

*** КУРС ЛЕКЦИЙ**

ПО ЭЛЕКТРОНИКЕ И СХЕМОТЕХНИКЕ

Санкт-Петербург
Политехнический университет
2020

© Супрун А.Ф., 2020

* Лекция № 1.

Введение в курс.

Электрические цепи

1. Введение (среда Multisim)
2. Основные понятия теории цепей и определения
3. Элементы электрических цепей
4. Электрическая цепь, эквивалентная схема и уравнения соединений

* Список литературы:

- Введение в Multisim. Трёхчасовой курс. - 2006

- Multisim 11 User Guide

- *Антонью А.* Цифровые фильтры: анализ и проектирование. М.: Радио и связь, 1983.

- П.Хоровиц, У. Хилл Искусство схемотехники.

- *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М. Высшая школа, 1984

- *Г.А. Кардашев* Цифровая электроника на персональном компьютере

- Electronics Workbench и Micro-Cap - Москва: Горячая линия - Телеком, 2003 - 311 с.

- *Кучумов А.И.* Электроника и схемотехника М. «Гелиос АРВ» 2011.

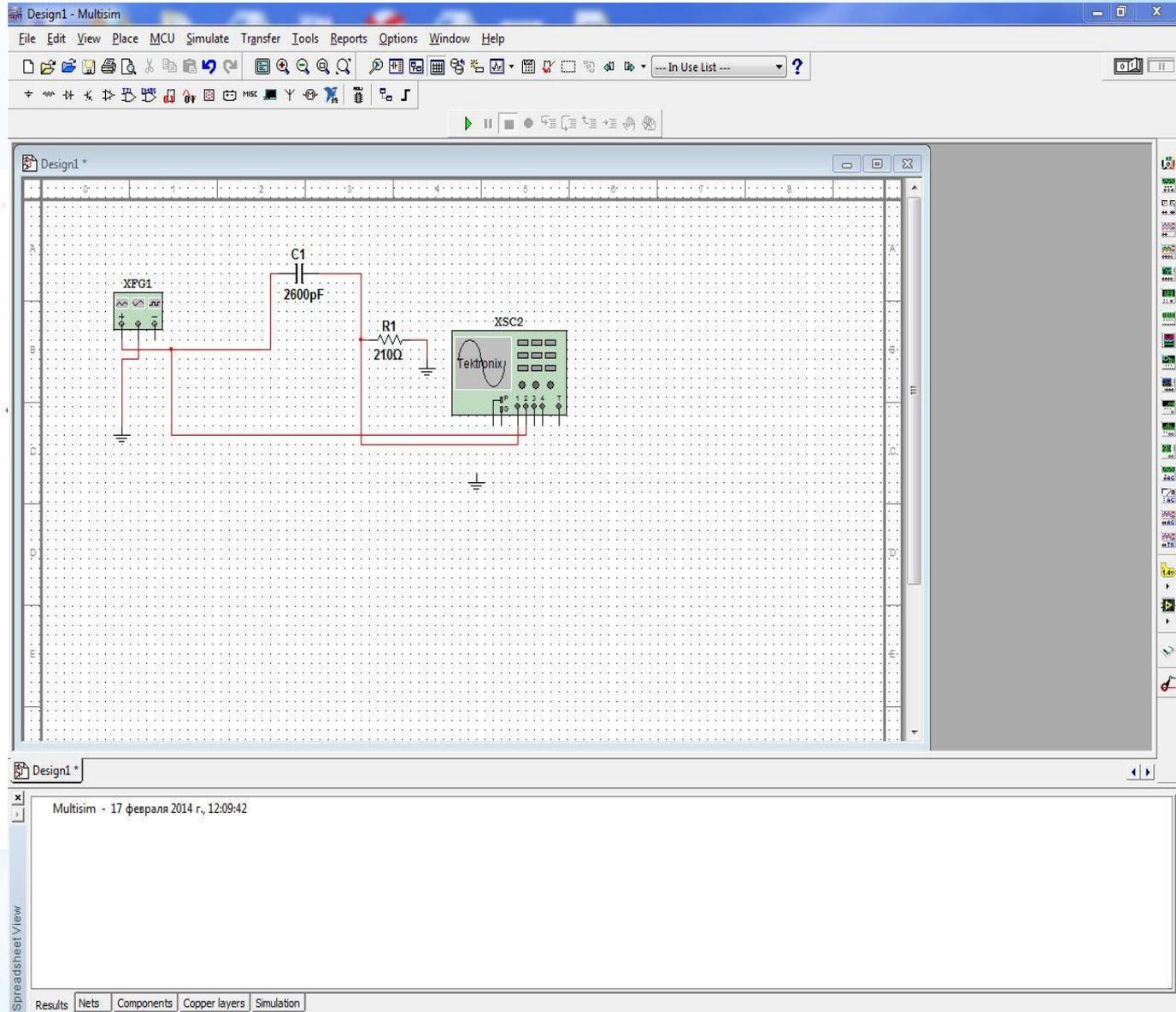
- *М.Е. Хернтер Multisim* Современная система компьютерного моделирования и анализа схем электронных устройств - Москва: - Издательский дом ДМК-пресс, 2006. - 448 с.

- *Супрун А.Ф.* Электроника и схемотехника, Спб изд. СПбГПУ, 2014.

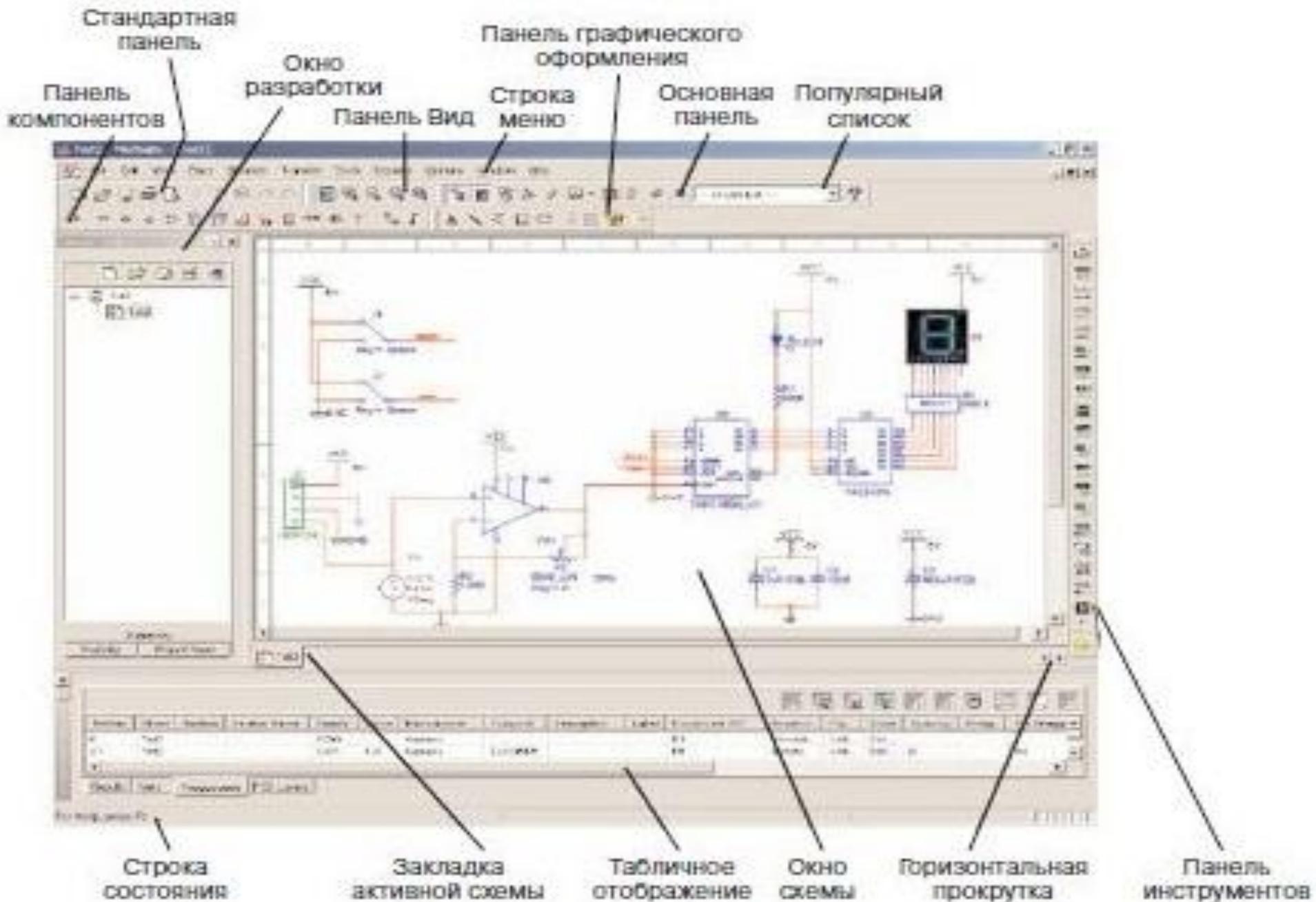
-*Супрун А.Ф.* Электроника и схемотехника (лабораторный практикум) Спб изд. СПбГПУ, 2014

* Работа с программой Multisim включает три основных этапа: создание схемы, выбор и подключение измерительных приборов, активация схемы для расчета (изучения) процессов, протекающих в исследуемом устройстве.

* Общие сведения о программе моделирования Multisim



* Среда Multisim



Возможные обозначения приставок и множителей

Приставка	Обозначение, русское	Обозначение <u>Multisim</u>	Множитель
<u>Тера</u>	Т	T	10^{12}
<u>Гига</u>	Г	G	10^9
Мега	М	M	10^6
Кило	к	k	10^3
Милли	м	m	10^3
Микро	<u>МК</u>	u	10^{-6}
Нано	н	n	10^{-9}
Пико	п	p	10^{-12}
<u>Фемто</u>	ф	f	10^{-15}
<i>Другие обозначения</i>			
Вольт	В	V	напряжение
Ампер	А	A	ток
Ватт	Вт	W	мощность
Герц	Гц	<u>Hz</u>	частота
Секунда	с	S	время

Горячие клавиши

<u>Ctrl+N</u>	Создать новый файл
<u>Ctrl+O</u>	Открыть файл
<u>Ctrl+S</u>	Сохранить текущий файл
<u>Ctrl+P</u>	Печать графиков / текущий файл
<u>Ctrl+Z</u>	Отмена действия
<u>Ctrl+X</u>	Вырезать
<u>Ctrl+C</u>	Копировать
<u>Ctrl+V</u>	Вставить
<u>Ctrl+D</u>	Открывает Circuit Description Box
<u>Ctrl+F</u>	Поиск
<u>Delete</u>	Удалить выделенную группу
<u>Ctrl+W</u>	Выбор устройств
<u>Ctrl+J</u>	Вставка узла
<u>Ctrl+Q</u>	Добавление провода
<u>Ctrl+I</u>	Вставка коннектора
<u>Ctrl+B</u>	Вставка подсхемы
<u>Ctrl+T</u>	Вставка текста
F5	Запуск схемы
F6	Пауза
<u>Alt+Y</u>	Зеркальное отображение по вертикали
<u>Alt+X</u>	Зеркальное отображение по горизонтали
<u>Ctrl+R</u>	Поворот на 90 вправо
<u>Ctrl+Shift+R</u>	Поворот на 90 влево
Клавиши курсора	Перемещает выделенное устройство влево, вправо, вверх, вниз

* База данных Master Database разделена на группы:

- * 1) **Sources**. Содержит все источники напряжения и тока, заземления.
- * 2) **Basic**. Содержит основные элементы схемотехники: резисторы, индуктивности, емкости, ключи, трансформаторы, реле и т.д.
- * 3) **Diodes**. Содержит различные виды диодов.
- * 4) **Transistors**. Содержит различные виды транзисторов: pnp-, npn-транзисторы, биполярные транзисторы, МОП-транзисторы, КМОП-транзисторы и т.д.
- * 5) **Analog**. Содержит все виды усилителей: операционные, дифференциальные, инвертирующие и т.д.
- * 6) **TTL**. Содержит элементы транзисторно-транзисторной логики.
- * 7) **CMOS**. Содержит элементы КМОП-логики.
- * 8) **Advanced-Peripherals**. Содержит подключаемые внешние устройства (дисплеи, терминалы, клавишные поля).
- * 9) **Indicators**. Содержит измерительные приборы(вольтметры, амперметры), лампы и т.д.

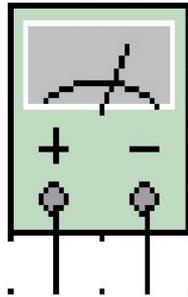
*

.....

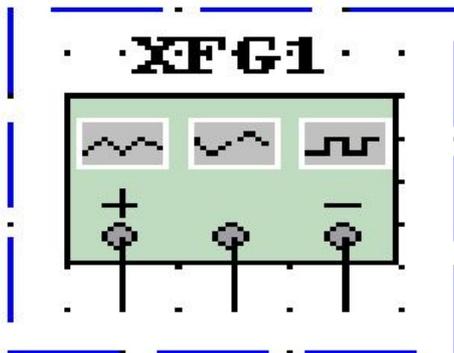
* Виртуальные приборы

* 1. Мультиметр.

XMM1



* Генератор сигналов



The screenshot shows a software window titled "Function Generator-X...". The window is divided into several sections:

- Waveforms:** A horizontal bar containing three icons for different waveforms: a sine wave, a triangular wave, and a square wave.
- Signal Options:** A table of settings for the signal generator.
- Buttons:** A "Set Rise/Fall Time" button is located below the Signal Options table.
- Terminals:** At the bottom of the window, there are three terminals labeled "+", "Common", and "-", each with a circular connection point.

Parameter	Value	Unit
Frequency	1	Hz
Duty Cycle	50	%
Amplitude	10	Vp
Offset	0	V

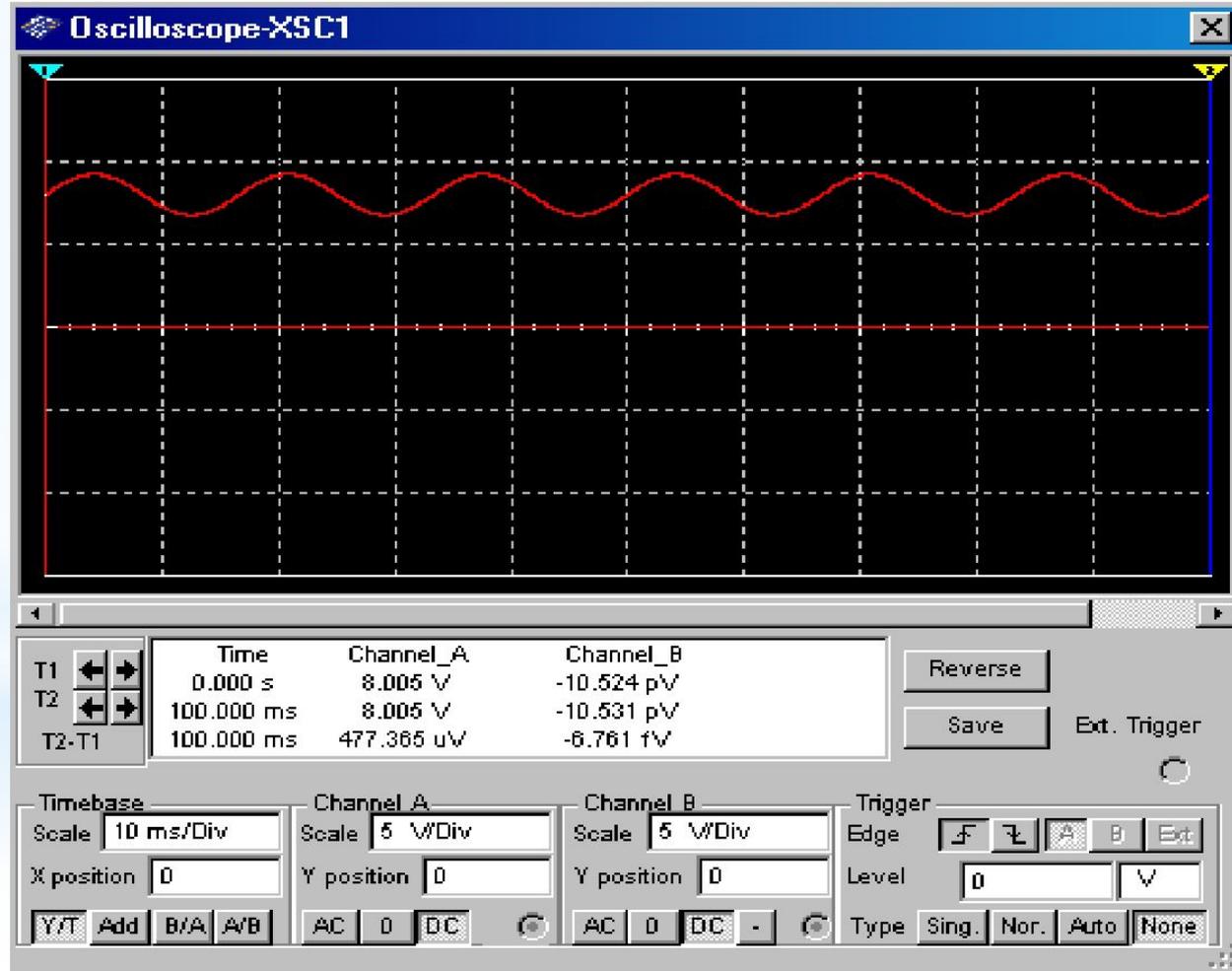
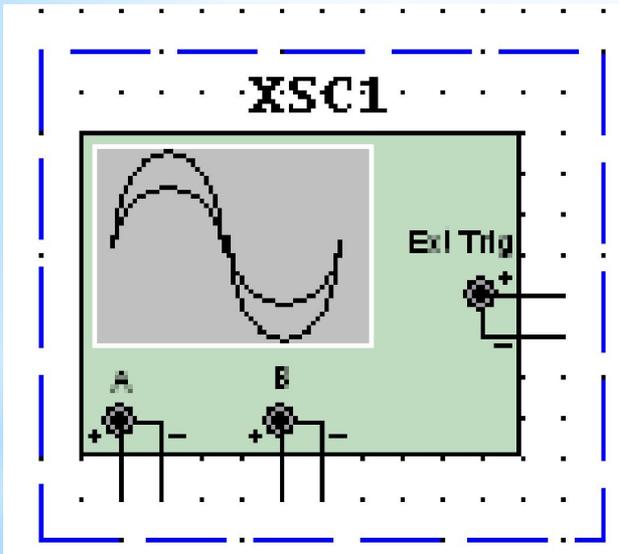
* Осциллограф

* В Multisim есть следующие осциллографы:

* - 2-х канальный;

* - 4-х канальный; - осциллограф смешанных сигналов Agilent 54622D;

* - 4-х канальный цифровой



* Построитель частотных характеристик (Бодэ Плоттер)

- * Отображает относительный фазовый или амплитудный отклик входного и выходного сигналов. Для анализа фильтров и др.

