

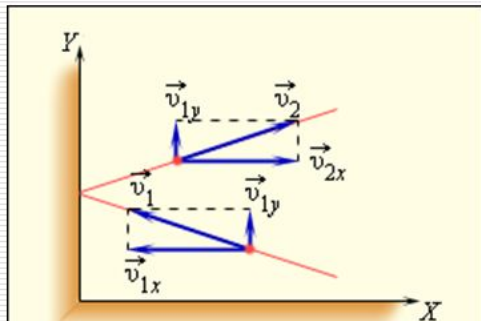
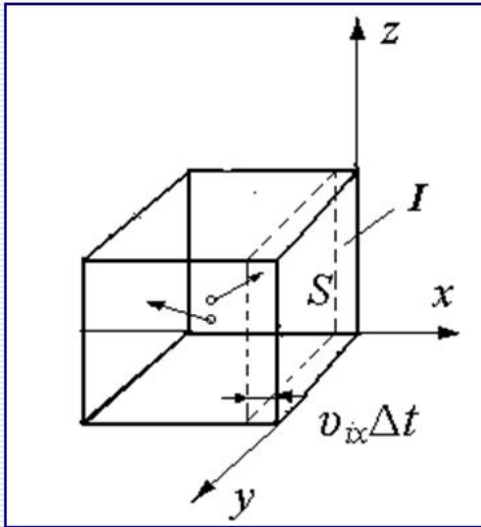


*основное
уравнение мкт
идеального газа*



Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа – это зависимость **давления** p от **среднеквадратичной скорости движения** молекул $\langle v^2 \rangle$. Выведем его:



Выведем его:

- Рассмотрим идеальный газ и определим **давление газа** на основе молекулярно-кинетической теории.
- Представим себе, что молекулы содержатся в **прямоугольном кубическом сосуде**, **грани** которого имеют площадь S , а **длина его рёбер** равна l .
- Согласно этой модели, давление p газа на стенки сосуда обусловлено **столкновениями молекул с ними**.
- Рассмотрим стенку площадью S с **левой стороны сосуда** и выясним, что происходит, когда **одна молекула** ударяется о неё.
- Эта молекула действует на стенку, а стенка в свою очередь действует на молекулу с равной по величине и противоположной по направлению силой.

При абсолютно упругом ударе

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\Delta p = m_0 v_x - (-m_0 v_x) = 2m_0 v_x$$

3. Вывод основного уравнения МКТ идеального газа

- Эта молекула будет много раз сталкиваться со стенкой, причём столкновения будут происходить через промежуток времени, который требуется молекуле для того, чтобы пересечь сосуд и вернуться обратно, т.е. пройти расстояние $2l$.

Тогда

$$2l = v_x \Delta t$$



$$\Delta t = \frac{2l}{v_x}$$

- При этом **средняя сила** равна:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2m_0 v_x}{2l/v_x} = \frac{m_0 v_x^2}{l}$$

- Во время движения по сосуду туда и обратно молекула может сталкиваться с верхними и боковыми стенками сосуда, однако **проекция ее импульса на ось Oх** при этом остаётся без изменения (т.к. удар абсолютно упругий).
- Чтобы вычислить силу, действующую со стороны всех молекул в сосуде, просуммируем вклады кажд

$$F = \frac{m_0}{l} (v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \dots + v_{x_n}^2)$$

Среднее значение **квадрата проекции скорости**:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \dots + v_{x_n}^2}{N}$$

Следовательно

$$F = \frac{m_0}{l} \langle v_x^2 \rangle N$$

Для любой скорости выполняется соотношение:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

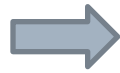
или

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$$

Вывод основного уравнения МКТ идеального газа-2

- Так как молекулы движутся хаотически, то все направления движения равноправные:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$



$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

Тогда

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{3}$$

- При этом **средняя сила** равна:

$$F = \frac{m_0}{l} \langle v_x^2 \rangle N$$



$$F = \frac{m_0}{l} N \frac{\langle v^2 \rangle}{3}$$

- Давление газа на стенку сосуда примет вид:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} \frac{m_0 N \langle v^2 \rangle}{Sl} = \frac{1}{3} \frac{m_0 N \langle v^2 \rangle}{V}$$



$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle$$

n - концентрации молекул газа

Мы получили основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle$$

Выразим в другом виде:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} \cdot n$$

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{кин} \rangle$$

где

$$\langle E_{кин} \rangle = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}$$

- **среднее значение кинетической энергии** поступательного движения одной молекулы.

- Формула связывает давление газа со **средней кинетической энергией** молекул идеального газа.

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2$$

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_K$$

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$$

Постоянная Больцмана

Постоянная Больцмана связывает температуру, выраженную в энергетических единицах, с температурой, выраженной в кельвинах.

Постоянную Больцмана можно определить только экспериментально. $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

$$E = \frac{3}{2} kT$$



Людвиг
Больцман
1844-1906

Скорость теплового движения молекул

$$E = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad \longrightarrow \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

