Лекция 9

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Механические волны- это

- процесс распространения колебаний в упругой среде;
- при этом происходит перенос энергии от частицы к частице;
- переноса вещества нет;
- для создания механической волны необходима упругая среда: жидкость, твердое тело или газ.

Для возникновения механической волны необходимо:

1. Наличие упругой среды
2. Наличие источника колебаний – деформации среды

Виды волн

поперечные

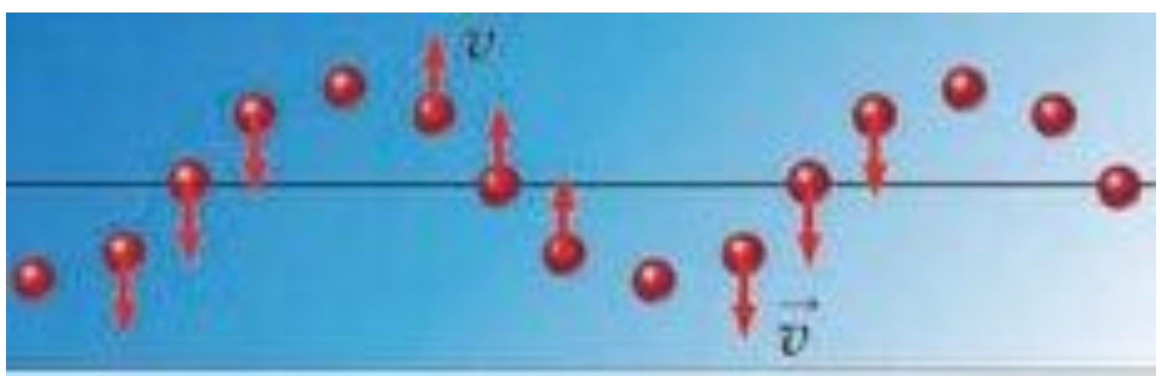
Если смещение частиц происходит перпендикулярно направлению распространения волны, то волна называется *поперечной.*

Поперечная волна может распространятся только в твёрдой среде, потому что для её распространения нужна деформация сдвига.

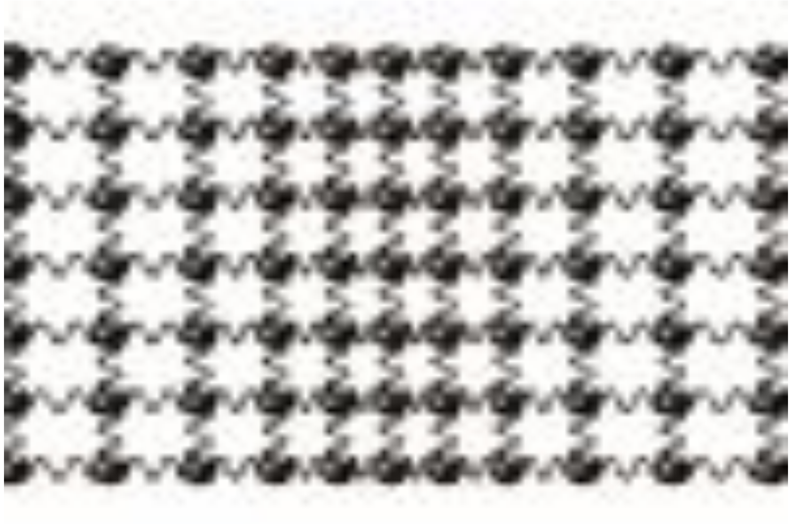
продольные

Если смещение частиц совершается вдоль направления распространения волны, то такие волны называются *продольными*

