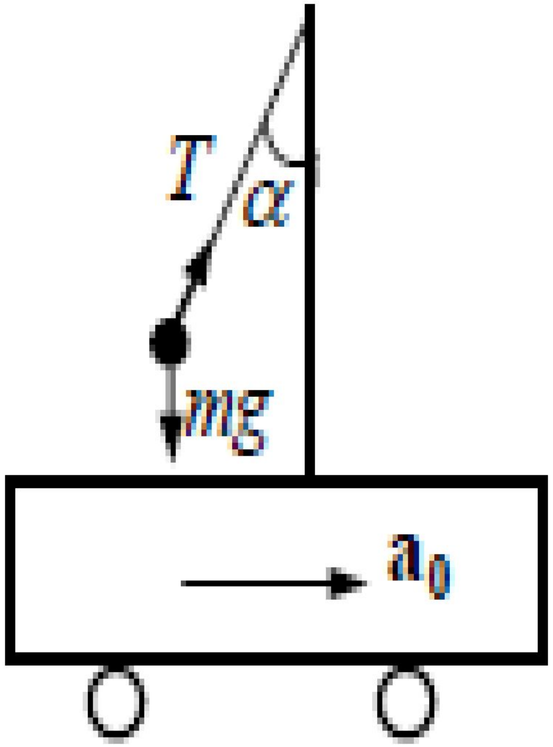


Поступательное движение

Если движение рассматривается относительно системы отсчета, ускоренно движущейся относительно инерциальной системы отсчета, то во втором законе Ньютона, кроме реальной силы, появляется дополнительное слагаемое - ma_0. Это сила, имеющая чисто кинематическое происхождение, пропорциональная массе тел (как и гравитационная сила). Такие силы называют *силами инерции.* Они появляются в неинерциальных системах отсчета.

Поступательное движение

- Пример: тележка, движущуюся с ускорением a_0, на которой стоит подставка с висящим на нитке грузиком.
- Найдем угол отклонения грузика от вертикали и частоту колебаний этого маятника



Поступательное движение

- Второй закон Ньютона в связанной с тележкой системе

$$\vec{T} = -m\vec{g} - m\vec{a}_0,$$

откуда получаем:

$$tg\alpha = \frac{a_0}{g}.$$

В системе тележки действует ускорение:

