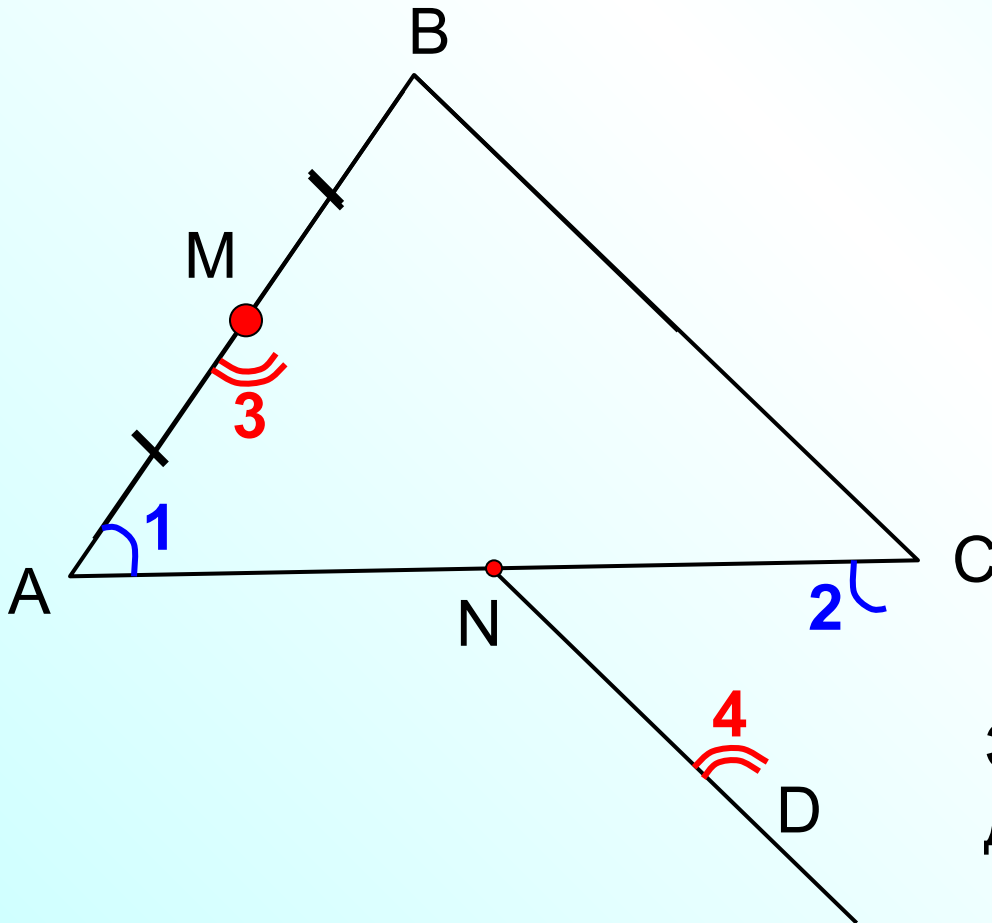


# *Теорема Фалеса*

*Геометрия 8 класс*

№ 384

Через середину  $M$  стороны  $AB$  треугольника  $ABC$  проведена прямая, параллельная стороне  $BC$ . Эта прямая пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ . Докажите, что  $AN = NC$ .



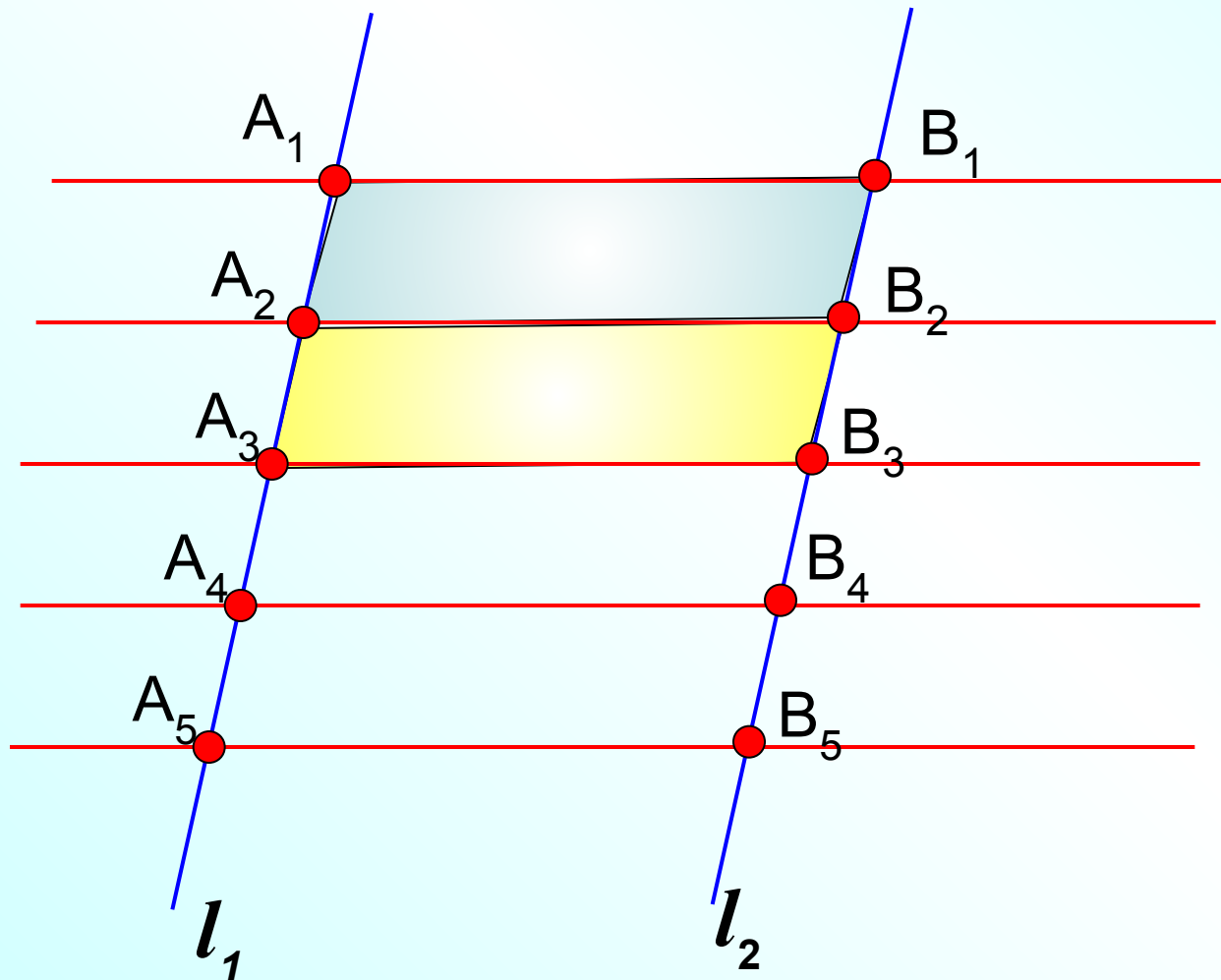
Эта задача поможет нам доказать теорему Фалеса

# Теорема Фалеса

Фалес Милетский  
Древнегреческий ученый  
(ок. 625 – 547 г. до н. э.)



