ПРИМЕР ЗАПИСИ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЯ К ЧАСТИ I РГР №1

Задание: По данным выборки:

1. Составить дискретный вариационный ряд.
2. Построить полигон.
3. Найти средние характеристики:
   а) среднее выборочное $\overline{x}$;
   б) моду M_o;
   в) медиану M_e.
4. Найти характеристики вариации:
   а) размах вариации X_R ;
   б) дисперсию D;
   в) среднее квадратическое отклонение σ;
   г) коэффициент вариации V;
   д) ошибку выборочного среднего $S_{\bar{x}}$.
5. Сделать вывод.

Исходные данные:

Число отжиманий в упоре лежа

43	46	45	43	44	45	47	43	44	46
45	44	42	45	47	44	46	46	46	43
46	43	44	47	45	46	42	44	44	46
47	45	46	46	48	45	45	43	45	47
46	44	45							

Этапы выполнения:

1. Составим дискретный вариационный ряд

Все варианты расположим в порядке возрастания в первой строке таблицы, а частоту, с которой они встречаются в данной выборке – во второй строке.

Для облегчения определения частоты выделим одинаковые значения одним цветом.

x_i	42	43	44	45	46	47	48
n_i	2	6	8	10	11	5	1

Объем выборки ***n* = 43**.

Контроль: $n = 2 + 6 + 8 + 10 + 11 + 5 + 1 = 43$

Число отжиманий в упоре лежа

43	46	45	43	44	45	47	43	44	46
45	44	42	45	47	44	46	46	46	43
46	43	44	47	45	46	42	44	44	46
47	45	46	46	48	45	45	43	45	47
46	44	45							

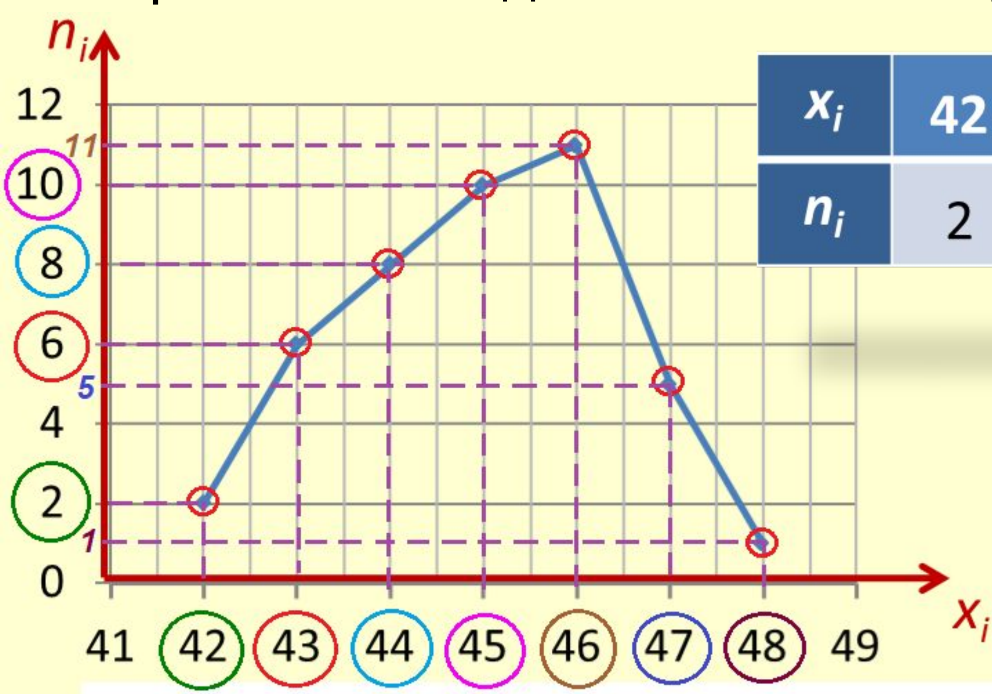
2. Построим полигон

Для построения полигона на оси *OX* отложим значения вариант x_i, а на оси *OY* – значения частот n_i. Длина единичного отрезка на осях может быть различной.

Замечание: обратите внимание, что горизонтальная ось «сжата», т.е. разметка начинается с числа, предшествующего наименьшему значению варианта (41 < 42) и содержит число, превышающее наибольшее значение (49 > 48).

