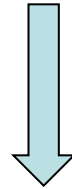


# Тема: Эмпирико-статистические модели климатических изменений



## Земля как климатическая система:

- космические факторы,
- геофизические факторы,
- химический состав атмосферы,
- внутренние автоколебания,
- антропогенное влияние.



## Диагностика



Глава американской Национальной администрации по океану и атмосфере (NOAA) Конрад Лаутенбахер объявил о старте международного проекта по полному обследованию Земли.

Специалисты из десятков организаций 49 стран в течение 10 лет снимут тысячи геофизических параметров атмосферы, океана и земной поверхности, а главное — упорядочат огромное число уже полученных разрозненных данных.

В результате будет создана компьютерная база данных, самая полная и удобная в использовании, где сформируется образ планеты со всеми течениями, ветрами, изменяющимися рельефами и т.д.



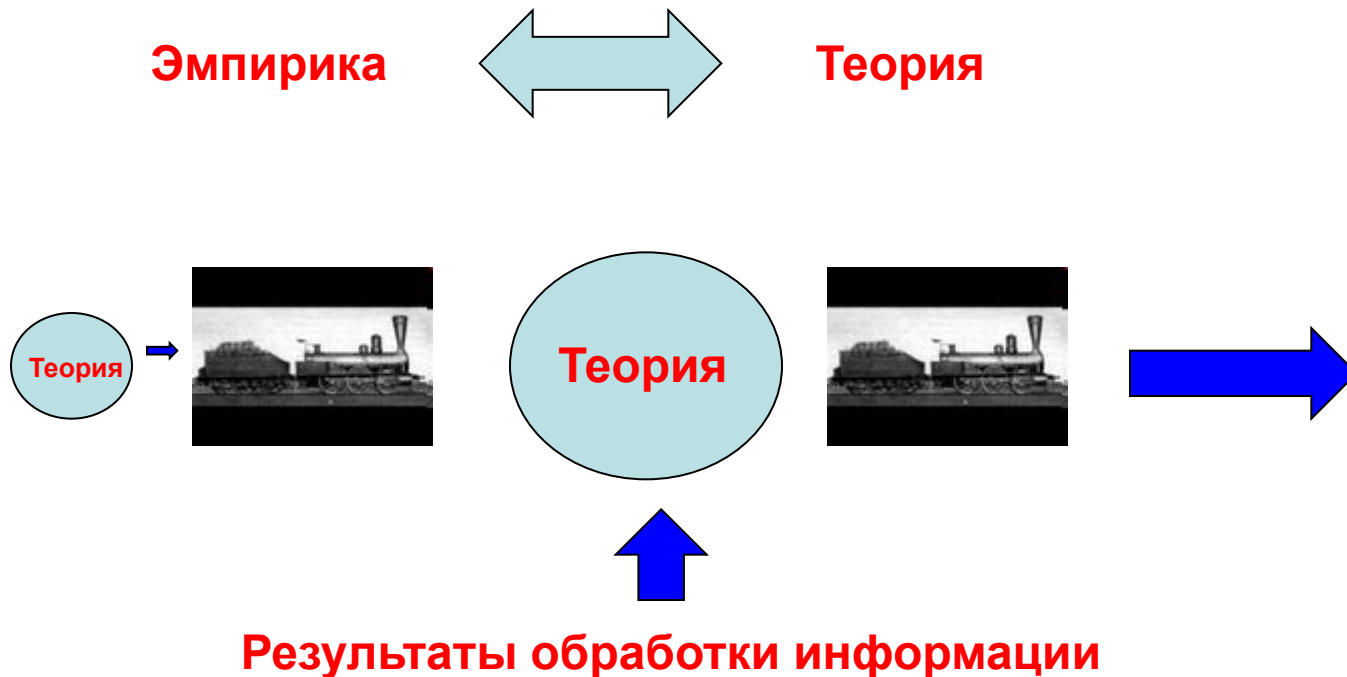
# Лекция 9. Общая схема. Методы идентификации климатических изменений

Физико-математические модели

$$Y=f(x_1, x_2, \dots)$$

Стохастические модели

$$Y=f(t, \varphi, \lambda)$$

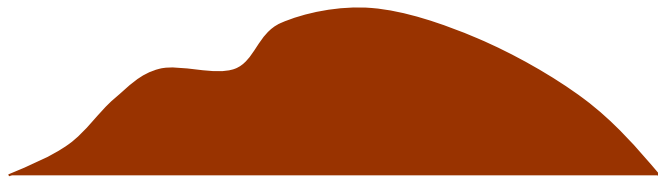


# Методология стационарной модели

## Основные положения:

- однородная выборка,
- стационарность основных параметров (среднее и дисперсия),
- случайное событие = характеристике за каждый год,
- все свойства цикличности отображаются, как правило, одним параметром (коэффициент автокорреляции между смежными членами ряда)

## Краеугольные камни концепции однородной – стационарной выборки с автокорреляцией



*Математическое  
ожидание  $x(t)=mx=const$*



*Дисперсия  
 $Dx(t)=Dx=const$*



*Автокорреляция  
 $r(t,t')=r(t,t+1)=r(\tau=1)\neq 0=const$*

## МОДЕЛЬ:

- простая цепь Маркова (время),
- однородное распределение с 2-3 параметрами (коллектив)

# Методология динамической модели

- неоднородная выборка,
- возможна нестационарность параметров,
- случайное событие обязательно 1 раз в год (погодичное),
- цикличность представляется напрямую в виде параметров циклов

## Краеугольные камни концепции неоднородной – нестационарной выборки



## МОДЕЛЬ:

- Сумма циклических составляющих разного временного масштаба;
- Композиция распределений стационарных компонент + сумма нестационарных компонент

# Случайные события

## А. Отдельные события



## Б. Внутригодовые обобщения:

- среднегодовые,
- среднемесячные,
- выборочные в году экстремумы (максимумы и минимумы),
- параметры внутригодовой функции

## В. Характеристики циклов многолетних колебаний:

$T$  – период цикла;

$A$  – амплитуда цикла,

$T_{up}$  – продолжительность подъема,

$T_d$  – продолжительность спада,

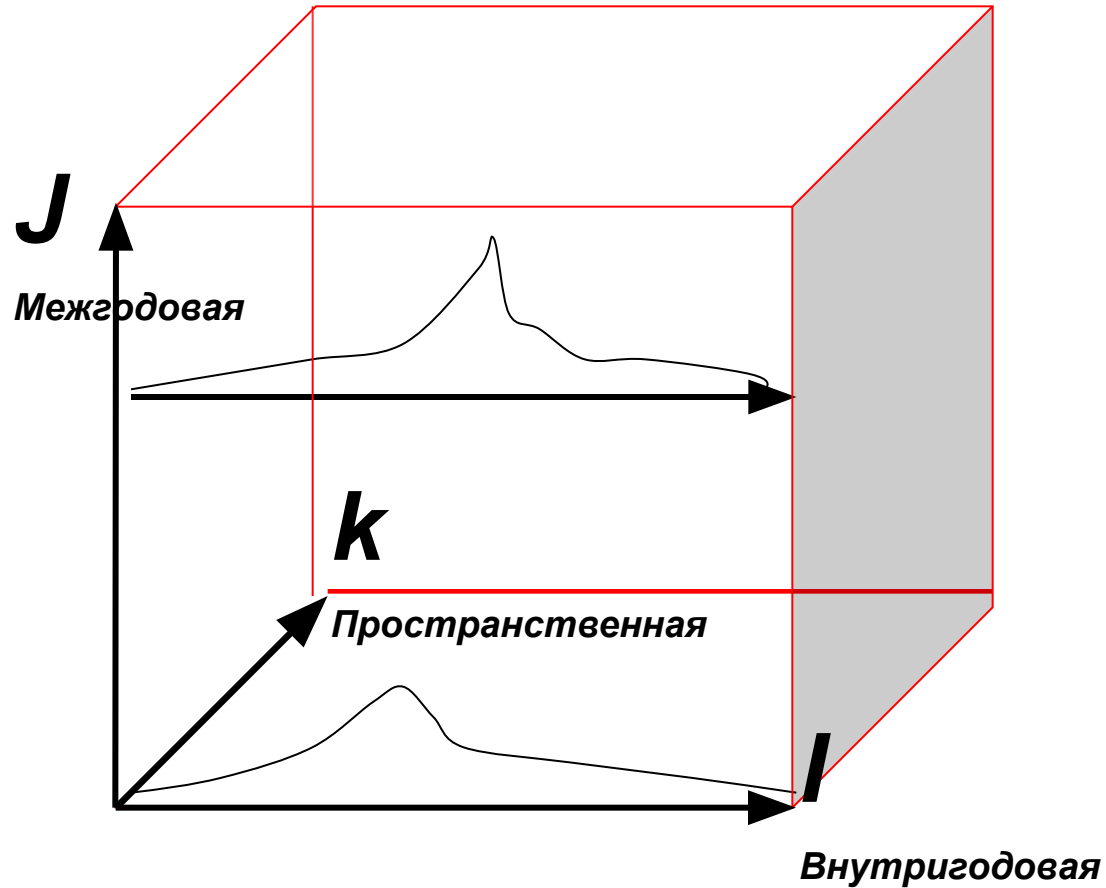
$V_{up}$  – скорость подъема,

$V_d$  – скорость спада,

$W$  – объем цикла.

# Общая схема построения модели

## - Методология



Все пространственно-временные колебания могут быть представлены в виде трехмерного массива переменных, изменяющихся по осям  $i, j, k$ .

# Алгоритм



# Вид модели временного ряда

$$S(Ch) \leq \Delta y$$

- динамическая,

$$\Delta y < S(Ch) \leq 100 - \Delta y$$

- динамико-стохастическая,

$$S(Ch) > 100 - \Delta y$$

- стохастическая,

где:  $S(Ch)$  - стандарт остаточной дисперсии зависимости рассматриваемой характеристики (Ch) от времени (t):

$$Ch = f(t);$$

$\Delta y$  - относительная погрешность гидрометеорологической характеристики (в %).