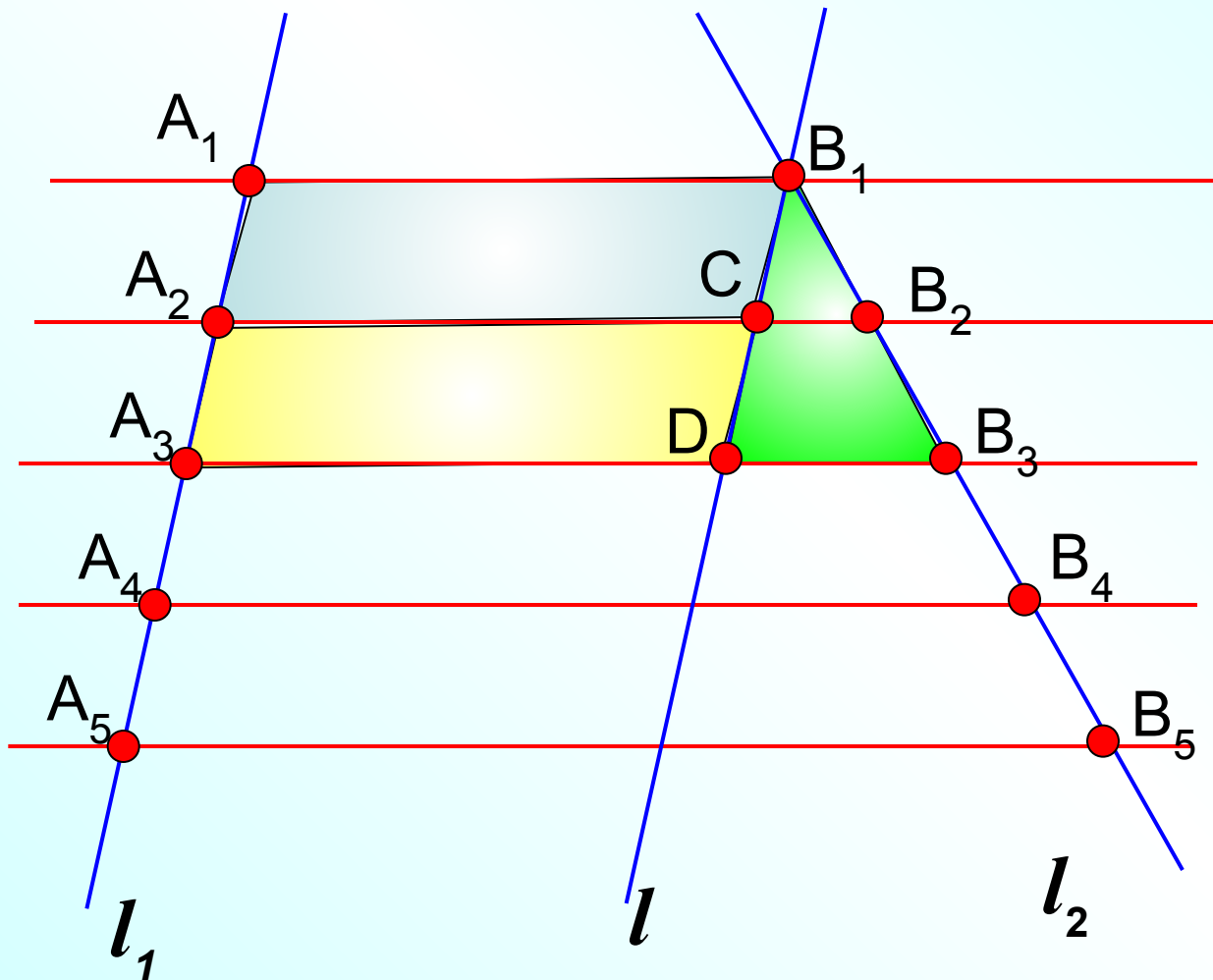
Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



**1 случай**

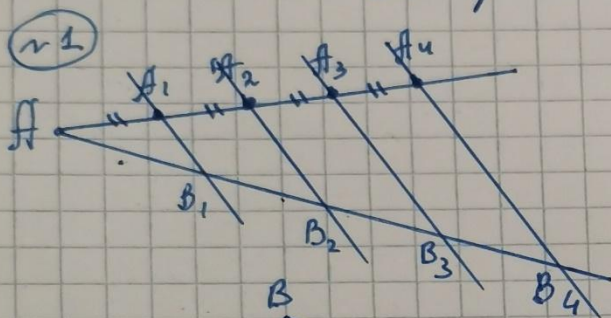
$$l_1 \parallel l_2$$

## 2 случай

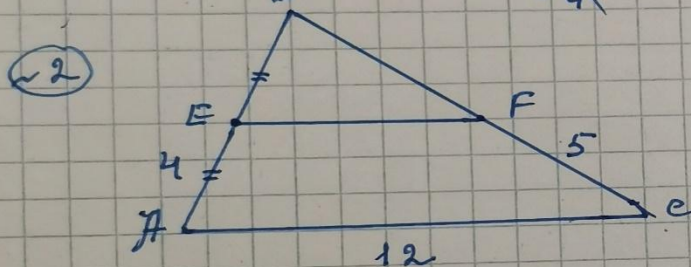




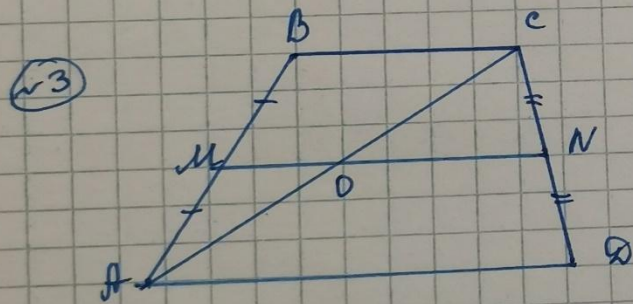
# Теорема Фалеса



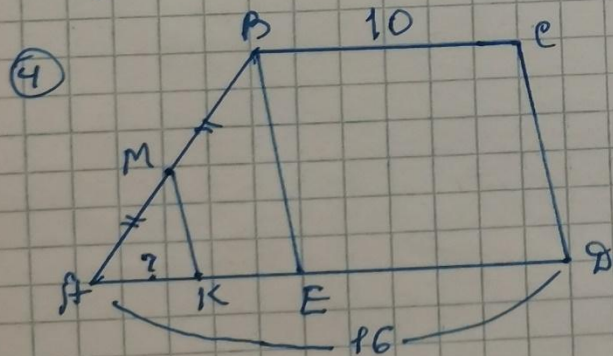
Дано  
 $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$   
 $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$   
 $AB_4 = 20 \text{ см.}$   
 Найти:  $B_2B_3$



