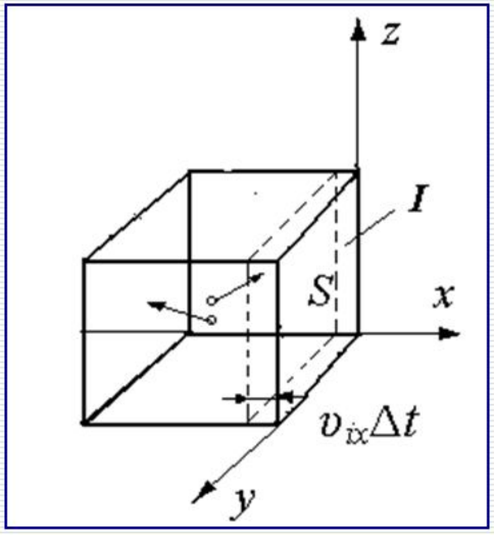
основное уравнение мкт идеального газа

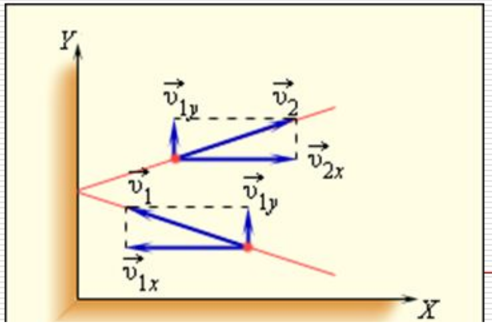
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа – это зависимость **давления** p от **среднеквадратичной скорости движения** молекул $<v^2>$. Выведем его:



Выведем его:

- Рассмотрим идеальный газ и определим ***давление газа*** на основе молекулярно-кинетической теории.
- Представим себе, что молекулы содержатся в **прямоугольном кубическом сосуде**, **грани** которого имеют площадь S, а **длина его рёбер** равна l.
- Согласно этой модели, давление p газа на стенки сосуда обусловлено **столкновениями молекул с ними**.
- Рассмотрим стенку площадью S **с левой стороны сосуда** и выясним, что происходит, когда **одна молекула** ударяется о неё.
- Эта молекула действует на стенку, а стенка в свою очередь действует на молекулу с равной по величине и противоположной по напр



$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

При абсолютно упругом ударе

$$\Delta p = m_0\upsilon_x - \left(-m_0\upsilon_x\right) = 2m_0\upsilon_x$$

3. Вывод основного уравнения МКТ идеального газа

- Эта молекула будет много раз сталкиваться со стенкой, причём столкновения будут происходить через промежуток времени, который требуется молекуле для того, чтобы пересечь сосуд и вернуться обратно, т.е. пройти расстояние ***2l***.

Тогда $$2l = \upsilon_x \Delta t$$ $$\Delta t = \frac{2l}{\upsilon_x}$$

- При этом **средняя сила** равна:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2m_0\upsilon_x}{2l/\upsilon_x} = \frac{m_0\upsilon_x^2}{l}$$

- Во время движения по сосуду туда и обратно молекула может сталкиваться с верхними и боковыми стенками сосуда, однако **проекция ее импульса на ось Ох** при этом остаётся без изменения (т.к. удар абсолютно упругий).
- Чтобы вычислить силу, действующую со стороны всех молекул в сосуде, просуммируем вклады кажд

$$F = \frac{m_0}{l}\left(\upsilon_{x_1}^2 + \upsilon_{x_2}^2 + \ldots. + \upsilon_{x_n}^2\right)$$

Среднее значение **квадрата проекции скорости**:

$$\left\langle \upsilon_x^2 \right\rangle = \frac{\upsilon_{x_1}^2 + \upsilon_{x_2}^2 + \ldots. + \upsilon_{x_n}^2}{N}$$

Следовательно $$F = \frac{m_0}{l}\left\langle \upsilon_x^2 \right\rangle N$$

Для любой скорости выполняется соотношение:

$$\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2$$ или $$\left\langle \upsilon^2 \right\rangle = \left\langle \upsilon_x^2 \right\rangle + \left\langle \upsilon_y^2 \right\rangle + \left\langle \upsilon_z^2 \right\rangle$$

Вывод основного уравнения МКТ идеального газа-2

- Так как молекулы движутся хаотически, то все направления движения равноправные:

$$\langle \upsilon_x^2 \rangle = \langle \upsilon_y^2 \rangle = \langle \upsilon_z^2 \rangle \Rightarrow \langle \upsilon^2 \rangle = 3\langle \upsilon_x^2 \rangle$$

Тогда

$$\langle \upsilon_x^2 \rangle = \frac{\langle \upsilon^2 \rangle}{3}$$

- При этом **средняя сила** равна:

$$F = \frac{m_0}{l}\langle \upsilon_x^2 \rangle N \Rightarrow F = \frac{m_0}{l} N \frac{\langle \upsilon^2 \rangle}{3}$$

- Давление газа на стенку сосуда примет вид:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3}\frac{m_0 N \langle \upsilon^2 \rangle}{Sl} = \frac{1}{3}\frac{m_0 N \langle \upsilon^2 \rangle}{V} \Rightarrow p = \frac{1}{3} m_0 n \langle \upsilon^2 \rangle$$

n - концентрации молекул газа

Мы получили основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle \upsilon^2 \rangle$$

Выразим в другом виде:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{m_0 \langle \upsilon^2 \rangle}{2} \cdot n$$

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{кин} \rangle$$

где

$$\langle E_{кин} \rangle = \frac{m_0 \langle \upsilon^2 \rangle}{2}$$

- **среднее значение кинетической энергии** поступательного движения одной молекулы.

- Формула связывает давление газа со **средней кинетической энергией** молекул идеального газа.

+9

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{\upsilon}^2$$

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E}_K$$

$$p = \frac{1}{3} \rho \overline{\upsilon}^2$$

Постоянная Больцмана

Постоянная Больцмана связывает температуру, выраженную в энергетических единицах, с температурой, выраженной в кельвинах. Постоянную Больцмана можно определить только экспериментально. $\kappa = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Людвиг Больцман 1844-1906

$$E = \frac{3}{2}kT$$

Скорость теплового движения молекул

$$E = \frac{m_0 \overline{\mathrm{v}^2}}{2} = \frac{3}{2}kT \Rightarrow \mathrm{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$