Построим точки с данными в таблице координатами и соединим

x_i	42	43	44	45	46	47	48
n_i	2	6	8	10	11	5	1



В РГР полигон по указанным данным будет выглядеть так:

Замечание: проверьте на своем полигоне правильность разметки. Допустим, на оси частот вы выбрали 1 см – 2 единичных отрезка, тогда на разметке будет последовательность: 2, 4, 6, 8 и т.д.

3. Вычислим средние характеристики

а) Определим среднее вы

x_i	42	43	44	45	46	47	48
n_i	2	6	8	10	11	5	1

Вычисления оформим в виде таблицы:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$
42	2	84
43	6	258
44	8	352
45	10	450
46	11	506
47	5	235
48	1	48
	$\sum$	***1933***

Среднее выборочное округлим с той же точностью, с которой даны исходные значения (в нашем примере – с точностью до целых).

$$\bar{x} = \frac{1}{43} \cdot 1933 = 44{,}953 \approx 45$$

б) Определим моду:

В данном примере наибольшая частота – 11. Она соответствует значению x_i = 46.

x_i	42	43	44	45	46	47	48
n_i	2	6	8	10	11	5	1

$$M_0 = 46$$

Замечание:

1. ***Если два соседних значения имеют наибольшую частоту, то мода – их среднее арифметическое (не забудьте округлить результат с той же точностью, что и исходные значения).***
2. ***Если они не соседние, то ряд бимодальный (то есть имеет 2 моды).***
3. ***Если таких значений больше двух, то ряд моды не имеет.***

в) Определим медиану :

Выборку сначала необходимо проранжировать (расположить значения по возрастанию):

42 42 43 43 43 43 43 43 44 44

44 44 44 44 44 44 45 45 45 45

45 45 45 45 45 45 46 46 46 46

46 46 46 46 46 46 46 47 47 47

47 47 48

Объем выборки n = 43 является нечетным числом, следовательно S_x , где $k = \frac{n-1}{2}$.

Значит, $k = \frac{43-1}{2} = 21$, то есть S_x

22-ой по счету вариант в ранжированном ряду и будет медианой:

S_x

-

$s_{\bar{x}}$

$s_{\bar{x}}$

$s_{\bar{x}}$

$s_{\bar{x}}$

4. Вычислим характеристики вариации

а) Определим размах вариации :

$$X_R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$x_{\min} = 42 \quad x_{\max} = 48$$

$$X_R = 48 - 42 = 6$$

б) Определим дисперсию:

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 n_i$$

Вычисления оформим в виде таблицы:

$$\bar{x} = 45$$

x_i	n_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
42	2	-3	9	18
43	6	-2	4	24
44	8	-1	1	8
45	10	0	0	0
46	11	1	1	11
47	5	2	4	20
48	1	3	9	9
			$\sum$	***90***

Значение дисперсии следует округлить до тысячных.

$$S_{\bar{x}}$$

в) Определим среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{D}$$

Для использования в дальнейших расчетах значение округляется до тысячных, но для интерпретации в выводе округление производят с той же точностью, что и исходные значения (в нашем примере – округление до целых).

Для дальнейших расчетов:

$$s_x =$$

Для интерпретации в выводе:

$$s_x =$$

г) Определим коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\overline{x}} \cdot 100\%$$

Коэффициент вариации округляют до десятых долей процента, чтобы правильно оценить однородность выборки.

$$V = \frac{1,447}{43} \cdot 100\% = 3,36\ldots\% \approx 3,4\%$$

Степень варьируемости значений выборки

малая	$0\% \le V \le 10\%$	*выборка однородная и средний результат типичен для изучаемого признака*
средняя	$10\% < V \le 20\%$	*выборка относительно однородная и средний результат относительно типичен для изучаемого признака*
большая	$V > 20\%$	*выборка неоднородная и средний результат не типичен для изучаемого признака*

д) Определим ошибку выборочного среднего:

$$S_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$S_{\overline{x}}$$

5. Вывод. По данным числа отжиманий в упоре лежа 43 испытуемых средний результат составил 45 раз ± 0 раз. Степень рассеяния данных выборки от среднего результата составляет 1 отжимание. Чаще всего встречаемый результат в группе – 46 отжиманий. Одна половина спортсменов показала результаты лучше 45 отжиманий, а другая половина хуже. Отклонение результатов числа отжиманий в упоре лежа внутри группы равно 6 отжиманиям. Результаты исследования имеют малую варьируемость, что говорит об однородности выборки, то есть средний результат типичен для изучаемого признака.