Дано:  $\triangle ABC$  - треугольник.  
 $EF \parallel AC$   
 $AE = BE$   
 $AE = 4 \text{ см.}, FC = 5 \text{ см.}$   
 $AC = 12 \text{ см.}$   
 Найти:  $AF$

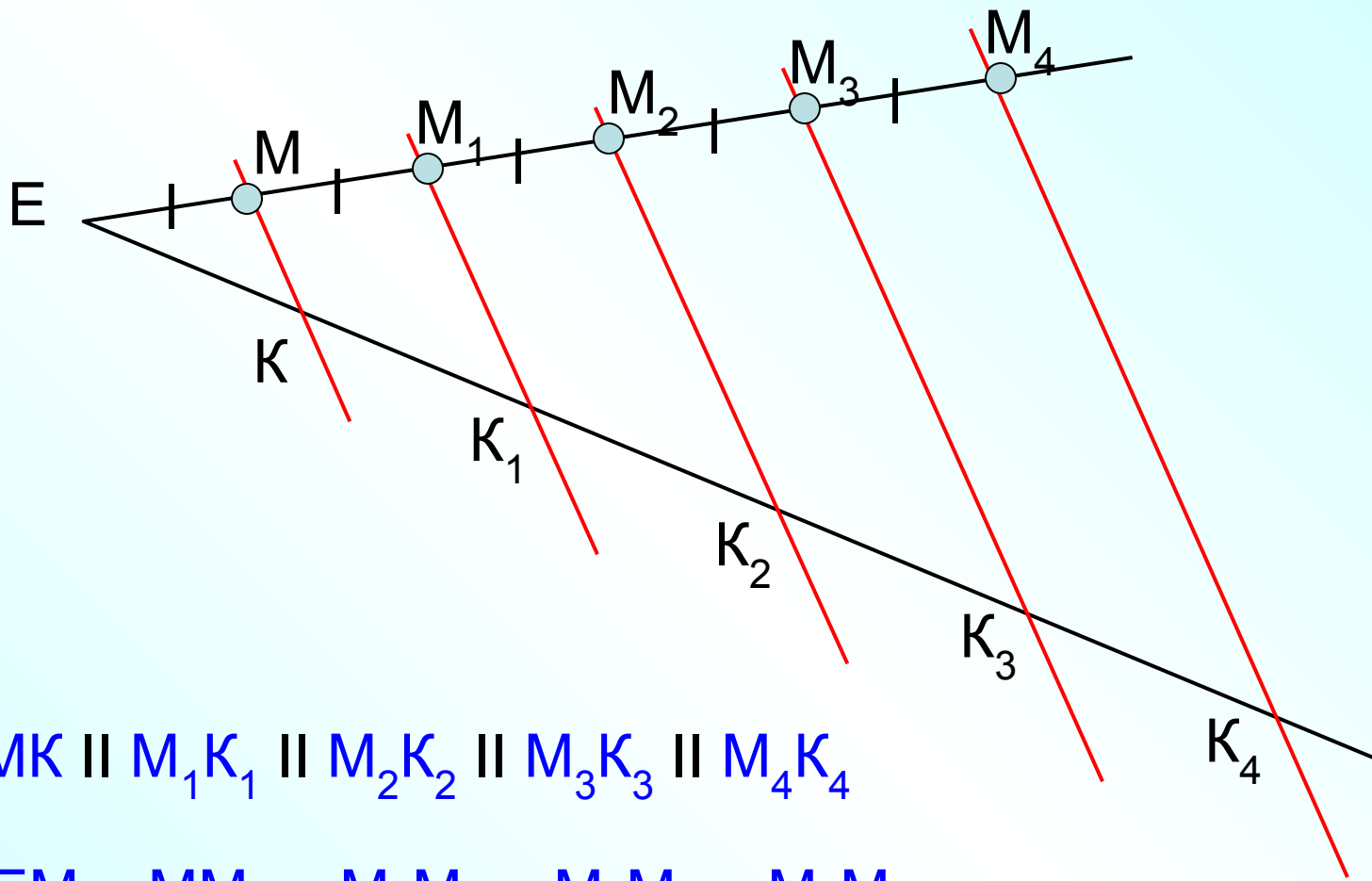


Дано:  
 $ABCD$  - трапеция  
 т. М - середина  $AB$   
 т. N - середина  $CD$   
 Доказать:  $AO = CO$



Дано:  
 $ABED$  - трапеция  
 $MK \parallel BE \parallel ED$   
 $BE = 10$   
 $AD = 16$   
 Найти:  $AK$