$$\vec{g}^{\,'} = -\vec{g} - \vec{a}_0$$

В таком случае по аналогии с колебаниями в инерциальной системе

$$\omega = \sqrt{\frac{g^{'}}{l}} = \sqrt{\frac{\sqrt{g^2 - a_0^2}}{l}}.$$

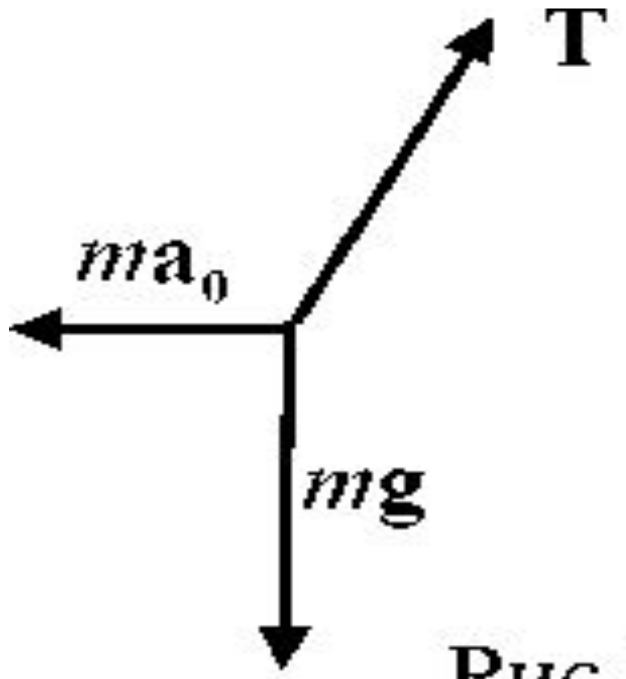


Рис.2

Центробежная сила

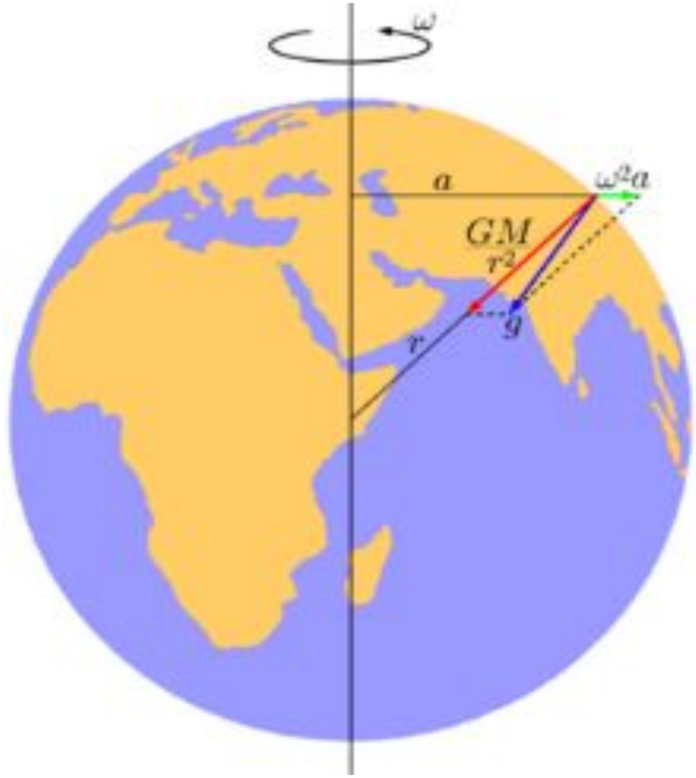
- Чтобы объяснить неподвижность тела в системе вращающегося диска нужно объявить, что кроме реальной силы (например, натяжение веревки, связывающей тело с осью вращения) в необходимо ввести силу инерции

$$\vec{F}_i = m\omega^2\vec{r}$$

направленную от центра. Ее называют *центробежной силой.* Эта сила уравновешивает натяжение веревки, и тело остается неподвижным относительно вращающегося диска. Такой силы нет в инерциальной лабораторной системе, ее вводят только при рассмотрении движения во вращающейся системе отсчета.

Центробежная сила

- Вследствие вращения Земли вокруг своей оси связанные с Землёй системы отсчёта не являются инерциальными. В точке, находящейся на расстоянии a от оси вращения, центробежное ускорение равно $\omega^2 a$, где ω — угловая скорость вращения Земли, определяемая выражением $\omega = 2\pi/T$, в котором T — время одного оборота (звёздные сутки), равное для Земли 86164,1 секунды. Центробежное ускорение направлено от оси вращения. Можно подсчитать, что на Земле оно меняется от 0 на полюсах до 3,4 см/с^2 на экваторе, причём почти везде (кроме экватора) оно не сонаправлено с гравитационным ускорением, которое направлено к центру Земли.



Сила Кориолиса

Рассмотрим движение тела вдоль спицы вращающего колеса. Момент инерции тела $L = m\omega r^2$ увеличивается при движении от центра. Изменение момента импульса за единицу времени равно моменту сил

