

Лекция 9

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ



Механические волны- это

- процесс распространения колебаний в упругой среде;
- при этом происходит перенос энергии от частицы к частице;
- переноса вещества нет;
- для создания механической волны необходима упругая среда: жидкость, твердое тело или газ.

Для возникновения механической волны необходимо:

- 1. Наличие упругой среды**
- 2. Наличие источника колебаний – деформации среды**



Виды волн

```
graph TD; A[Виды волн] --> B[поперечные]; A --> C[продольные]
```

поперечные

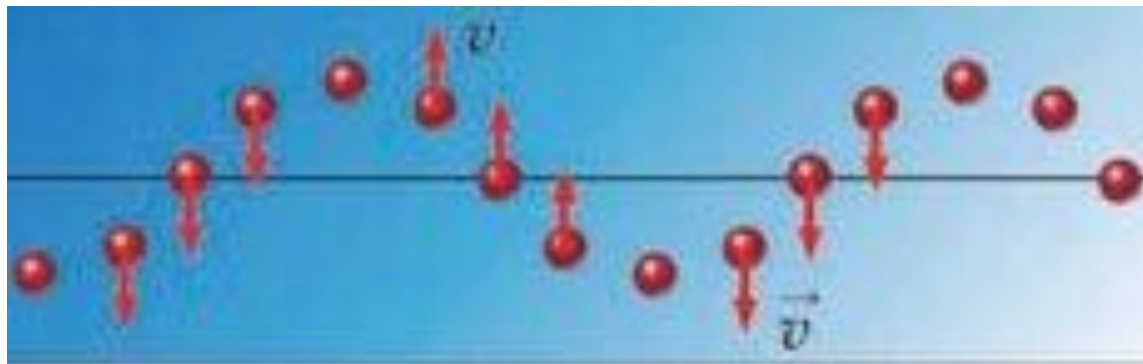
Если смещение частиц происходит перпендикулярно направлению распространения волны, то волна называется *поперечной*.

Поперечная волна может распространяться только в твёрдой среде, потому что для её распространения нужна деформация сдвига.

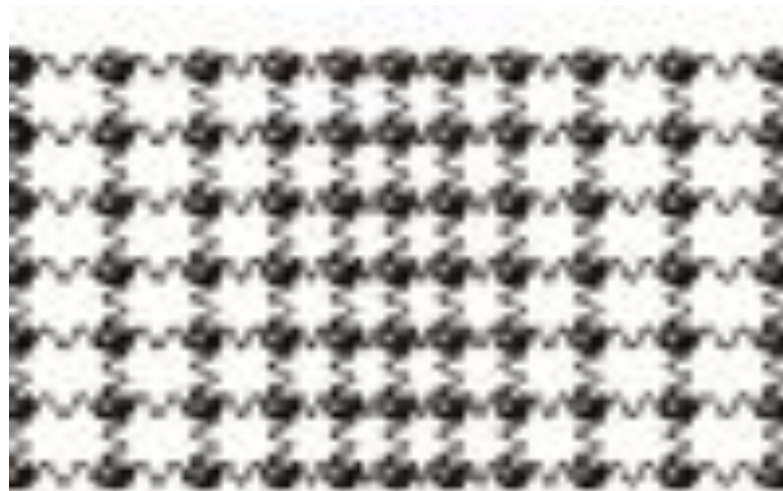
продольные

Если смещение частиц совершается вдоль направления распространения волны, то такие волны называются *продольными*