$$MK \parallel M_1K_1 \parallel M_2K_2 \parallel M_3K_3 \parallel M_4K_4$$

$$EM = MM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4$$

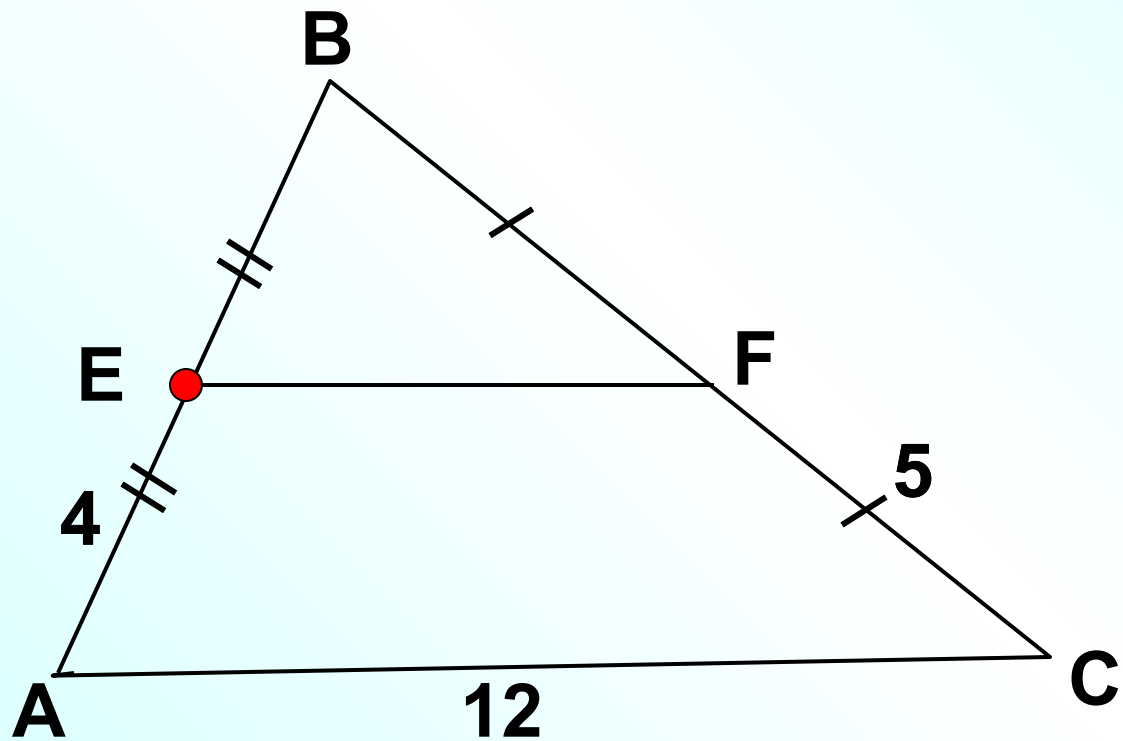
$$KK_4 - K_1K_2 = 12 \text{ см}$$

Найти:  $EK_4$



Дано:  $AC \parallel EF$

Найти:  $P_{ABC}$

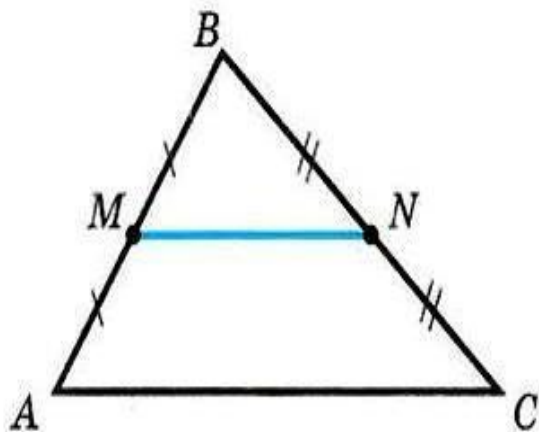


**средняя линия  
треугольника**

**и**

**средняя линия  
трапеции**

# СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



**Определение.** *Средней линией треугольника* называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

$MN$  — средняя линия  
 $M$  — середина  $AB$   
 $N$  — середина  $BC$

## Свойства

1.  $MN \parallel AC$

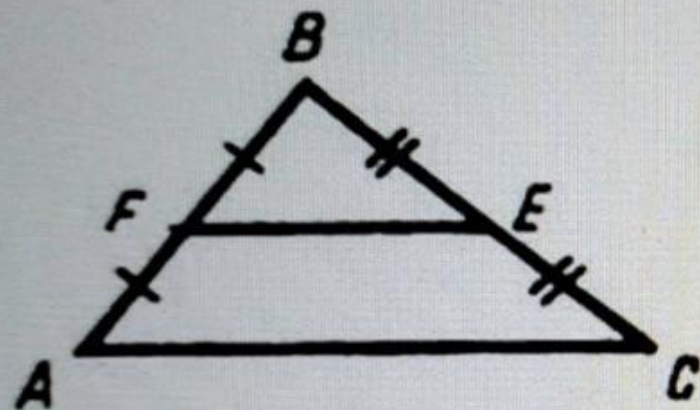
2.  $MN = \frac{1}{2} AC$

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

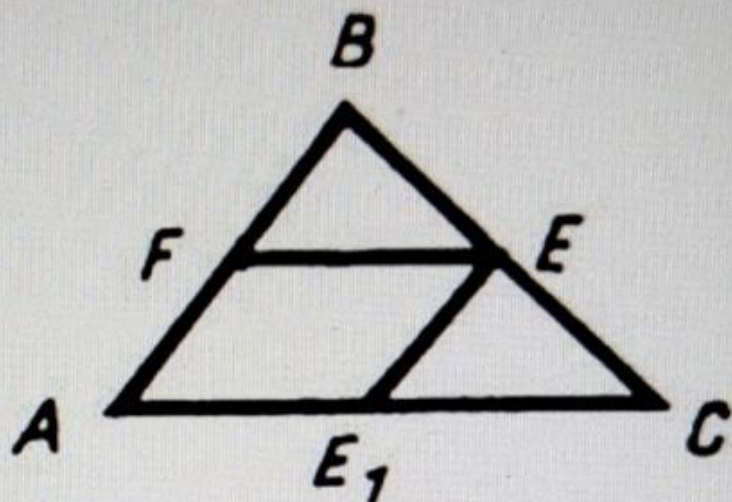
## Теорема

## Доказательство

$$AF = FB, BE = EC$$



$$FE = \frac{1}{2} AC, FE \parallel AC$$



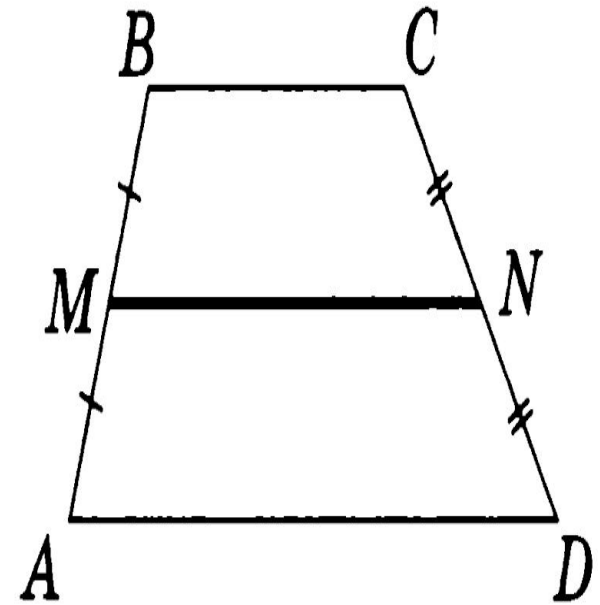
- 1) Прямая, проходящая через середину  $E$  и параллельная  $AC$  —  $FE$  (по теореме Фалеса). Итак,  $FE \parallel AC$
- 2)  $EE_1$  — средняя линия  $\triangle BSA$ ,  $AFEE_1$  — параллелограмм,  $AE_1 = E_1C$  (по теореме Фалеса),  $FE = \frac{1}{2} AC$

# Средняя линия трапеции. Свойства трапеции

1. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, называется **средней линией трапеции**.

