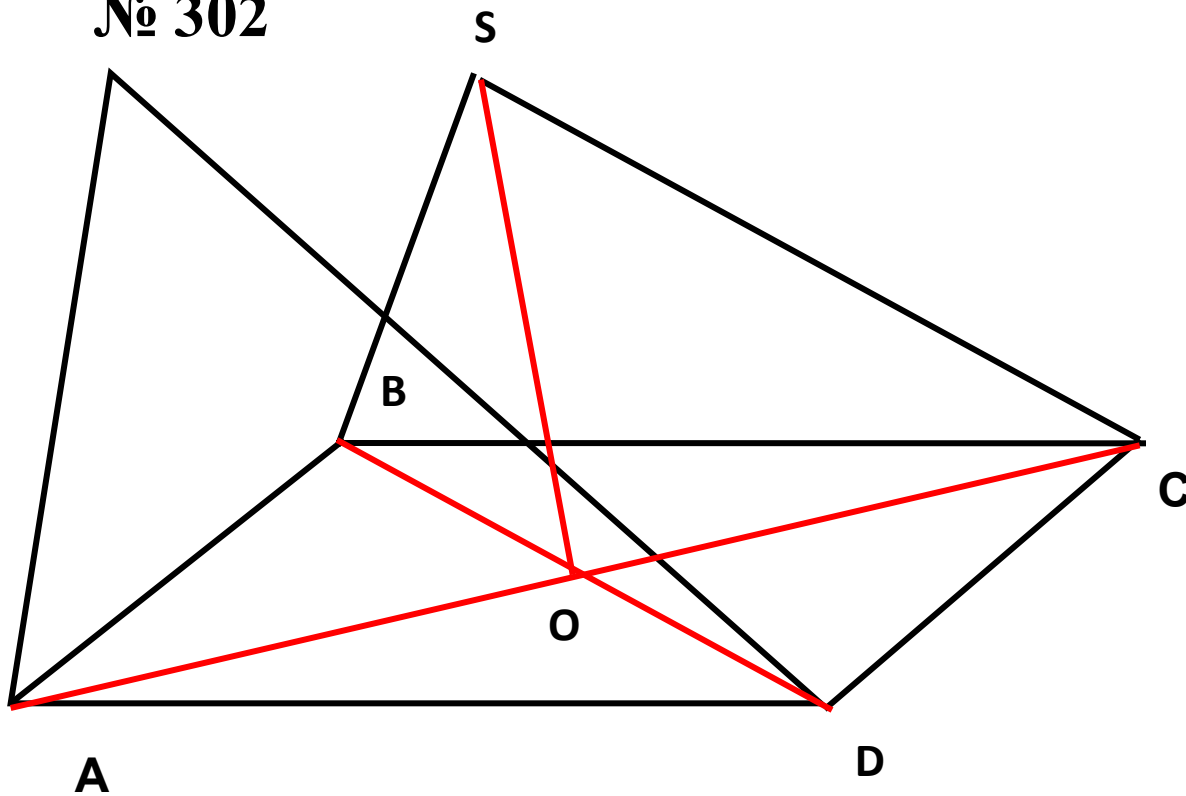


Тема урока:

Пирамида.

(решение задач)

№ 302



Дано:

$ABCD$ - пирамида

*O – точка
пересечения
диагоналей*

$AB = 3$ см

$AD = 7$ см

$AC = 6$ см

$SO = 4$ см

*Найдите: SA , SB ,
 SC , SD*

Решение:

1. $SABCD$ пирамида, $ABCD$ -параллелограмм

2. По свойству параллелограмма найдем:

$$BO = OD \text{ и } AO = OC$$

$$BO \perp \text{пл.} ABC, SO = 4 \text{ см}$$

$$\triangle OSB = \triangle OSD \text{ (по двум катетам), тогда } SB = SD;$$

$$\triangle AOS = \triangle COS \text{ (по двум катетам), тогда } SB = SC;$$

$$\text{Пусть } AO = OC = \frac{1}{2} AC = 3 \text{ см, } BO = OD = x$$

Из $\triangle ACD$ по теореме косинусов имеем:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 AC * CD * \cos A$$

$$7^2 = 6^2 + 3^2 - 2 * 6 * 3 * \cos A,$$

$$49 = 36 + 9 - 36 * \cos A,$$

$$36 \cos A = -4;$$

$$\cos A = -4/36 = -1/9$$

Из $\triangle COD$ по теореме косинусов имеем:

$$x^2 = 9 + 9 + 2 * 9 * 1/9 = 18 + 2 = 20, x = 2\sqrt{5} \text{ (см)}$$

Из прямоугольного $\triangle SOB$ по теореме Пифагора имеем:

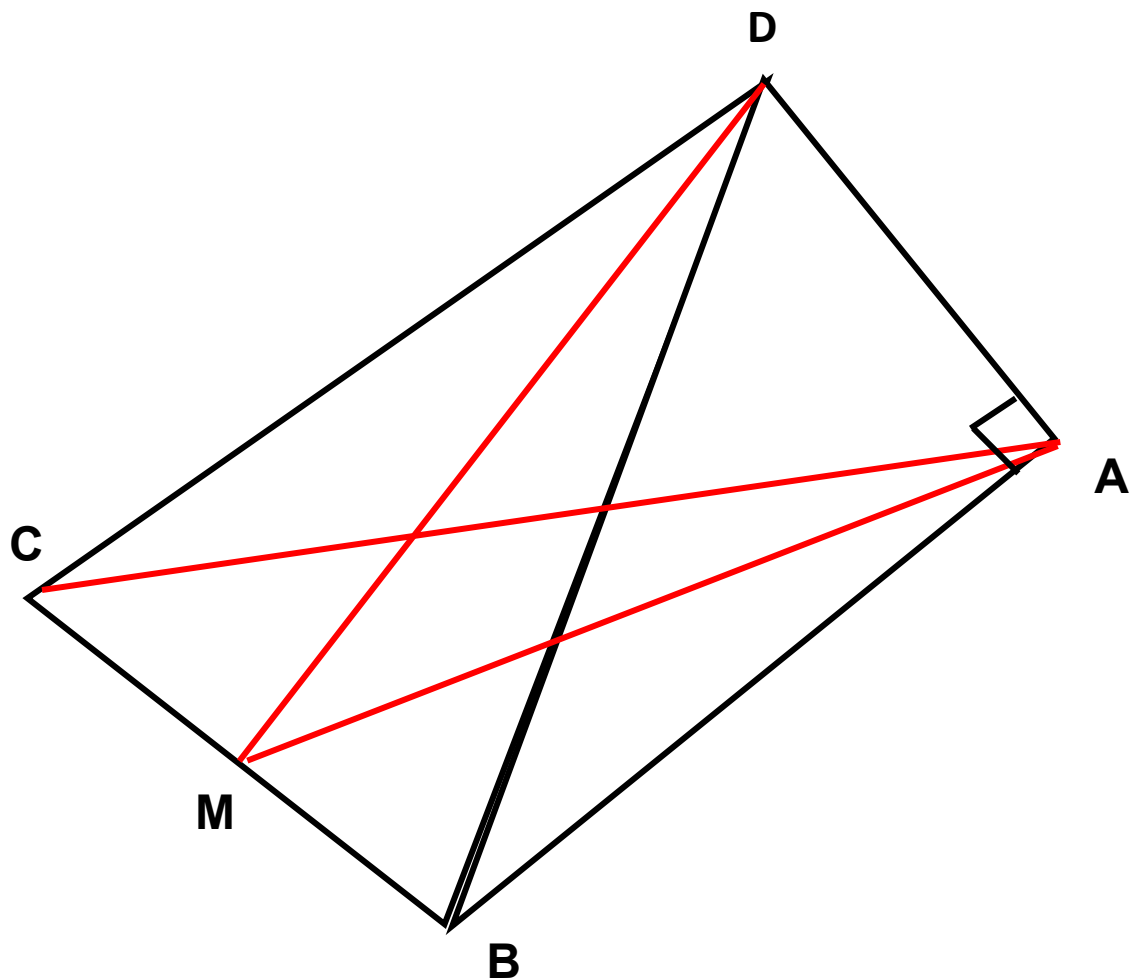
$$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 20} = \sqrt{36} = 6 \text{ (см)}$$