$\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$ M_0 X_R σ $S_{\bar{x}}$ V

ПРИМЕР ЗАПИСИ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЯ К ЧАСТИ II РГР №1

Задание: По данным выборки:

1. Составить интервальный вариационный ряд.
2. Построить гистограмму.
3. Найти средние характеристики:

   а) среднее выборочное $\overline{x}$;

   б) моду M_o;

   в) медиану M_e.
4. Найти характеристики вариации:

   а) размах вариации X_R ;

   б) дисперсию D;

   в) среднее квадратическое отклонение σ;

   г) коэффициент вариации V;

   д) ошибку выборочного среднего $S_{\overline{x}}$.
5. Сделать вывод.

Исходные данные:

Бег на 100 м (юноши 9 классов)

16,2	15,5	14,3	16,6	15,8	15,4	14,5	14,8	16,1	15,8
15,3	16,0	13,7	16,1	16,2	15,3	15,5	14,8	14,3	16,2
15,3	15,8	14,2	15,8	14,2	15,4	14,7	12,8	16,9	15,0
16,8	16,0	14,6	15,6	16,1	17,8	15,6	15,0	15,6	15,0
16,2	15,5	13,6	16,4	15,2	15,9	15,0	14,2	16,4	14,2

Этапы выполнения:

1.Составим интервальный вариационный ряд

Определ

Так как *n* =

(значение ... ью до
десяты
десяты

Таблица значений $\lg n$

Объем выборки n	$\lg n$	Объем выборки n	$\lg n$	Объем выборки n	$\lg n$
10	1,0000	**27**	1,4314	**44**	1,6435
11	1,0414	**28**	1,4472	**45**	1,6532
12	1,0792	**29**	1,4624	**46**	1,6628
13	1,1139	**30**	1,4771	**47**	1,6721
14	1,1461	**31**	1,4914	**48**	1,6812
15	1,1761	**32**	1,5051	**49**	1,6902
16	1,2041	**33**	1,5185	**50**	1,6990
17	1,2304	**34**	1,5315	**51**	1,7076
18	1,2553	**35**	1,5441	**52**	1,7160
19	1,2788	**36**	1,5563	**53**	1,7243
20	1,3010	**37**	1,5682	**54**	1,7324
21	1,3222	**38**	1,5798	**55**	1,7404
22	1,3424	**39**	1,5911	**56**	1,7482
23	1,3617	**40**	1,6021	**57**	1,7559
24	1,3802	**41**	1,6128	**58**	1,7634
25	1,3979	**42**	1,6232	**59**	1,7709
26	1,4150	**43**	1,6335	**60**	1,7782

ов)

								16,1	15,8
								14,3	16,2
								16,9	15,0
								15,6	15,0
16,2	15,5	13,6	16,4	15,2	15,9	15,0	14,2	16,4	14,2

Найдем границы интервалов. Округление производить не надо.

Левой границей первого интервала будет число:

$$a_1 = x_{\min} - \frac{h}{2} \qquad a_1 = 12{,}8 - \frac{0{,}8}{2} = 12{,}4$$

Вычисляем далее до тех пор, пока полученное значение не станет равным или не превысит $x_{\max}$:

$$a_2 = a_1 + h \qquad a_2 = 12{,}4 + 0{,}8 = 13{,}2$$

$$a_3 = a_2 + h \qquad a_3 = 13{,}2 + 0{,}8 = 14{,}0$$

$$a_4 = 14{,}0 + 0{,}8 = 14{,}8$$

$$a_5 = 14{,}8 + 0{,}8 = 15{,}6$$

$$a_6 = 15{,}6 + 0{,}8 = 16{,}4$$

$$a_7 = 16{,}4 + 0{,}8 = 17{,}2$$

$$x_{\max} = 17{,}8 \qquad a_8 = 17{,}2 + 0{,}8 = 18{,}0$$

Определяем количество значений, которые входят в указанные интервалы.

Замечание: если число совпадает с границей интервала, то считается, что оно включено в тот интервал, для которого является правой границей. Например, число 14,0 будет включено во второй интервал 13,2-14,0, и не будет входить в интервал 14,0-14,8.

Результаты оформляем в виде таблицы:

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1

Объем выборки ***n = 50***.