$$\frac{dL}{dt} = 2m\omega r\frac{dr}{dt} = Fr,$$

откуда

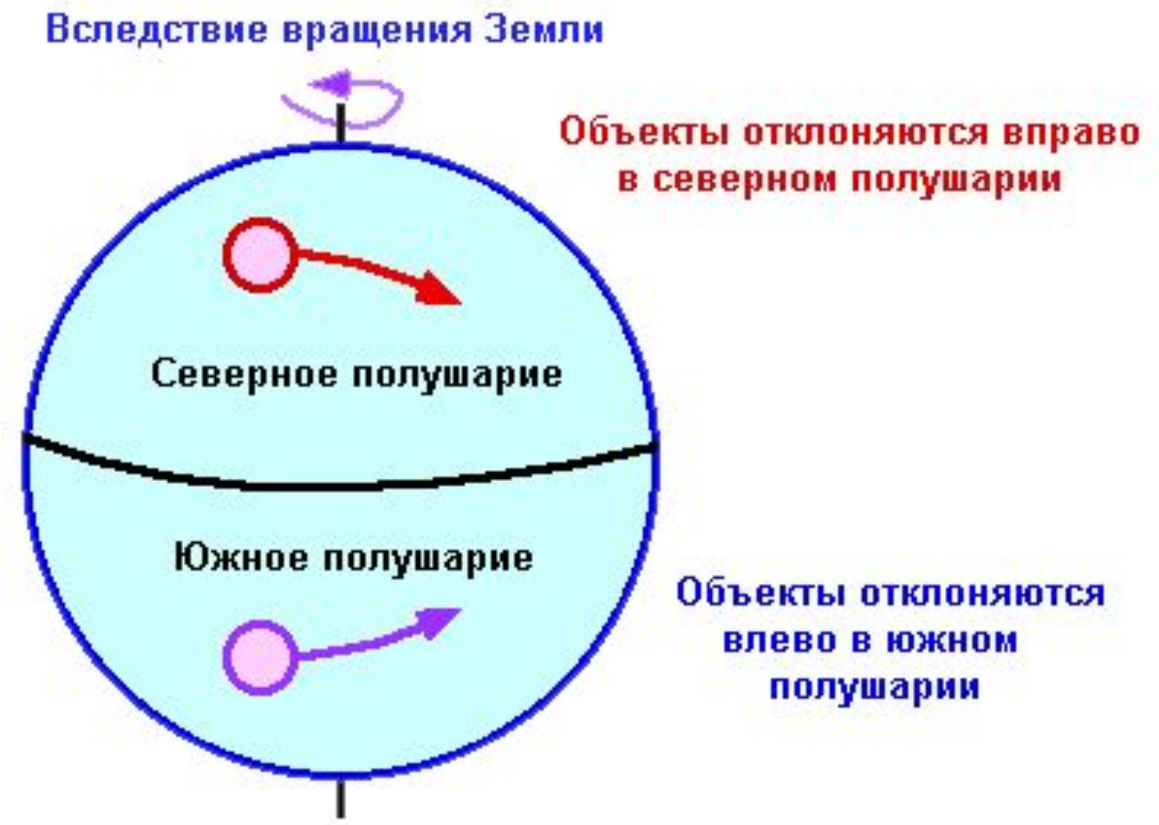
$$F = 2m\omega v$$

Это сила, с которой спица действует на тело, сопротивляясь силе Кориолиса. Поскольку сила Кориолиса перпендикулярна угловой скорости и скорости тела, то в векторном виде ее можно записать как

$$\vec{F}_c = 2m[\vec{v} \times \vec{\omega}].$$

Сила Кориолиса

- Сила Кориолиса проявляется в глобальных масштабах. В северном полушарии сила Кориолиса направлена вправо от движения, поэтому правые берега рек в Северном полушарии более крутые — их подмывает вода под действием этой силы. В Южном полушарии всё происходит наоборот. Сила Кориолиса ответственна также и за вращение циклонов и антициклонов в Северном полушарии вращение воздушных масс происходит в циклонах против часовой стрелки, а в антициклонах по часовой стрелке; в Южном— наоборот: по часовой стрелке в циклонах и против — в антициклонах. Отклонение ветров (пассатов) при циркуляции атмосферы— также проявление силы Кориолиса.



Задача 2

- Тело свободно падает с высоты 500 м на землю. Принимая во внимание вращение Земли и пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, насколько отклонится тело при падении. Географическая широта места 60°.

Задача 2 - решение

- При угловой скорости вращения Земли $\omega=7{,}3\cdot 10^{-5}$ рад/с и максимальной скорости падения $V_{max} = \sqrt{2gh} = 10^2\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, ускорение Кориолиса
-
$$2\left(\vec{V} \times \vec{\omega}\right)_{max} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\text{м/с}^2 \ll g$$
-
- т. е. можно считать, что в вертикальном направлении тело движется с ускорением g, а под действием силы Кориолиса отклоняется к востоку.

Задача 2 - решение

- Направив в системе Земли ось y к востоку, найдем ускорение для широты φ = 60°.
-

$$a_y = V\omega = g\omega t$$

-
- (здесь использована зависимость $V \cong gt$). Интегрируя, найдем, что за время падения $t = \sqrt{2h/g} \approx 10\ c$ тело отклонится к востоку на
-

$$y(t) = \frac{1}{6} g\omega t^3 = 0{,}12\ \text{м}$$

До следующей лекции