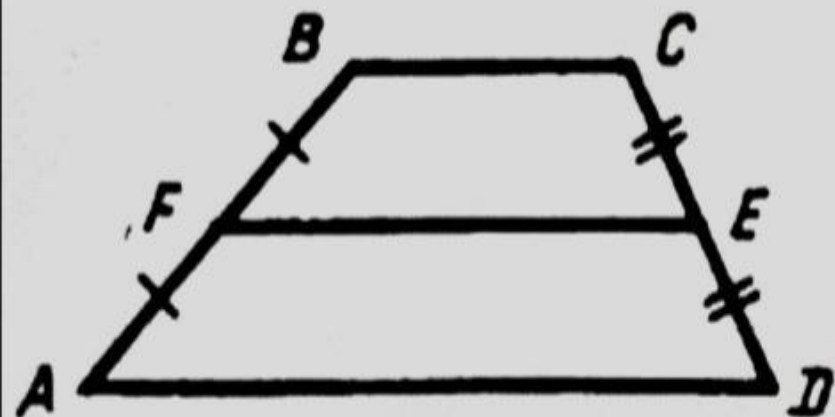
Средняя линия трапеции параллельна ее основаниям и равна **полу-  
сумме оснований**:

$$BC \parallel MN \parallel AD; MN = \frac{BC + AD}{2}.$$



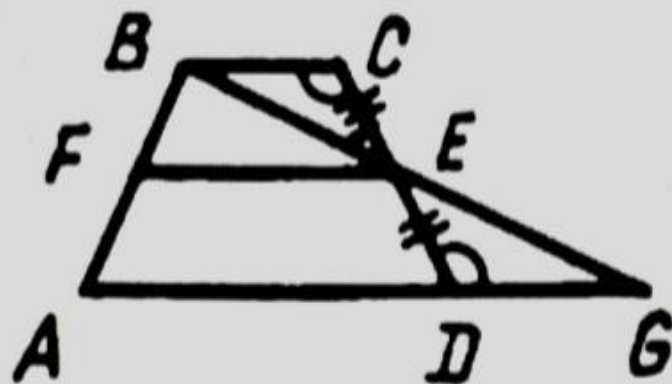


$$AF = FB, CE = ED.$$



$$FE = \frac{BC + AD}{2},$$

$$FE \parallel BC \parallel AD$$



$$BE \cap AD = \{G\}, \Delta BCE = \Delta CGE$$

$BE = EG \rightarrow EF$  — средняя  
линия  $\Delta ABG$ .  $BC = DG \rightarrow$

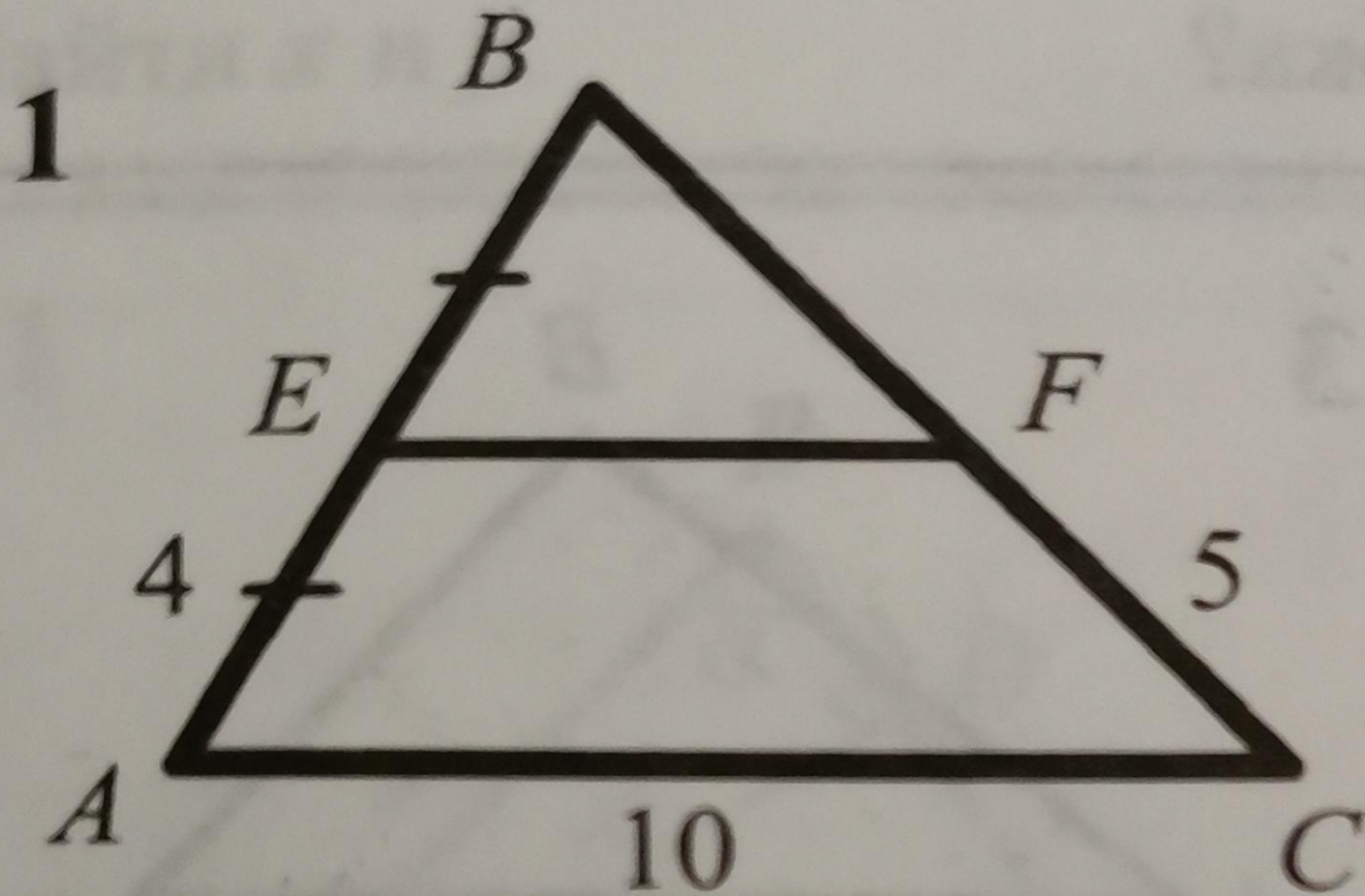
$\rightarrow FE \parallel AD$  (значит,  $FE \parallel BC$ )