Поперечные волны



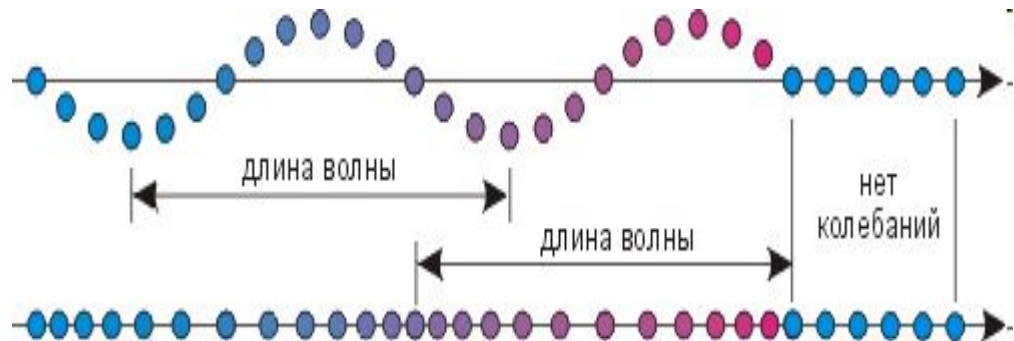
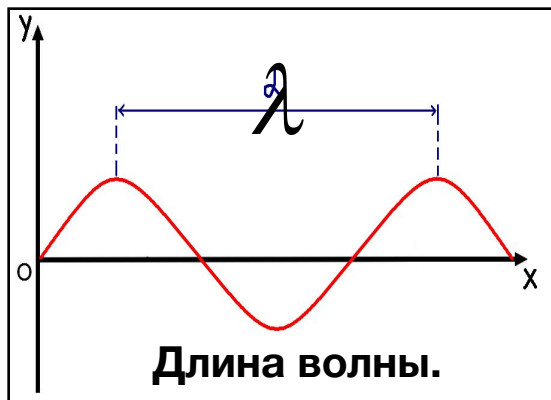
Продольные волны



2. Уравнение и основные характеристики волны.

Скорость волны - скорость распространения возмущения. Скорость волны U определяется свойствами среды, в которой эта волна распространяется. При переходе волны из одной среды в другую ее скорость изменяется.

Длиной волны λ называется расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний в ней.



Длина поперечной и продольной волны.