Контроль: $n = 1 + 2 + 11 + 16 + 16 + 3 + 1 = 50$

Бег на 100 м (юноши 9 классов)

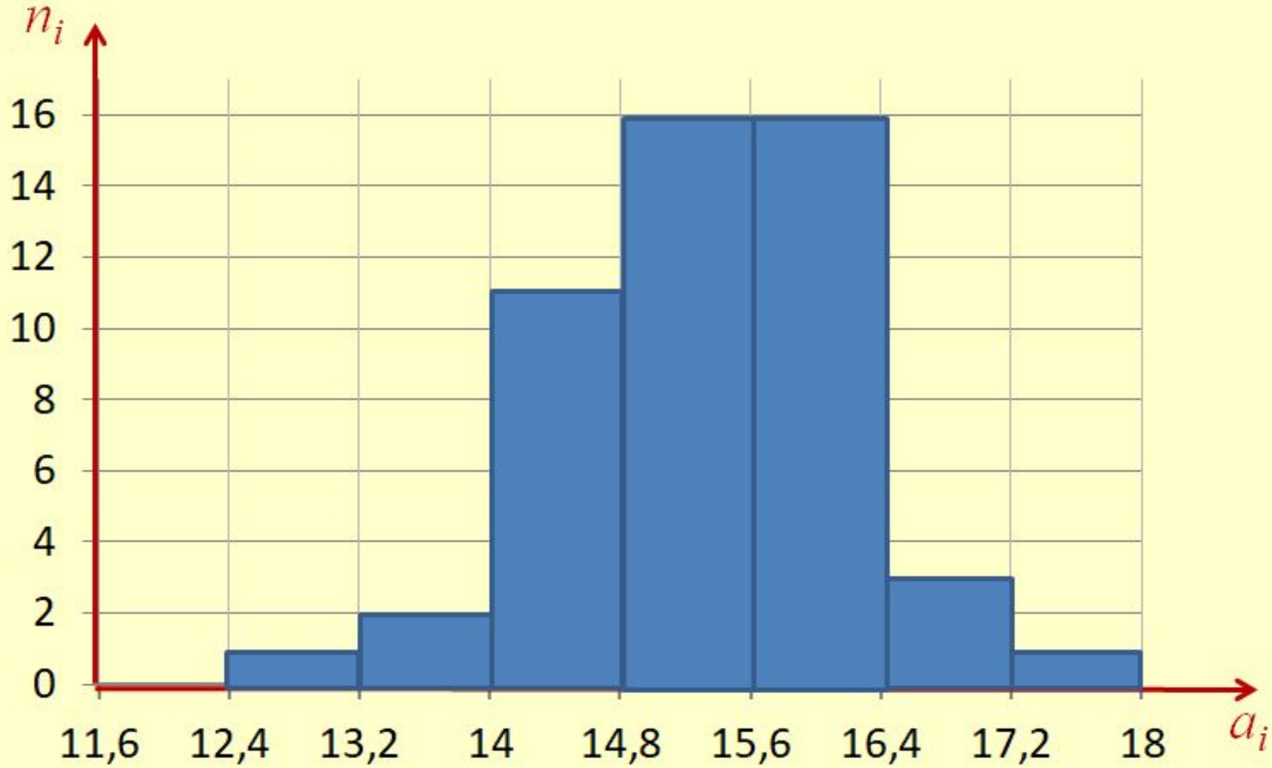
16,2	15,5	14,3	16,6	15,8	15,4	14,5	14,8	16,1	15,8
15,3	16,0	13,7	16,1	16,2	15,3	15,5	14,8	14,3	16,2
15,3	15,8	14.2	15,8	14,2	15,4	14,7	12,8	16,9	15,0
16,8	16,0	14,6	15,6	16,1	17,8	15,6	15,0	15,6	15,0
16,2	15,5	13,6	16,4	15,2	15,9	15,0	14,2	16,4	14,2

2. Построим гистограмму

Построим прямоугольники, основаниями которых являются интервалы, а высота равна частоте, указанной в таблице:

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1

Замечание: не забудьте указать на горизонтальной оси интервал, предшествующий первому:



Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1

$$S_x$$

Вычисления оформим в виде таблицы:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{x}_i n_i$$

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1

$\overline{x}_i$	n_i	$\overline{x}_i \cdot n_i$
12,8	1	12,8
13,6	2	27,2
14,4	11	158,4
15,2	16	243,2
16,0	16	256,0
16,8	3	50,4
17,6	1	17,6
	$\sum$	765,6

Результат округляем с той же точностью, с какой даны исходные значения:

$$s_{\overline{x}}$$

б) Определим моду:

Определим модальный интервал – тот, для которого частота принимает наибольшее значение.