Поперечные волны



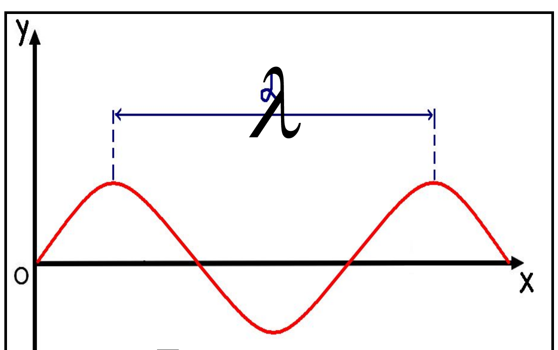
Продольные волны



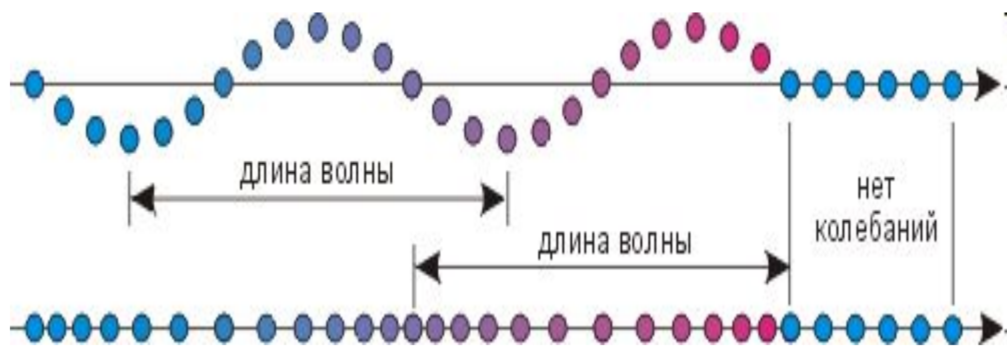
2. Уравнение и основные характеристики волны.

Скорость волны - скорость распространения возмущения. Скорость волны υ определяется свойствами среды, в которой эта волна распространяется. При переходе волны из одной среды в другую ее скорость изменяется.

Длиной волны λ называется расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний в ней.



Длина волны.



Длина поперечной и продольной волны.

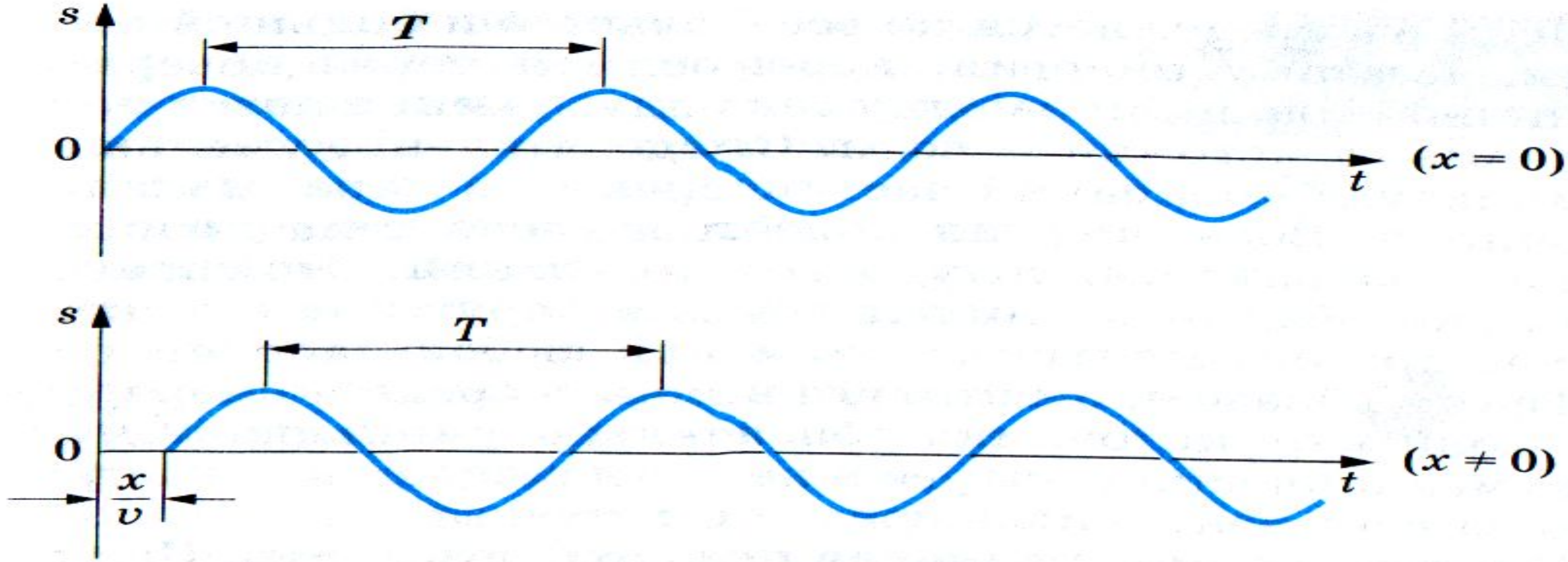
ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$\lambda = v \cdot T$$

λ – длина волны, м
v – скорость распространения волны, м/с
T – период волны, с


Механические волны
Бегущие
Стоячие
Перенос энергии в направлении распространения волны
Перераспределение энергии между точками среды

Уравнение гармонической бегущей волны



$$s = s_m \sin(\omega (t - \tau)) = s_m \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right].$$

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Фронт волны (*волновой фронт*) − геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t.