# Предварительные (простые) методы выявления неоднородности

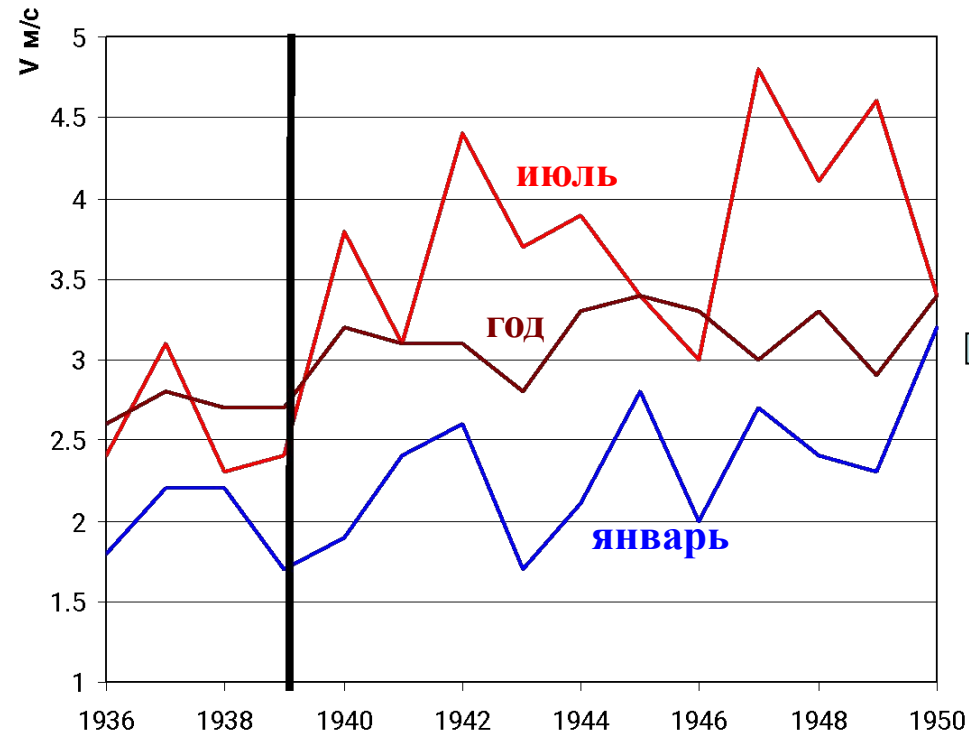
## 1. Визуальный анализ

## 2. Метод соответствующих разностей

## 3. Метод соответствующих отношений

### Чимкент, скорость ветра

	I	VII	Год
1936	1.8	2.4	2.6
1937	2.2	3.1	2.8
1938	2.2	2.3	2.7
1939	1.7	2.4	2.7
1940	1.9	3.8	3.2
1941	2.4	3.1	3.1
1942	2.6	4.4	3.1
1943	1.7	3.7	2.8
1944	2.1	3.9	3.3
1945	2.8	3.4	3.4
1946	2	3	3.3
1947	2.7	4.8	3
1948	2.4	4.1	3.3
1949	2.3	4.6	2.9
1950	3.2	3.4	3.4



**Перенос  
станции**

Год	1925	1926	1929	1930	1949	1950
t <sup>0</sup> C	-0.5	-12.9	-10.3	-0.9	-2.2	-13.9

## Однородность

Однородность  
эмпирического  
распределения  
(проверка на  
отклоняющиеся  
экстремумы)

Стационарность  
(однородность во  
времени) параметров  
распределения  
(среднее значение и  
дисперсия).

# Методы оценки стационарности параметров временных рядов

## Критерий Фишера для дисперсий:

$$F = \sigma_j^2 / \sigma_{j+1}^2$$

при  $\sigma_j^2 > \sigma_{j+1}^2$ . где  $\sigma_j^2$ ,  $\sigma_{j+1}^2$  – соответственно дисперсии двух следующих друг за другом подвыборок ( $j$  и  $j+1$ ) объемом  $n_1$  и  $n_2$

$$n_{1F} = \frac{n_1 g}{1 + \frac{2r^2}{1-r^2} \left[ 1 - \frac{1-r^{2n_1}}{n_1(1-r^2)} \right]}$$

$$n_{2F} = \frac{n_2 g}{1 + \frac{2r^2}{1-r^2} \left[ 1 - \frac{1-r^{2n_2}}{n_2(1-r^2)} \right]}$$

где:  $g$  – коэффициент, учитывающий влияние асимметрии исходной совокупности и определяемый по табл.

$r$  – коэффициент автокорреляции между смежными членами ряда.

## Критерий Стьюдента для средних:

$$t = \frac{Y_{cpI} - Y_{cpII}}{\sqrt{n_1 \sigma_I^2 + n_2 \sigma_{II}^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 2)}{n_1 + n_2}}$$

где:  $Y_{cpI}$ ,  $Y_{cpII}$ ,  $\sigma_I^2$ ,  $\sigma_{II}^2$  – средние значения и дисперсии двух последовательных выборок.  $n_1$  и  $n_2$  – объемы выборок.

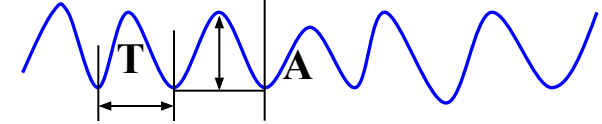
$$t'_\sigma = C_t \cdot t_\sigma$$

где:  $t'_\sigma$  – критическое значение статистики Стьюдента при наличии автокорреляции,

$t_\sigma$  – критическое значение статистики Стьюдента для случайной совокупности при том же числе степеней свободы  $k = n_1 + n_2 - 2$ ;

$C_t$  – переходный коэффициент, определяемый в зависимости от коэффициента автокорреляции

# Методы аппроксимации временных рядов



Вид функции циклов	Период		Амплитуда		Адекватный метод
	Наличие информации	Свойства	Наличие информации	Свойства	
гармоническая	известен	постоянный	известна	постоянна	среднее
				непостоянна	регрессия
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	спектр. анализ
		непостоянный	известна	постоянна	регрессия
				непостоянна	регрессия
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	-
	неизвестен	случайный	известна	постоянна	-
				непостоянна	-
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	-
		неслучайный	известна	постоянна	спектр. анализ
				непостоянна	Регрессия
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	Регрессия

# Методы аппроксимации временных рядов (продолжение)

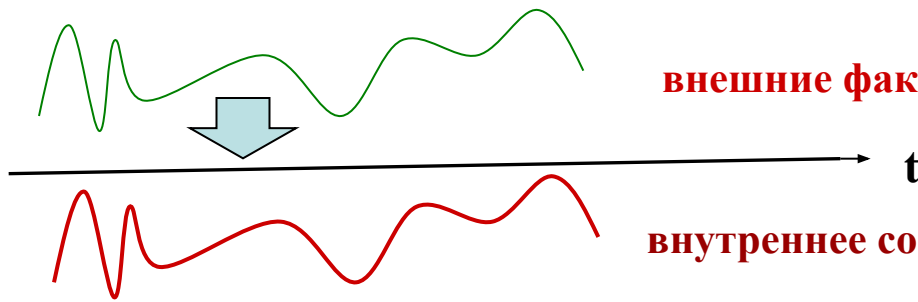
Вид функции циклов	Период		Амплитуда		Адекватный метод
	Наличие информации	Свойства	Наличие информации	Свойства	
неизвестен	известен	постоянный	известна	постоянна	среднее
				непостоянна	-
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	-
		непостоянный	известна	постоянна	-
				непостоянна	-
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	-
	неизвестен	случайный	известна	постоянна	-
				непостоянна	-
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	-
		неслучайный	известна	постоянна	-
				непостоянна	-
			неизвестна	случайна	-
				неслучайна	-

# Методы выбора эффективной модели временного ряда

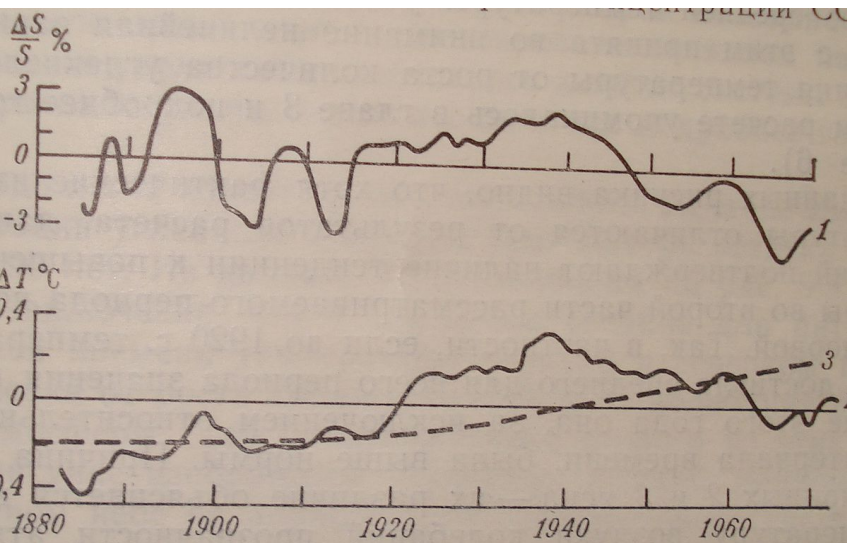
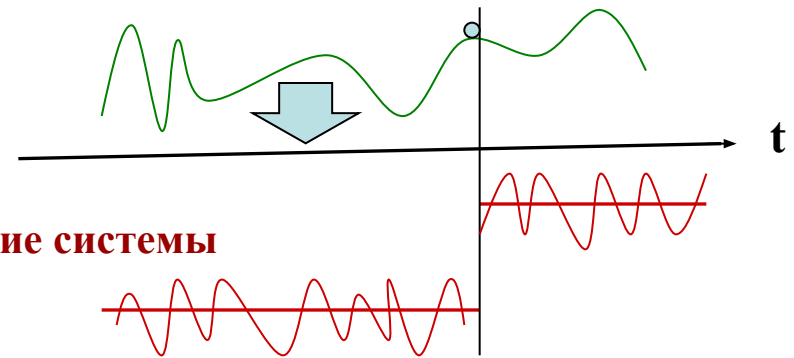
## Основные модели временного ряда

- стационарный временной ряд,
- монотонные изменения в виде линейного тренда,
- ступенчатые переходы от одного стационарного состояния к другому,
- гармоническая модель.