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$\lambda = \nu \cdot T$$

λ – длина волны, м

ν – скорость распространения волны, м/с

T – период волны, с

Механические ВОЛНЫ

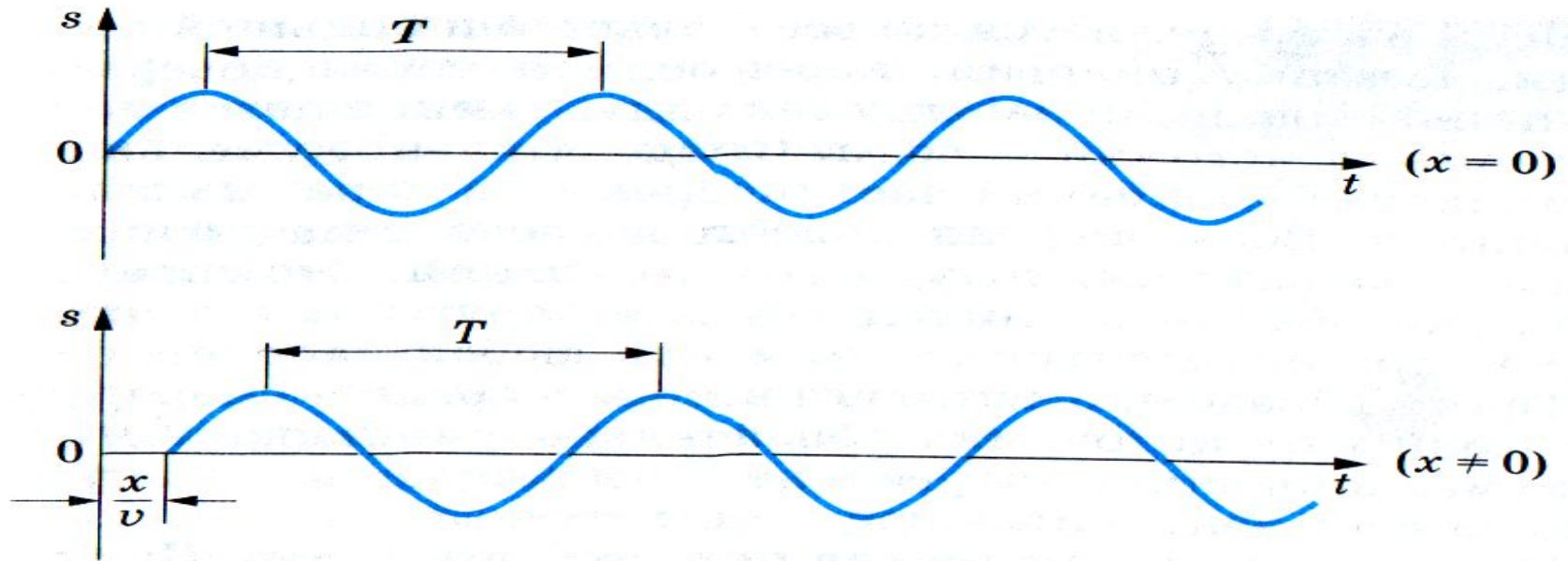
Бегущие

Перенос
энергии в направлении
распространения волны

Стоячие

Перераспределение энергии
между точками среды

Уравнение гармонической бегущей волны



$$s = s_m \sin(\omega(t - \tau)) = s_m \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right].$$

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Фронт волны (волновой фронт) – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t .

Волновая поверхность – геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волны бывают плоские, сферические, цилиндрические (в зависимости от формы волновой поверхности).

Волна, возбуждаемая в однородной, изотропной среде точечным источником, будет *сферической*.

Однородная среда – среда, физические свойства которой не изменяются от точки к точке.

Изотропная среда – среда, физические свойства которой одинаковы во всех направлениях.

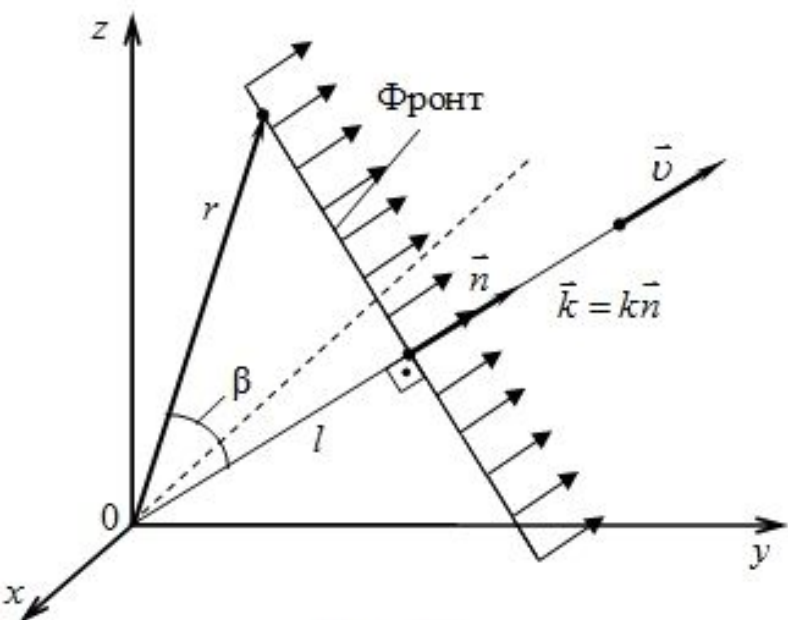


Рис. 9.3.

Пусть плоская волна распространяется не вдоль оси z , а в направлении, задаваемом вектором \vec{n} – единичным вектором нормали к плоскому фронту (рис. 9.3).

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Уравнение волны:

$$s(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha_0), \quad (9.2)$$

где \vec{r} – радиус-вектор точки наблюдения; α_0 – начальная фаза колебаний; $\vec{k} = k\vec{n}$ – волновой вектор; $\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z = kl$ – скалярное произведение векторов \vec{k} и \vec{r} .

