Основные результаты ЕГЭ по математике в 2021 году

1.1. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за 3 года)

Таблица 2-1

2019		2020		2021	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
3074	56,06	2926	60,68	3088	59,69

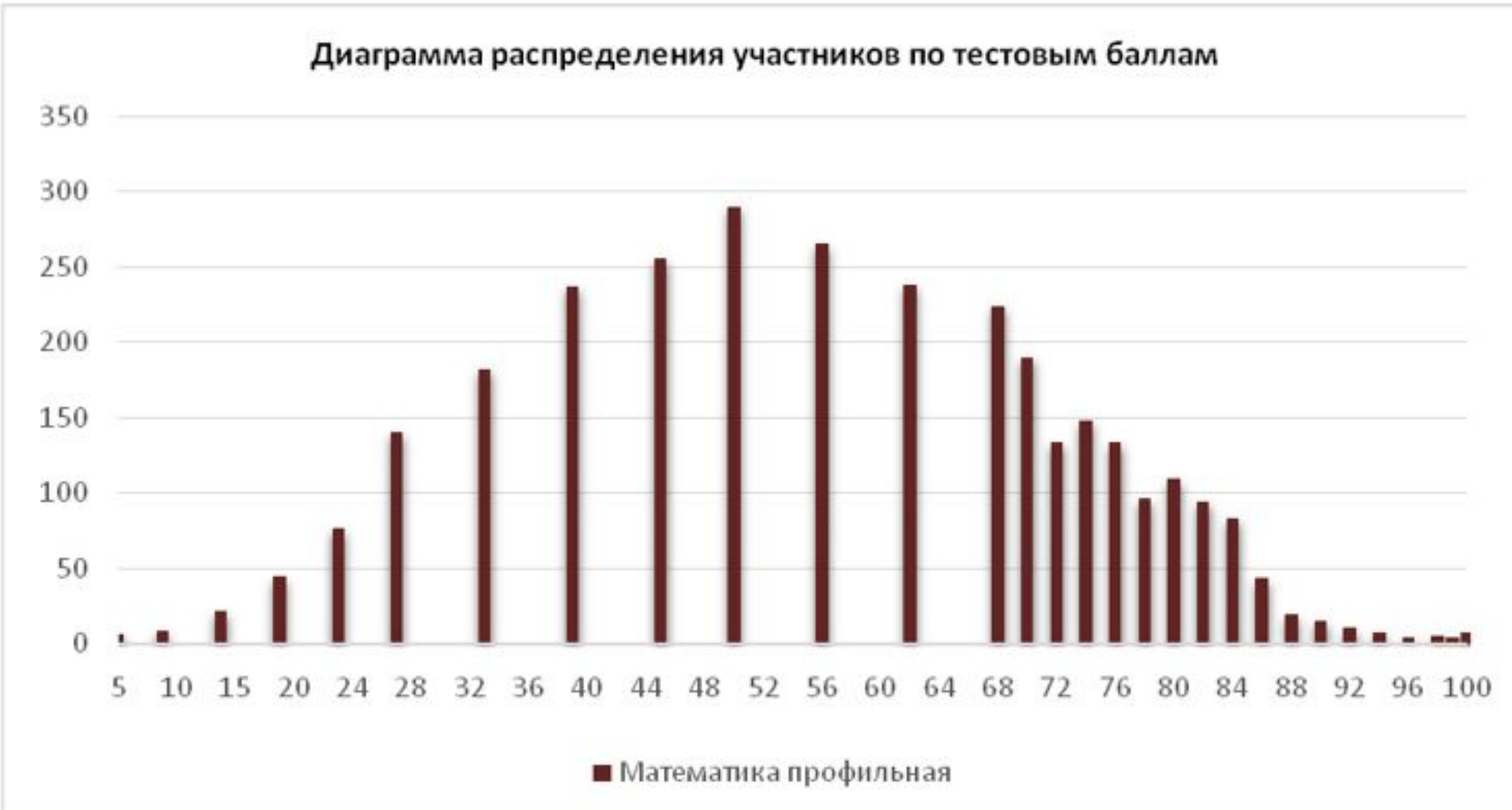
1.2. Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ

Таблица 2-2

Пол	2019		2020		2021	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	1500	48,80	1385	47,33	1511	48,93
Мужской	1574	51,20	1541	52,67	1577	51,07

2.1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2021 г.