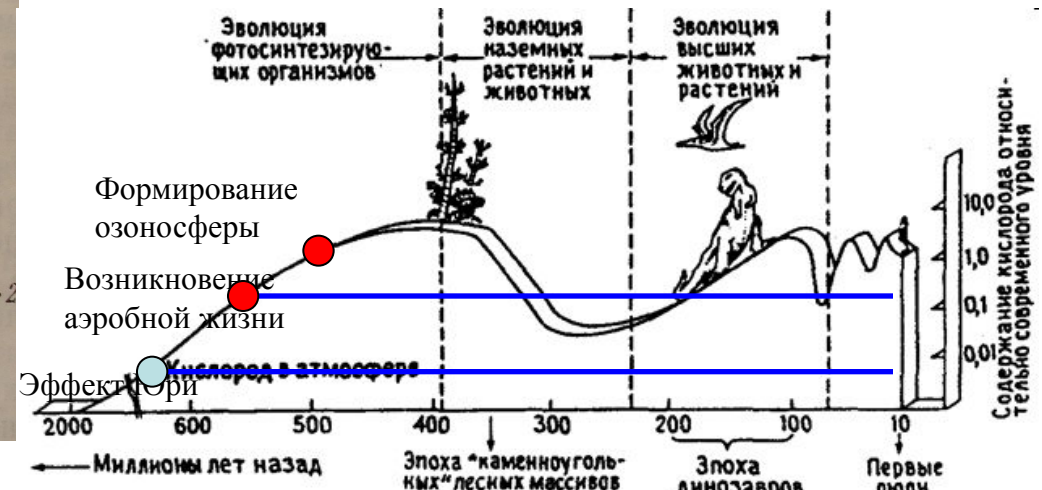
### Равновесная система



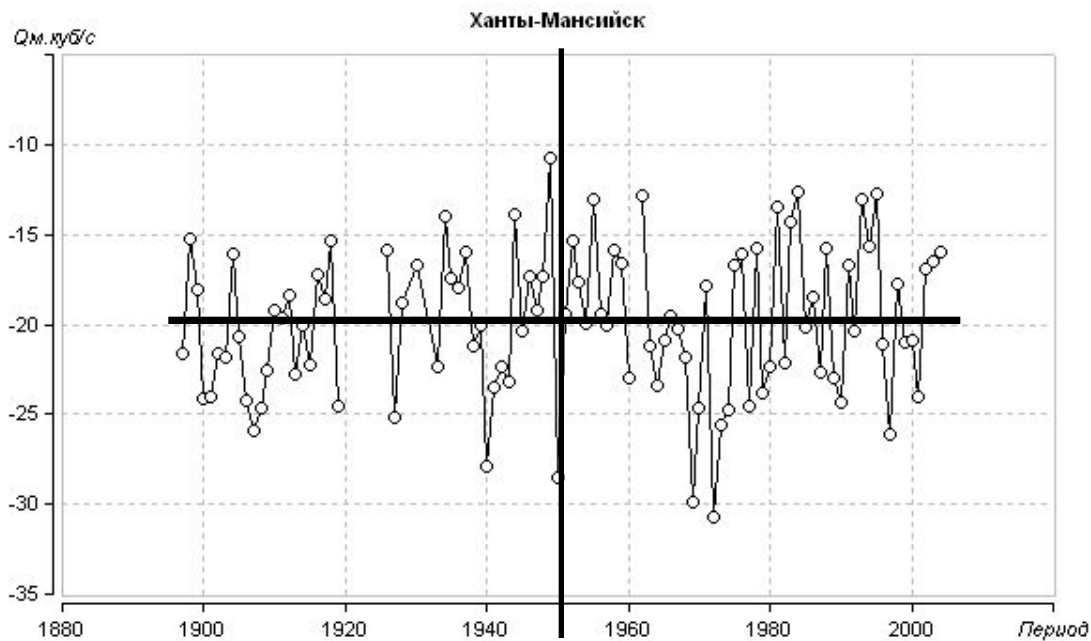
### Неравновесная система



Изменение прямой радиации (1) и температуры воздуха (2).



# 1. Стационарный временной ряд

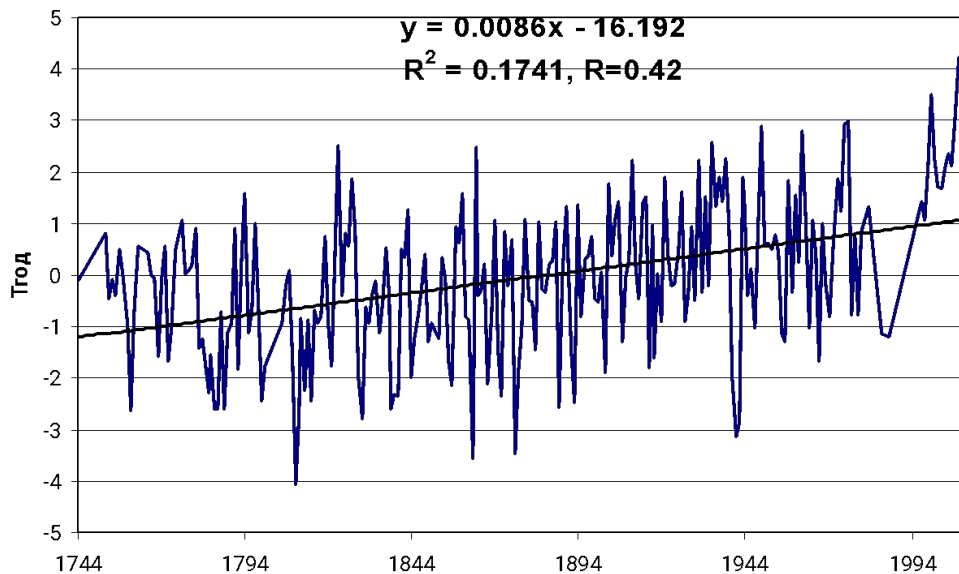


$$Sr(t) = const, \quad \sigma(t) = const$$

$$\sigma_{\varepsilon} = \sigma_y$$

# 2. Модель линейного тренда

$$Y(t) = b_1 t + b_0$$



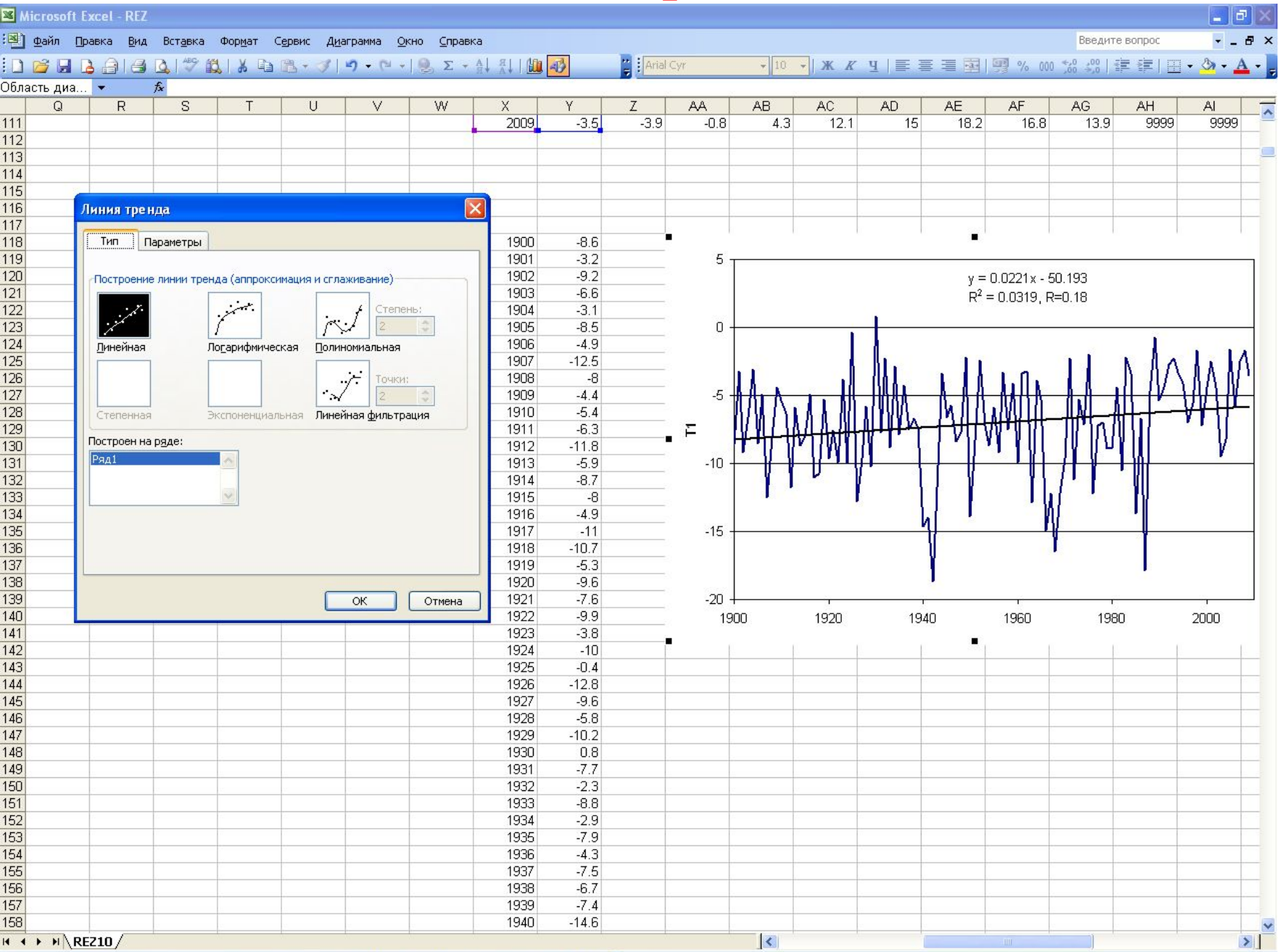
$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{cp})(t_i - t_{cp})}{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2}$$

$$b_0 = Y_{cp} - b_1 t_{cp}$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{cp})(t_i - t_{cp})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{cp})^2 \sum_{i=1}^n (t_i - t_{cp})^2}}$$