The image shows the Bode Plotter-XBP1 software interface. On the left, there is a schematic of the XBP1 component with IN and OUT ports. The main window displays a black plot area. On the right, there are controls for Mode (Magnitude/Phase), Horizontal (Log/Lin) and Vertical (Log/Lin) axes, frequency and gain input fields, and buttons for Reverse, Save, and Set....

Mode: Magnitude (selected), Phase

Horizontal: Log (selected), Lin

Vertical: Log (selected), Lin

F: 1 GHz

I: 1 mHz

F: 0 dB

I: -200 dB

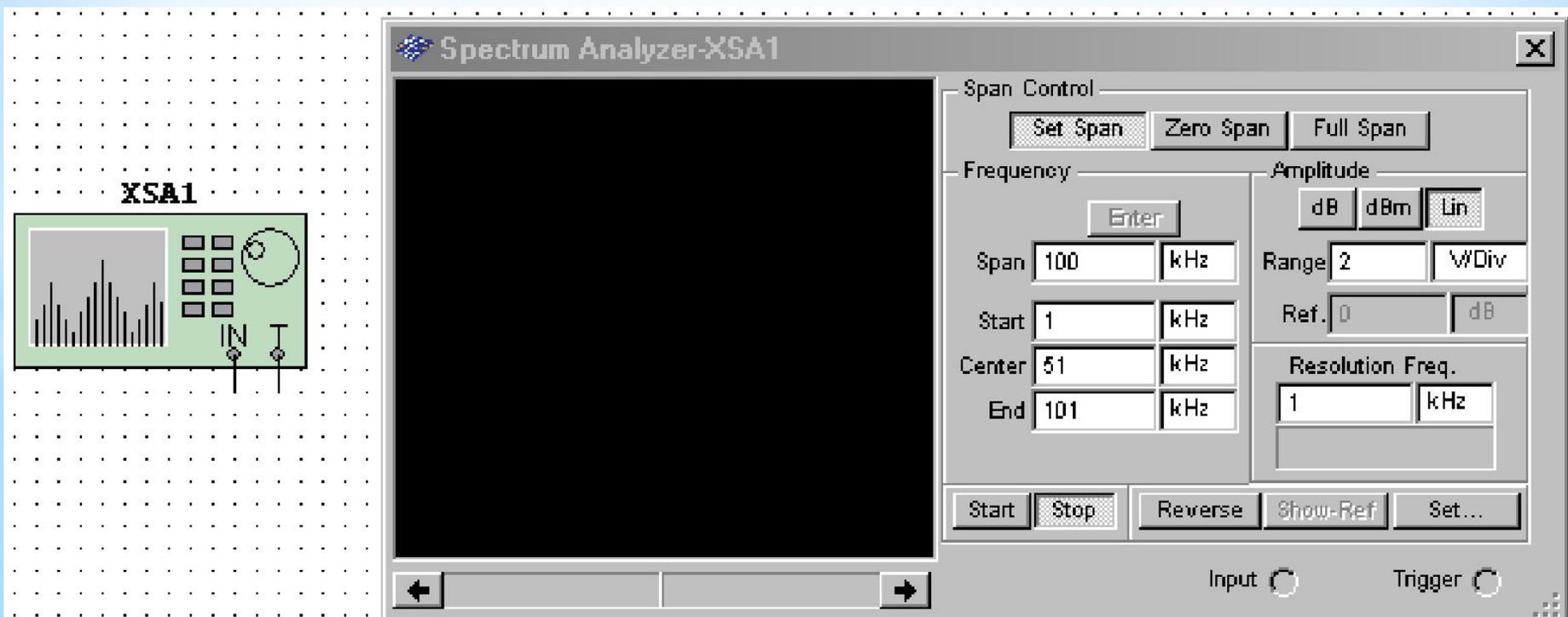
Controls: Reverse, Save, Set...

Buttons: + In - + Out -

*Спектральный анализатор

*Спектральный анализатор (spectrum analyzer) служит для измерения амплитуды гармоники с заданной частотой. Также он может измерить мощность сигнала и частотных компонент, определить наличие гармоник в сигнале.

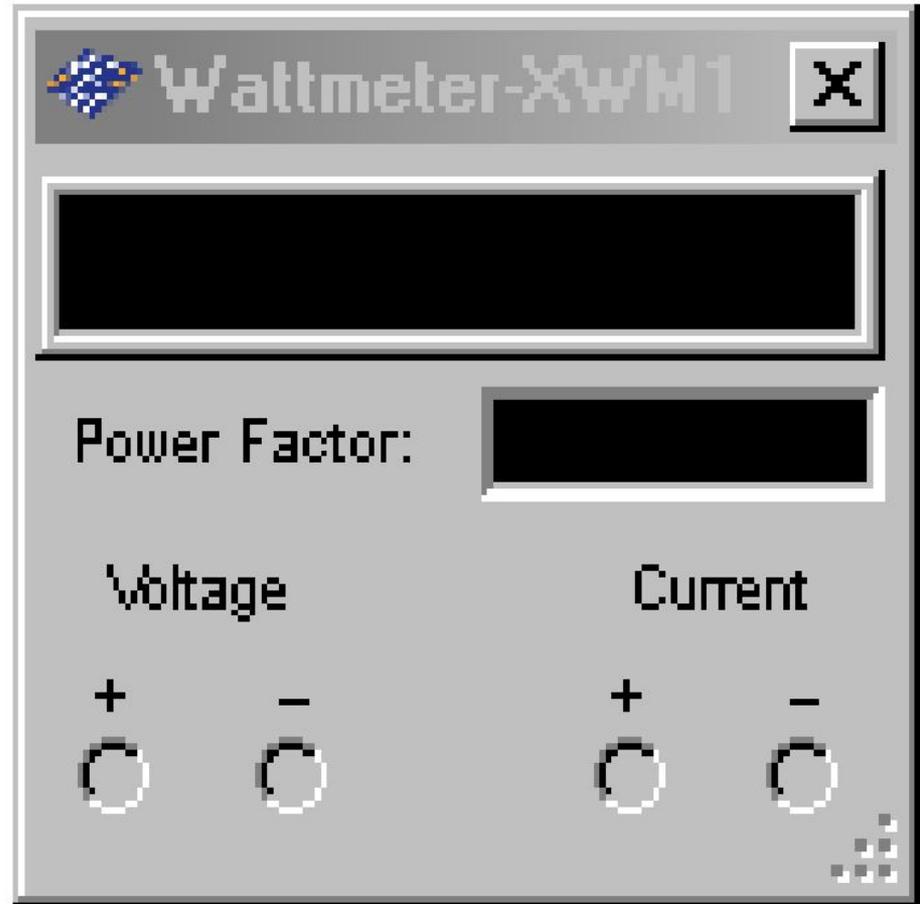
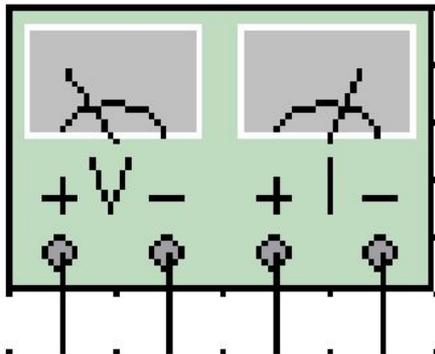
*Результаты работы спектрального анализатора отображаются в частотной области, а не во временной!!!



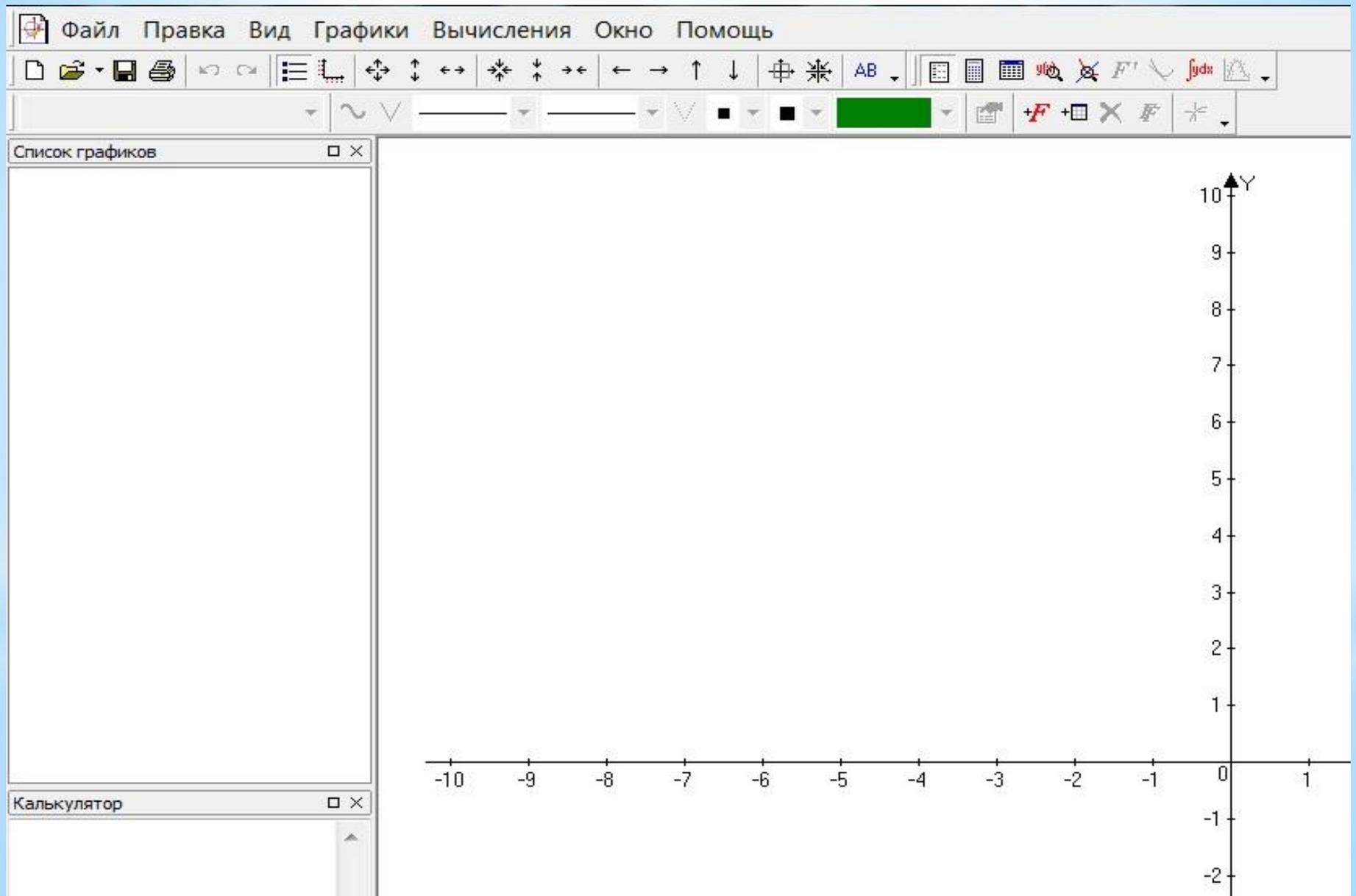
* Ваттметр

- * Прибор предназначен для измерения мощности и коэффициента мощности.

XWM1



* Программа графопостроителя Advanced Grapher



*

Программа **Advanced Grapher** позволяет:

1. Строить разнообразные графики на плоскости.
2. Проводить исследование функций.
3. Находить приближенно корни алгебраического уравнения.
4. Находить точки экстремума функции одной переменной.
5. Получать аналитическое выражение для производной.
6. Выполнять численное интегрирование.
7. Графически решать неравенства.
8. Осуществлять регрессионный анализ и т.д.

* Задание на лабораторную работу №1

- * 1. Изучить основы работы в среде Multisim в соответствии с руководством по лабораторному практикуму.
- * 2. Построить последовательно-параллельную замкнутую цепь из резисторов. Задать произвольные значения параметров. Подключить источник постоянного напряжения.
- * 3. Замерить токи в ветвях, падение напряжений на элементах цепи.
- * 4. Произвести расчет измеренных параметров исследуемой схемы с использованием закона Ома для замкнутой цепи.
- * 5. Подключить источник переменного напряжения.
- * 6. С помощью осциллографа замерить амплитуды падения напряжений на элементах цепи, посмотреть форму напряжения.
- * 7. Представить отчет по работе преподавателю, ответить на контрольные вопросы, получить зачет по работе.

Этапы развития Электроники

ПЕРВЫЙ ЭТАП

1. 1887 году нем. физик Г. Герц экспериментально показал существование электромагнитных волн.
2. Через 8 лет А.С. Попов и Г. Маркони. Передача информации. Эти грандиозные события в науке конца 19 и начала 20 веков можно по праву считать первым периодом в истории электроники, связанным с простейшими передатчиками ключевого действия и способными воспринимать их сигналы приемниками.

ВТОРОЙ ЭТАП

Эпоха вакуумных ламп (начало 20 века), которая ознаменовала собой возможность претворения в жизнь смелых идей по значительному увеличению дальности связи, зарождению РЛ и др.. Развитию радиоэлектронных систем передачи информации способствовали фундаментальные работы В.А. Котельникова по оптимальным методам приема сигналов на фоне помех и К. Шеннона по теории информации.

ТРЕТИЙ ЭТАП

1. Появление элементов на твердом теле (середина 20 века). Совершенствование технологии изготовления малых, больших и сверхбольших интегральных схем (БИС, СБИС).
2. Производство кристаллов кремния.
3. Развитие технологии СБИС.
4. Создание еще более совершенных ВУ, обладающих высочайшей производительностью.
5. Использование космических технологий для производства сверхчистых кристаллов .

* **Определение:** *схемотехника*, как научно-техническое направление, охватывает проблемы анализа и синтеза электронных устройств радиотехники, связи, автоматики, вычислительной техники и др.

* **Цель:** обеспечить оптимальное выполнение электронными устройствами заданных функций и расчет параметров входящих в них элементов. (*Большой энциклопедический словарь*).

* **Предмет изучения схемотехники** — это схемы:

1. Электрическая схема — это условное графическое представление некоторой электрической цепи. В зависимости от назначения и задач исследования используются различные виды схем (структурная схема, функциональная схема, **принципиальная схема**, **эквивалентная схема** и др.).

2. Схема — это сама электрическая цепь (например, **интегральная схема**).



ПРОЕКТИРОВАНИЕ включает: - **синтез** — создание схемы некоего устройства из отдельных деталей или блоков.

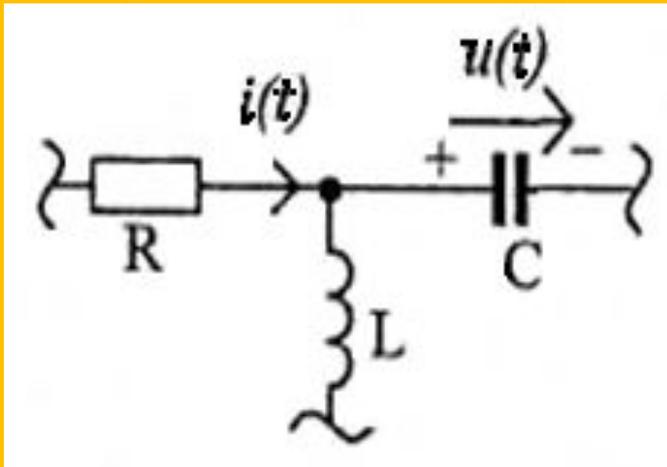
- **анализ** — исследование поведения и свойств большой системы на основании информации о свойствах её составляющих.

ЭЛЕКТРОНИКА: изучаются физические основы функционирования электронных устройств.

Рассматривается достаточно «низкий» физический уровень, то есть взаимодействие **электронов** с электромагнитными полями.

* 2. Основные понятия теории цепей и определения

Электрической цепью называют совокупность связанных между собой электрических элементов, по которым протекает электрически ток.



$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$W = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau.$$

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t)i(t).$$

Электрическое напряжение рассматривается как физическая причина, обуславливающая возникновение тока в цепи.

$$u = \frac{dW}{dq}.$$

*3. Элементы электрических цепей

Идеальный резистор - это элемент, в котором электрическая энергия превращается в тепло. Считаем, что даже частично энергия тока не превращается в энергию электрического поля, как в конденсаторе, или в энергию магнитного поля, как в катушке индуктивности.

Для обозначения резистора используются буквы R или r .