Волновая поверхность − геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волны бывают плоские, сферические, цилиндрические (в зависимости от формы волновой поверхности).

Волна, возбуждаемая в однородной, изотропной среде точечным источником, будет *сферической*.

Однородная среда − среда, физические свойства которой не изменяются от точки к точке.

Изотропная среда − среда, физические свойства которой одинаковы во всех направлениях.

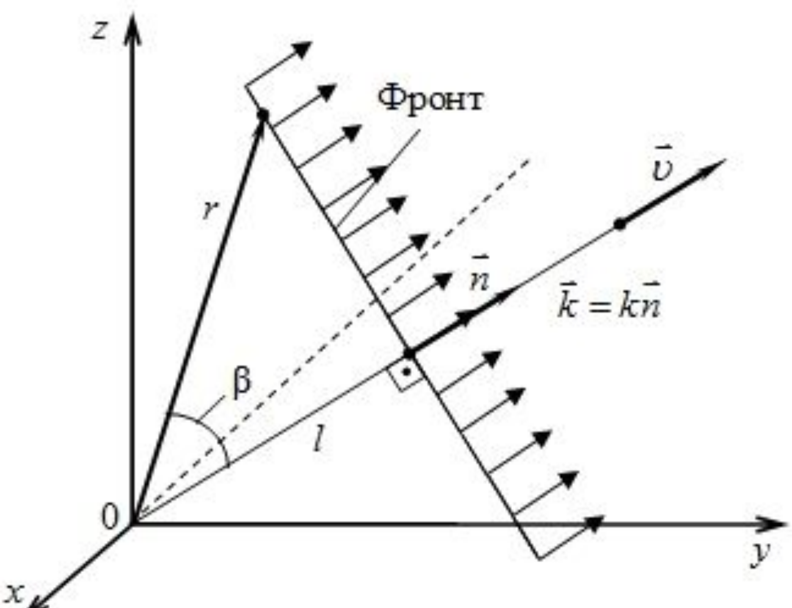


Рис. 9.3.

Пусть плоская волна распространяется не вдоль оси x, а в направлении, задаваемом вектором n − единичным вектором нормали к плоскому фронту (рис. 9.3).

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Уравнение волны:

$$s(\vec{r},t) = A\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \alpha_0), \qquad (9.2)$$

где $\vec{r}$ − радиус-вектор точки наблюдения; α_0 − начальная фаза колебаний; $\vec{k} = k\vec{n}$ − волновой вектор; $\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z = kl$ − скалярное произведение векторов $\vec{k}$ и $\vec{r}$.