$$\sigma_{\varepsilon} = \sigma_y \sqrt{1 - R^2}$$

# Расчет тренда в Excel





# Проверка коэффициента корреляции на значимость (относительно нуля)

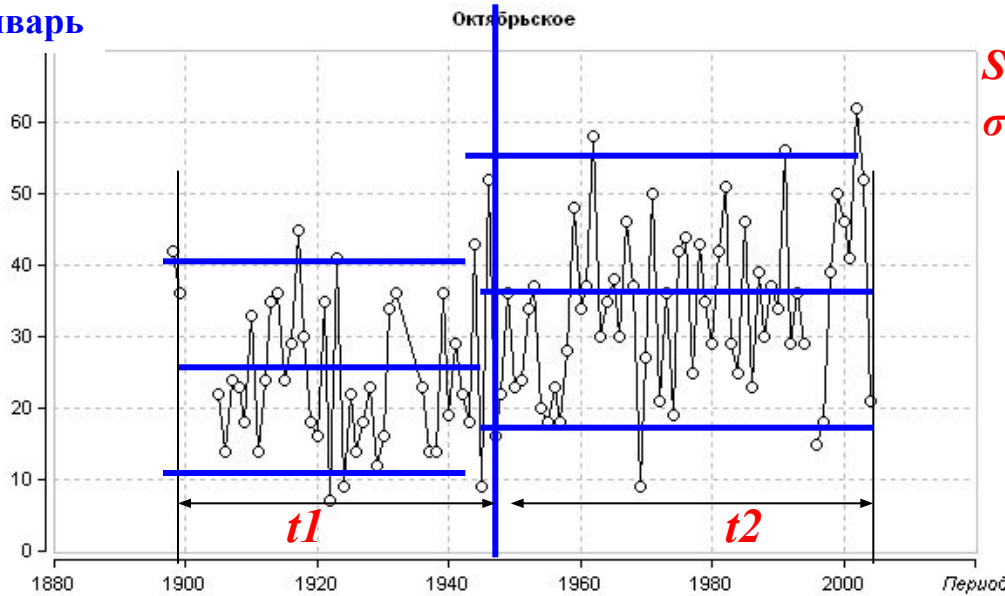
Число степеней свободы (n-2)	Уровень значимости	
	5%	1%
10	0.576	0.708
11	0.553	0.684
12	0.532	0.661
13	0.514	0.641
14	0.497	0.623
15	0.482	0.606
16	0.468	0.590
17	0.456	0.575
18	0.444	0.561
19	0.433	0.549
20	0.423	0.537
21	0.413	0.526
30	0.349	0.449
35	0.325	0.418
40	0.304	0.393
50	0.273	0.354
60	0.250	0.325
70	0.232	0.302
80	0.217	0.283
90	0.205	0.267
100	0.195	0.254

### 3. Модель ступенчатых изменений

$$Sr1(t1) = const1,$$

$$\sigma1(t1) = const1,$$

мм, январь



$$Sr2(t2) = const2,$$

$$\sigma2(t2) = const2.$$

Алгоритм  $\sigma1^2*(n1-1) + \sigma2^2*(n2-1) = SS \rightarrow \min$

$$SS = \sum_1^{n1} (Y_i - Y_{1cp})^2 + \sum_{n1+1}^n (Y_i - Y_{2cp})^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_{смын} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 n_1 + \sigma_2^2 n_2}{(n_1 + n_2 - 1)}}$$

1 шаг:  $n1=n2$ ,

2-ой и другие:  $n1^* = n1 - i$  ( $i=1, n/2-2$ ) и затем  $n1^* = n1 + i$  ( $i=1, n/2-2$ )



## 4. Гармоническая модель

$$Y_i = B_1 \sin\left(\frac{t_i}{T_1}\right) + B_2 \sin\left(\frac{t_i}{T_2}\right) + \dots + B_0$$

для  $j=1$

$$X_i = \sin(t_i/T_j)$$

$$B_1 = (\sum (Y_i - Y_{cp})(X_i - X_{cp})) / (\sum (X_i - X_{cp})^2)$$

$$B_0 = Y_{cp} - B_1 X_{cp}$$

$$\sigma_\varepsilon = \sigma_y \sqrt{1 - R^2}$$

Статистическая значимость коэффициента  $B_1$

$B_1 / \sigma_{B1} \geq B_{кр}$   $\sigma_{B1}$  - стандартная случайная погрешность коэффициента  $B_1$

$$B_1 - 2\sigma_{B1} \leq B_1 \leq B_1 + 2\sigma_{B1} \quad \sigma_{B1} = \sigma_Y \sqrt{\frac{1 - R^2}{\sigma_X \sqrt{n-1}}} \quad R = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{cp})(X_i - X_{cp})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{cp})^2 \sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp})^2}}$$

для  $j=2$

$$B_1 = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{X1}} \left( \frac{R_{YX1} - R_{YX2} R_{X1X2}}{1 - R_{X1X2}^2} \right) \quad B_2 = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{X2}} \left( \frac{R_{YX2} - R_{YX1} R_{X1X2}}{1 - R_{X1X2}^2} \right)$$

$$\sigma_{B1} = \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{X1}} \frac{1}{\sqrt{(n-2)(1 - r_{X1X2} r_{X1X2})}} \quad \sigma_{B2} = \frac{\sigma_\varepsilon}{\sigma_{X2}} \frac{1}{\sqrt{(n-2)(1 - r_{X1X2} r_{X1X2})}}$$

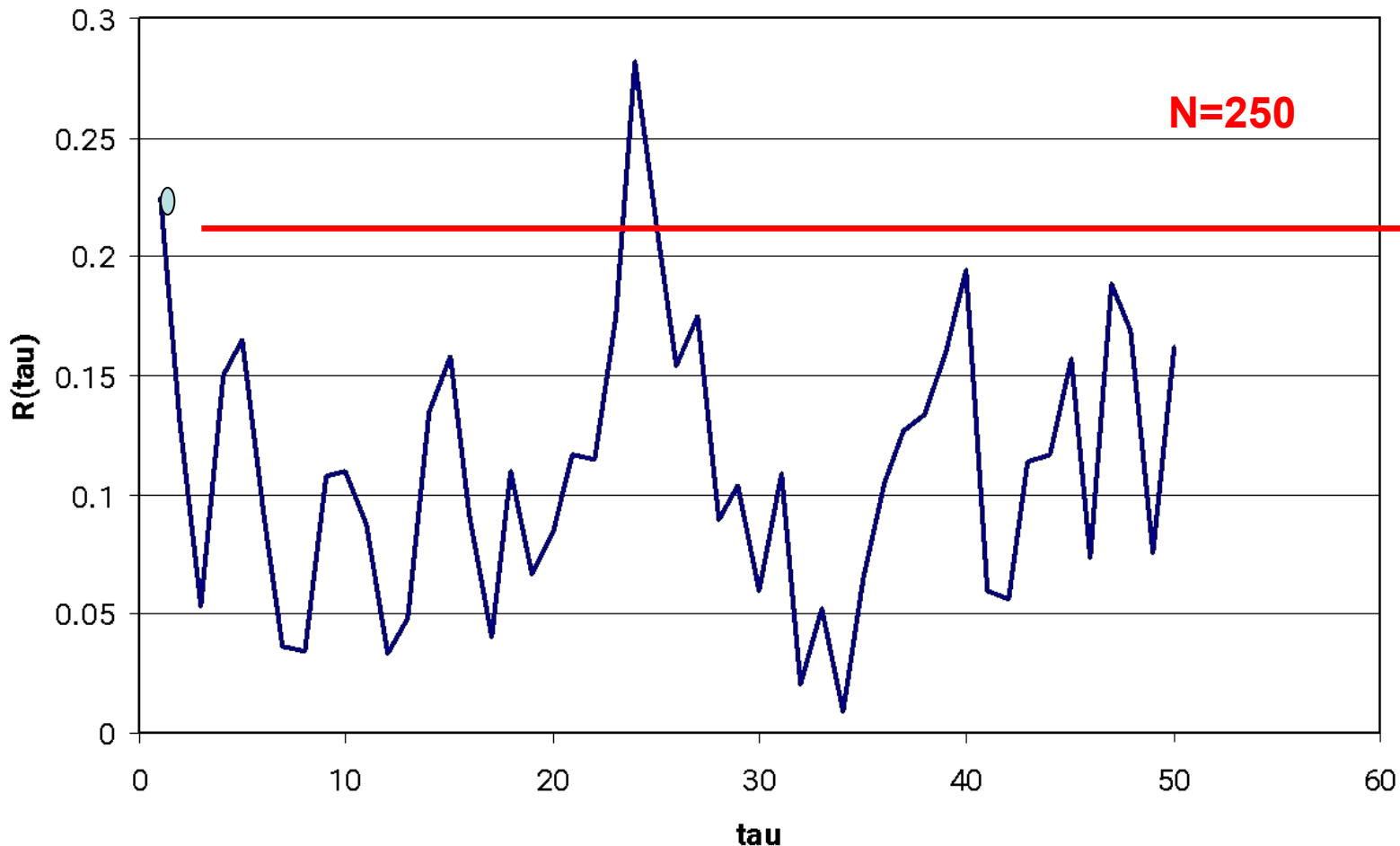
$$r_{\tau} = f(\tau)$$

$$r_{i,i-\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{n-\tau} (Y_i - Y_{cpi})(Y_{i-\tau} - Y_{cp\tau})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-\tau} (Y_i - Y_{cpi})^2 \sum_{i=\tau}^n (Y_{i-\tau} - Y_{cp\tau})^2}}$$

При  $\tau=1$

$$r(1) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (Y_i - Y_{cp1})(Y_{i+1} - Y_{cp2})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (Y_i - Y_{cp1})^2 \sum_{i=2}^n (Y_{i+1} - Y_{cp2})^2}}$$

$$Y_{cp1} = \sum_{i=2}^n \frac{Y_i}{(n-1)} \quad Y_{cp2} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{Y_i}{(n-1)}$$