Идеальный конденсатор - это элемент, в котором энергия электрического тока превращается только в энергию электрического поля. Для обозначения конденсатора используется буква C .

Идеальная катушка индуктивности - это элемент, где энергия электрического тока превращается в энергию магнитного поля. Для обозначения катушки используется буква L .

Идеальный источник напряжения - это устройство, на зажимах которого поддерживается заданное напряжение при любом конечном токе через него.

Идеальный источник тока - это элемент, генерирующий заданный ток через любую нагрузку, сопротивление которой конечно.

* Уравнения идеальных элементов

* Уравнение резистора

$$u = Ri,$$

* Уравнение конденсатора

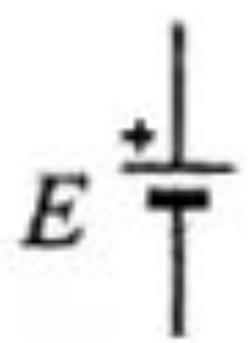
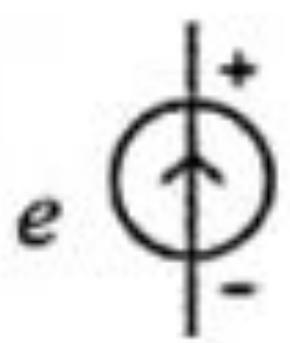
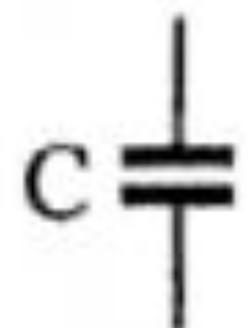
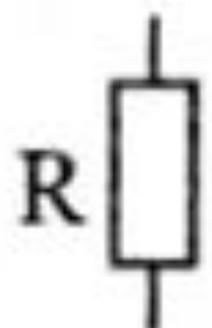
вольткулонная характеристика конденсатора $Q=Cu$,

$$i = C \frac{du}{dt}.$$

* Уравнение индуктивности

полный магнитный поток катушки индуктивности: $\psi=Li(t)$,

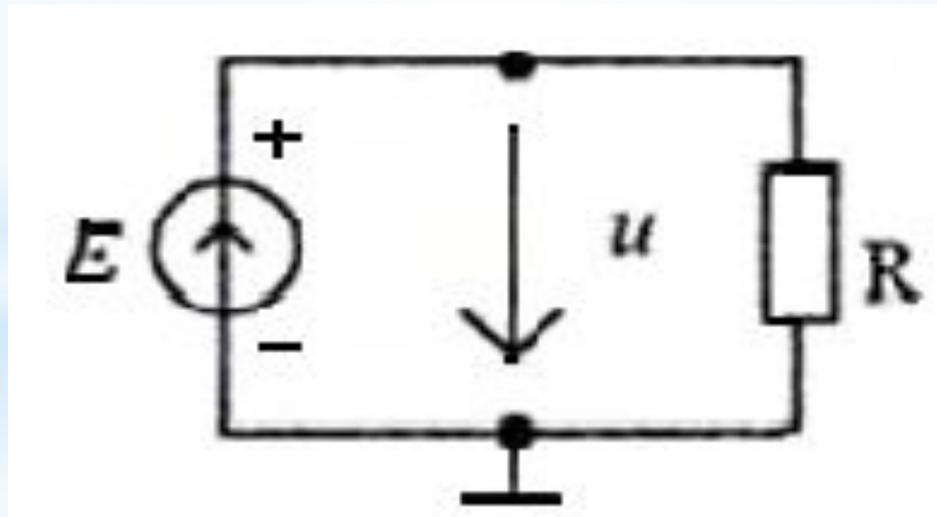
$$u(t) = L \frac{di}{dt}.$$

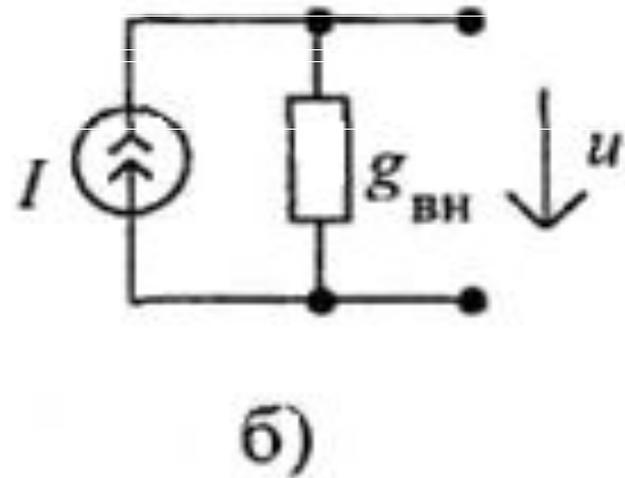
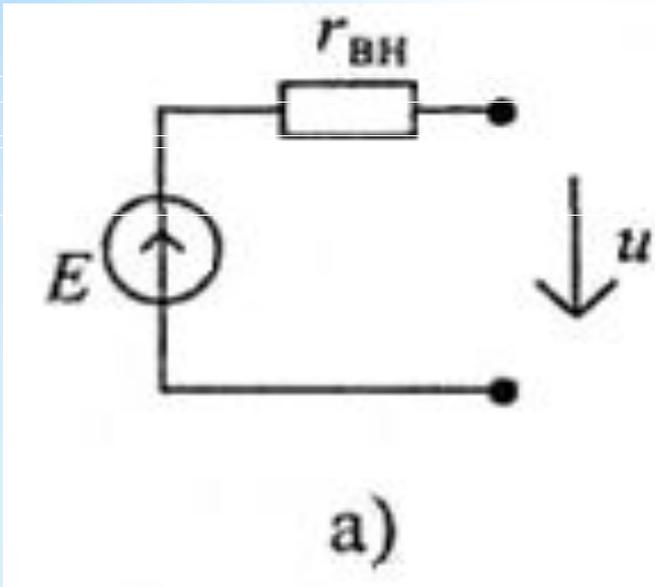


* ЭДС равна отношению энергии сторонних сил dW_c , необходимой для перемещения положительного заряда dq , к величине этого заряда: $E = dW_c / dq$. За положительное направление ЭДС принимается направление действия сторонних сил на положительный заряд.

Напряжение и ЭДС источника направлены в разные стороны, но всегда равны друг другу: $E = u$

Внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю.





$$u = \frac{ER_H}{r_{BH} + R_H}$$

$$P = \left(\frac{E}{r_{BH} + R_H} \right)^2 R_H$$

$$u = \frac{I \frac{1}{g_{BH}} R_H}{\frac{1}{g_{BH}} + R_H}$$

$$E = I r_{BH}$$

$$r_{BH} = \frac{1}{g_{BH}}$$

Условие равенства напряжения на нагрузке

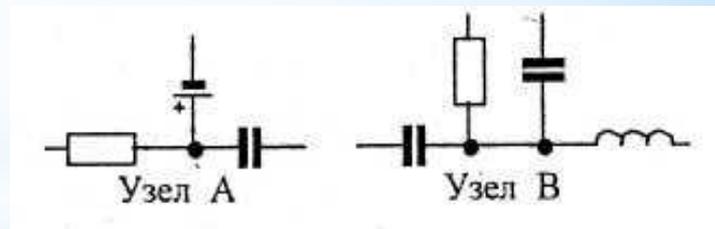
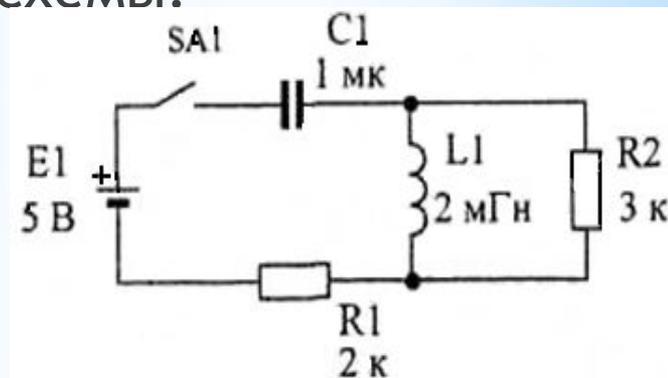
* 4. Электрическая цепь, эквивалентная схема и уравнения соединений

* Электрическая схема цепи это рисунок, изображающий соединения реальных радиоэлементов. Для проведения расчетов используются эквивалентные схемы.

Эквивалентная схема — это представление соединения и взаимосвязи реальных элементов с помощью идеальных элементов. Если паразитные взаимосвязи в схеме малы и все элементы цепи используются в заданных пределах частот, напряжений и токов, то эквивалентная схема будет совпадать с электрической - схемы будут одинаковыми.

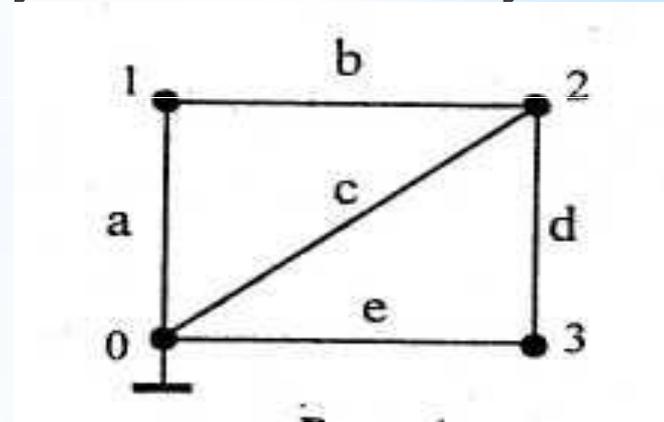
Узел — это место (точка) соединения нескольких элементов цепи.

Ветвь — это часть цепи, которая включена между узлами. Ветвь может состоять из одного элемента. Ветвь обозначают отрезком линии. Несколько ветвей при расчетах можно объединять в одну ветвь



* Представление цепи в виде совокупности ветвей и узлов называют графом цепи.

* *Контур* цепи — это замкнутый путь из ветвей.



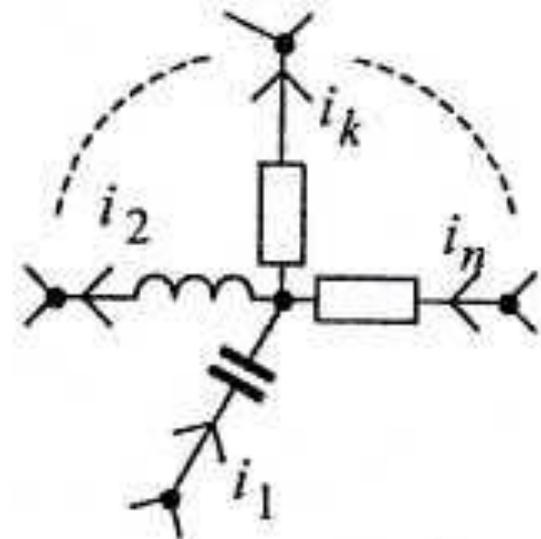
Уравнения соединений:

1. Первый закон Кирхгофа. Устанавливает взаимосвязь токов в узле.

В узле заряды не могут накапливаться или исчезать.

Сумма токов, втекающих в узел, равна сумме токов, вытекающих из узла

$$\sum_{k=1}^n \pm i_k = 0,$$



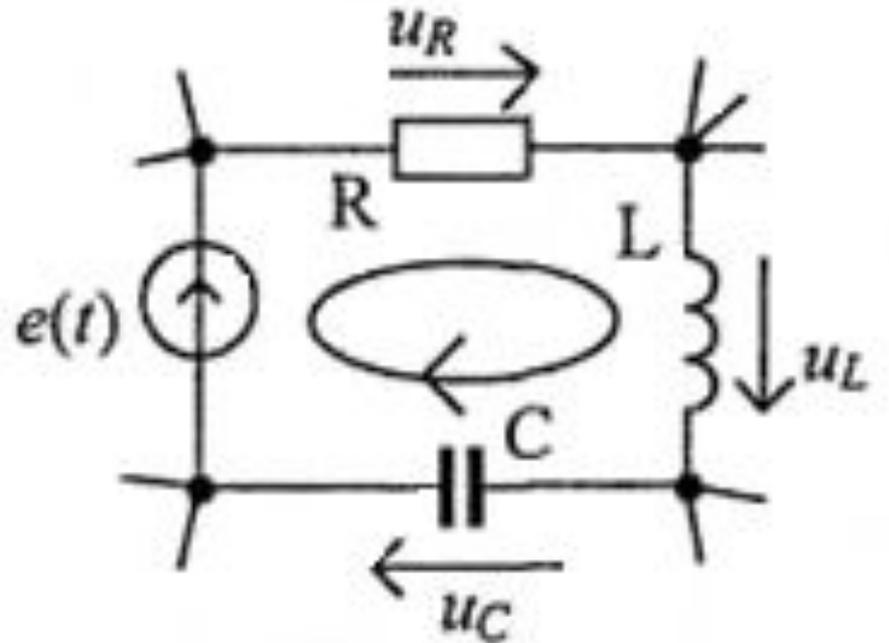
*2. Второй закон Кирхгофа.

Устанавливает взаимосвязь напряжений и ЭДС в контурах цепи. По закону сохранения энергии работа сторонних сил в контуре равна работе сил электрического поля. Продифференцировав уравнение, связывающее эти энергии (работы), по заряду, получаем соотношение $e = U_R + U_L + U_C$,

Закон: В любом контуре цепи алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений

Для контура, включающего n ЭДС и p ветвей, используется следующая математическая запись второго закона Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n \pm e_k = \sum_{m=1}^p \pm u_m,$$



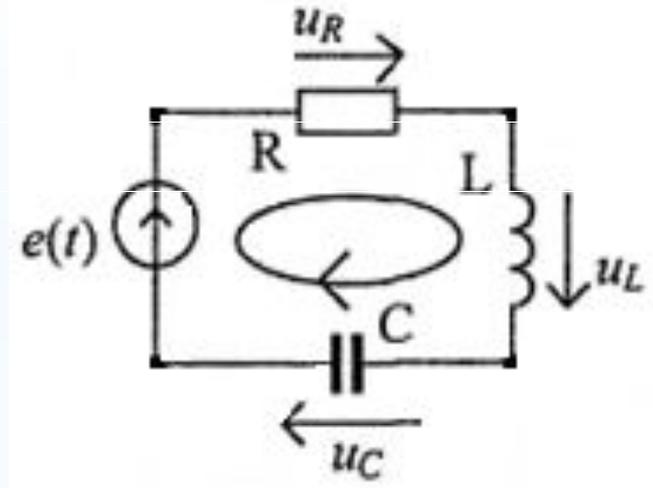
*Пример. Дана цепь.

Решение.

По второму закону Кирхгофа:

$e(t) = u_R + u_L + u_C$, или

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$



Дифференцируя это выражений получим дифференциальное уравнение электрической цепи для одной из неизвестных величин — тока цепи:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{de}{dt}$$

Если в цепи имеется хотя бы один нелинейный элемент, то цепь становится нелинейной. Нелинейная цепь описывается нелинейным дифференциальным уравнением.

Для параметрической цепи, получим параметрическое дифференциальное уравнение

* *Потенциальная диаграмма*

Под потенциальной диаграммой понимают график распределения потенциала вдоль какого-либо участка цепи, или замкнутого контура.