(количество участников, получивших тот или иной тестовый балл)



2.2. Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

Таблица 2-7

	Субъект Российской Федерации		
	2019 г.	2020 г.	2021 г.
Не преодолели минимального балла, %	2,64	7,18	5,05
Средний тестовый балл	57,49	56,13	57,62
Получили от 81 до 99 баллов, %	6,83	6,73	9,2
Получили 100 баллов, чел.	11	3	7

Перечень ОО, показавших наиболее высокие результаты

№	Наименование ОО	Доля участников, получивших от 81 до 100 баллов	Доля участников, получивших от 61 до 80 баллов	Доля участников, не достигших минимального балла
	БОУ ВО "Вологодский многопрофильный лицей" (г. Вологда)	56,25	40,63	0
	МБОУ "СОШ № 15 им. С. Преминина" (Великоустюгский р-н)	40	53,33	0
	МАОУ "Общеобразовательный лицей "АМТЭК" (г. Череповец)	39,47	44,74	0
	МБОУ "Чагодская СОШ" (Чагодощенский р-н)	35,71	42,86	0
	МБОУ "Гимназия" (Великоустюгский р-н)	30,43	21,74	0
	БОУ "Кирилловская СШ" (Кирилловский р-н)	27,27	54,55	0
	МОУ "Лицей № 32" (г. Вологда)	26,67	60	0
	МОУ "СОШ № 8" (г. Вологда)	26	52	0
	МАОУ "ОЦ № 11" (г. Череповец)	23,53	39,22	0

	МАОУ "СОШ № 10" (г. Череповец)	**22**	**70**	**2**
	МБОУ "Кадуйская СШ" (Кадуйский р-н)	21,43	42,86	0
	МОУ "СОШ № 18" (г. Вологда)	20	46,67	3,33
	МБОУ "СОШ № 1 с углублённым изучением отдельных предметов" (Великоустюгский р-н)	17,65	76,47	0
	БОУ СМР "СОШ №1" (Сокольский р-н)	17,24	34,48	0
	МОУ "СОШ № 16" (г. Вологда)	16,67	62,5	0
	МОУ "СОШ № 33" (г. Вологда)	16	56	0
	МБОУ "Тотемская СОШ №2" (Тотемский р-н)	15	50	0
	МОУ "СОШ № 1" (г. Вологда)	15	50	2,5

Анализ выполнения заданий КИМ

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации				
			средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
Часть 1 №1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	базовый	96,53	78,85	95,84	98,66	100,00
Часть 1 №2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	базовый	94,36	71,79	92,84	97,72	98,96
Часть 1 №3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	базовый	93,19	50,00	91,60	98,74	99,65
Часть 1 №4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	базовый	95,01	57,05	94,67	98,90	100,00
Часть 1 №5	Уметь решать уравнения и неравенства	базовый	96,79	64,74	97,15	99,69	99,65
Часть 1 №6	Уметь выполнять действия с геометрическими	базовый	62,43	13,46	46,97	77,50	95,85

Часть 1 №8	**Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами**	**базовый**	**61,07**	**3,85**	**40,32**	**82,53**	**95,85**
Часть 2 №9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	повышенный	76,34	14,74	59,39	96,77	100,00
Часть 2 №10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	повышенный	89,89	23,72	87,29	98,58	99,65
Часть 2 №11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	повышенный	67,71	6,41	50,33	86,94	98,62
Часть 2 №12	Уметь выполнять действия с функциями	повышенный	55,56	1,28	31,78	78,84	95,16

Часть 2 №12	**Уметь выполнять действия с функциями**	**повышенный**	**55,56**	**1,28**	**31,78**	**78,84**	**95,16**
Часть 2 №13	Уметь решать уравнения и неравенства	повышенный	39,61	0,00	6,43	67,47	95,67
Часть 2 №14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	повышенный	3,55	0,00	0,22	2,95	23,88
Часть 2 №15	Уметь решать уравнения и неравенства	повышенный	24,33	0,00	1,31	36,74	91,87
Часть 2 №16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	повышенный	2,56	0,00	0,02	0,94	23,07
Часть 2 №17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	повышенный	21,65	0,00	0,80	29,53	97,46
Часть 2 №18	Уметь решать уравнения и неравенства	высокий	1,82	0,00	0,00	0,57	16,87
Часть 2 №19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	высокий	14,08	0,48	5,79	18,82	39,79

Задание №12

а) Решить уравнение

$$2\cos^2 x + 2\sin 2x = 3$$

б) Отобрать корни, лежащие на $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