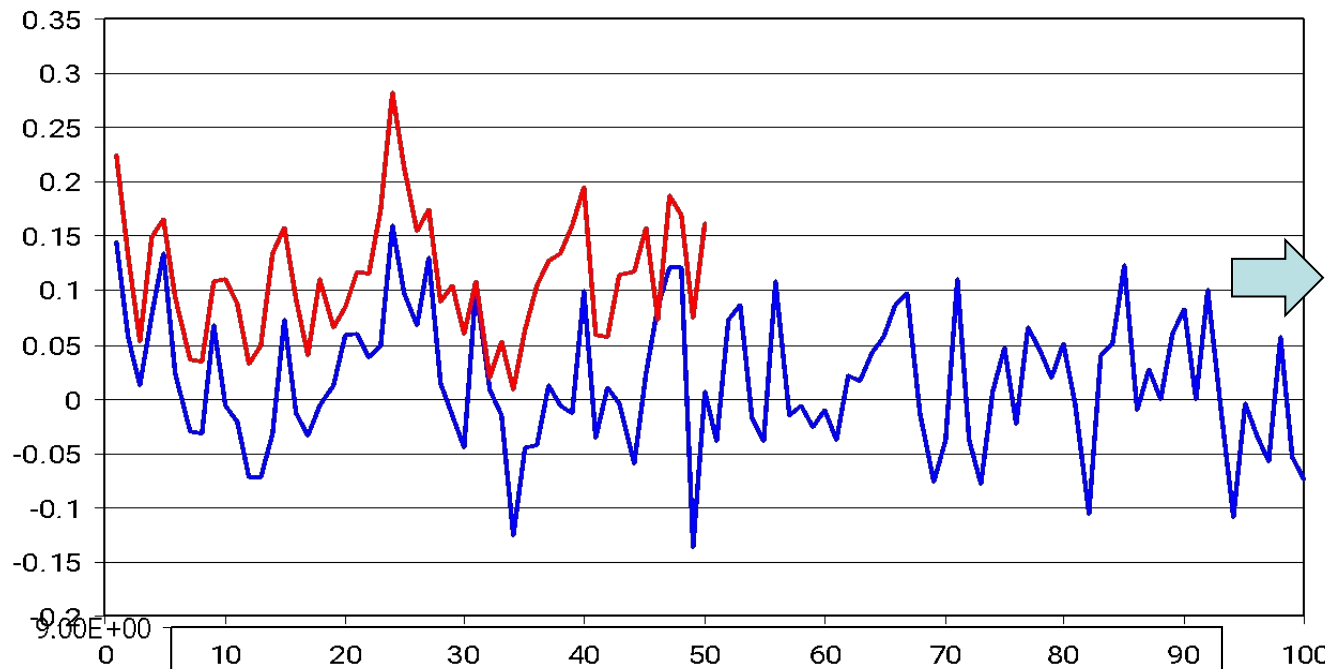


## Автокорреляционная функция

многолетнего ряда среднемесячных температур воздуха января для Санкт-Петербурга.

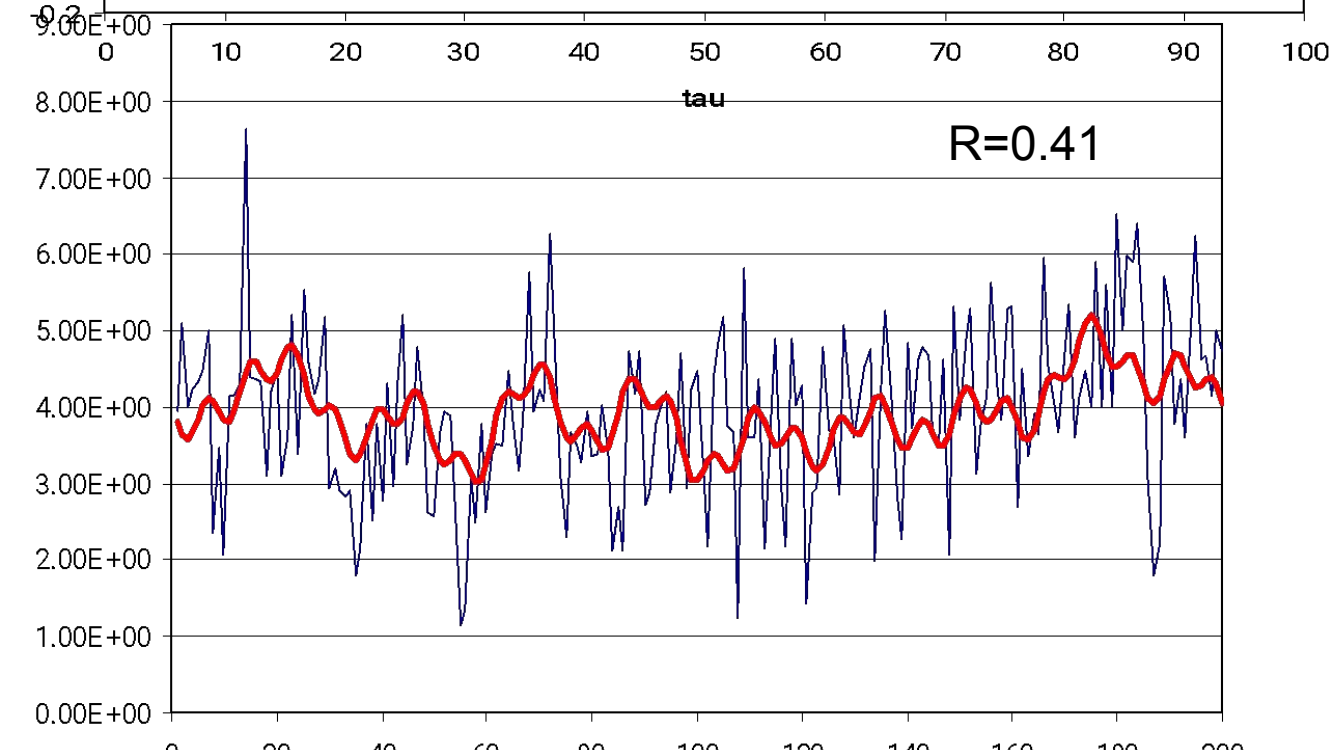
# Среднегодовая температура, С.-Петербург

$$t_i = \sin \frac{2\pi(i-1)}{T_1} + \sin \frac{2\pi(i-1)}{T_2} + \dots + \sin \frac{2\pi(i-1)}{T_m}$$



**1** 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
12 15 17 20 21 23 25 28 30 35  
40 45 50 60 65 70 80 90 100 120

**2** 2 4 5 9 10 14 15 18 21 22  
23 24 25 26 27 29 31 36 37 38  
38 40 43 44 45 47 48 50 56 71



**T Bi**

7	-0.24223
15	0.21859
24	0.35933
27	0.80006
26	-0.29327
28	-0.5727
16	-0.19659
17	-0.22462
30	0.29764

# Относительные погрешности по отношению к стационарной модели

$$\Delta_{mp} = \left( \frac{\bar{b}y - \bar{b}\varepsilon}{\bar{b}y} \right) * 100\%$$

$$\Delta_{gap} = \left( \frac{\bar{b}y - \bar{b}_{gap}}{\bar{b}y} \right) * 100\%$$

$$\Delta_{cтуп} = \left( \frac{\sigma_y - \sigma_{cтуп}}{\sigma_y} \right) * 100\%$$

$$F_{TP} = \frac{\sigma^2_Y}{\sigma^2_\varepsilon}$$

$$F_{GAP} = \frac{\sigma^2_Y}{\sigma^2_{gap}}$$

$$F_{cтуп} = \frac{\sigma^2_Y}{\sigma^2_{cтуп}}$$

## Последовательность выполнения работы

1. Выбрать временной ряд климатической характеристики: многолетний ряд среднемесячная температура воздуха или сумм осадков за месяц.
2. Удлинить временной ряд и заполнить пропуски наблюдений по ряду в пункте-аналоге.
3. Построить график временного ряда в редакторе Excel.
4. Рассчитать основные параметры временного ряда: среднее значение ( $Y_{cp}$ ), дисперсия ( $\sigma^2_Y$ ), среднее квадратическое отклонение ( $\sigma_Y$ ), коэффициент автокорреляции между смежными членами ряда ( $r(1)$ ).
5. Определить коэффициенты модели линейного тренда (2): коэффициенты уравнения регрессии  $b_1$ , и  $b_0$ , коэффициент корреляции  $R$ , стандартное отклонение ( $\sigma_\varepsilon$ ) и дисперсию остатков ( $\sigma^2_\varepsilon$ ). Для расчетов можно воспользоваться редактором Excel.
6. Представить модель линейного тренда на графике временного ряда в редакторе Excel.
7. Разбить график временного ряда на две части даты наиболее вероятного ступенчатого изменения. Для каждой из двух частей рассчитать основные параметры выборки: среднее значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.
8. Рассчитать стандартное отклонение остатков относительно модели ступенчатых изменений ( $\sigma_{ступ}$ ) по формуле (21).
9. Представить модель ступенчатых изменений на графике временного ряда в редакторе Excel.
10. Рассчитать коэффициенты автокорреляции временного ряда при  $\tau$  от 1 до 30 по формуле (19) или средствами редактора Excel.
11. Построить график автокорреляционной функции временного ряда ( $r_\tau = f(\tau)$ ), в редакторе Excel и на нем выбрать 1-2 наибольших значения.
12. Оценить статистическую значимость коэффициентов автокорреляции, определив критическое значение коэффициента автокорреляции  $r^*(1)$  по табл. 1.
13. Осуществить функциональные преобразования вида  $X_i = \sin(t_i/T_1)$  и определить коэффициенты уравнения (8)  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_0$ , коэффициент множественной корреляции  $R$  уравнения (8), стандарт остатков ( $\sigma_{гар}$ ) и остаточную дисперсию уравнения ( $\sigma^2_{гар}$ ). Для расчетов параметров уравнения с двумя факторами можно применять редактор Excel и вычислительные статистические пакеты ("Статистика" и другие).
14. Представить модель гармонических колебаний на графике временного ряда в редакторе Excel.
15. Рассчитать относительные погрешности моделей тренда, ступенчатых изменений и гармоник по отношению к стационарной модели по формулам (22) – (24).
16. Рассчитать статистики критерия Фишера по формулам (25) – (27) и сравнить их с критическими значениями при уровне значимости 5% (табл. Критических статистик Фишера из лаб. работы №1).
17. Результаты расчетов пп. 15 и 16 представить в таблице

**Результаты лабораторной работы должны быть представлены в файле Word, включающем:**

- 1) таблицу с многолетним рядом (рядами) анализируемой климатической характеристики;
- 2) многолетний график ряда наблюдений;
- 3) многолетний график и его аппроксимация моделью линейного тренда;
- 4) многолетний график и его аппроксимация моделью ступенчатых изменений;
- 5) график автокорреляционной функции;
- 6) многолетний график и его аппроксимация гармонической моделью;
- 7) таблицы с параметрами моделей линейного тренда, ступенчатых изменений и гармонических колебаний, включающая: коэффициенты уравнений, коэффициенты корреляции, остаточные средние квадратические отклонения и дисперсии, объемы выборок;
- 8) таблица выбора эффективной модели и ее значимости по отношению к стационарной выборке с результатами расчетов;
- 9) вывод о наличии или отсутствии климатических изменений в рассматриваемом ряду климатической характеристики.