Энергетический баланс в электрических цепях

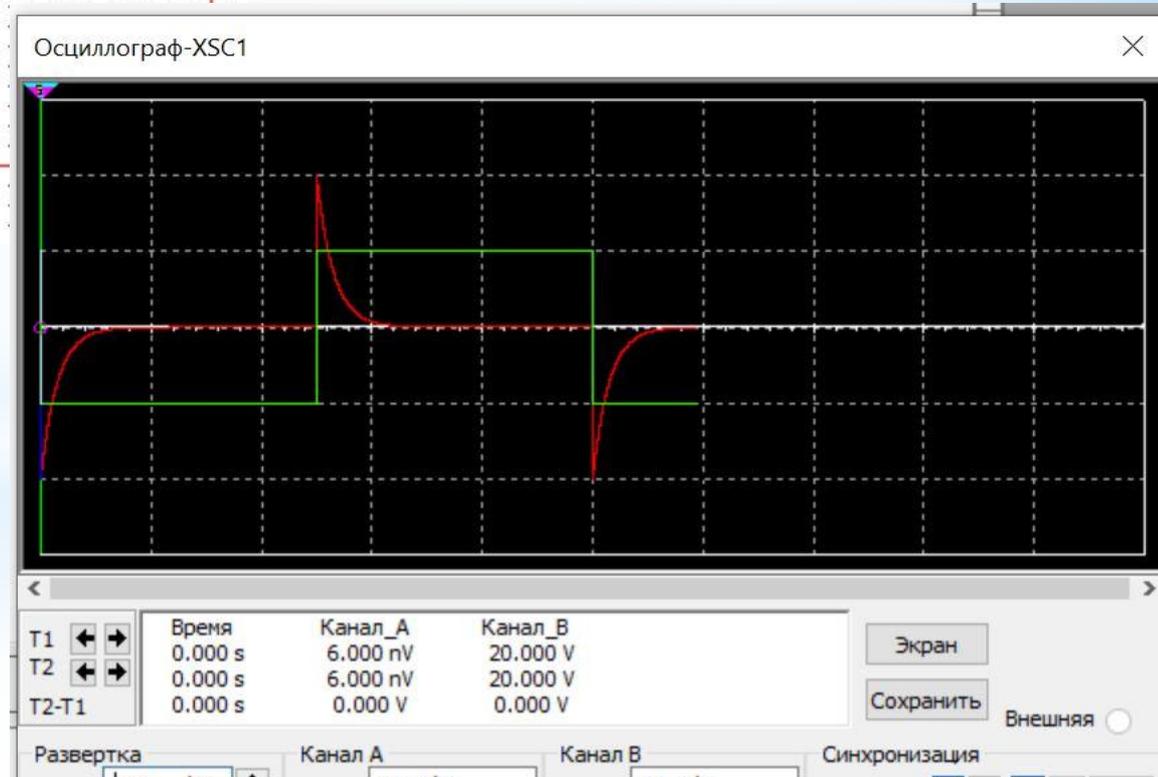
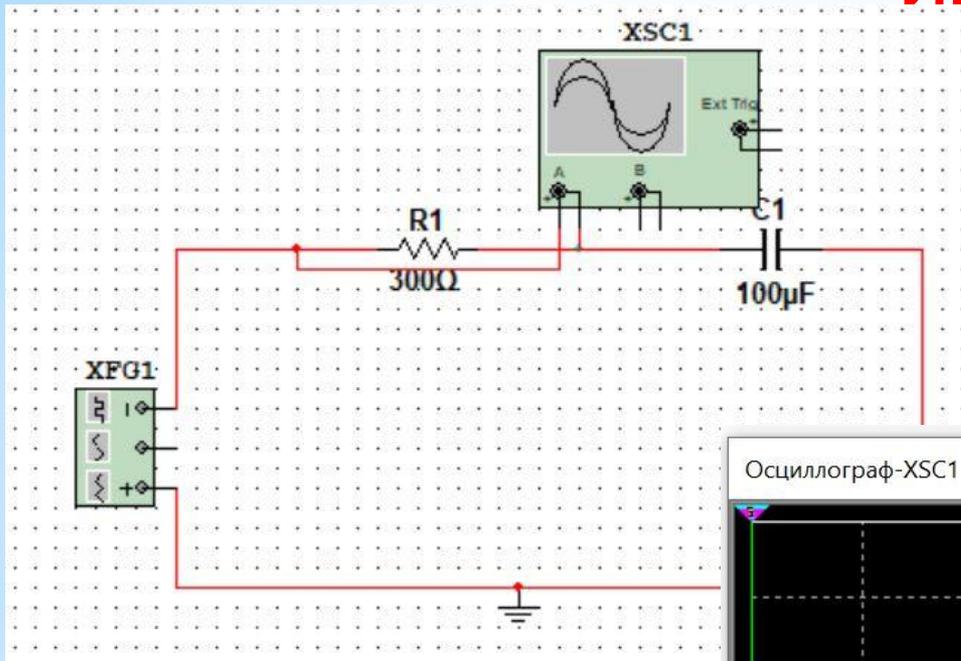
Уравнение энергетического баланса при питании только от источников ЭДС имеет вид

$$\sum I^2 R = \sum EI$$

Если к узлу a схемы подтекает ток I от источника тока и от узла b этот ток утекает. Доставляемая источником тока мощность равна EI . Напряжение U_{ab} и токи в ветвях схемы должны быть подсчитаны с учетом тока, подтекающего от источника тока.

$$\sum I^2 R = \sum EI + \sum U_{ab} J$$

* Дополнительное задание! ЛР-2



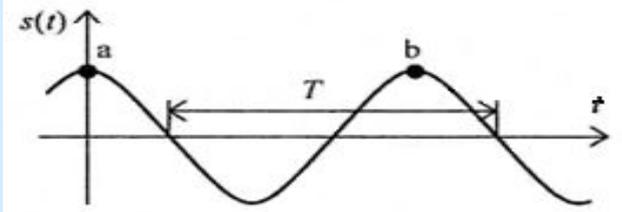
* Лекция № 2.

Электрические цепи при гармоническом воздействии

- * 1. Гармонические колебания
- * 2. Уравнения элементов цепи в комплексной форме
- * 3. Комплексная форма записи уравнений соединений
- * 4. Мгновенная, активная, полная и реактивная мощность

* 1. Гармонические колебания

- * Единственные сигналы, форма которых при прохождении через линейные цепи не будет искажаться, – это гармонические сигналы.
- * Гармоническое колебание, или гармонический сигнал, описывается выражением: $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$. Здесь S_m – амплитуда, ω – круговая частота, измеряемая в рад/с, φ – начальная фаза, t – время: Иногда используется другая форма записи гармонически сигнала с синусом: $s(t) = S_m \sin(\omega t + \varphi_1)$.



Среднеквадратичным, действующим или эффективным значением сигнала:
 $S_{\text{eff}} = S_m / \sqrt{2}$.

Аргумент косинуса $\Phi(t) = \omega t + \varphi$ называют (полной) фазой колебания

Для упрощения расчетов с использованием гармонических колебаний, вводится комплексное представление гармонического сигнала. Используя формулу Эйлера: $e^{jx} = \cos x + j \sin x$, где $j = \sqrt{-1}$, получим, $\cos x = \operatorname{Re}\{e^{jx}\}$, где Re – обозначение взятия вещественной части комплексного числа.

Гармонический сигнал с использованием формулы Эйлера запишется в виде: $s(t) = S_m \operatorname{Re}\{e^{j(\omega t + \varphi)}\}$. Внося вещественную амплитуду S_m в фигурные скобки и представляя экспоненту со сложным показателем в виде произведения двух экспонент, получим:

$$s(t) = \operatorname{Re}\{S_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{\dot{S}_m e^{j\omega t}\}.$$

* Комплексное представление гармонического сигнала.

Используя формулу Эйлера: $e^{jx} = \cos x + j \sin x$, где $j = \sqrt{-1}$
получим, $\cos x = \operatorname{Re}\{e^{jx}\}$

где Re — обозначение взятия вещественной части комплексного числа.

Гармонический сигнал с использованием формулы Эйлера запишется в виде $s(t) = S_m \operatorname{Re}\{e^{j(\omega t + \varphi)}\}$

Внося вещественную амплитуду S_m в фигурные скобки и представляя экспоненту со сложным показателем в виде произведения двух экспонент, получим

$$s(t) = \operatorname{Re}\{S_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{\dot{S}_m e^{j\omega t}\}.$$

Комплексная амплитуда:

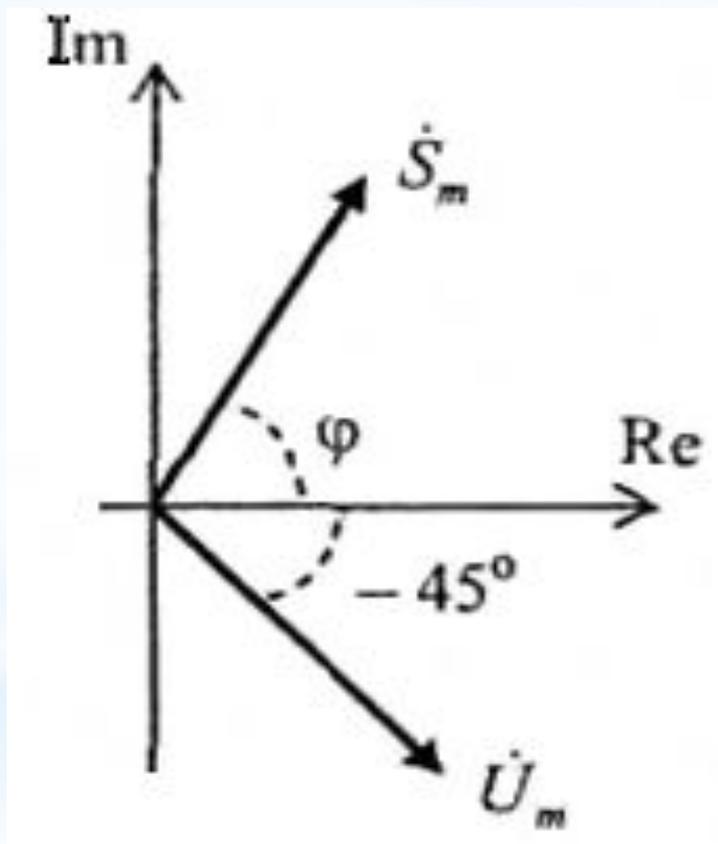
$$\dot{S}_m = S_m e^{j\varphi}$$

Комплексная запись гармонического колебания: $\dot{s}(t) = \dot{S}_m e^{j\omega t}$

Пример.

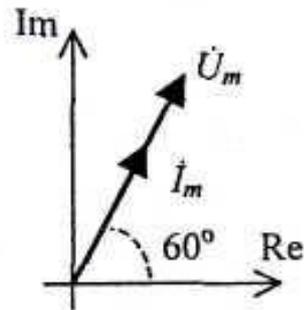
Комплексная амплитуда гармонического напряжения $u(t) = 311\cos(2\pi 50t - 45^\circ)$ равна

$$\dot{U}_m = 311e^{-j45^\circ} \text{ В.}$$

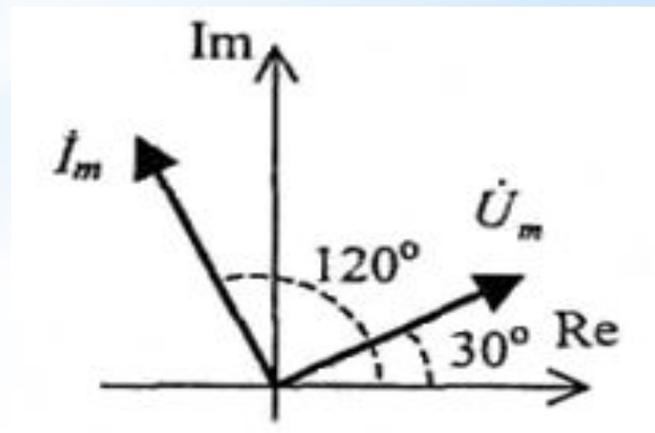


* 2. Уравнения элементов цепи в комплексной форме

- * Через резистор R протекает гармонический ток $i(t)=I_m \cos(\omega t+\varphi)$. Закон Ома для резистора с сопротивлением справедлив для любых токов и напряжений: $u(t)=i(t)R$
- * Напряжение на резисторе определяется формулой $u(t)=RI_m \cos(\omega t+\varphi)$. Подставим в формулу ток в комплексной форме и получим $u(t) = \operatorname{Re}\{RI_m e^{j\omega t}\}$.
- * Пример, ток через резистор величиной $R=20\text{ Ом}$ равен $i(t)=I \cos(2\pi 1000t+60^\circ)$. Комплексная амплитуда тока в виде $I_m = 1e^{j60^\circ} \text{ А}$, рассчитываем по формуле Закона Ома. Напряжение на резисторе $U_m = 2e^{j60^\circ} \text{ В}$. При необходимости определяем $u(t)=2\cos(2\pi 1000t+60^\circ)$.
- * При этом, начальные фазы напряжения и тока через резистор совпадают, а форма напряжения на резисторе совпадает с косинусоидальной формой тока.



- * Пусть к конденсатору приложено гармоническое напряжение $u(t)=U_m \cos(\omega t+\varphi)$.
- * Используя уравнение конденсатора $i(t)=Cdu(t)/dt$ и представляя напряжение в комплексной форме $u(t) = \text{Re}\{\dot{U}_m e^{j\omega t}\}$, получим $i(t) = \text{Re}\{j\omega C \dot{U}_m e^{j\omega t}\}$. Сомножители, расположенные перед экспонентой, дают комплексную амплитуду тока через конденсатор $\dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$.
- * Это уравнение является **законом Ома** для конденсатора в комплексной форме. Используя понятие проводимости резистора, величину $\dot{Y}_c = j\omega C$ назовем комплексной проводимостью конденсатора. Тогда уравнение конденсатора в комплексной форме будет иметь вид: $\dot{I}_m = \dot{Y}_c \dot{U}_m$. Если ввести комплексное сопротивление конденсатора $\dot{Z}_c = 1/\dot{Y}_c$, то получим следующую форму закона Ома для конденсатора:
 - * $\dot{U}_m = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m$.
- * Пример: напряжение на конденсаторе $u(t)=10\cos(2\pi 1000t+30^\circ)$. Комплексная амплитуда напряжения $\dot{U}_m = 10e^{j30^\circ}$ В. При емкости конденсатора $C=1$ мкФ комплексная проводимость $\dot{Y}_c = j2\pi 10^{-3}$ См. По закону Ома амплитуда тока через конденсатор: $\dot{I}_m = \dot{Y}_c \dot{U}_m = 2\pi 10^{-2} e^{j120^\circ}$ А. Ток запишется в виде вещественной функции времени $i(t) = 2\pi 10^{-2} e^{j120^\circ}$ А.

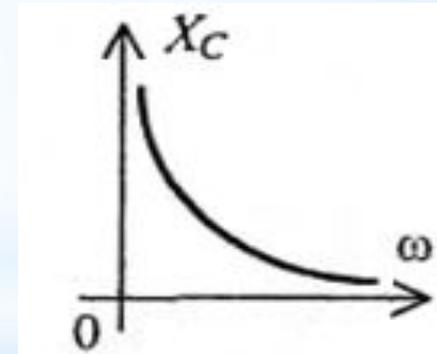
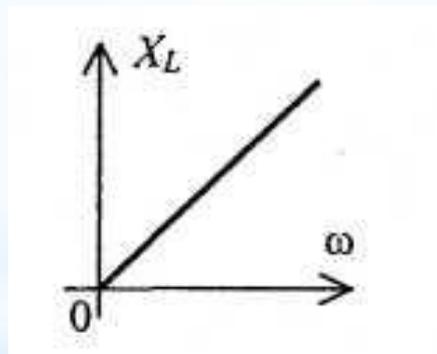
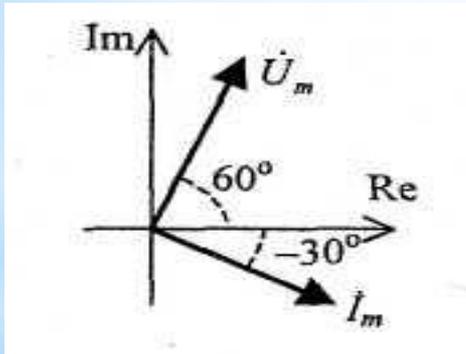


Гармонический ток через катушку индуктивности.

Выражение для тока в комплексной форме: $i(t) = \text{Re}\{\dot{I}_m e^{j\omega t}\}$, где $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi}$ – комплексная амплитуда тока. Используя уравнение катушки $u(t) = L di(t)/dt$, после дифференцирования получим $u(t) = \text{Re}\{j\omega L \dot{I}_m e^{j\omega t}\}$. Т.о., выражение в фигурных скобках это закон Ома для катушки индуктивности в комплексной форме: $\dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m$.

Обозначим комплексное сопротивление катушки индуктивности в виде $\dot{Z}_L = j\omega L$, закон Ома перепишем в следующем виде $\dot{U}_m = \dot{Z}_L \dot{I}_m$.

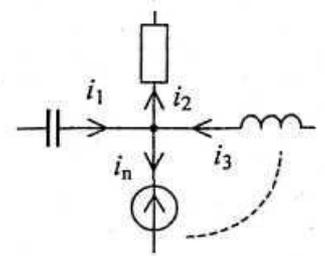
Величина, обратная сопротивлению, называется комплексной проводимостью катушки: $\dot{Y}_L = \frac{1}{\dot{Z}_L}$. Закон Ома в этом случае имеет вид $\dot{I}_m = \dot{Y}_L \dot{U}_m$.



* 3. Комплексная форма записи уравнений соединений

Имеем узел, к которому подключено n ветвей. По первому закону Кирхгофа сумма токов в узле равна нулю, причем втекающие токи записываем со знаком плюс, а вытекающие из узла - со знаком минус:

$$i_1 - i_2 + i_3 + \dots - i_n = 0$$



Представим ток k -й ветви в комплексном виде $i(t) = \operatorname{Re}\{I_k e^{j\omega t}\}$ и сумму токов перепишем в виде

$$\operatorname{Re}\left\{\left(\sum_{k=1}^n \pm I_k\right) e^{j\omega t}\right\} = 0.$$

$$\sum_{k=1}^n \pm I_k = 0.$$

Соотношение называют первым законом Кирхгофа (первым уравнением соединений) в комплексной форме.

Второй закон Кирхгофа в комплексной форме: $\sum_{k=1}^n \pm e_k(t) = \sum_{m=1}^p \pm u_m(t),$

$$\sum_{k=1}^n \pm \dot{E}_k = \sum_{m=1}^p \pm \dot{U}_m.$$

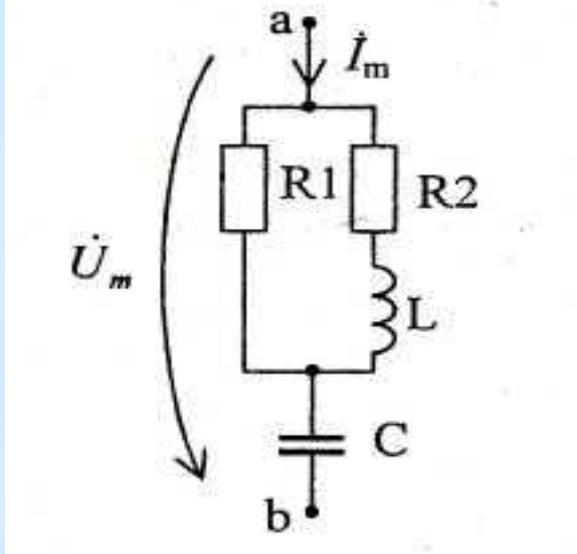
второй закон Кирхгофа (второе уравнение соединений) в комплексной форме:

Метод анализа цепей с использованием законов Ома и Кирхгофа в комплексной форме называется *методом комплексных амплитуд (МКА)*.

Отметим, что МКА связан с методами расчета резистивных цепей на постоянном токе. На нулевой частоте все уравнения МКА превращаются в уравнения на постоянном токе. Наоборот, все формулы, полученные на постоянном токе, обобщаются для цепей с гармоническими сигналами, если вместо сопротивлений резисторов ввести комплексные сопротивления элементов, а вместо постоянных токов и напряжений записать комплексные амплитуды.