$$FE = \frac{AD + DG}{2} = \frac{BC + AD}{2}$$

Итак,  $FE = \frac{BC + AD}{2}$  и

$$FE \parallel BC \parallel AD$$

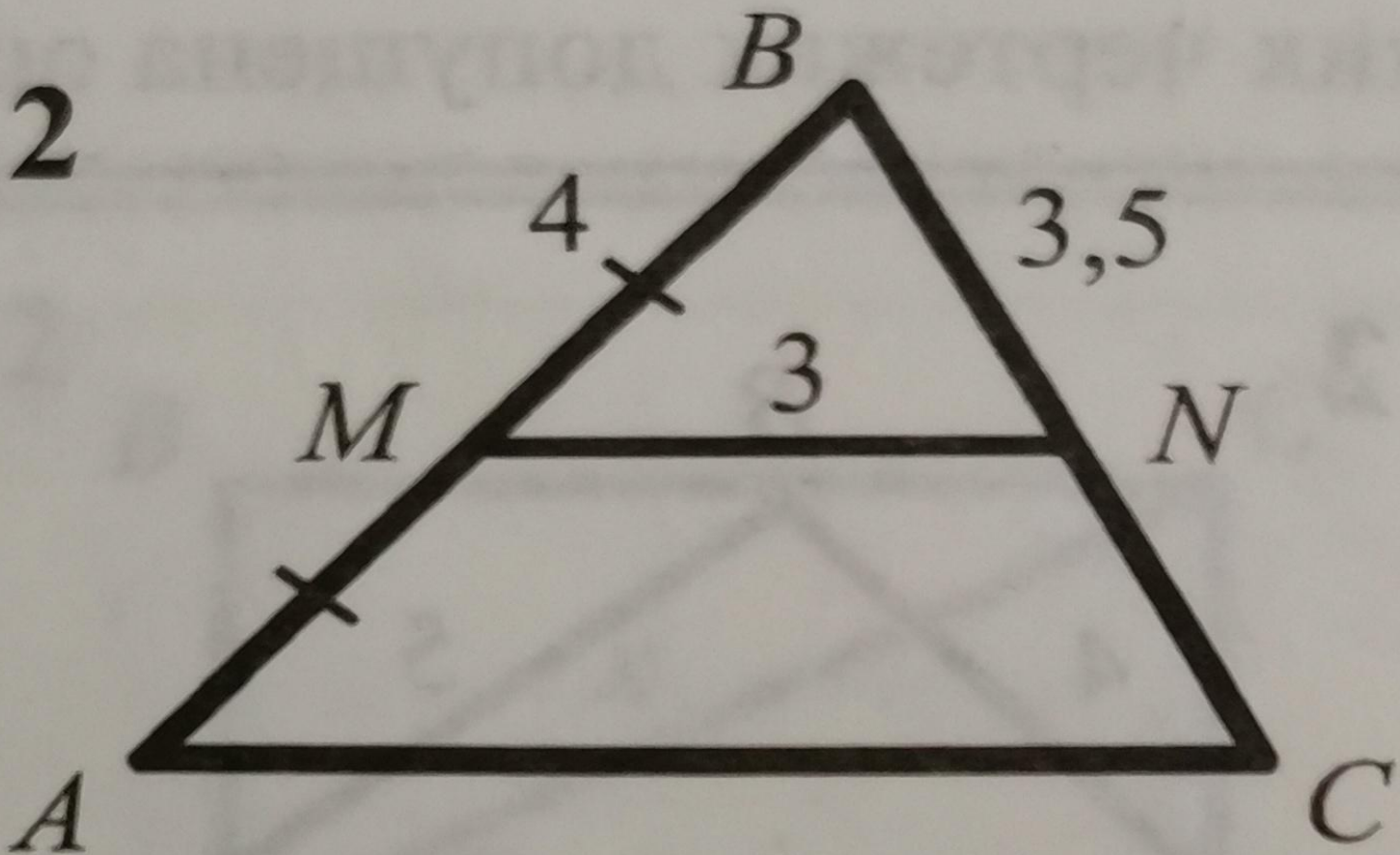




Дано:  $EF \parallel AC$ .

Найти:  $P_{BEF}$ .

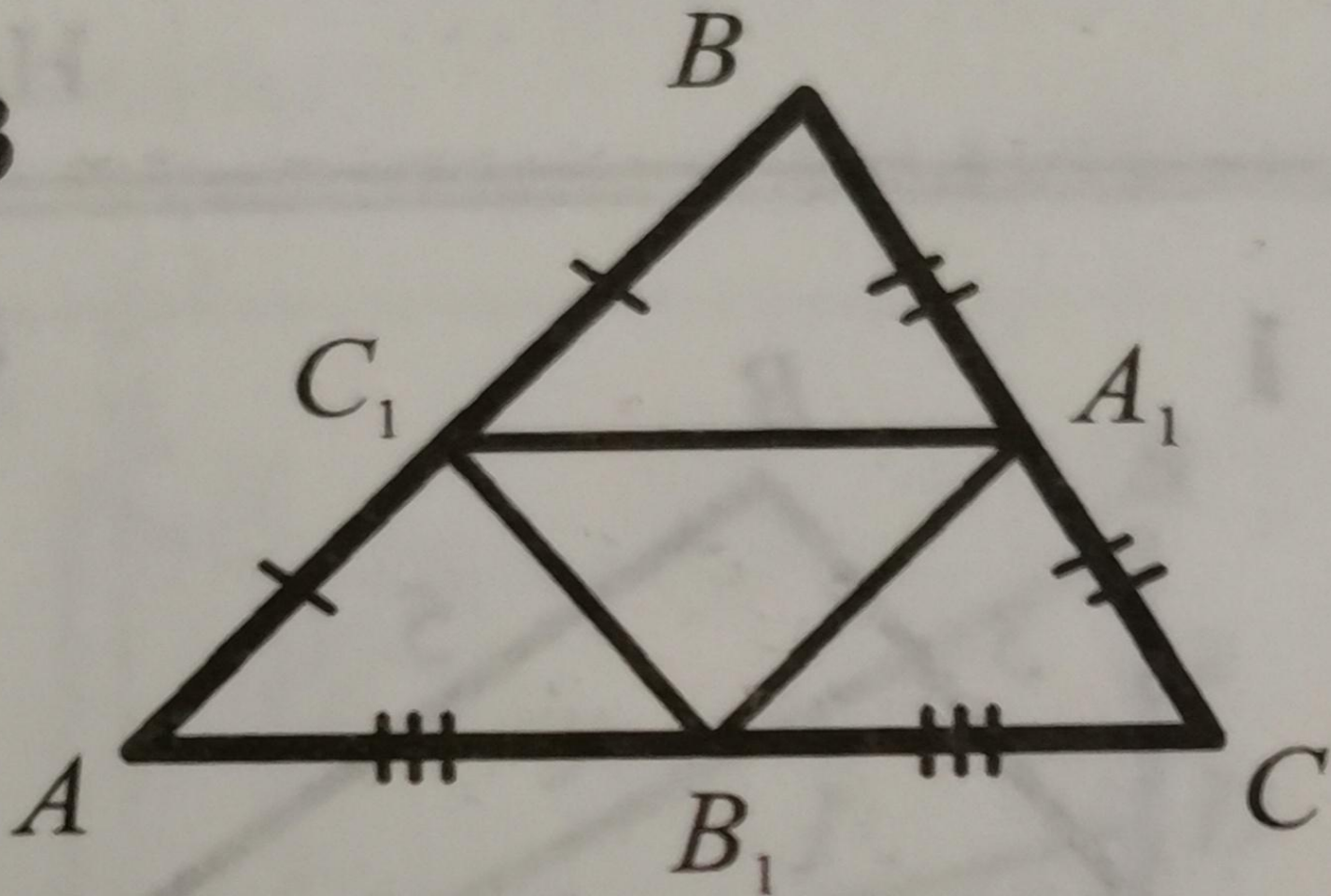
2



Дано:  $MN \parallel AC$ .