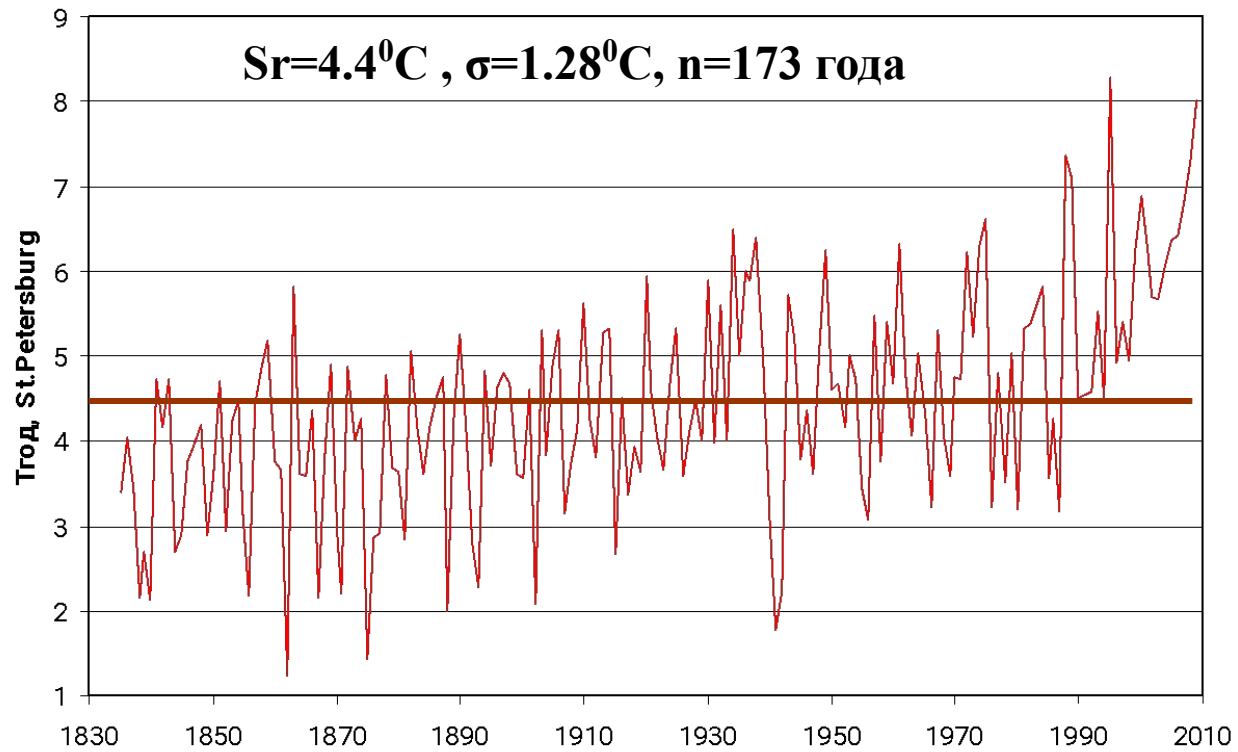


# Пример. Санкт-Петербург, среднегодовая температура воздуха

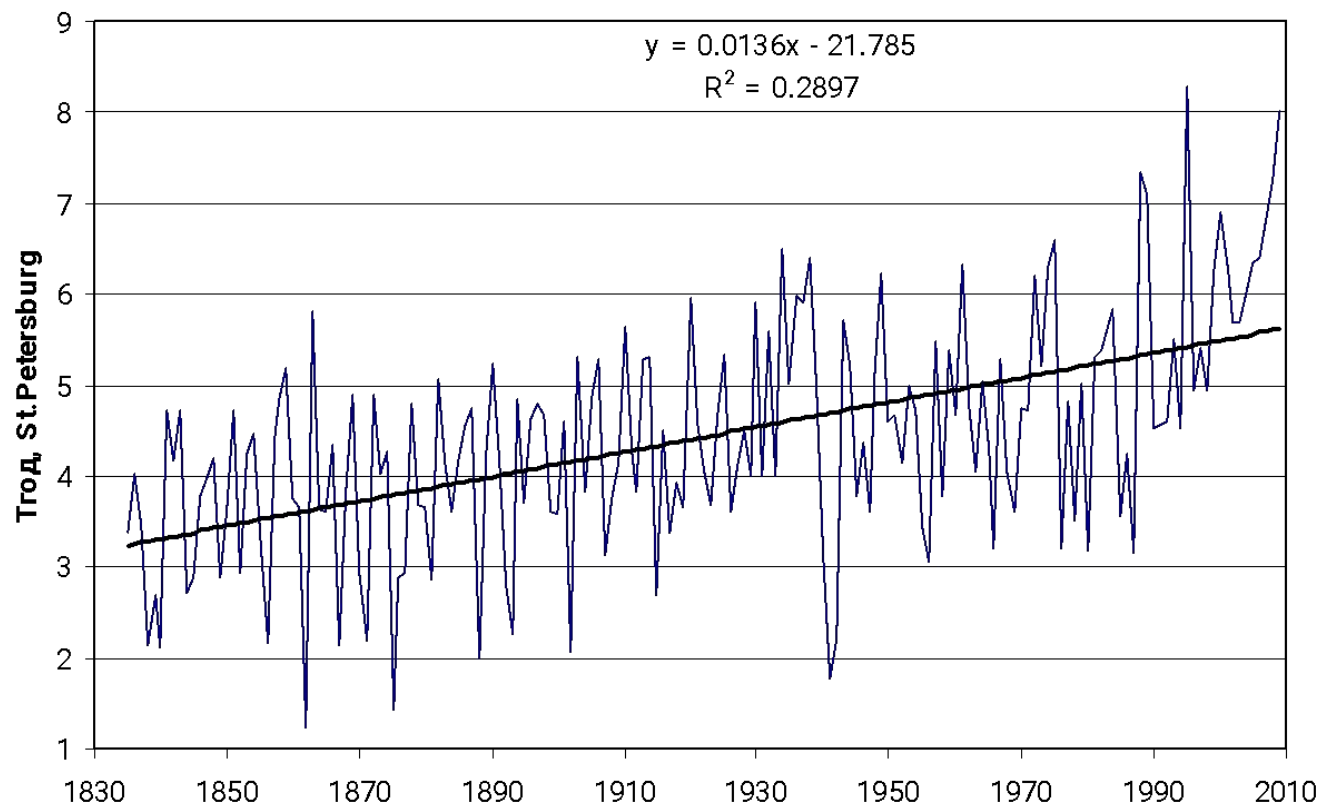
## 1) Таблица с многолетним рядом анализируемой климатической характеристики

Год	T	Год	T	Год	T	Год	T	Год	T	Год	T	Год	T	Год	T
1835	3.4	1857	4.4	1879	3.7	1901	4.6	1923	3.7	1945	3.8	1967	5.3	1990	4.5
1836	4	1858	4.8	1880	3.6	1902	2.1	1924	4.6	1946	4.4	1968	4	1992	4.6
1837	3.4	1859	5.2	1881	2.8	1903	5.3	1925	5.3	1947	3.6	1969	3.6	1993	5.5
1838	2.1	1860	3.8	1882	5.1	1904	3.8	1926	3.6	1948	5.1	1970	4.7	1994	4.5
1839	2.7	1861	3.7	1883	4.2	1905	4.9	1927	4.1	1949	6.2	1971	4.7	1995	8.3
1840	2.1	1862	1.2	1884	3.6	1906	5.3	1928	4.5	1950	4.6	1972	6.2	1996	4.9
1841	4.7	1863	5.8	1885	4.2	1907	3.1	1929	4	1951	4.7	1973	5.2	1997	5.4
1842	4.2	1864	3.6	1886	4.5	1908	3.7	1930	5.9	1952	4.2	1974	6.3	1998	5
1843	4.7	1865	3.6	1887	4.7	1909	4.1	1931	4	1953	5	1975	6.6	1999	6.2
1844	2.7	1866	4.4	1888	2	1910	5.6	1932	5.6	1954	4.7	1976	3.2	2000	6.9
1845	2.9	1867	2.1	1889	4.2	1911	4.3	1933	4	1955	3.4	1977	4.8	2001	6.2
1846	3.8	1868	3.8	1890	5.2	1912	3.8	1934	6.5	1956	3	1978	3.5	2002	5.7
1847	4	1869	4.9	1891	4.2	1913	5.3	1935	5	1957	5.5	1979	5	2003	5.7
1848	4.2	1870	2.9	1892	2.8	1914	5.3	1936	6	1958	3.8	1980	3.2	2004	6
1849	2.9	1871	2.2	1893	2.3	1915	2.7	1937	5.9	1959	5.4	1981	5.3	2005	6.4
1850	3.6	1872	4.9	1894	4.8	1916	4.5	1938	6.4	1960	4.7	1982	5.4	2006	6.4
1851	4.7	1873	4	1895	3.7	1917	3.4	1939	5	1961	6.3	1984	5.8	2007	6.8
1852	2.9	1874	4.3	1896	4.6	1918	3.9	1940	3.1	1962	4.8	1985	3.6	2008	7.3
1853	4.2	1875	1.4	1897	4.8	1919	3.6	1941	1.8	1963	4.1	1986	4.2	2009	8
1854	4.5	1876	2.9	1898	4.7	1920	5.9	1942	2.2	1964	5	1987	3.2		
1855	3.2	1877	2.9	1899	3.6	1921	4.6	1943	5.7	1965	4.3	1988	7.4		