* Комплексное сопротивление участка цепи

* Величина $\dot{Z} = \dot{U}_m / \dot{I}_m$ называется *комплексным сопротивлением участка цепи*. Обратное отношение $\dot{Y} = \dot{I}_m / \dot{U}_m$ называется *комплексной проводимостью участка цепи*.

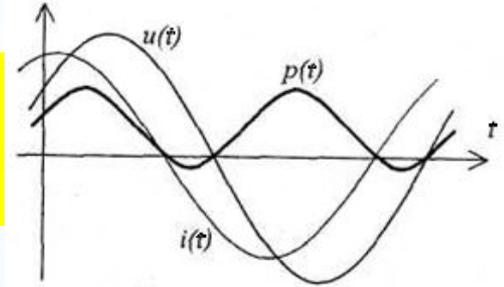


$$\dot{Z} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L}}$$

* В общем случае комплексное сопротивление участка цепи содержит две компоненты — вещественную R и мнимую X : $=R+jX$. Сопротивление можно представить в экспоненциальной форме , где Z — модуль, а φ — начальная фаза комплексного сопротивления участка цепи.

* 4. Мгновенная, активная, полная и реактивная мощность

Минимальные и максимальные мощности принимаемого и передаваемого сигналов – важнейшие параметры приемников и передатчиков соответственно.



Энергия накапливается в двухполюснике при наличии реактивных элементов: в конденсаторе энергия в виде энергии электрического поля, а в катушке индуктивности – в виде энергии магнитного поля.

Эта накопленная энергия может, превращаясь в энергию электрического тока, передаваться во внешнюю цепь. Формула для мгновенной мощности:

$$(p(t) = I_m U_m \cos(\omega t + \varphi_i) \cos(\omega t + \varphi_u))$$

$$p(t) = \frac{1}{2} I_m U_m \cos(2\omega t + \varphi_i + \varphi_u) + \frac{1}{2} I_m U_m \cos(\varphi_u - \varphi_i).$$

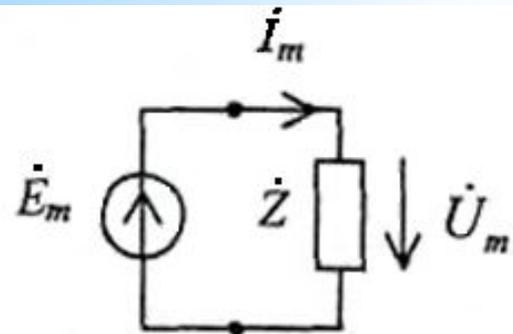
Постоянную составляющую называют *средней (активной) мощностью*, потребляемой электрической цепью:

$$P_0 = \frac{1}{2} I_m U_m \cos(\varphi_u - \varphi_i).$$

Полная комплексная мощность: $\dot{S}_m = \frac{1}{2} \dot{I}_m^* \dot{U}_m$,

Реактивная мощность $Q = \frac{1}{2} I_m U_m \sin(\varphi_u - \varphi_i)$ измеряется в варах (ВАр). Максимально допустимая реактивная мощность указывается в технических данных на (конденсаторы и на некоторые катушки индуктивности).

* Баланс мощностей



Для схемы, изображенной на рисунке, полная комплексная мощность источника равна $S_E = \frac{1}{2} \dot{I}_m^* \dot{E}_m$

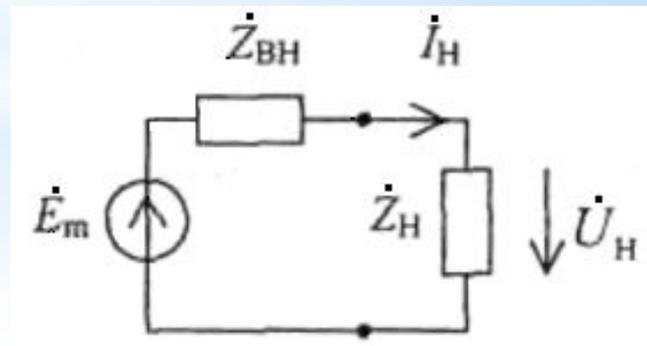
Полная комплексная мощность двухполюсника с сопротивлением \dot{Z} равна $S_m = \frac{1}{2} \dot{I}_m^* \dot{U}_m$. Так как $\dot{E}_m = \dot{U}_m$, то получим равенство $S_m = S_E$.

Это равенство называется уравнением баланса полных комплексных мощностей и оно выражает закон сохранения энергии в цепи.

Уравнение баланса для активных и реактивных мощностей: $\sum_k P_{mk} = \sum_p P_{Ep}$, $\sum_k Q_{mk} = \sum_p Q_{Ep}$.

В цепи с реактивными элементами условие передачи максимума активной мощности в нагрузку записывается в виде $\dot{Z}_H = \dot{Z}_{BH}^*$

Источник и нагрузка при этом считаются согласованными. Полученное условие часто используется для обеспечения согласования модема с телефонной линией, сетевой платы — с коаксиальной линией передачи, антенны — с радио- или телеприемником и т. п.



- * 1. Некоторые особенности анализа сложных цепей
- * 2. Метод узловых напряжений
- * 3. Метод контурных токов
- * 4. Свойства линейных цепей

* Лекция № 3.

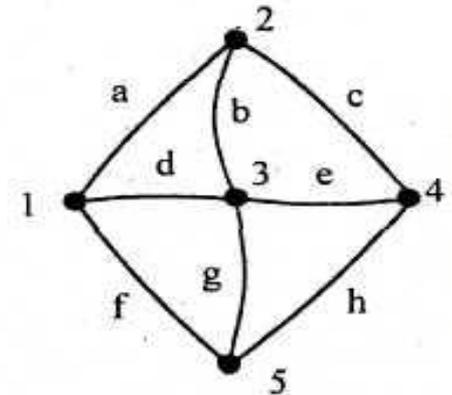
Сложные электрические цепи. Методы анализа

* 1. Некоторые особенности анализа сложных цепей

Метод токов ветвей основан на применении законов Кирхгофа. Имеем схему, в которой содержится q узлов ($q=5$) и p ветвей ($p=8$). Число неизвестных токов равно p . По первому закону Кирхгофа составляем q узловых уравнений. Заметим, что последнее q -е уравнение получается из предыдущих уравнений. Все токи последнего q -го уравнения уже входили по одному разу в ранее записанные уравнения и сумма $(q-1)$ предыдущих уравнений после умножения на -1 будет давать q -е зависимое уравнение.

Следовательно, по первому закону Кирхгофа имеем $(q-1)$ уравнений.

По второму закону Кирхгофа составляем недостающие $p-(q-1)$ уравнения. Используем независимые контуры. *Независимым контуром* это контур, в котором есть, по крайней мере, одна новая ветвь, не входившая в ранее выбранные контуры. Независимые контуры: (a, c, h, f), (a, b, d) и (b, c, e). По второму закону Кирхгофа составляем 4 уравнения. Напряжения выражаем через токи ветвей.

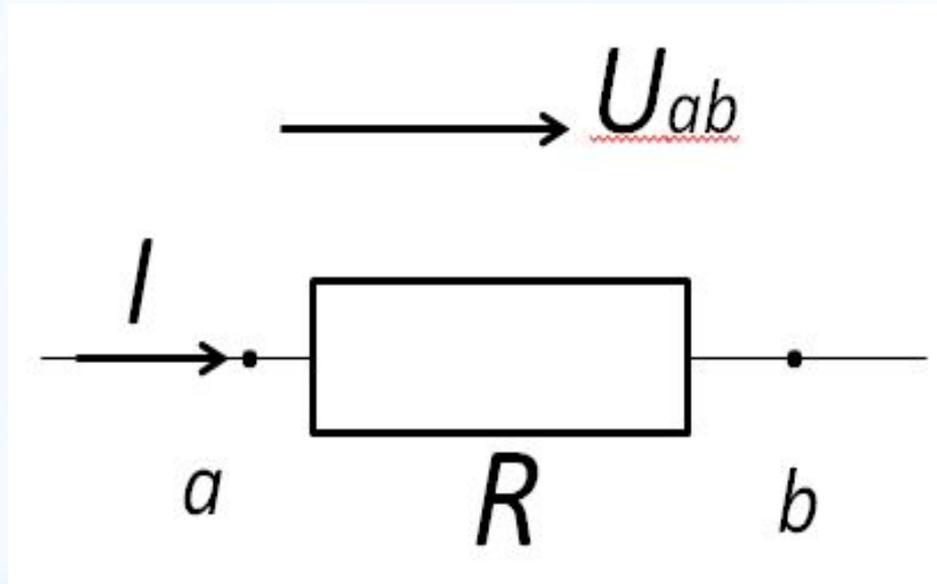


Основными недостатками метода токов ветвей являются увеличенный порядок системы уравнений, разнородность этих уравнений и, как следствие, сложность их решения.

* ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Применение Закона Ома для участка цепи, не содержащего источник э.д.с.

*

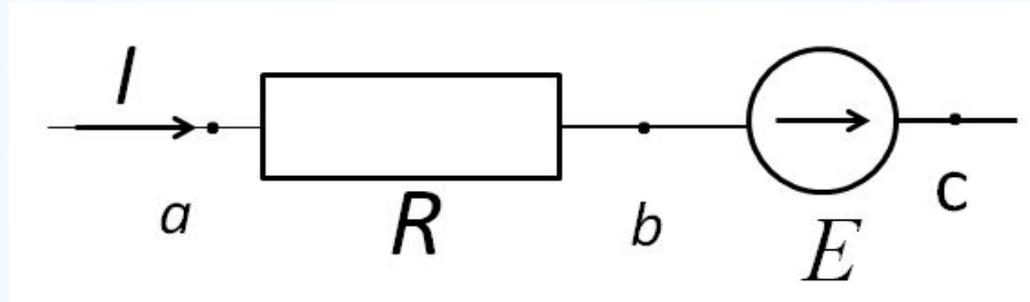


* Закон Ома для участка цепи, не содержащего источник э.д.с, устанавливает связь между током и напряжением на этом участке цепи.

$$* U_{ab} = IR, \text{ или } I = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}.$$

* Закон Ома для участка цепи, содержащего источник Э.Д.С.

* Закон Ома для участка цепи, содержащего источник э.д.с., позволяет найти ток этого участка по известной разности потенциалов ($\varphi_a - \varphi_c$) на концах участка цепи и имеющейся на этом участке э.д.с. E . Так, по уравнению $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = IR - E$



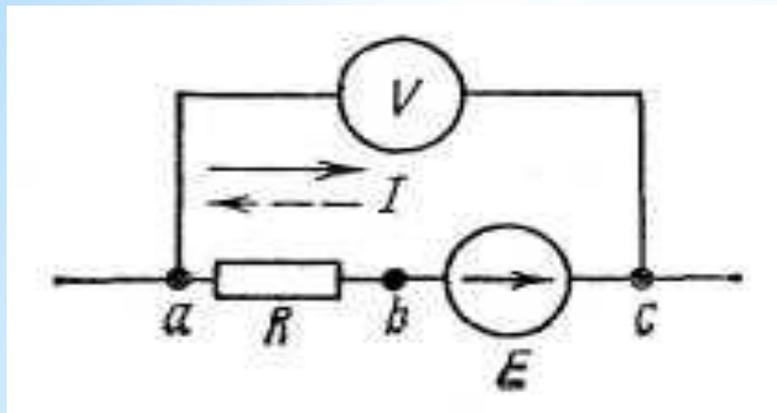
$$* I = \frac{(\varphi_a - \varphi_c + E)}{R} = \frac{(U_{ac} + E)}{R}; \quad U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = IR + E$$

$$* I = \frac{(\varphi_a - \varphi_c - E)}{R} = \frac{(U_{ac} - E)}{R};$$

$$* \text{ В общем случае } I = \frac{(\varphi_a - \varphi_c) \pm E}{R} = \frac{U_{ac} \pm E}{R}.$$

* Пример №1

Дана схема:



Если ток $I = 10\text{A}$ течет от точки a к точке c , то показание вольтметра $U_{ac} = -18\text{V}$;

если этот ток течет от точки c к точке a , то $U'_{ac} = -20\text{V}$. Определить сопротивление R и э.д.с. E .

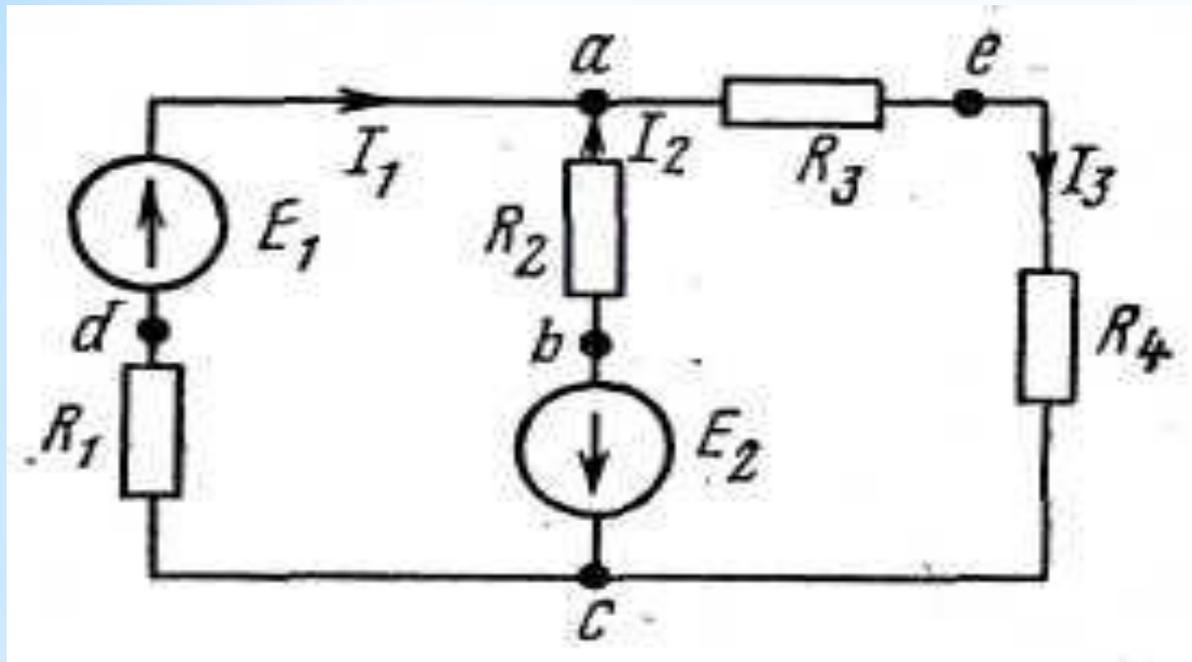
* Решение.

* В первом режиме $U_{ac} = -18 = -E + IR = -E + 10R,$

* Во втором $U'_{ac} = -20 = -E - IR = -E - 10R.$

* Совместное решение дает $E = 19 \text{ В},$
 $R = 0,1 \text{ Ом}.$

* Пример 2. Дано:



Найти токи в ветвях схемы, в которой

$$E_1 = 80 \text{ В}, E_2 = 64 \text{ В},$$

$$R_1 = 6 \text{ Ом}, R_2 = 4 \text{ Ом}, R_3 = 3 \text{ Ом}, R_4 = 1 \text{ Ом}.$$

* *Решение.*

* Произвольно выбираем положительные направления токов в ветвях (v). $v=3$; $v_{um}=0$; $y=2$. По первому закону Кирхгофа можно составить только одно уравнение: $I_1 + I_2 = I_3$

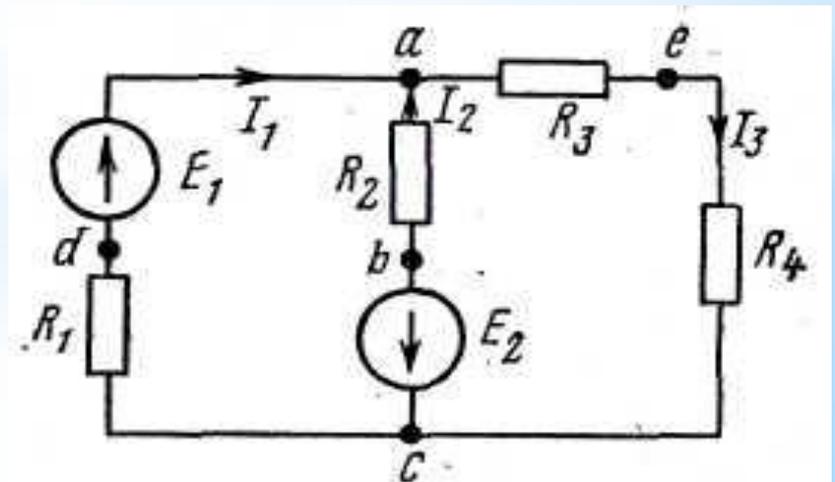
* По второму закону Кирхгофа составим

$(v - v_{um}) - (y - 1) = 3 - 0 - (2 - 1) = 2$ уравнения. Положительные направления обхода контуров выбираем по часовой стрелке.