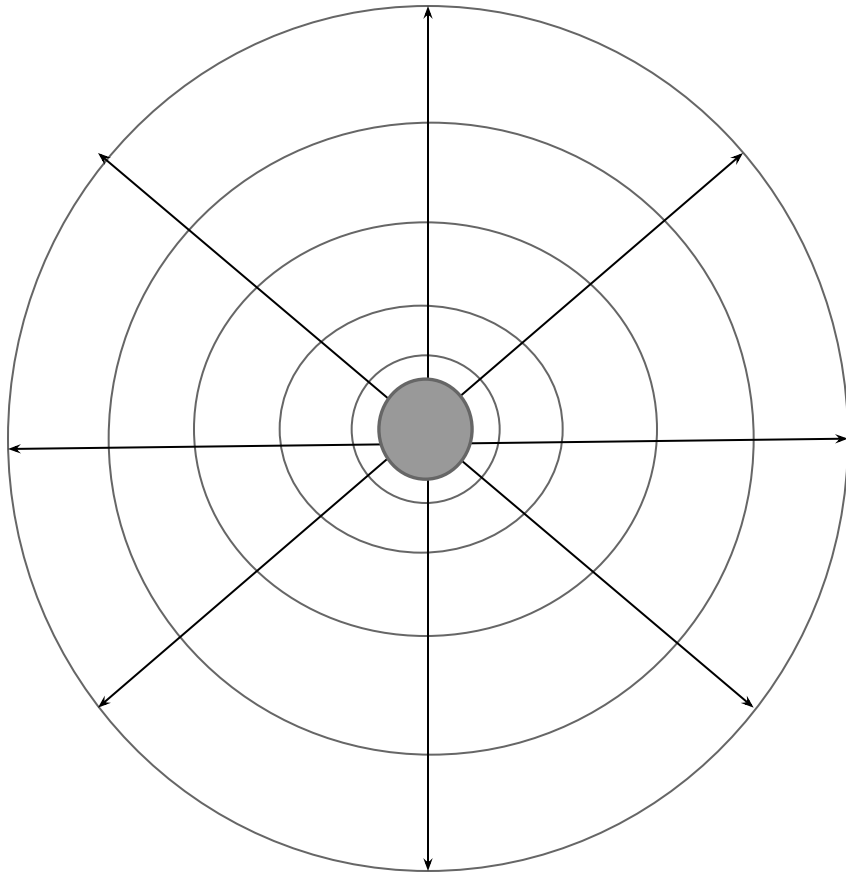
Волновой вектор – вектор \vec{k} , модуль которого равен волновому числу. Направлен он по нормали к волновой поверхности.

Уравнение сферической гармонической волны:

$$s(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha_0), \quad (9.3)$$

где A – постоянная величина, численно равная амплитуде на расстоянии от источника, равном единице; α_0 – начальная фаза колебаний в центре волны.

СФЕРИЧЕСКАЯ ВОЛНА



Возникает, если поместить в среду, например, воду, пульсирующую сферу.

Волновые поверхности – это сферы.

Лучи направлены вдоль продолжений радиусов пульсирующей сферы.

Энергия, излучаемая источником, постепенно убывает по мере увеличения радиусов волновых поверхностей, Амплитуда колебаний частиц в сферической волне по мере удаления от источника убывает

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

При деформации стержня происходит также относительное изменение диаметра стержня ε_{\perp} , которое пропорционально его продольной деформации ε :

$$\varepsilon_{\perp} = -\mu\varepsilon, \quad (9.4)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Скорости распространения упругих продольных и поперечных волн в твердых телах, имеющих форму стержня и являющихся однородной средой, определяются, соответственно:

$$v_{\square} = \sqrt{E/\rho}, \quad v_{\perp} = \sqrt{G/\rho}, \quad (9.5)$$

где E – модуль Юнга и G – модуль сдвига для твердых тел (стержней); ρ – плотность среды.

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Скорость распространения упругих продольных волн в неограниченной среде:

$$v_{\square} = \sqrt{\frac{E'_{\text{эфф}}}{\rho}}; \quad E'_{\text{эфф}} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \quad (9.6)$$

где $E'_{\text{эфф}}$ – эффективный модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона.

Скорость распространения упругих поперечных волн в неограниченной среде:

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}; \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (9.7)$$

Скорость продольных волн в жидкостях или газах:

$$v_{\square} = \sqrt{dp / d\rho}, \quad (9.8)$$

где P – давление жидкости (газа); ρ – плотность невозмущенной среды.

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Эффектом Доплера называют изменение частоты ν волн, регистрируемой приёмником, которое происходит вследствие движения источника этих волн и их приёмника.