Найти:  $P_{ABC}$ .

3

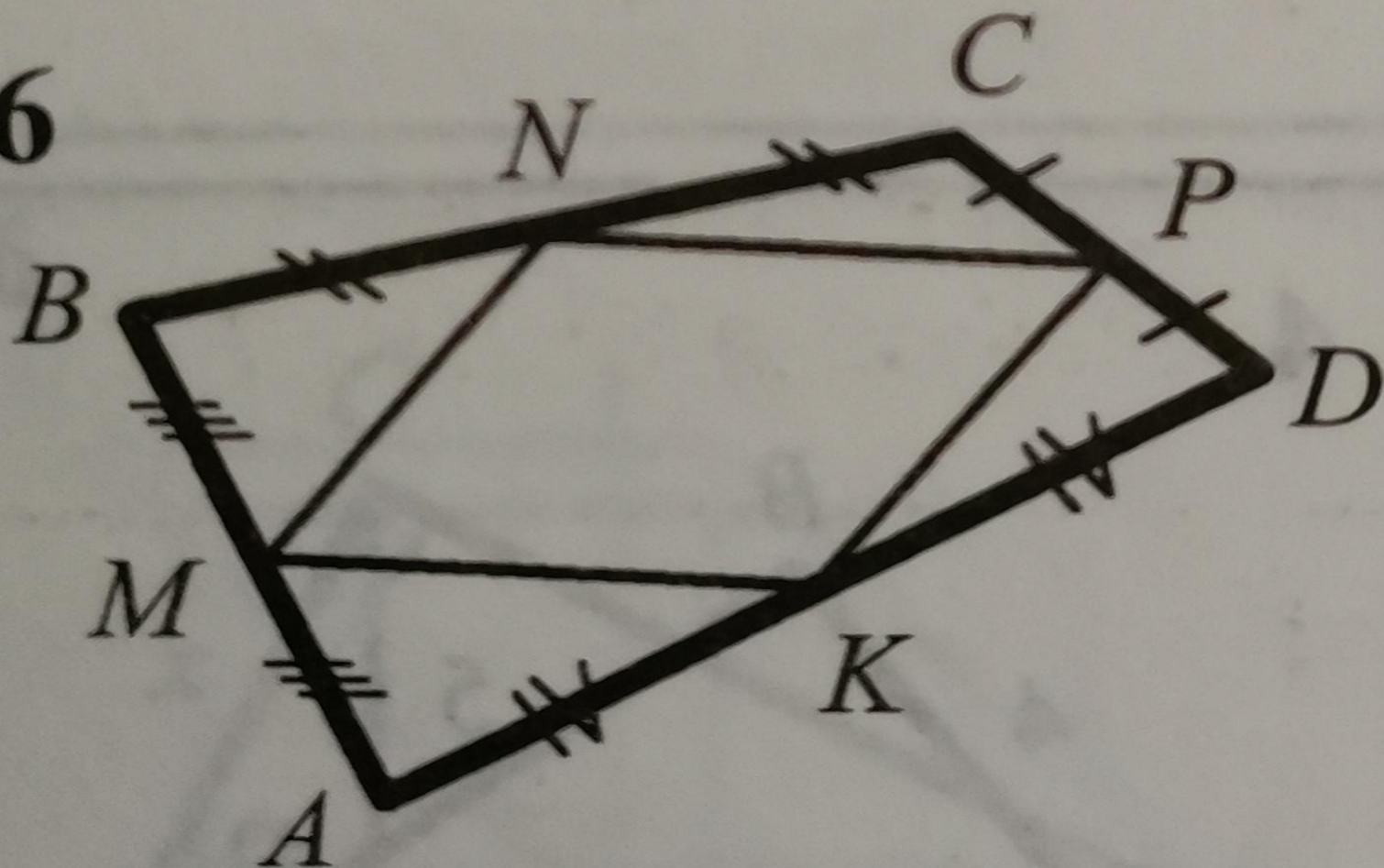


Дано:  $P_{ABC} = 40$ .

Найти:  $P_{A_1B_1C_1}$ .