* Для контура $R_1 E_1 R_2 E_2$ $I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 + E_2$

* Для контура $E_2 R_2 R_3 R_4$ $I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = -E_2$

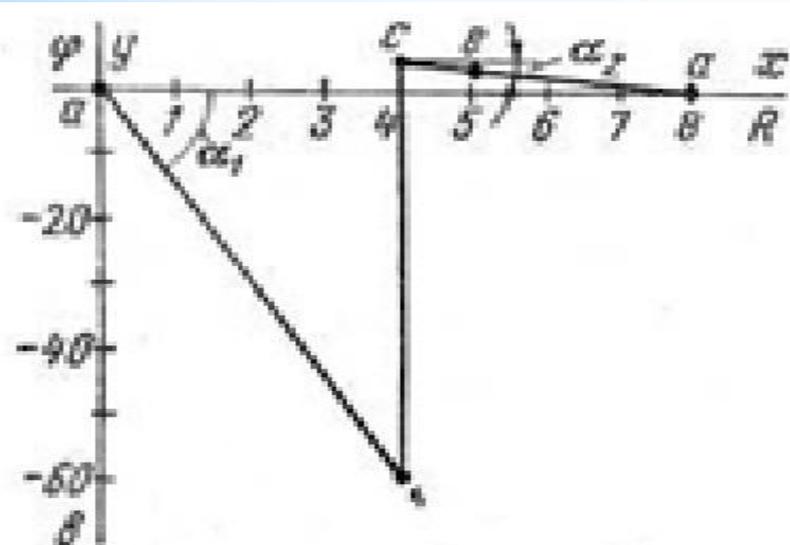
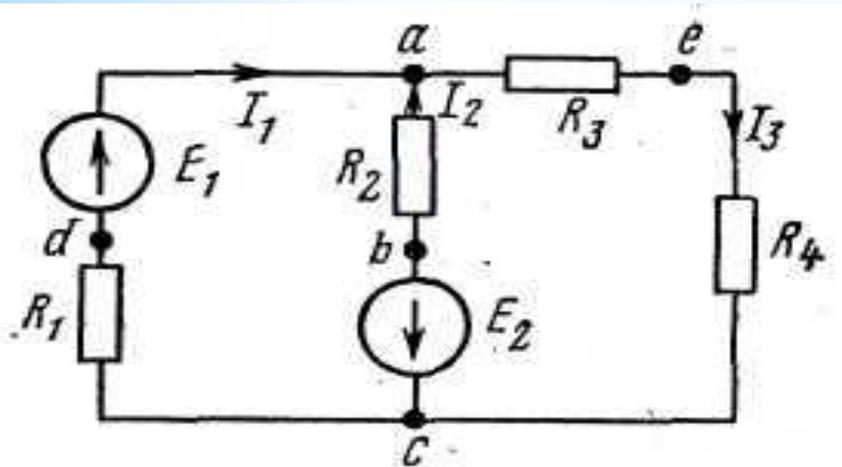
* Совместное решение составленных уравнений дает $I_1 = 14 \text{ A}$, $I_2 = -15 \text{ A}$, $I_3 = -1 \text{ A}$.



* Потенциальная диаграмма

- * Под *потенциальной диаграммой* понимают график распределения потенциала вдоль какого-либо участка цепи или замкнутого контура.
- * По оси абсцисс на нем откладывают сопротивления вдоль контура, начиная с какой-либо произвольной точки, по оси ординат — потенциалы.
- * Каждой точке участка цепи или замкнутого контура соответствует своя точка на потенциальной диаграмме.

*** Построить потенциальную диаграмму для контура *abcea***



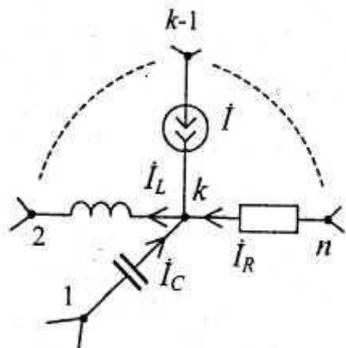
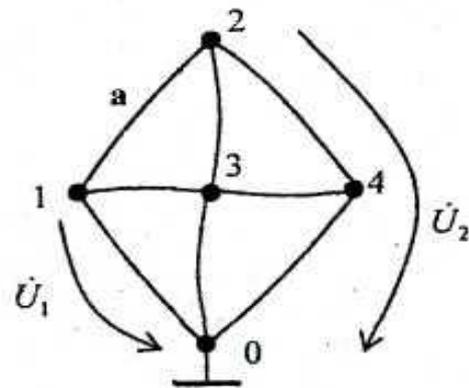
Произвольно примем потенциал одной из точек, например точки a , $\varphi_a = 0$.
 Эту точку на диаграмме поместим в начало координат.
 Потенциал точки $b = \varphi_a + I_2 R_2 = \varphi_a - 60 = -60$ В;
 ее координаты $x = 4$, $y = -60$.
 Потенциал точки $c = \varphi_b + E_2 = -60 + 4 = -56$ В; ее координаты: $x = 4$, $y = -56$.
 Потенциал точки $e = \varphi_c + I_3 R_4 = -56 + 1 \times 1 = -55$ В;
 ее координаты: $x = 5$, $y = -55$.

* 2. Метод узловых напряжений

Метод узловых напряжений (потенциалов) используется в программах машинного моделирования электронных схем.

Метод базируется на понятии узлового напряжения.

Узловое напряжение (УН) – это напряжение между заданным узлом и корпусом. Стрелки УН направлены к корпусу. УН может совпадать, а может не совпадать с напряжением ветви. Потенциал нулевого узла равен нулю, называют **узловым потенциалом**. После определения УН можно рассчитать напряжения на всех ветвях.



$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= (\dot{U}_1 - \dot{U}_k)j\omega C; \\ \dot{I}_L &= (\dot{U}_k - \dot{U}_2) \frac{1}{j\omega L}; \\ &\dots\dots\dots; \\ \dot{I}_R &= (\dot{U}_n - \dot{U}_k) \frac{1}{R}. \end{aligned}$$

По первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_C - \dot{I}_L + \dots + \dot{I} + \dots + \dot{I}_R = 0.$$

Узловое уравнение для узла k

$$\dot{I}_{+..} = \dot{U}_1(-j\omega C) + \dot{U}_2\left(-\frac{1}{j\omega L}\right) + \dots + \dot{U}_k\left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \dots + \frac{1}{R}\right) + \dots + \dot{U}_n\left(-\frac{1}{R}\right).$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{U}_1 Y_{11} + \dot{U}_2 Y_{12} + \dots + \dot{U}_n Y_{1n}; \\ \dot{I}_2 &= \dot{U}_1 Y_{21} + \dot{U}_2 Y_{22} + \dots + \dot{U}_n Y_{2n}; \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{I}_N &= \dot{U}_1 Y_{n1} + \dot{U}_2 Y_{n2} + \dots + \dot{U}_n Y_{nn}. \end{aligned}$$

Система уравнений в матричной форме $\mathbf{I} = \mathbf{YU}$, где $\mathbf{I} = (\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n)^T$ – матрица-столбец задающих токов источников токов,

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{pmatrix}$$

– матрица проводимостей цепи, $\mathbf{U} = (\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dots, \dot{U}_n)^T$ – матрица-столбец неизвестных узловых напряжений.

* 3. Метод контурных токов

Полагаем, что в каждом независимом контуре течет свой контурный ток. **Контурный ток (КТ)** – ток, протекающий по всем ветвям контура независимо от других токов. Уравнения составляются относительно КТ, затем определяют токи ветвей. КТ невозможно экспериментально измерить, поскольку в контуре может не оказаться элементов, где протекал бы только один КТ.

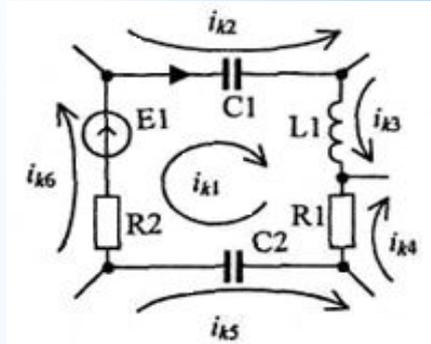
При известных КТ легко найти токи ветвей цепи. Ток через $C1$ равен $i_{c1} = i_{k1} + i_{k2}$.

По первому закону Кирхгофа при гармонических сигналах для узлов уравнения имеют вид:

$$\sum_{k=1}^n \pm \dot{I}_k = 0.$$

Уравнения по второму закону Кирхгофа

$$\dot{E} + \dots = (R_1)\dot{I}_1 + \left(\frac{-1}{j\omega C}\right)\dot{I}_2 + \dots + \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + \dots + R_2\right)\dot{I}_k + \dots + (-R_2)$$



$$\sum \pm \dot{E}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \dots + Z_{1n}\dot{I}_n;$$

1) ИТУН – источник тока, управляемый напряжением;

2) ИНУТ – источник напряжения, управляемый током;

$$\sum \pm \dot{E}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \dots + Z_{2n}\dot{I}_n;$$

3) ИТУТ – источник тока, управляемый током;

4) ИНУН – источник напряжения, управляемый напряжением.

$$\dots\dots\dots$$

$$\sum \pm \dot{E}_n = Z_{n1}\dot{I}_1 + Z_{n2}\dot{I}_2 + \dots + Z_{nn}\dot{I}_n;$$

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + \dots + Y_{1i}\dot{U}_i + \dots + Y_{1j}\dot{U}_j + \dots + Y_{1n}\dot{U}_n$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + \dots + Y_{2i}\dot{U}_i + \dots + Y_{2j}\dot{U}_j + \dots + Y_{2n}\dot{U}_n$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dot{I}_n = Y_{n1}\dot{U}_1 + \dots + Y_{ni}\dot{U}_i + \dots + Y_{nj}\dot{U}_j + \dots + Y_{nn}\dot{U}_n$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dot{I}_k + \dot{I} = Y_{k1}\dot{U}_1 + \dots + Y_{ki}\dot{U}_i + \dots + Y_{kj}\dot{U}_j + \dots + Y_{kn}\dot{U}_n;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dot{I}_m - \dot{I} = Y_{m1}\dot{U}_1 + \dots + Y_{mi}\dot{U}_i + \dots + Y_{mj}\dot{U}_j + \dots + Y_{mn}\dot{U}_n.$$

$$\dots\dots\dots$$

* 4. Свойства линейных цепей

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \dots + Z_{1n}\dot{I}_n; \\ \dot{E}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \dots + Z_{2n}\dot{I}_n; \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{E}_n &= Z_{n1}\dot{I}_1 + Z_{n2}\dot{I}_2 + \dots + Z_{nn}\dot{I}_n. \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta_k = \begin{vmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1(k-1)} & \dot{E}_1 & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & \dots & Z_{2(k-1)} & \dot{E}_2 & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{n(k-1)} & \dot{E}_n & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\dot{I}_k = \frac{\Delta_k}{\Delta},$$

Выражение *принципа суперпозиции (принципа наложения)*

$$\dot{I}_k = \frac{\Delta_k}{\Delta} = \dot{E}_1 \frac{A_{1k}}{\Delta} + \dot{E}_2 \frac{A_{2k}}{\Delta} + \dots + \dot{E}_n \frac{A_{nk}}{\Delta}.$$

По принципу дуальности, в соответствии с которым напряжения заменяются токами, а сопротивления — проводимостями получим формулировку **принципа наложения** для цепи с источниками тока: реакция на множество источников тока равна сумме реакций на каждый из источников в отдельности.

Теорема об эквивалентном источнике тока: любую по сложности электрическую цепь, имеющую два зажима для подключения нагрузки, можно заменить эквивалентным источником тока.

Теорема обратимости (взаимности): если ЭДС, включенная на входе линейной цепи, вызывает ток на выходе, то та же ЭДС, перенесенная на выход, вызывает на входе цепи ток такой же величины и фазы.

К обратимым цепям относятся пассивные электрические цепи, не содержащие источников.

Теорема компенсации: токи в электрической цепи не изменятся, если любой участок цепи заменить "компенсационной" ЭДС, равной по величине напряжению на данном участке и направленной навстречу этому напряжению.

* Лекция № 4.

Четырехполюсники, фильтры и длинные линии

- * 1. Четырехполюсники
- * 2. Электрические фильтры как четырехполюсники
- * 3. Длинные линии и телеграфные уравнения
- * 4. Отраженные, стоячие и смешанные волны

* 1. Четырехполюсники

Определение. Четырехполюсник – это устройство, имеющее четыре контакта: два входных контакта используются для подключения источника сигнала и два выходных – для подключения нагрузки.

Четырехполюсник, содержащий линейные элементы, называется линейным. Если внутри четырехполюсника есть нелинейные или параметрические элементы, то четырехполюсник будет нелинейным или параметрическим.

Автономные - содержат независимые источники, а неавтономные содержат только зависимые источники.



$$U_1 = f_1(I_1, I_2); \quad U_2 = f_2(I_1, I_2).$$

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2; \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \end{aligned} \quad \mathbf{U} = \mathbf{Z}\mathbf{I}, \quad \mathbf{Z} = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}$$

Z-форма

Матричная
форма записи

$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{\text{при } I_2 = 0}$ - входное сопротивление при холостом ходе на выходе;

$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{\text{при } I_1 = 0}$ - сопротивление обратной;

$Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{\text{при } I_2 = 0}$ - сопротивление прямой передачи;

$Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{\text{при } I_1 = 0}$ - выходное сопротивление при холостом ходе на входе.

*** Y-форма:** $I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2;$
 $I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$

Y_{11} – входная проводимость при КЗ на выходе,
 Y_{12} – проводимость обратной связи, Y_{21} –
проводимость прямой передачи, Y_{22} – выходная
проводимость при КЗ на входе

H-форма: $U_1 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2$
 $I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2$

H_{11} – входное сопротивление при КЗ на выходе,
 H_{12} – коэффициент обратной связи по
напряжению, H_{21} – коэффициент прямой
передачи по току, H_{22} – выходная проводимость
при ХХ на входе

A-форма $U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}I_2'$
 $I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}I_2'$

G-форма $I_1 = G_{11}U_1 + G_{12}I_2$
 $U_2 = G_{21}U_1 + G_{22}I_2$

B-форма $U_2 = B_{11}U_1 + B_{12}I_1$
 $I_2 = B_{21}U_1 + B_{22}I_1$

Функции четырехполюсника:

$K_u = U_2 / U_1$ – комплексный коэффициент передачи по напряжению,
 $K_p = P_{\text{ВЫХ}} / P_{\text{ВХ}}$ – коэффициент передачи активной мощности,
 $K_i = I_2 / I_1$ – комплексный коэффициент передачи по току,
 $Z_{\text{ВХ}} = U_1 / I_1$ – комплексное входное сопротивление,
 $Z_{\text{ВЫХ}} = U_2 / I_2$ – комплексное выходное сопротивление четырехполюсника.

Выходное сопротивление равно внутреннему сопротивлению эквивалентного источника напряжения, с помощью которого представляется четырехполюсник со стороны выходных зажимов. Внутреннее сопротивление находится по формуле $Z_{\text{ВЫХ}} = U_2 / I_2$ при уменьшении до нуля напряжения эквивалентной ЭДС, а это возможно при уменьшении до нуля напряжения входной ЭДС. При этом к входным зажимам четырехполюсника подключенным остается только внутреннее сопротивление источника сигнала.

Важной характеристикой являются коэффициент передачи по напряжению, входное и выходное сопротивления. Реже используется коэффициент передачи по току. Расчет этих функций при известных параметрах четырехполюсника:

$$I_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2$$

$$U_2 = -Z_H I_2$$

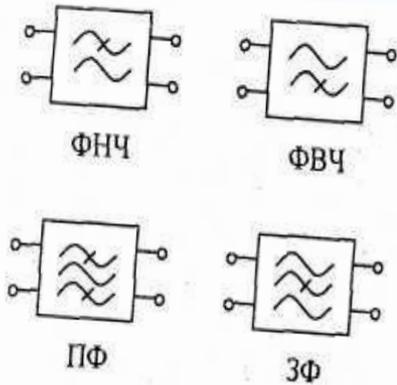
$$Y_H = 1 / Z_H$$

$$K_u = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + Y_H}, \quad Y_{\text{ВХ}} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_H + Y_{22}}, \quad Y_{\text{ВЫХ}} = Y_{22} - \frac{Y_{21} Y_{12}}{Y_{11} + Y_C},$$

$$K_i = -\frac{Z_{21}}{Z_H + Z_{22}}; \quad Z_{\text{ВХ}} = Z_{11} - \frac{Z_{21} Z_{12}}{Z_{22} + Z_H}; \quad Z_{\text{ВЫХ}} = Z_{22} - \frac{Z_{21} Z_{12}}{Z_{11} + Z_C}.$$

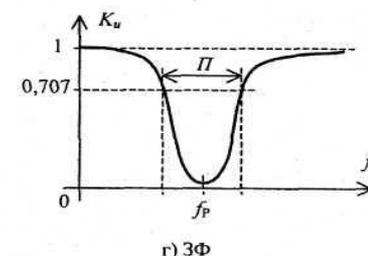
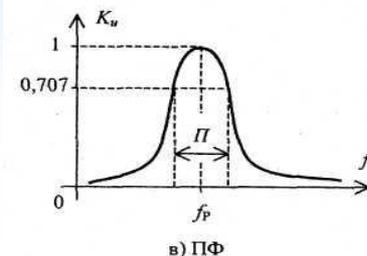
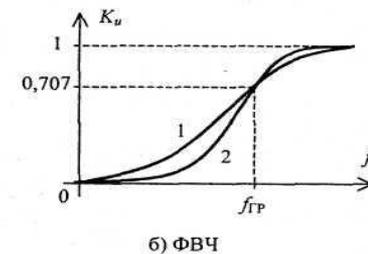
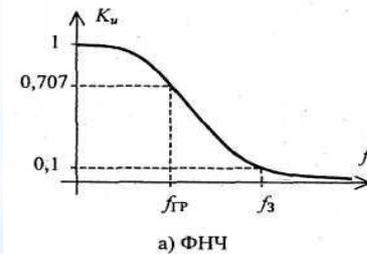
* 2. Электрические фильтры как четырехполюсники

Электрический фильтр – это устройство, предназначенное для пропускания сигналов только в определенной полосе частот. Сигналы, частоты которых не попадают в эту полосу, подавляются.