Решение

а) $2\cos^2 x + 4\sin x\cos x - 3\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$$

$$3\,tg^2 x - 4\,tg\,x + 1 = 0$$

$tg\,x = t$, $3t^2 - 4t + 1 = 0$

$t_1 = \frac{1}{3}$, $t_2 = 1$

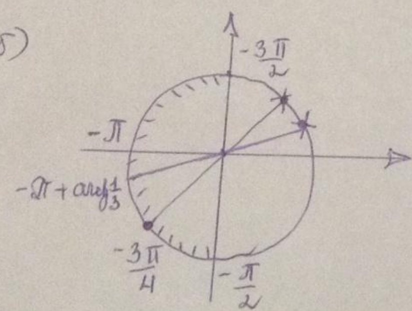
$tg\,x = 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$tg\,x = \frac{1}{3}$

$x = arctg\,\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

б)



$-\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$

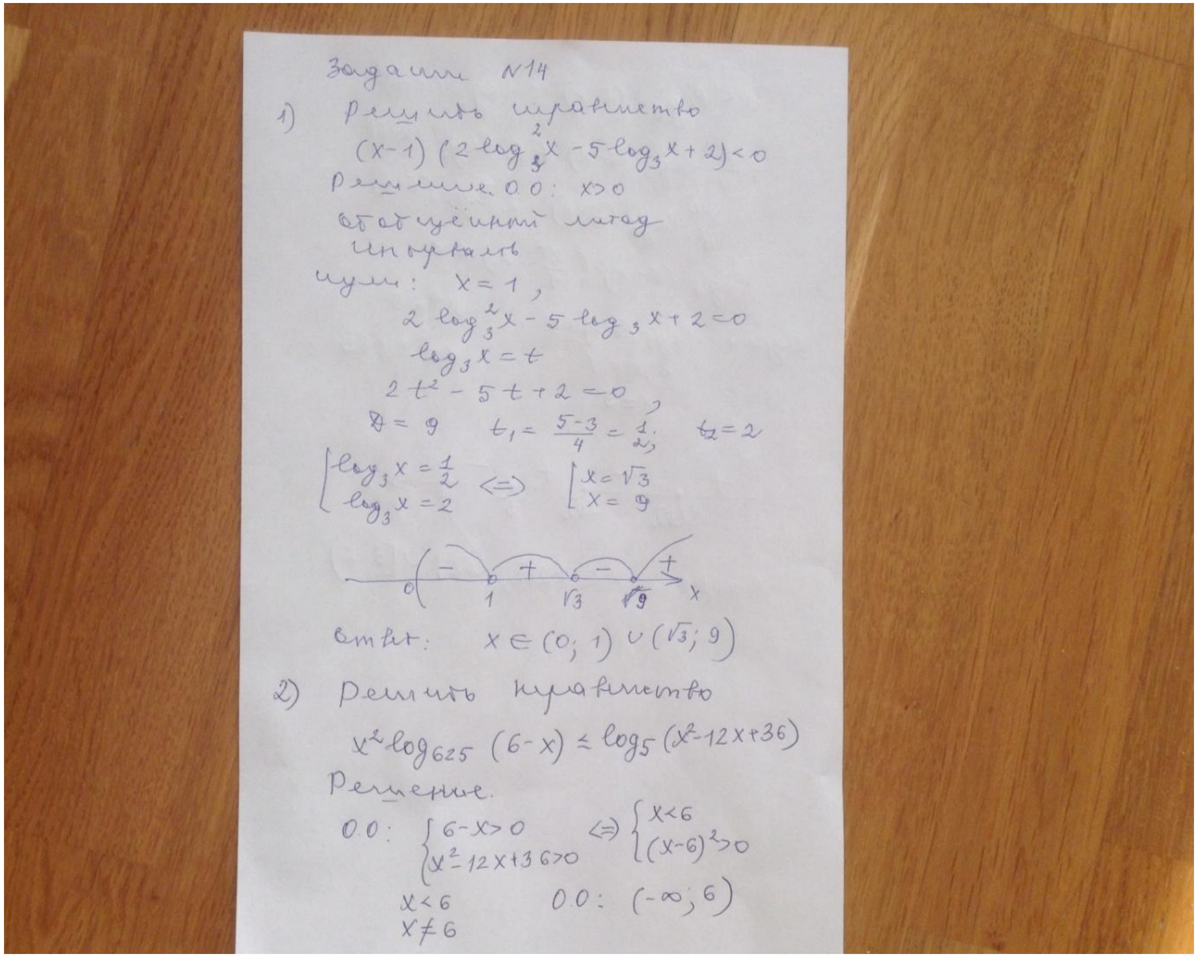
$-\pi + arctg\,\frac{1}{3}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$x = arctg\,\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{3\pi}{4}$, $-\pi + arctg\,\frac{1}{3}$