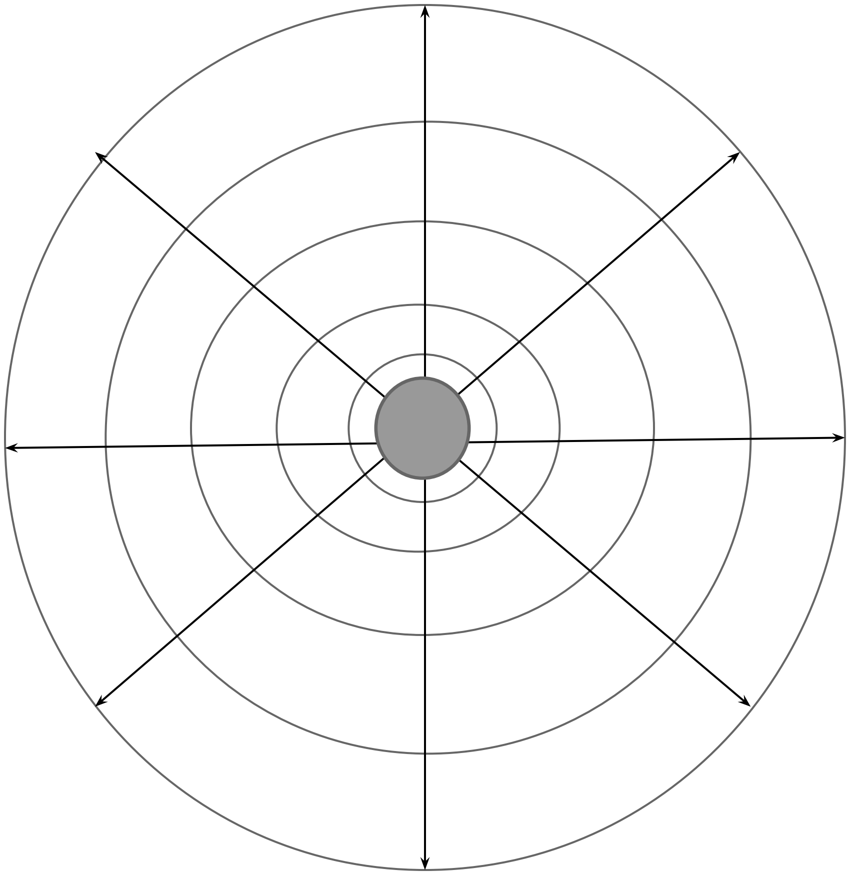
Волновой вектор – вектор $\vec{k}$, модуль которого равен волновому числу. Направлен он по нормали к волновой поверхности.

Уравнение сферической гармонической волны:

$$s(\vec{r},t) = \frac{A}{r}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \alpha_0), \qquad (9.3)$$

где A – постоянная величина, численно равная амплитуде на расстоянии от источника, равном единице; α_0 – начальная фаза колебаний в центре волны.

СФЕРИЧЕСКАЯ ВОЛНА



Возникает, если поместить в среду, например, воду, пульсирующую сферу.

Волновые поверхности – это сферы.

Лучи направлены вдоль продолжений радиусов пульсирующей сферы.

<u>Энергия</u>, излучаемая источником, постепенно <u>убывает</u> по мере увеличения радиусов волновых поверхностей,

<u>Амплитуда</u> колебаний частиц в сферической волне по мере удаления от источника <u>убывает</u>

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

При деформации стержня происходит также относительное изменение диаметра стержня $\varepsilon_{\perp}$, которое пропорционально его продольной деформации ε:

$$\varepsilon_{\perp} = -\mu\varepsilon, \qquad (9.4)$$

где μ – *коэффициент Пуассона.*

Скорости распространения упругих продольных и поперечных волн в твердых телах, имеющих форму стержня и являющихся однородной средой, определяются, соответственно:

$$\upsilon_{\parallel} = \sqrt{E/\rho}\,,\ \upsilon_{\perp} = \sqrt{G/\rho}\,, \qquad (9.5)$$

где E − модуль Юнга и G − модуль сдвига для твердых тел (стержней); ρ − плотность среды.

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

***Скорость распространения упругих продольных волн в неограниченной среде*:**

$$\upsilon_{\square} = \sqrt{\frac{E'_{эфф}}{\rho}}\,;\; E'_{эфф} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \qquad (9.6)$$

где $E'_{эфф}$ – эффективный модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона.

***Скорость распространения упругих поперечных волн в неограниченной среде*:**

$$\upsilon_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\,;\; G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \qquad (9.7)$$

Скорость продольных волн в жидкостях или газах:

$$\upsilon_{\square} = \sqrt{dp/d\rho}, \qquad (9.8)$$

где p – давление жидкости (газа); ρ – плотность невозмущенной среды.

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Эффектом Доплера называют изменение частоты ν волн, регистрируемой приёмником, которое происходит вследствие движения источника этих волн и их приёмника.

При сближении источника и приемного прибора воспринимаемая частота становится больше и при их удалении друг от друга меньше:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 \pm \upsilon_{\text{пр}} / \upsilon}{1 \mp \upsilon_{\text{ист}} / \upsilon}, \tag{9.9}$$

где $\upsilon_{\text{пр}}$ и $\upsilon_{\text{ист}}$ – модули скоростей движения приемника и источника соответственно (относительно среды); υ – фазовая скорость монохроматической волны, верхние знаки перед скоростями $\upsilon_{\text{пр}}$ и $\upsilon_{\text{ист}}$ берутся в том случае, если соответствующая скорость направлена в сторону сближения источника и приемника, в противном случае используется нижний знак; ν_0 – частота колеблющегося источника волны.