Фильтр является четырехполюсником. Для описания свойств фильтра используются функции четырехполюсника. Комплексный коэффициент передачи по напряжению $K_u = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$ где \dot{U}_1 и \dot{U}_2 – входное и выходное напряжения фильтра. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяется как модуль комплексного коэффициента передачи фильтра: $|K_u| = |\dot{U}_2| / |\dot{U}_1|$. Экспериментально АЧХ определяется путем измерения входного и выходного напряжения на разных частотах и вычисляется их отношение. По величине модуля $K_u = |K_u|$ можно судить о подавлении или пропускании сигнала. Если $K_u(\omega_1) \approx 1$, то выходное напряжение примерно равно входному напряжению и, следовательно, сигнал с частотой ω_1 пропускается фильтром. Наоборот, при малых значениях АЧХ, когда $K_u(\omega_2) \rightarrow 0$, получим подавление сигнала с частотой ω_2 .

Типовые АЧХ реальных ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ. Для ФНЧ и ФВЧ показана граничная частота $f_{ГР}$, при которой АЧХ $= 1/\sqrt{2} \approx 0,707$ раз. Граничная частота это граница полосы пропускания фильтра. ПФ и ЗФ показаны: f_p – центральные частоты ПП и ПЗ; Π – полосы пропускания и задерживания. Кроме уровня, равного 0,707, используют другие уровни для определения граничных частот, полос пропускания и задерживания. Дополнительные граничные частоты, f_3 определяет границу полосы задерживания фильтра. Избирательность фильтра лучше когда АЧХ прямоугольной.



Фазочастотная характеристика (ФЧХ)

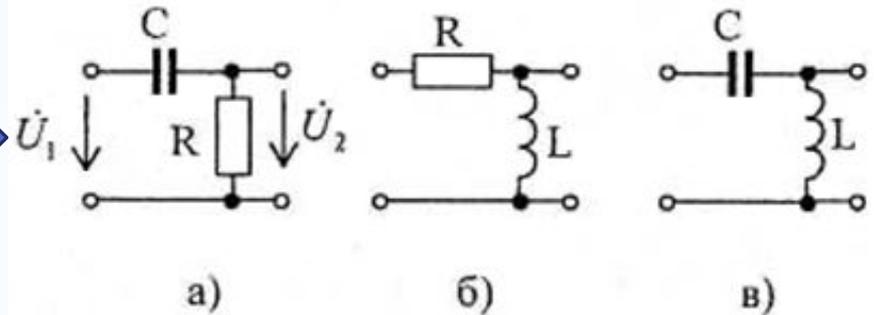
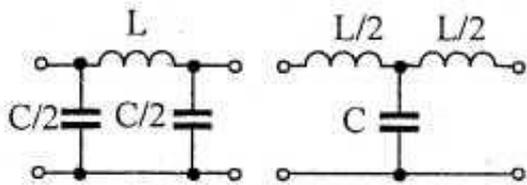
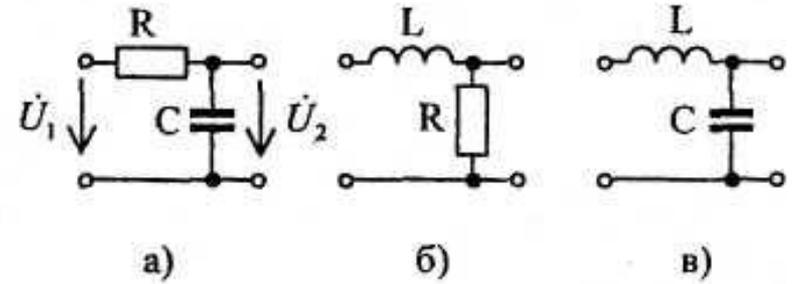
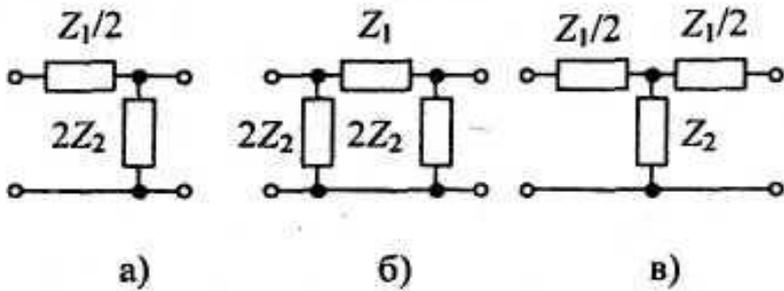
ФЧХ определяется как начальная фаза (аргумент) комплексного коэффициента передачи фильтра:

$$\varphi(\omega) = \arg(K_u) = \varphi_2 - \varphi_1$$

Классификация фильтров

кварцевые, электромеханические, фильтры на коаксиальных линиях передачи, фильтры на поверхностных акустических волнах, фильтры на переключаемых конденсаторах, активные фильтры, LC, RC, RL-фильтры.

РАСЧЕТ ФИЛЬТРОВ

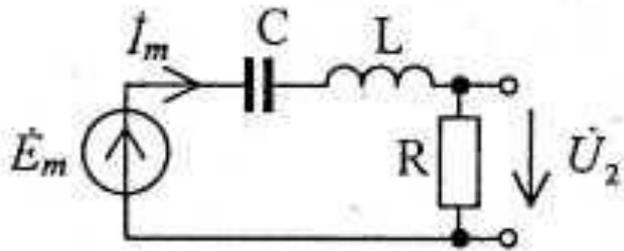


Расчет фильтров проводится с использованием метода комплексных амплитуд. Пример. Расчет АЧХ ФВЧ, схема которого приведена на рис. а. Под действием входного напряжения \dot{U}_1 через конденсатор и резистор фильтра протекает ток $\dot{I}_m = \dot{U}_1 / (R + 1/j\omega C)$. Введем обозначение: $s = j\omega$. Выражение для тока в цепи преобразуется к виду $\dot{I}_m = \dot{U}_1 / (R + 1/sC)$. По закону Ома находим выходное напряжение $\dot{U}_2 = \dot{U}_1 R / (R + 1/sC)$. Разделив выходное напряжение на входное, получим комплексный коэффициент передачи фильтра. $K_u = \frac{sRC}{1 + sRC}$.

Модуль комплексного коэффициента передачи является АЧХ фильтра.

Граничная частота: $\omega_{гр} = 1/RC$

$$K_u = |\dot{K}_u| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

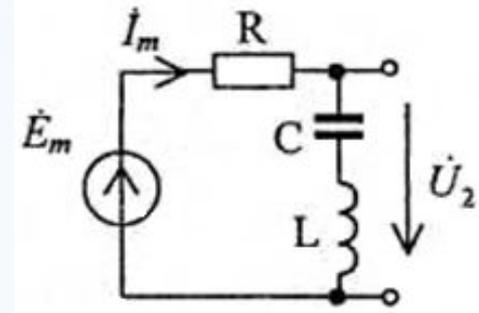


$$\dot{K}_u = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot \quad \omega_p = 1/\sqrt{LC}$$

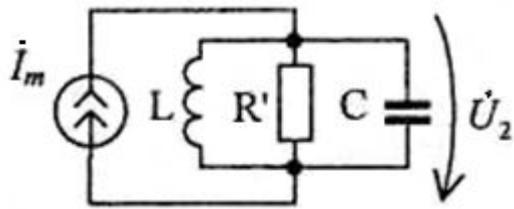
$\rho = \sqrt{L/C}$ - характеристическое сопротивление.
 $Q = \rho/R$ - добротность колебательного контура.

$\Delta f = f_p/Q$ - полоса пропускания Φ .

$$A_{\text{ЧХ}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cong \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta f}{f_p} Q\right)^2}}$$



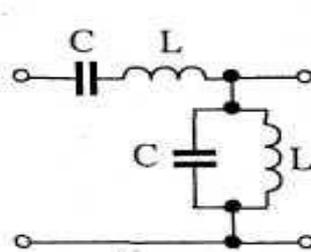
Параллельным колебательным контуром называют цепь, содержащую параллельно соединенные конденсатор, катушку и резистор



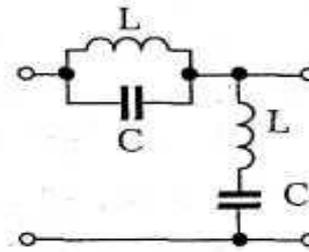
$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{I}_m}{\frac{1}{\dot{R}} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$

$$U_2 = \frac{I_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{R'}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \cong \frac{I_m R'}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta f}{f_p} Q\right)^2}}$$

$$Q = R'/\rho$$



ПФ



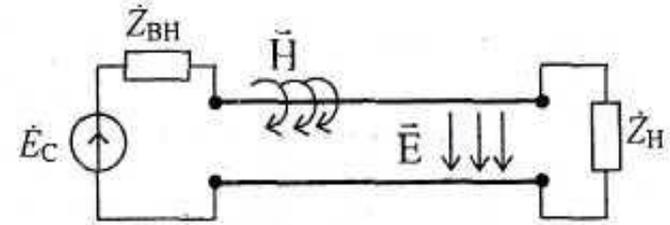
ЗФ

* 3. Длинные линии и телеграфные уравнения

В цепях с сосредоточенными параметрами все магнитные поля сосредоточены в катушках, все электрические поля — в конденсаторах, а потери — в резисторах. В цепях с распределенными параметрами потери, емкость и индуктивность распределены в пространстве. При распределении только вдоль одной пространственной координаты имеем *длинную линию*.

Для количественной оценки распределенных параметров используются *погонные параметры* длиной линии.

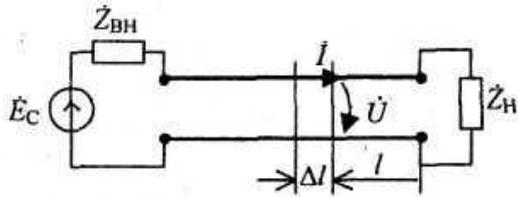
1. R_0 — погонное сопротивление потерь в проводниках линии. Определяется как сопротивление проводников короткозамкнутого отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — Ом/м.
2. L_0 — погонная индуктивность. Определяется как индуктивность короткозамкнутого отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — Гн/м.
3. C_0 — погонная емкость. Определяется как емкость между проводами разомкнутого на конце отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — Ф/м.
4. G_0 — погонная проводимость изоляции. Определяется как проводимость между разомкнутыми на конце проводами отрезка линии длиной 1 метр. Единица измерения — См/м.



$\gamma = \alpha + j\beta$ — коэффициент распространения;
 $\alpha = \text{Re}\{\gamma\}$ — коэффициент затухания;
 $\beta = \text{Im}\{\gamma\}$ — коэффициент фазы;
 $Z_c = \sqrt{Z_0/Y_0}$ — волновое сопротивление;
 $v_\phi = \omega/\beta$ — фазовая скорость;
 $\lambda_l = 2\pi/\beta$ — длина волны в длинной линии

↓
Волновые параметры

* Телеграфные уравнения длинных линий

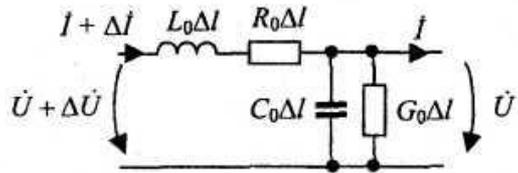


а)

Первое телеграфное уравнение длинной линии

$$\frac{d\dot{U}}{dl} = \dot{Z}_0 \dot{I}$$

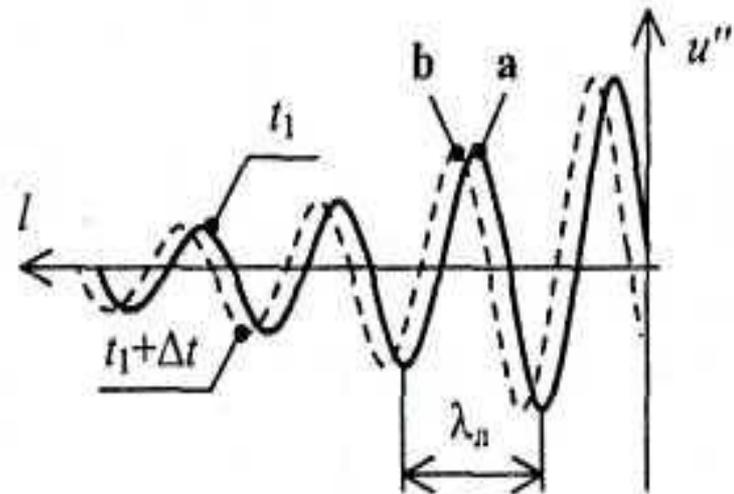
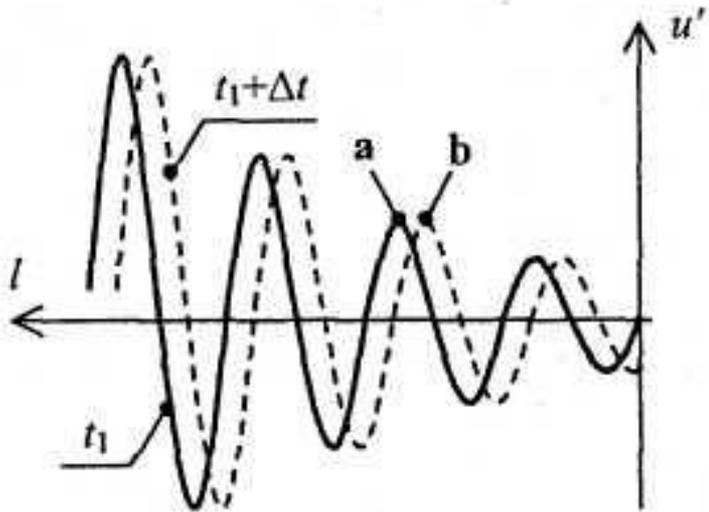
$\dot{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0$ Z_0 - погонное компл. сопротивление



б)

Второе телеграфное уравнение

$$\frac{d\dot{I}}{dl} = \dot{Y}_0 \dot{U}$$



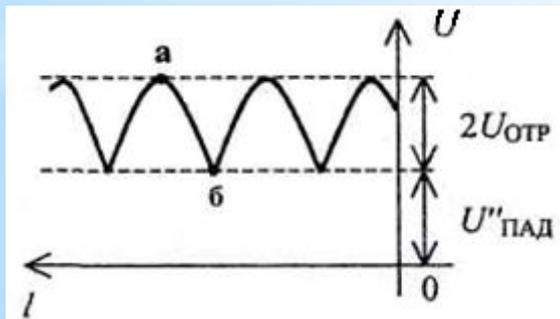
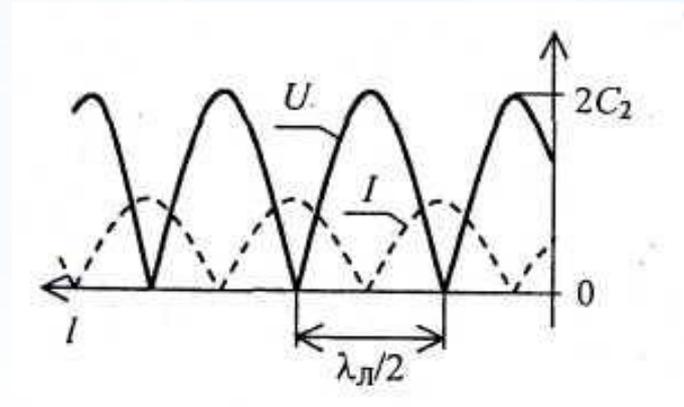
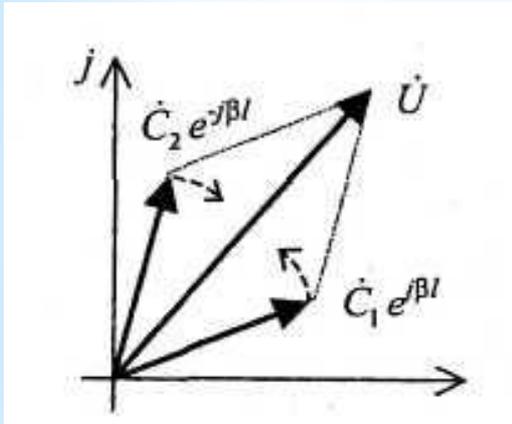
* 4. Отраженные, стоячие и смешанные волны

$$\dot{p} = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}}{\dot{U}_{\text{пад}}},$$

$$\dot{P}_{\text{H}} = \frac{\dot{Z}_{\text{H}} - \dot{Z}_{\text{C}}}{\dot{Z}_{\text{H}} + \dot{Z}_{\text{C}}}.$$

$$\dot{U}_{\text{H}} = \dot{C}_1 + \dot{C}_2,$$

$$\dot{I}_{\text{H}} = \frac{1}{\dot{Z}_{\text{C}}}(\dot{C}_1 - \dot{C}_2)$$



$$\text{КСВ} = \frac{U_{\text{макс}}}{U_{\text{мин}}}; \quad \text{КБВ} = \frac{U_{\text{мин}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{1}{\text{КСВ}};$$