Из прямоугольного $\triangle SOC$ по теореме Пифагора имеем:

$$SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ см, } SC = SA = 5 \text{ см}$$

Ответ: 5 см 5 см 6 см 6 см

№ 310



Дано:

$DABC$ –

пирамида,

$DA \perp ABC$,

$AB = AC = 25$ см,

$BC = 40$ см,

$DA = 8$ см.

Найти S
бок

Решение:

1. $DABC$ пирамида, $DA \perp (ABC)$

$$2. S_{\text{бок}} = S_{ABD} + S_{ADC} + S_{BDC};$$

$$S_{\text{бок}} = S_{ADC} = DH * AC / 2 = 8 * 25 / 2 = 100 \text{ см}^2$$

Из $\triangle ABD$ по т. Пифагора имеем:

$$BD = \sqrt{AB^2 + DA^2} = \sqrt{25^2 + 8^2} = \sqrt{689} \text{ см.}$$

Из $\triangle BDM$ по т. Пифагора имеем:

$$AB^2 + DA^2 = \sqrt{25^2 + 8^2} = \sqrt{689} \text{ см}$$

$$DM^2 = BD^2 - BM^2 = 689 - 400 = 289,$$

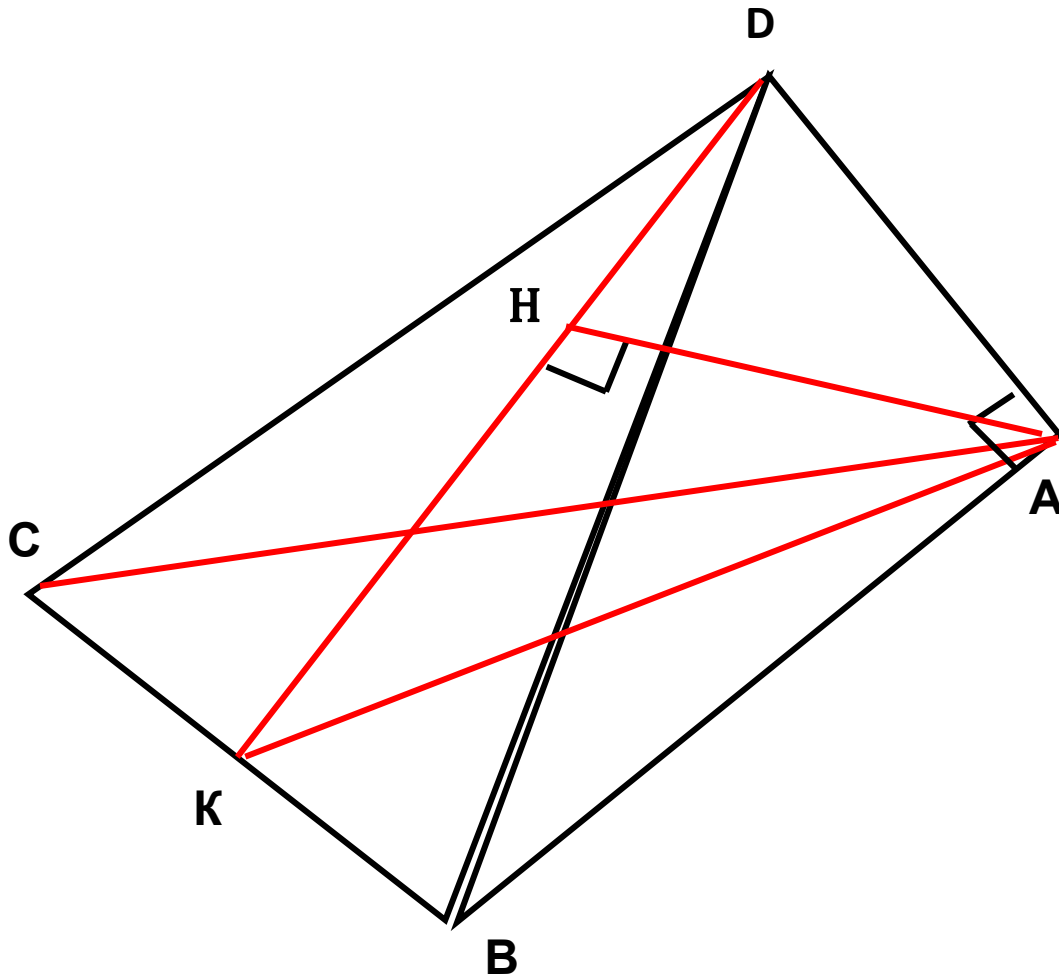
$$DM = 17$$

$$S_{BDC} = (DM * BM) * \frac{1}{2} * 2 = 17 * 20 = 340 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{бок}} = 100 + 100 + 340 = 540 \text{ см}^2$$

Ответ: 540 см^2

№ 311



Дано:

$DABC$ - пирамида,

ADC – основание,

$AC=13$ см,

$AB=15$ см,

$CB=14$ см,

$AD \perp ABC$,

$AD=9$ см.

Найти

а) $S_{n.n.}$

б) AH

Решение:

1. $DABC$ пирамида, $DA \perp (ABC)$

2. $\triangle DAB$ и $\triangle DAC$ прямоугольные

$$S_{BDA} = \frac{1}{2} DA * BA = \frac{1}{2} * 9 * 15 \text{ (см}^2\text{)}, S_{CDA} = \frac{1}{2} DA * CA = \frac{1}{2} * 9 * 13 \text{ (см}^2\text{)}.$$