4. Волновое уравнение. Волновой вектор.

Волновое уравнение – дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных, описывающее распространение волн в однородной изотропной среде:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2},\quad \Delta s=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \qquad (9.10)$$

где s – физическая величина, характеризующая возмущение, распространяющееся в среде со скоростью υ; Δ – оператор Лапласа ($\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$).

Для плоской волны волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \qquad (9.11)$$

где x – направление распространения плоской волны.

Решение волнового уравнения:

$$s(\vec{r},t)=A\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\alpha_0). \qquad (9.12)$$

5. Энергия механической волны.

Энергия упругой волны состоит из *кинетической энергии совершающих колебания частиц и потенциальной энергии упругой деформации*.

Кинетическая энергия, заключенная в малом объеме ΔV среды:

$$K = \frac{\rho}{2}\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 \Delta V, \tag{9.13}$$

где $\rho\Delta V$ – масса элементарного объема, $\frac{\partial s}{\partial t}$ – скорость его движения.

Потенциальная энергия этого объёма ΔV:

$$\Pi = \frac{\rho \upsilon^2}{2}\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)\Delta V, \tag{9.14}$$

где $\frac{\partial s}{\partial t}$ – деформация, υ – фазовая скорость волны.

Полная энергия объема ΔV:

$$\Delta W = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 + \upsilon^2\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2\right]\Delta V. \tag{9.15}$$

6. Плотность энергии. Вектор Умова.

Плотность энергии упругой волны:

$$w = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 + \upsilon^2\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2\right]. \qquad (9.16)$$

Т. к. $\frac{\partial s}{\partial t} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \alpha)$, $\frac{\partial s}{\partial x} = -Ak\sin(\omega t - kx + \alpha)$, а $k^2\upsilon^2 = \omega^2$, то *плотность энергии*, возникающей в упругой среде при распространении в ней *плоской волны*:

$$w = \rho A^2\omega^2\sin^2(\omega t - kx + \alpha). \qquad (9.17)$$

Среднее по времени значение плотности энергии в данной точке среды:

$$\langle w\rangle = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2, \qquad (9.18)$$

где ρ – плотность среды; A – амплитуда волны; ω – циклическая частота.

6. Плотность энергии. Вектор Умова.

Поток энергии – количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность в единицу времени:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \tag{9.19}$$

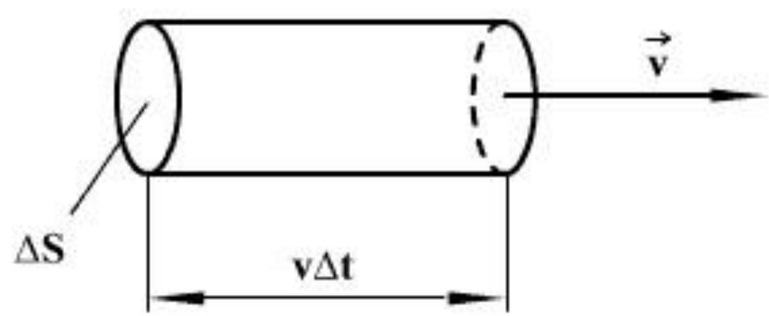
$[1\Phi] = 1\text{Вт}(\text{ватт})$.

Плотность потока энергии характеризуется ***вектором Умова*** $\vec{j}$ – вектором плотности потока энергии, численно равному потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данной точке, перпендикулярно направлению, в котором переносится энергия.

Направление вектора Умова $\vec{j}$ совпадает с направлением переноса энергии.

$$\vec{j} = w\vec{\upsilon}, \tag{9.20}$$

где $\vec{j}$ – плотность потока энергии (вектор Умова); w – плотность энергии; $\vec{\upsilon}$ – вектор, модуль которого равен фазовой скорости.



6. Плотность энергии. Вектор Умова.

Среднее значение вектора плотности потока энергии:

$$\left\langle \vec{j} \right\rangle = \langle w \rangle \vec{\upsilon} = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 \vec{\upsilon}. \qquad (9.21)$$

Интенсивность волны в данной точке J – среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой волной.

Интенсивность плоской и сферической волн равна:

$$J = \left| \left\langle \vec{j} \right\rangle \right| = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 \upsilon. \qquad (9.22)$$