Решить неравенство



Задание №14

1) Решить неравенство

$$(x-1)(2\log_3^2 x - 5\log_3 x + 2) < 0$$

Решение. О.О: $x>0$

Обобщённый метод интервалов

нули: $x = 1$,

$$2\log_3^2 x - 5\log_3 x + 2 = 0$$

$$\log_3 x = t$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0,$$

$D = 9$ $t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$, $t_2 = 2$

$$\left[\begin{array}{l}\log_3 x = \frac{1}{2}\\ \log_3 x = 2\end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l}x = \sqrt{3}\\ x = 9\end{array}\right.$$

Ответ: $x \in (0; 1) \cup (\sqrt{3}; 9)$

2) Решить неравенство

$$x^2 \log_{625}(6-x) \le \log_5(x^2-12x+36)$$

Решение.

О.О: $\begin{cases}6-x>0\\ x^2-12x+36>0\end{cases} \iff \begin{cases}x<6\\ (x-6)^2>0\end{cases}$

$x<6$
$x\neq 6$ О.О: $(-\infty; 6)$

$x^2 \cdot \log_{5^4}(6-x) \le \log_5 (x-6)^2$

$\frac{x^2}{4}\log_5(6-x) \le 2\log_5|x-6|$

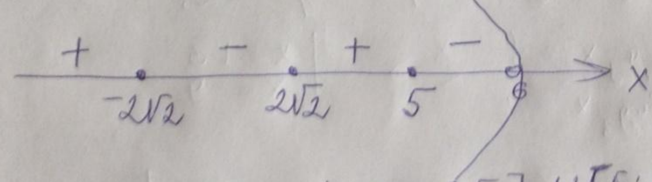
$\frac{x^2}{4}\log_5(6-x) - 2\log_5(6-x) \le 0$

$\log_5(6-x)\left(\frac{x^2}{4}-2\right) \le 0$

нули: $\log_5(6-x)=0$ $\qquad x^2=8$

$6-x=1$ $\qquad x=\pm 2\sqrt{2}$

$x=5$



ответ: $x \in [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}] \cup [5; 6)$

Задачи с параметром

Задания №17

1) Найти все значения a, при каждом из которых имеет ровно 2 различных корня следующее уравнение

$$|x^2-a^2| = |x+a|\sqrt{x+a^2-2a}$$

Решение.

Преобразуем уравнение к виду

$$|x-a|\,|x+a| - |x+a|\sqrt{x^2+a^2-2a} = 0$$

$$|x+a|\left(|x-a| - \sqrt{x+a^2-2a}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x+a| = 0 \\ x+a^2-2a \geq 0 \end{cases} \\ \sqrt{x+a^2-2a} = |x-a| \end{array}\right.$$

1) $|x+a| = 0 \qquad x = -a$

$x=-a$ явл. корнем исходного уравнения, если

$$-a+a^2-2a \geq 0$$

$$a^2-3a \geq 0$$

$$a \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$$

2) $\sqrt{x+a^2-2a} = |x-a| \Leftrightarrow$

$$x+a^2-2a = x^2-2ax+a^2$$

$x^2-(2a+1)x+2a=0$

$D=(2a+1)^2-4\cdot 2a=(2a)^2-4a+1=$

$=(2a-1)^2$

$x_1=\dfrac{2a+1-2a+1}{2}=1$; $x_2=\dfrac{2a+1+2a-1}{2}=\underline{\underline{2a}}$

$2a=1$; $a=\frac{1}{2}$

При $a=\frac{1}{2}$ $x=-a$ не явл. корнем уравнения

$\cancel{a=\frac{1}{2}}$ не подходит, т.к. в этом случае уравнение имеет только одно решение

При $a\in(0;3)$ $x=-a$ не явл-ся корнем исходного уравнения, сл-но

при $a\in(0;\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2};3)$ – 2 решения

Возможны ещё случаи

$-a=1,\quad a=-1;$

$-a=2a,\quad a=0$

Ответ: $\{-1\}\cup[0;\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2};3)$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=2a \\ \begin{cases} x=-a \\ a\in(-\infty;0]\cup[3;+\infty) \end{cases} \end{array}\right.$$

2) Найти все значения параметра a, при которых уравнение

$$\sqrt{x^4+x^2-5a^2}=\sqrt{x^4-4ax}$$

имеет ровно одно решение.