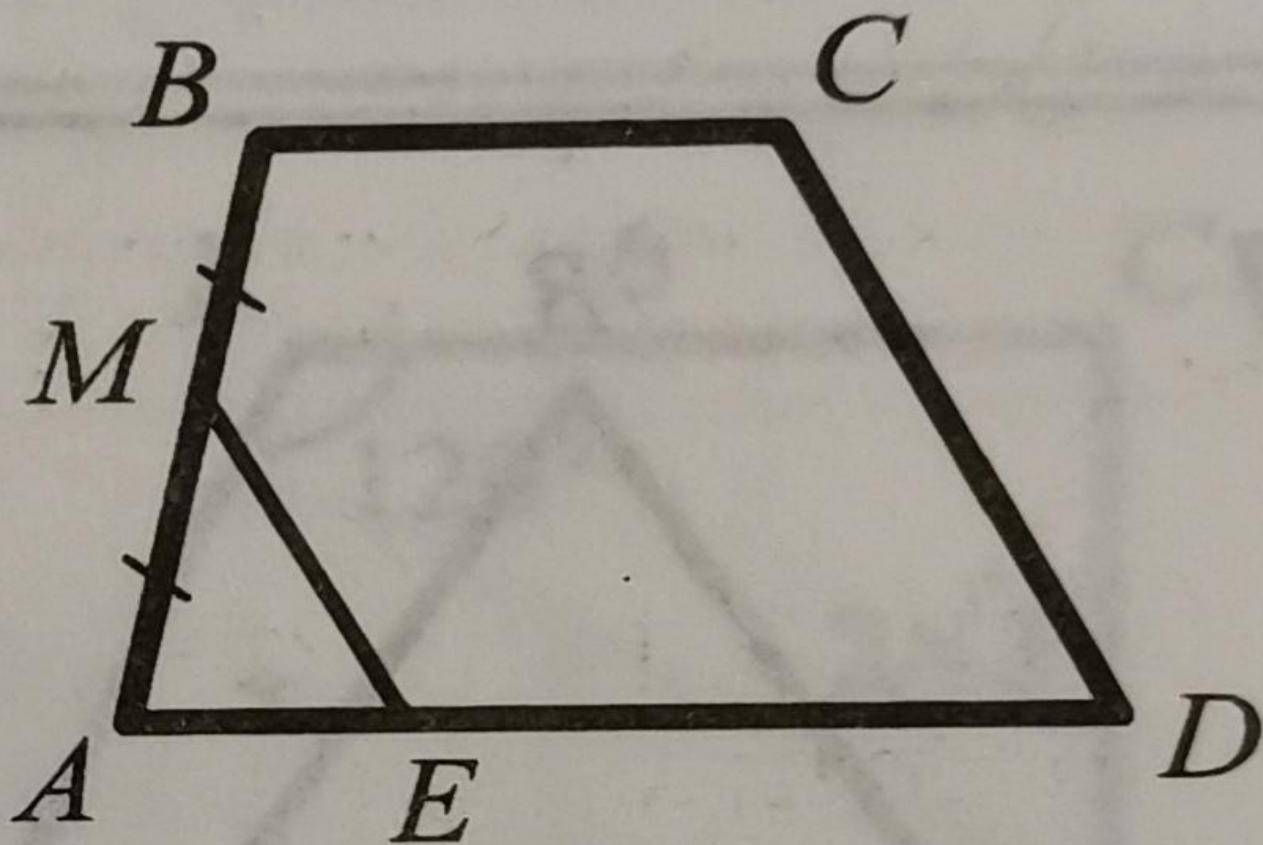


6



Доказать:  $MNPQ$  —  
параллелограмм.

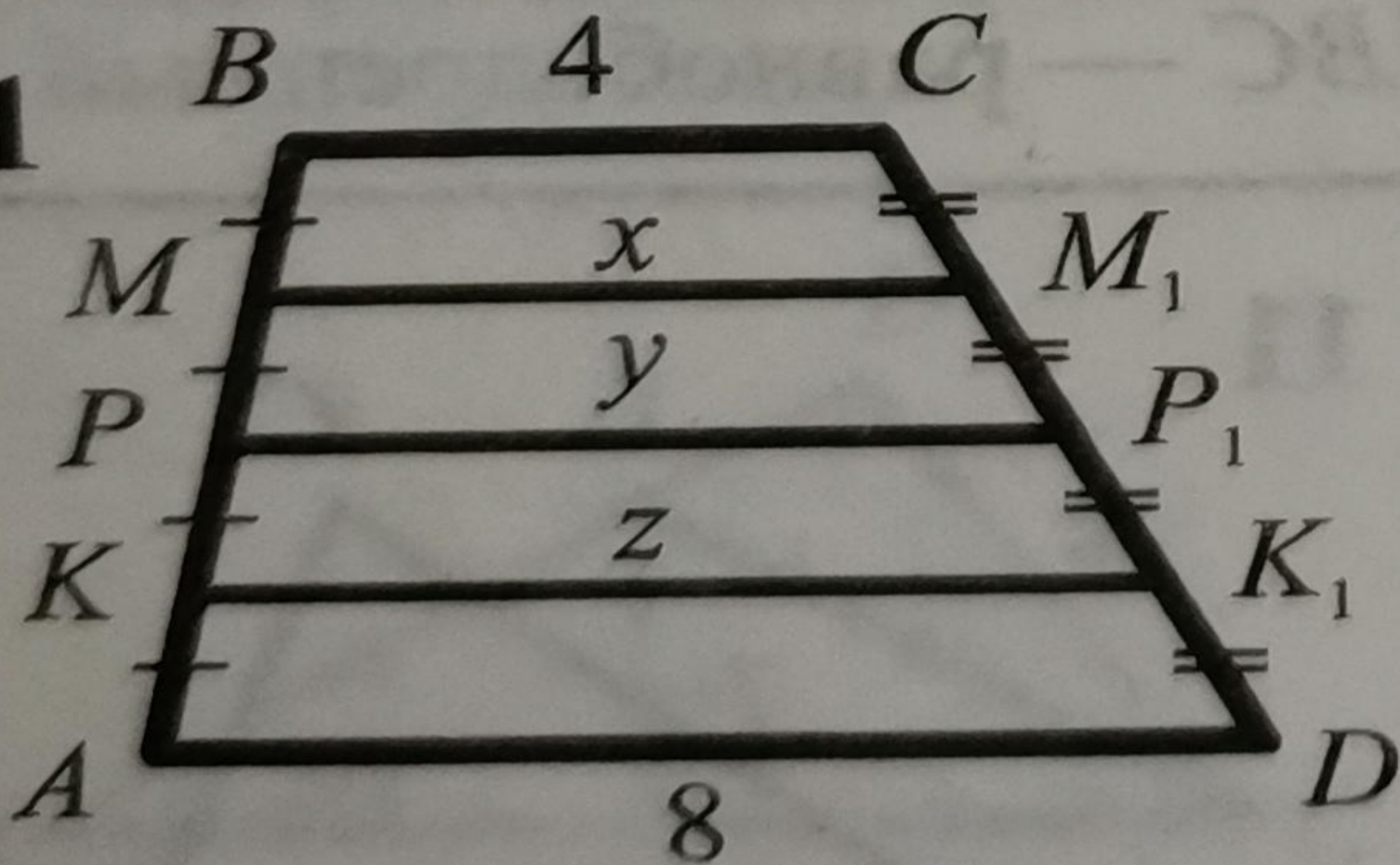
9



Дано:  $ABCD$  — трапеция,  
 $ME \parallel CD$ .

Доказать:  $ME = CD/2$ .

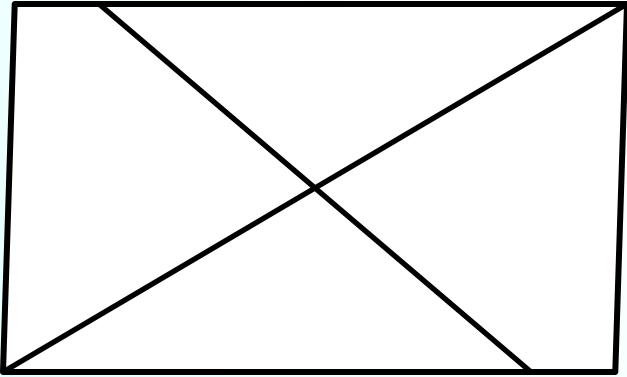
11



Дано:  $ABCD$  — трапеция.  
 Найти:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .



**Задача.** Через середину стороны параллелограмма провели прямую параллельно одной из его диагоналей. В каком отношении эта прямая делит другую диагональ?



# Задание на дом.

Уметь доказывать теорему Фалеса.

Задачи:

1. Как разрезать параллелограмм на две части, чтобы потом сложить из них один треугольник?

2. Вершину  $A$  параллелограмма  $ABCD$  соединили с серединой  $M$  его стороны  $CD$ . Известно, что угол  $MAD$  равен  $30^\circ$ . Докажите, что расстояние от вершины  $B$  до прямой  $AM$  равно одной из сторон этого параллелограмма