## 2) Многолетний график ряда наблюдений (1835-2009 гг.)

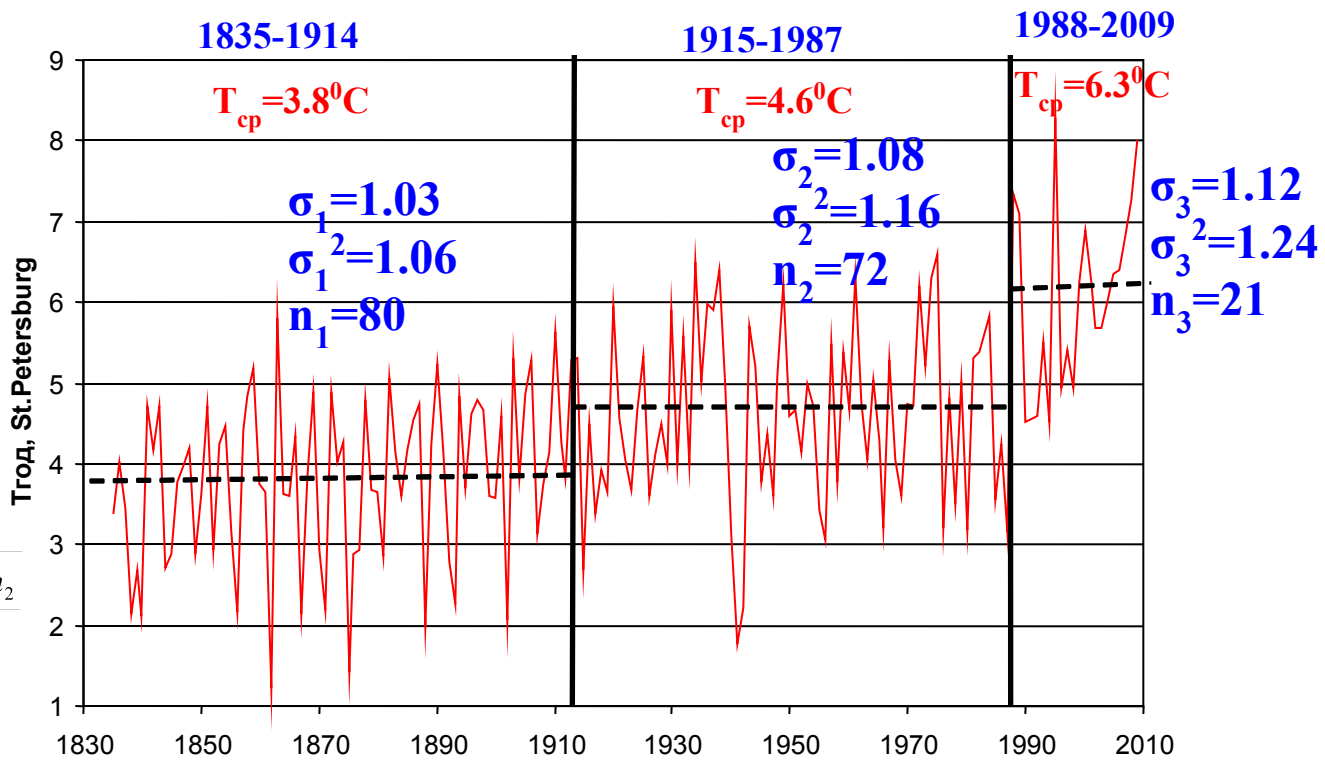


### 3) Многолетний график и его аппроксимация моделью линейного тренда.



$$R=0.54 > R^*=0.15 \quad \sigma_{\varepsilon} = \sigma_y \sqrt{1 - R^2} = 1.078$$

#### 4) Многолетний график и его аппроксимация моделью ступенчатых изменений.

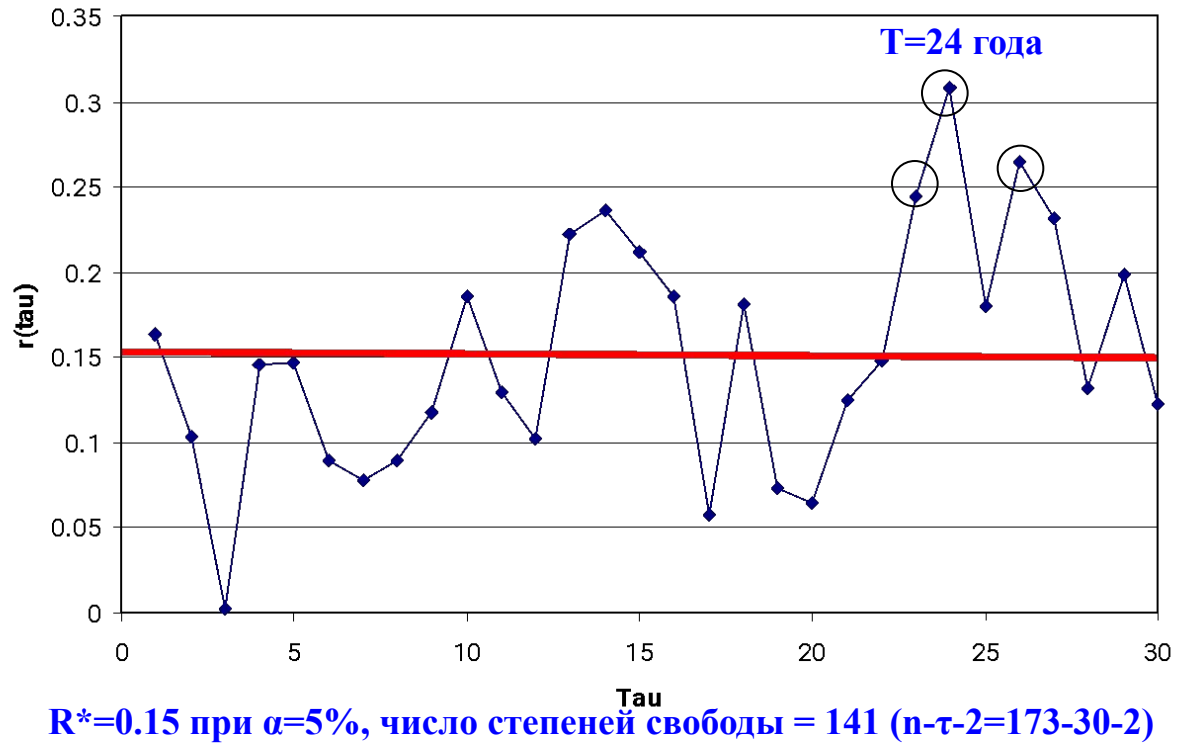


$$\sigma_{cmyн} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 n_1 + \sigma_2^2 n_2}{(n_1 + n_2 - 1)}}$$

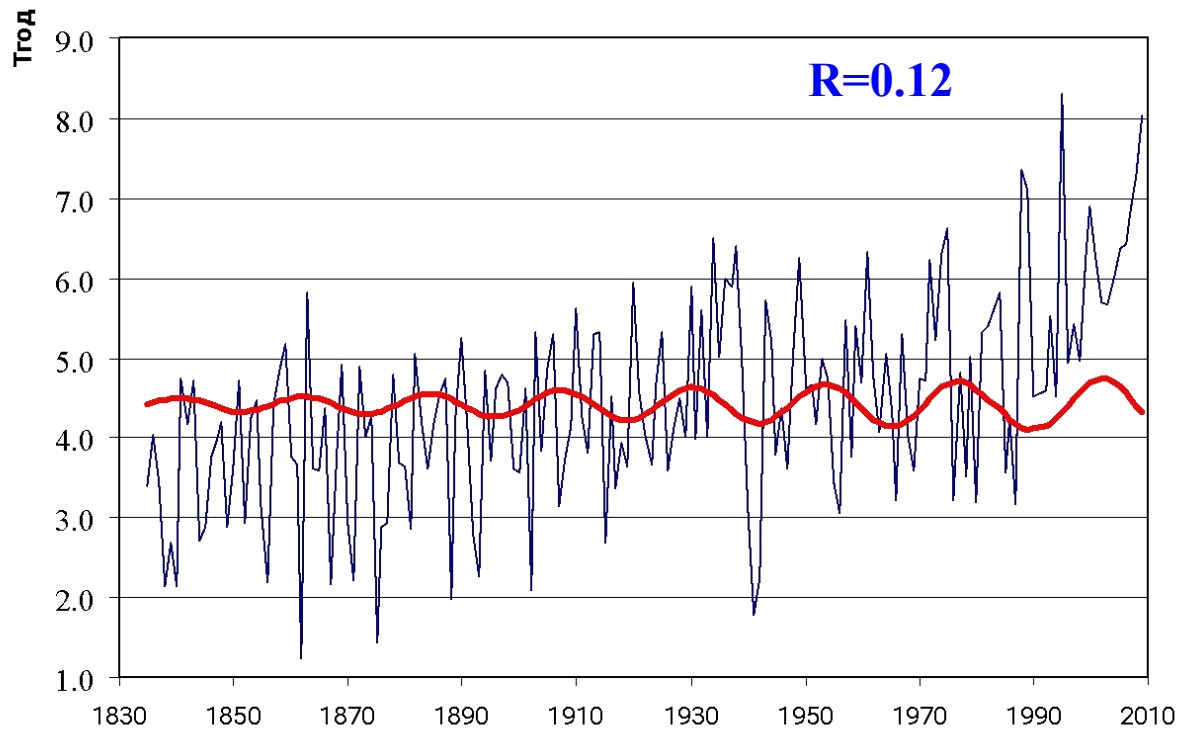
↓

$$\sigma_{cmyн} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 n_1 + \sigma_2^2 n_2 + \sigma_3^2 n_3}{(n_1 + n_2 + n_3 - 1)}} \Rightarrow \sigma_{cmyн} = \sqrt{\frac{1.06 * 80 + 1.16 * 72 + 1.24 * 21}{172}} = 1.063$$

## 5) График автокорреляционной функции



## б) Многолетний график и его аппроксимация гармонической моделью.



$$T_{cp} = 0.243\sin(t/23) - 0.158\sin(t/24) + 4.407$$

$$R=0.12 < R^*=0.15 \quad \sigma_{\varepsilon} = \sigma_y \sqrt{1 - R^2} = 1.210$$

7) Таблицы с параметрами моделей линейного тренда, ступенчатых изменений и гармонических колебаний включающие: коэффициенты уравнений, коэффициенты корреляции, остаточные средние квадратические отклонения и дисперсии, объемы выборок.