При сближении источника и приемного прибора воспринимаемая частота становится больше и при их удалении друг от друга меньше:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 \pm v_{\text{пр}} / v}{1 \mp v_{\text{ист}} / v}, \quad (9.9)$$

где $v_{\text{пр}}$ и $v_{\text{ист}}$ – модули скоростей движения приемника и источника соответственно (относительно среды); v – фазовая скорость монохроматической волны, верхние знаки перед скоростями $v_{\text{пр}}$ и $v_{\text{ист}}$ берутся в том случае, если соответствующая скорость направлена в сторону сближения источника и приемника, в противном случае используется нижний знак; ν_0 – частота колеблющегося источника волны.

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Волновое уравнение – дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных, описывающее распространение волн в однородной изотропной среде:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \quad \Delta s = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \quad (9.10)$$

где s – физическая величина, характеризующая возмущение, распространяющееся в среде со скоростью v ; Δ – оператор

Лапласа ($\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$).

Для плоской волны волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \quad (9.11)$$

где x – направление распространения плоской волны.

Решение волнового уравнения:

$$s(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha_0). \quad (9.12)$$

5. Энергия механической волны.

Энергия упругой волны состоит из *кинетической энергии совершающих колебания частиц и потенциальной энергии упругой деформации.*

Кинетическая энергия, заключенная в малом объеме ΔV среды:

$$K = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)^2 \Delta V, \quad (9.13)$$

где $\rho \Delta V$ – масса элементарного объема, $\frac{\partial s}{\partial t}$ – скорость его движения.

Потенциальная энергия этого объёма ΔV :

$$\Pi = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 \Delta V, \quad (9.14)$$

где $\frac{\partial s}{\partial x}$ – деформация, v – фазовая скорость волны.

Полная энергия объема ΔV :

$$\Delta W = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 \right] \Delta V. \quad (9.15)$$

6. Плотность энергии. Вектор Умова.

Плотность энергии упругой волны:

$$w = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 \right]. \quad (9.16)$$

Т. к. $\frac{\partial s}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx + \alpha)$, $\frac{\partial s}{\partial x} = -Ak \sin(\omega t - kx + \alpha)$, а $k^2 v^2 = \omega^2$, то *плотность энергии*, возникающей в упругой среде при распространении в ней *плоской волны*:

$$w = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \alpha). \quad (9.17)$$

Среднее по времени значение плотности энергии в данной точке среды:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2, \quad (9.18)$$

где ρ – плотность среды; A – амплитуда волны; ω – циклическая частота.

6. Плотность энергии. Вектор Умова.

Поток энергии – количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность в единицу времени:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (9.19)$$

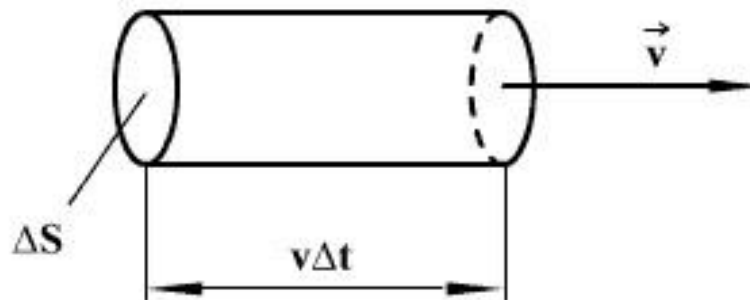
$$[1\Phi] = 1\text{Вт(ватт)}.$$

Плотность потока энергии характеризуется *вектором Умова* \vec{j} – вектором плотности потока энергии, численно равному потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данной точке, перпендикулярно направлению, в котором переносится энергия.

Направление вектора *Умова* \vec{j} совпадает с направлением переноса энергии.

$$\vec{j} = w\vec{v}, \quad (9.20)$$

где \vec{j} – плотность потока энергии (вектор *Умова*); w – плотность энергии; \vec{v} – вектор, модуль которого равен фазовой скорости.



6. Плотность энергии. Вектор Умова.

Среднее значение вектора плотности потока энергии:

$$\langle \vec{j} \rangle = \langle w \rangle \vec{v} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vec{v}. \quad (9.21)$$

Интенсивность волны в данной точке J – среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой волной.

Интенсивность плоской и сферической волн равна:

$$J = \left| \langle \vec{j} \rangle \right| = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v. \quad (9.22)$$