По формуле Герона имеем:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } a = 14, b = 15, c = 13, \text{ а } p = (AB + AC + CB) / 2 = (13 + 14 + 15) / 2 = 21 \text{ см}$$

3. Построим $AK \perp BC$ и отрезок DK . По теореме о 3-х перпендикулярах имеем $DK \perp BC$.

Проведем в плоскости ADK отрезок $AH \perp DK$

$AH \perp DK$ – по построению, и $AH \perp BC$, т.к AH принадлежит пл. ADK то пл. $ADK \perp BC$.

AH перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости BKD , а значит $AH \perp$ пл. BKD .

4. Точка $H \in DK$, а DK - высота грани DBC

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} BS * DK.$$

Из $\triangle ADK$ по т. Пифагора

$$DK = \sqrt{DA^2 + AK^2} = \sqrt{81 + AK^2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK * BC = \frac{1}{2} AK * 14$$

$$\frac{1}{2} AK * 14 = 84$$

$$AK = 12 \text{ см}$$

$$DK = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ см}$$

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} * 14 * 15 = 7 * 15 = 105 \text{ см}^2$$

$$S_{n.n.} = 9 * 15 / 2 + 9 * 13 / 2 + 84 + 105 = \\ = 9 * 28 / 2 + 189 = 315 \text{ см}^2$$

$$KD = \sqrt{AK^2 + DA^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ см}$$

$$\sin A = DA / KD = 9 / 15 = 3 / 5$$

$$\text{Из } \triangle KHA, AH = KA * \sin A = 12 * 3 / 5 = 36 / 5 = 7,2 \text{ см}$$

Ответ: 315 см^2 ; 7.2 см