### Характеристики модели линейного тренда

n	$b_1$	$b_0$	R	R*	Вывод	$\sigma_Y$	$\sigma_\varepsilon$
173	0.014	-21.78	0.54	0.14	+	1.28	1.08

### Характеристики гармонической модели

n	$b_1$	$B_2$	$b_0$	R	R*	Вывод	$\sigma_Y$	$\sigma_{\varepsilon_{гар}}$
173	0.243	-0.158	4.407	0.12	0.15	-	1.28	1.21

### Характеристики ступенчатой модели

Степень	n	$\bar{Y}_{ср}$	$\sigma_Y$	$\sigma_Y^2$
1	80	3.8	1.03	1.06
2	72	4.6	1.08	1.16
3	21	6.3	1.12	1.24
сумма	173	4.4	1.06	1.12

8). Таблица выбора эффективной модели и ее значимости по отношению к стационарной выборке с результатами расчетов

$n$	$\sigma_Y$	$\sigma_{\varepsilon}$	$\sigma_{\text{гар}}$	$\sigma_{\text{ступ}}$	$\Delta_{\text{тр}} \%$	$\Delta_{\text{гар}} \%$	$\Delta_{\text{ступ}} \%$	$F_{\text{ТР}}$	$F_{\text{ГАР}}$	$F_{\text{СТУП}}$
173	1.28	1.08	1.21	1.06	15.6	5.5	17.2	1.40	1.12	1.46

9) Вывод о наличии или отсутствии климатических изменений в рассматриваемом ряду климатической характеристики.



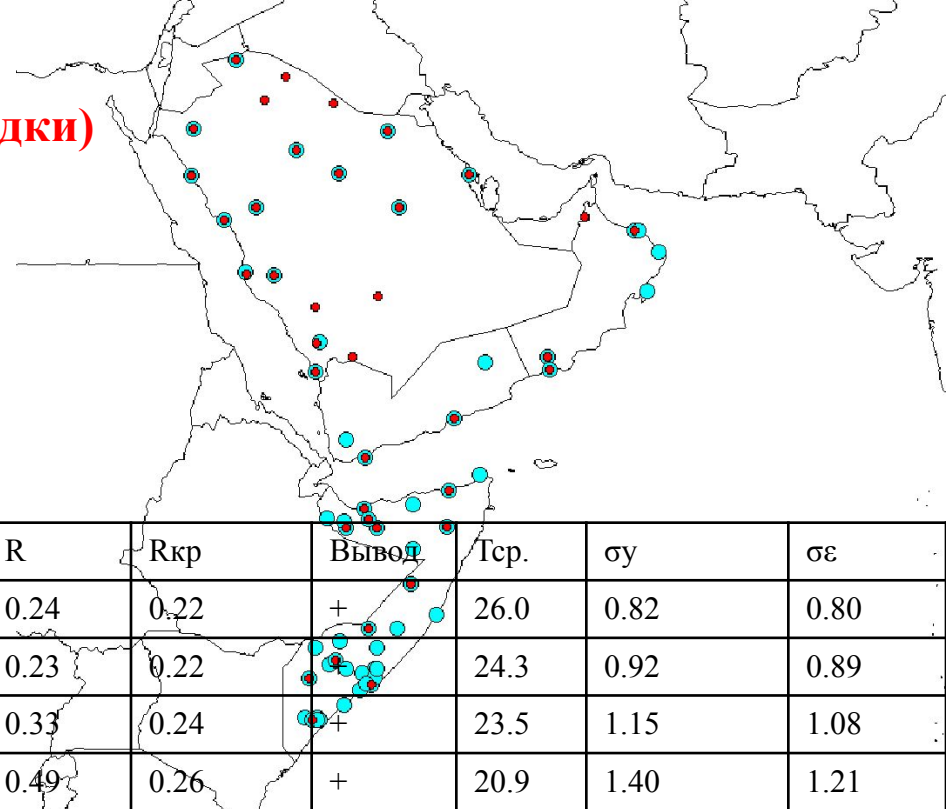
**Модель ступенчатых изменений эффективнее других и эффективнее стационарной модели на 17.2%.**

**Однако, отличие от стационарной модели пока не является статистически значимым.**



# ПРИМЕР 2

## Аравийский полуостров (температура и осадки)



### Оценка эффективности модели линейного тренда (февраль)

№	Станция	n	b1	b0	R	Rкр	Вывод	Тср.	σy	σε
1	Аден	78	0.008	9.935	0.24	0.22	+	26.0	0.82	0.80
2	Ар-Раян	74	0.009	6.687	0.23	0.22	+	24.3	0.92	0.89
3	Салала	66	0.018	- 12.50	0.33	0.24	+	23.5	1.15	1.08
4	Тумрайт	58	0.034	- 47.77	0.49	0.26	+	20.9	1.40	1.21
5	Джизан	58	-0.0148	85.37	0.35	0.26	+	26.6	0.75	0.70
6	<a href="#">Наджран</a>	57	-0.0193	59.501	0.09	0.26	-	21.4	3.23	3.21
7	Эс-Сулайиль	54	0.026	- 31.94	0.20	0.27	-	19.8	2.29	2.24
8	Абха	63	0.0067	1.0008	0.16	0.24	-	14.2	0.77	0.76
9	Джидда	66	-0.012	48.42	0.13	0.24	-	23.5	1.76	1.74
10	Эр-Рияд	62	0.006	4.253	0.07	0.25	-	16.7	1.56	1.55
11	Басасо	71	-0.018	60.37	0.18	0.24	-	24.9	2.39	2.34
12	Сиб	62	0.0181	- 12.801	0.10	0.25	-	22.9	1.01	0.94
13	Бурайми	65	0.012	- 1.655	0.20	0.24	-	21.9	1.11	1.08
14	Медина	60	0.0158	- 11.236	0.11	0.25	-	20.1	2.11	2.09
15	Гассим	63	-0.003	21.83	0.03	0.25	-	15.0	1.91	1.90

## Оценка эффективности ступенчатой модели (январь)

№	Станция	год	$T_{cp1}$	$T_{cp2}$	St	Выв	$\sigma_1$	$\sigma_2$	Fступ	Выв	$\sigma_y$	$\sigma_{ступ}$
1	Аден	1967	25.8	26.2		+	0.80	0.81	1.02	+	0.82	0.81
2	Ар-Раян	1967	24.1	24.6		-	0.95	0.83	1.23	+	0.92	0.82
3	Салала	1971	23.0	23.8		-	1.14	1.06	1.4	+	1.15	1.10
4	Тумрайт	1980	20.3	21.6		-	1.14	1.35	1.24	+	1.40	1.26
5	Джизан	1978	27.0	26.3		-	0.65	0.72	2.25	+	0.75	0.70
6	<a href="#">Наджран</a>	1978	22.0	21.0		+	4.16	1.91	5.01	-	4.16	3.24
7	Эс-Сулайиль	1978	19.4	20.1		+	2.75	1.80	2.25	-	2.29	2.30
8	Абха	1971	14.1	14.3		+	0.90	0.70	1.53	+	0.77	0.79
9	Джидда	1973	23.7	23.3		+	2.32	1.20	3.58	-	1.76	1.78
10	Эр-Рияд	1975	17.0	17.0		+	1.81	1.37	1.67	+	1.56	1.60
11	Басасо	1969	25.1	25.00		+	1.51	3.20	4.32	-	2.39	2.42
12	Сиб	1973	22.6	23.2		-	1.16	0.77	2.20	-	1.01	0.97
13	Бурайми	1969	22	22.1		+	1.15	1.05	1.15	+	1.11	1.10
14	Медина	1984	20.1	21.0		+	2.26	1.91	1.46	+	2.11	2.13
15	Гассим	1975	15.3	15.0		+	2.15	1.70	1.61	+	1.91	1.93

## Оценка эффективности аппроксимации временного ряда среднемесячных температур февраля разными моделями (стационарная, тренд, ступенчатая)

№	Станция	n	$\sigma_Y$	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_{\text{ступ}}$	$\Delta_{\text{тр}} \%$	$\Delta_{\text{ступ}} \%$	$F_{\text{тр}}$	$F_{\text{ступ}}$	Год нач.
1	Аден	78	0.82	0.80	0.81	2.4	1.2	1.05	1.00	1967
2	Ар-Раян	74	0.92	0.89	0.82	3.2	10.8	1.07	1.26	1967
3	Салала	66	1.15	1.08	1.10	6.4	4.3	1.13	1.09	1971
4	Тумрайт	59	1.40	1.21	1.26	13.5	10	1.34	1.23	1980
5	Джизан	58	0.75	0.70	0.70	6.7	6.7	1.15	1.15	1978
6	<a href="#">Наджран</a>	57	3.23	3.21	3.23	0.6	0	1.01	1.00	1973
7	Эс-Сулайиль	54	2.29	2.24	2.29	2.18	0	1.04	1.00	1978
8	Абха	57	0.77	0.77	0.77	1.30	0	1.00	1.00	1971
9	Джидда	65	1.76	1.74	1.76	1.13	0	1.02	1.00	1973
10	Эр-Рияд	61	1.56	1.55	1.56	0.64	0	1.01	1.00	1975
11	Басасо	72	2.39	2.34	2.39	2.1	0	1.04	1.00	1969
12	Сиб	63	1.01	0.94	0.97	7.0	4.0	1.15	1.08	1973
13	Бурайми	65	1.11	1.08	1.11	2.70	0.92	1.06	1.00	1969
14	Медина	60	2.11	2.09	2.11	0.94	0	1.02	1.00	1984
15	Гассим	62	1.91	1.90	1.91	0.52	0	1.01	1.00	1975