Решение.

$$\sqrt{x^4+x^2-5a^2}=\sqrt{x^4-4ax} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^4+x^2-5a^2=x^4-4ax \\ x^4-4ax\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2+4ax-5a^2=0 \\ x^4-4ax\geq 0 \end{cases}$$

$$x^2+4ax-5a^2=0$$

$$D=16a^2+20a^2=36a^2, \quad D\geq 0$$

$D=0$ при $a=0$ в этом случае $x=0$

$$x_1=\frac{-4a-6a}{2}=-5a$$

$$x_2=\frac{-4a+6a}{2}=a$$

1) $x=a$

$a^4-4a^2\geq 0 \quad a^2(a^2-4)\geq 0$

$a=0 \quad (-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

2) $x=-5a$

$625a^4+20a^2\geq 0 \quad \forall a$

Ответ: $a\in(-2;2)$

3) Найти все значения a при каждом из которых уравнение

$$|a-2|\,x^4 - 2ax^2 + |a-12| = 0$$

имеет ровно 2 различ-х корня

Решение

$$x^2 = t, \quad t \geq 0$$

$$|a-2|\,t^2 - 2at + |a-12| = 0$$

а) $|a-2| = 0$ $\quad a = 2$

$$-4t + |2-12| = 0 \qquad t = \frac{5}{2}$$

$$-4t = -10,$$

$$x^2 = \frac{5}{2}, \qquad x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

б) $a \neq 2$ $\qquad t_1 t_2 = \dfrac{|a-12|}{|a-2|} \geq 0$

$$t_1 + t_2 = \frac{2a}{|a-2|} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad a > 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - |a-2||a-12| =$$

$$= a^2 - |a^2 - 14a + 24|$$

$$\frac{D}{4} \geq 0 \qquad a^2 - |a^2 - 14a + 24| \geq 0$$

$$|a^2 - 14a + 24| \leq a^2 \Leftrightarrow$$

$$-a^2 \leq a^2 - 14a + 24 \leq a^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a^2-14a+24 \le a^2 \\ a^2-14a+24 \ge -a^2 \end{cases}$$

$$14a-24 \ge 0$$

$$a \ge +\frac{24}{14}$$

$$a \ge +\frac{12}{7}$$

$$2a^2-14a+24 \ge 0$$

$$a^2-7a+12 \ge 0$$

$$a \in (-\infty; 3] \cup [4; +\infty)$$

$$\begin{cases} a \ge +\frac{12}{7} \\ \left[\begin{array}{l} a \le 3 \\ a \ge 4 \end{array} \right. \end{cases}$$

$$a \in [+\frac{12}{7}; 3] \cup [4; +\infty)$$

учитывая, что $\begin{array}{l} a > 0 \\ a \ne 2 \end{array}$, получаем

$$a \in (\frac{12}{7}; 3] \cup [4; +\infty) \quad (a \ne 2)$$

Ответ: $a \in [\frac{12}{7}; 3] \cup [4; +\infty)$

4) Найти все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{11}(a-y^2) = \log_{11}(a-x^2) \\ x^2+y^2 = 2x+6y \end{cases}$$

имеет ровно 2 различных решения

Решение

$$\log_{11}(a-y^2) = \log_{11}(a-x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-y^2 = a-x^2 \\ a-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y^2 = x^2 \\ x^2<a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=x \\ y=-x \end{array}\right. \\ x^2<a \end{cases}$$

1) $y=x$

$x^2+x^2=2x+6x$, $\quad x^2+4x=0$

$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$ $\cancel{y=0}$

При $x=0$
$y=0$,

При $x=4$ $y=4$

2) $y=-x$ $\quad 2x^2=2x-6x \Rightarrow$

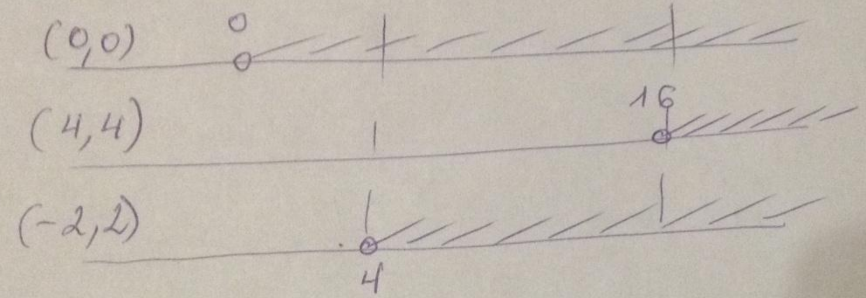
$x=0 \quad y=0$
$x=-2 \quad y=2$

Решением исходной с/с мы-си пары чисел $(0,0)$, $(4,4)$, $(-2;2)$ при условии $x^2<a$

(0,0): $x^2 < a$ при значеннях
від $a > 0$

(4,4) $x^2 < a$: $a > 16$

(−2;2) $x^2 < a$: $a > 4$



Відп: $4 < a \le 16$.