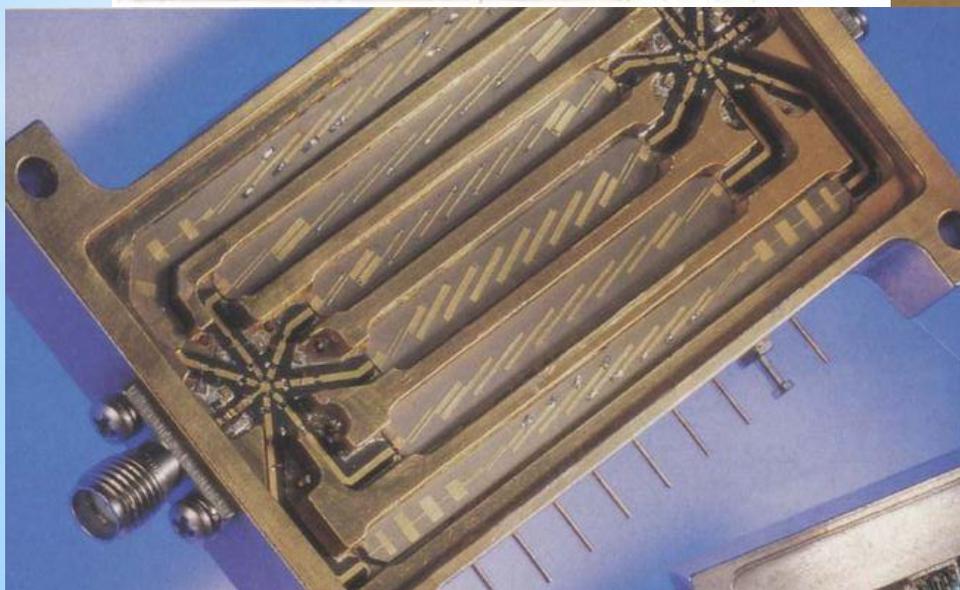
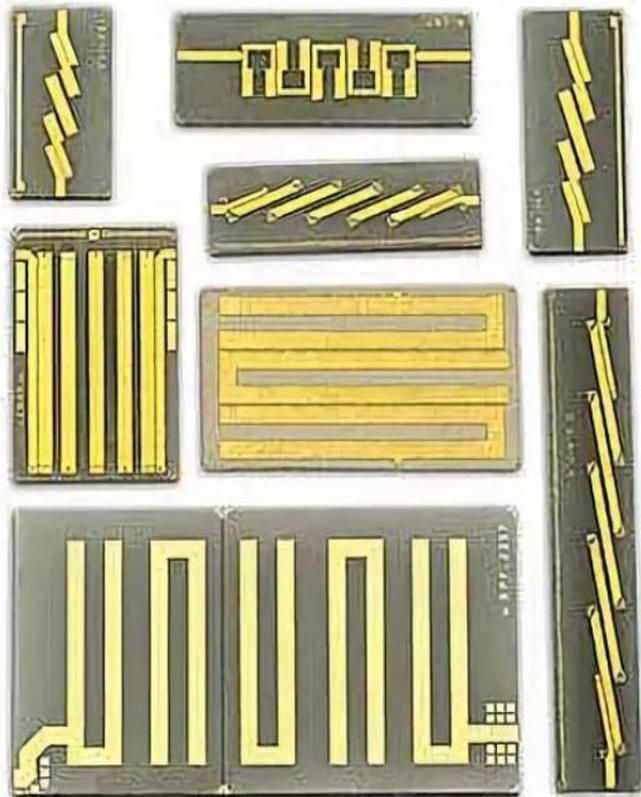
$$\text{КСВ} = \frac{1 + |\dot{P}|}{1 - |\dot{P}|}.$$

* СВЧ устройства

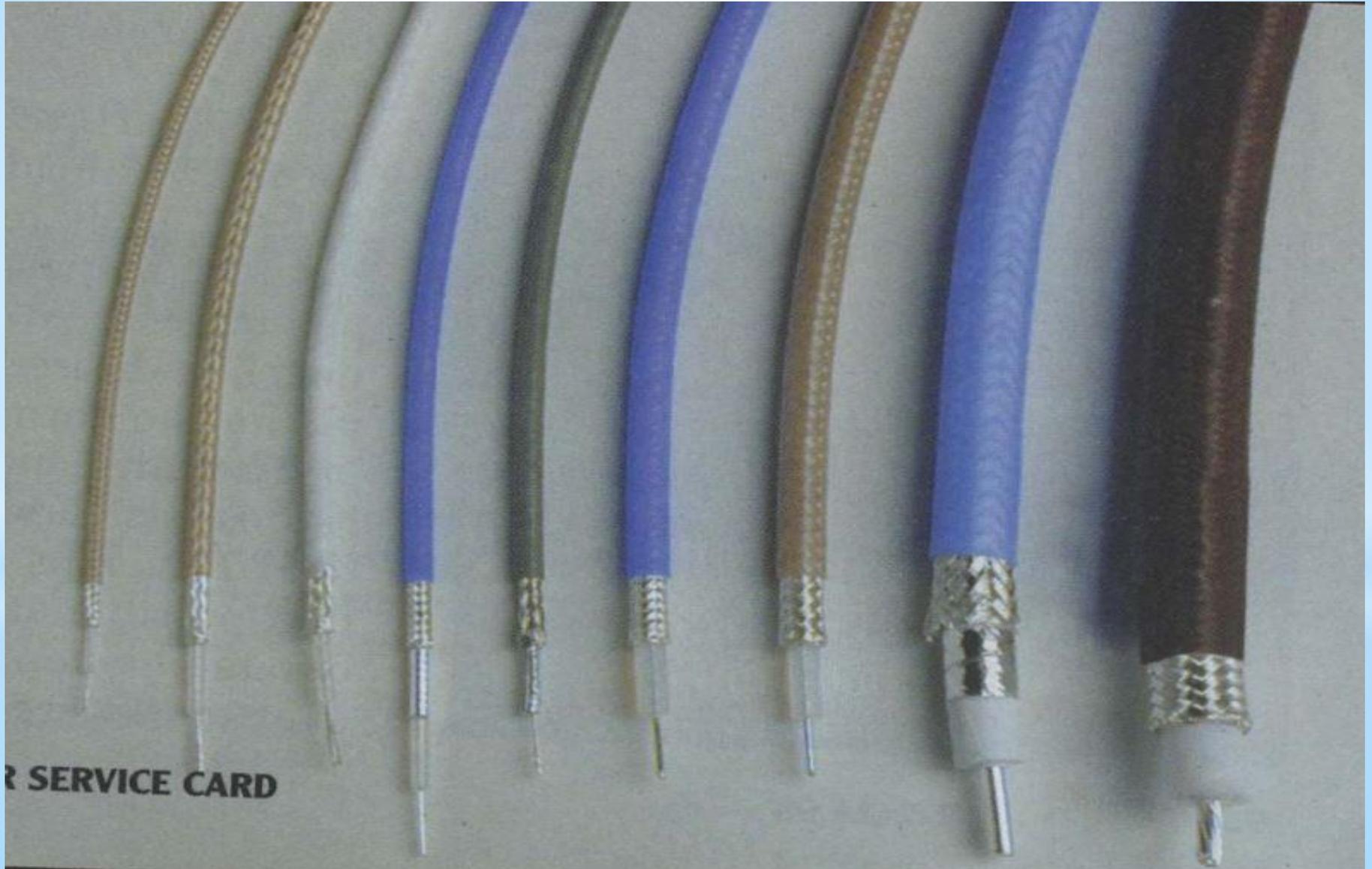


Полосковая резонансная система

Примеры полосковых систем



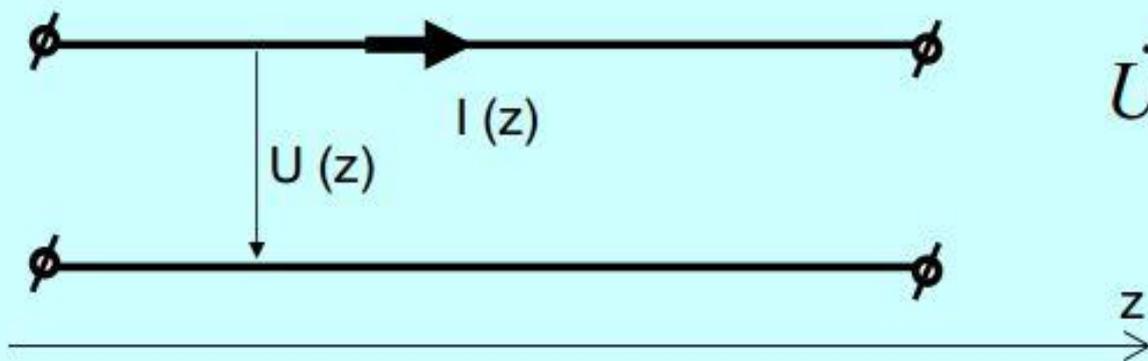
* Типы коаксиальных кабелей



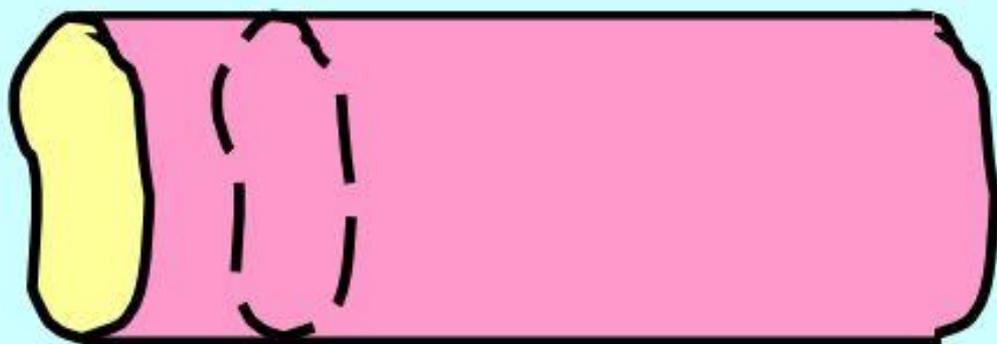
Технические характеристики линий передачи

- Тип волны (Т, Е, Н, ЕН)
- Диапазон рабочих частот ($f_{\min} < f < f_{\max}$)
- Допустимая мощность
- Фазовая скорость $V_{\phi} = c \xi$
- Длина волны в линии $\lambda = \lambda_0 \xi$
- Волновое сопротивление ρ [Ом]
- Коэффициент затухания α [дБ/м]

Математическая модель линии передачи



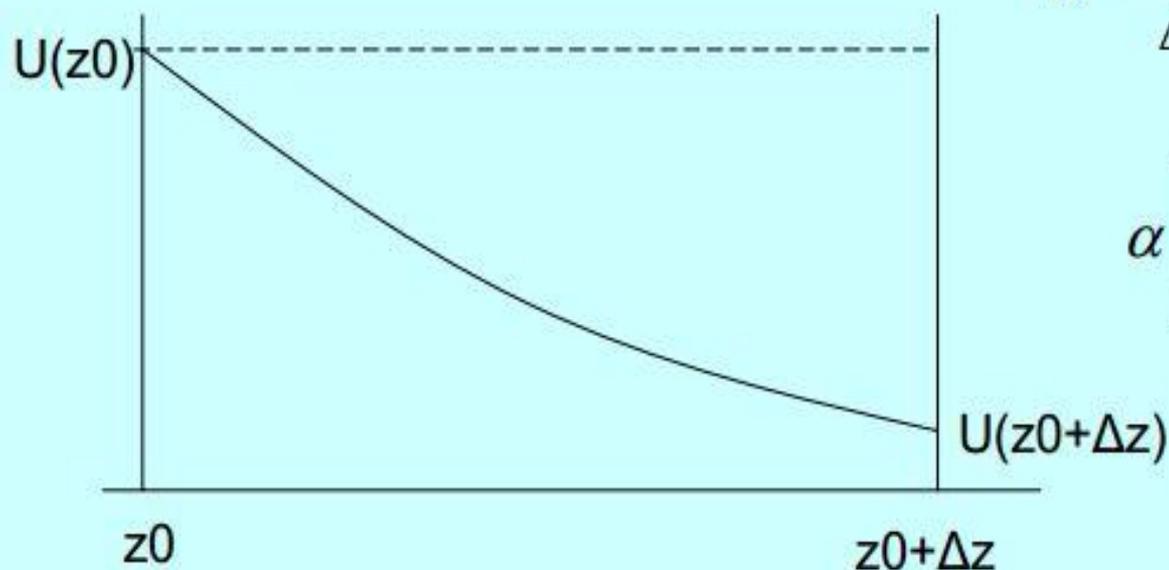
$$\dot{U}(z) = U_0 e^{-j\beta z} e^{-\alpha z}$$



$$\dot{E}_{\perp}(z) = E_0 e^{-j\beta z} e^{-\alpha z}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Коэффициент затухания



$$\alpha = \frac{1}{\Delta z} \ln \frac{U(z_0)}{U(z_0 + \Delta z)}, \quad \frac{1}{M}$$

$$\alpha \left[\frac{\text{дБ}}{\text{М}} \right] = 8,68 \cdot \alpha \left[\frac{1}{\text{М}} \right]$$

$$U(z) = U_0 \cdot 10^{-\frac{\alpha[\text{дБ/М}] \cdot z}{20}}$$

Задача №1

На входе коаксиального кабеля напряжение равно 1 мВ. Определить напряжение на выходе кабеля, если погонный коэффициент затухания составляет 0,05 дБ/М. Длина кабеля составляет 40 М.

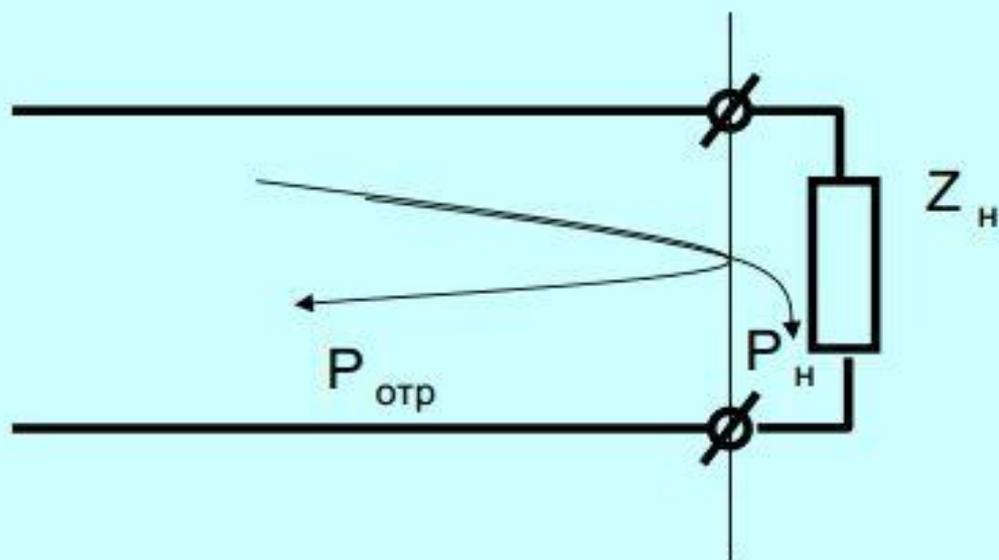
$$U(z = 40\text{м}) = 1 \cdot 10^{-\frac{0,05[\text{дБ/М}] \cdot 40}{20}} = 0,794 \text{ мВ}$$

Волновое сопротивление

$$\rho = \frac{U_{\text{пад}}(z)}{I_{\text{пад}}(z)}$$

Для коаксиальной линии

$$\rho = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \lg \frac{D}{d}$$



$$P_{\text{отр}} = P_{\text{пад}} \cdot |\Gamma|^2$$

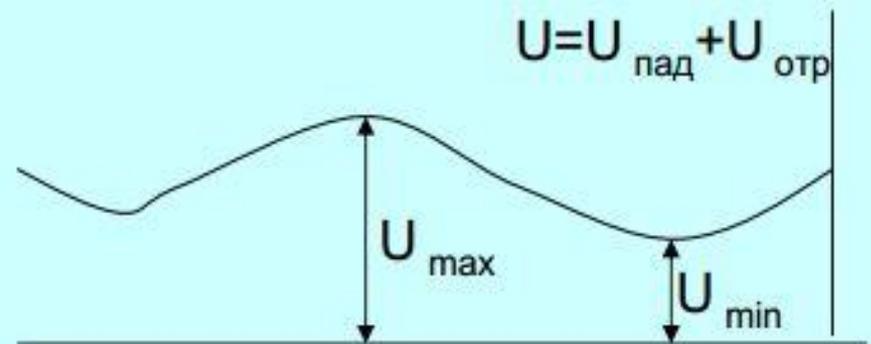
$$P_{\text{н}} = P_{\text{пад}} \cdot (1 - |\Gamma|^2)$$

$$\Gamma = \frac{Z_n - \rho}{Z_n + \rho}$$

Коэффициент стоячей волны

$$\text{КСВ} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

$$\text{КСВ} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}}$$



Согласованная линия:

$$\Gamma = 0, \text{КСВ} = 1$$

Короткозамкнутая линия :

$$\Gamma = -1, \text{КСВ} \rightarrow \infty$$

Линия холостого хода :

$$\Gamma = 1, \text{КСВ} \rightarrow \infty$$

Задача №2

К коаксиальному кабелю с волновым сопротивлением 75 Ом подсоединена нагрузка 50 Ом. Определить коэффициент отражения от нагрузки, долю отраженной мощности, долю мощности, поглощенной нагрузкой и КСВ.

$$\Gamma = \frac{50 - 75}{50 + 75} = -0,2$$

$$P_{\text{отр}} = P_{\text{пад}} \cdot |-0,2|^2 = P_{\text{пад}} \cdot 0,04 = 4\%$$

$$P_{\text{н}} = P_{\text{пад}} \cdot (1 - |-0,2|^2) = 96\%$$

$$КСВ = \frac{1 + |-0,2|^2}{1 - |-0,2|^2} = 1,08$$

Методы согласования нагрузок с волновым сопротивлением линии

Узкополосное согласование

- Четвертьволновый трансформатор сопротивлений
- Согласование с помощью реактивных элементов

Широкополосное согласование

- Экспоненциальные трансформаторы
- Ступенчатые трансформаторы
- Частотная компенсация