Замечание: если таких интервалов 2, и они не соседние, то производится расчет для каждого отдельно, и ряд имеет 2 моды

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1

В данном примере рассматривается сложный случай: 2 соседних интервала имеют одинаковую наибольшую частоту. В этом случае они объединяются и рассматриваются как один интервал с границами 14,8-16,4.

Длина интервала h = 16,4 – 14,8 = 1,6.

Его частота n_i = 16 + 16 = 32.

Составим интервальный ряд в соответствии с внесенными изменениями. Теперь у нас только один модальный интервал. ***Замечание: если у вас в исходном ряду только один модальный интервал, то составлять новый не нужно, вы сразу производите расчет по формуле!***

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	32	3	1

$$M_0 = a_{1M_0} + h\frac{n_{M_0} - n_{M_0-1}}{2n_{M_0} - n_{M_0-1} - n_{M_0+1}}$$

$S_x =$

$S_x =$

Округляем результат с той же точностью, что и исходные значения.

в) Определим медиану:

Для определения медианного интервала найдем тот, для которого накопленная частота f_i (сумма частот данного интервала и всех предыдущих) превысит половину объема. Объем выборки $n = 50$, поэтому $f_i > 25$.

Вычисления оформим в виде таблицы:

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1
Накопленные частоты f_i	1 $1 < 25$	$1+2=3$ $3 < 25$	$3+11=14$ $14 < 25$	$14+16=30$ $30 > 25$			

Таким образом, медианным является интервал 14,8-15,6.

Интервалы	12,4-13,2	13,2-14,0	14,0-14,8	14,8-15,6	15,6-16,4	16,4-17,2	17,2-18,0
Частоты n_i	1	2	11	16	16	3	1

$$m_e = a_{1m_e} + h\frac{0,5n - f_{m_e-1}}{n_{m_e}}$$

$$S_{\bar{x}}$$

$$s_{\bar{x}}$$

Округляем промежуточные результаты до тысячных (при необходимости), а конечный результат с той же точностью, что и исходные значения (в данном примере с точностью до десятых).

4. Вычислим характеристики вариации

а) Определим размах вариации :

$$X_R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$x_{\min} = 12{,}8 \qquad x_{\max} = 17{,}8$$

$$X_R = 17{,}8 - 12{,}8 = 5{,}0$$

б) Определим дисперсию: $D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$

Вычисления оформим в виде таблицы (значения в ней можно не округлять или при необходимости округлить до тысячных):

$\bar{x}_i$	n_i	$\bar{x}_i - \bar{x}$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$
12,8	1	-2,5	6,25	6,25
13,6	2	-1,7	2,89	5,78
14,4	11	-0,9	0,81	8,91
15,2	16	-0,1	0,01	0,16
16,0	16	0,7	0,49	7,84
16,8	3	1,5	2,25	6,75
18,4	1	3,1	9,61	9,61
			Σ	***45,30***

$s_{\bar{x}}$

$s_{\bar{x}}$

Далее действуем так же, как и в части I.

в) Определим среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{D}$$

Для использования в дальнейших расчетах значение округляется до тысячных, но для интерпретации в выводе округление производят с той же точностью, что и исходные значения (в нашем примере – округление до десятых).

Для дальнейших расчетов:

$$S_{\bar{x}}$$

Для интерпретации в выводе:

$$S_{\bar{x}}$$

г) Определим коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Коэффициент вариации округляют до десятых долей процента, чтобы правильно оценить однородность выборки.

$$S_{\bar{x}}$$

Степень варьируемости значений выборки

малая	$0\% \leq V \leq 10\%$	*выборка однородная и средний результат типичен для изучаемого признака*
средняя	$10\% < V \leq 20\%$	*выборка относительно однородная и средний результат относительно типичен для изучаемого признака*
большая	$V > 20\%$	*выборка неоднородная и средний результат не типичен для изучаемого признака*

д) Определим ошибку выборочного среднего:

$$S_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$S_{\bar{x}}$$

5. Вывод. По данным результатов в беге на 100 м 50 испытуемых средний результат составил 15,3 ± 0,1 с. Степень рассеяния данных выборки от среднего результата составляет 1,0 с. Чаще всего встречаемый результат в группе – 15,5с. Одна половина бегунов показала результаты лучше 15,4 с, а другая половина хуже. Отклонение результатов в беге на 100 м внутри группы составляют 5,0с. Результаты исследования имеют малую варьируемость, что говорит об однородности выборки, то есть средний результат типичен для изучаемого признака.

$\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$ n M_0 X_R V $\boldsymbol{\sigma}$ m_e