

МАТЕМАТИКА

Занятие 5.

Преобразование подобия

А. Блинков, г.
Москва

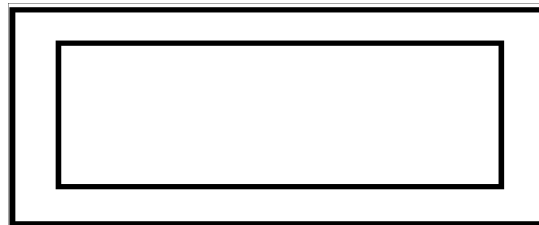




Пример 1

Являются ли подобными:

а) два прямоугольника, отличных от квадрата: картина в рамке и картина без рамки, если ширина рамки всюду одинакова (см. рис);



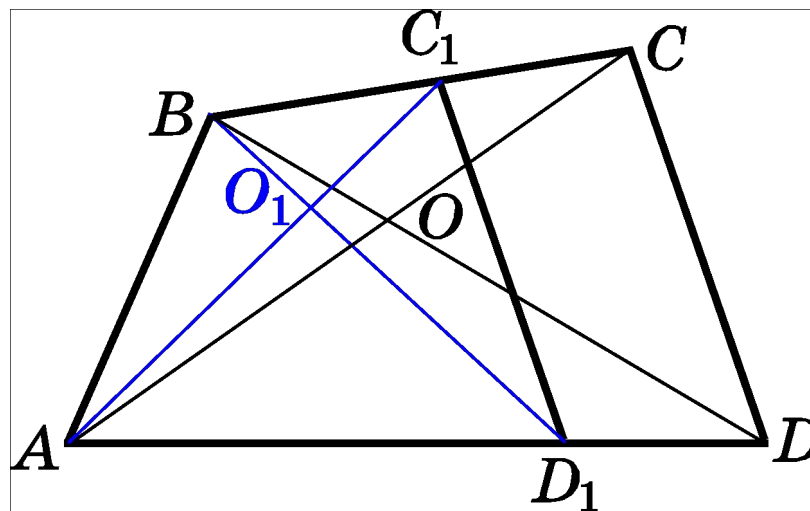
б) литровая и пол-литровая бутылки колы?



Пример 2

Докажите, что два четырехугольника подобны, если
у них соответственно равны три угла и углы между диагоналями.

Решение.



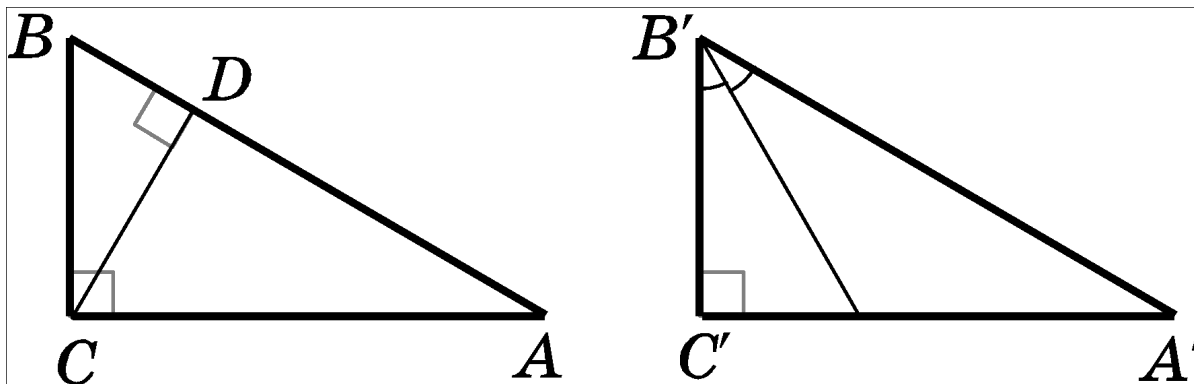


Задача 1

Каждый из двух подобных треугольников разрезали на два треугольника так, что одна из получившихся частей одного треугольника подобна одной из частей другого треугольника. Обязательно ли подобны оставшиеся части?



Решение.



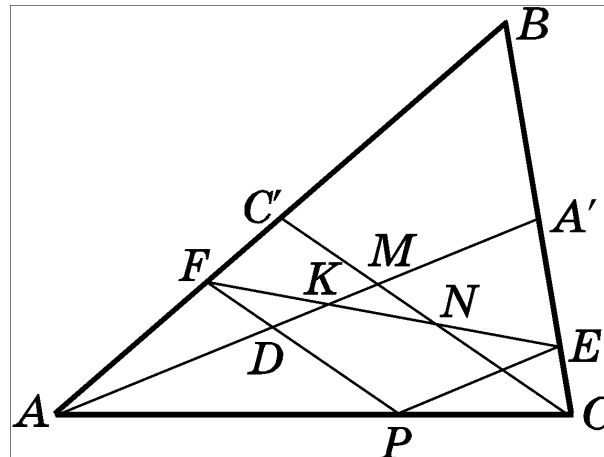


Задача 2

Через произвольную внутреннюю точку P стороны AC треугольника ABC проведены прямые, параллельные его медианам AA' и CC' . Эти прямые пересекают стороны BC и AB в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезок EF делится медианами AA' и CC' на три равные части.



Решение.





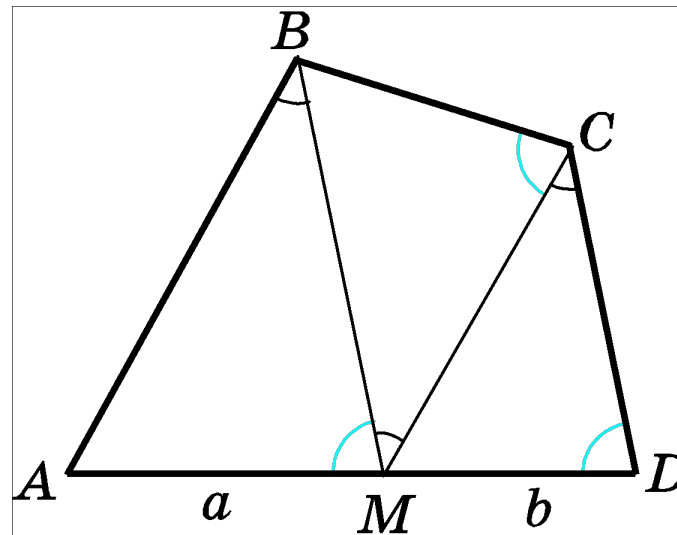
Задача 3

Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ точка M лежит на стороне AD , причем $BM \parallel CD$ и $CM \parallel BA$. Найдите BC , если $AM = a$, $DM = b$.



Решение.

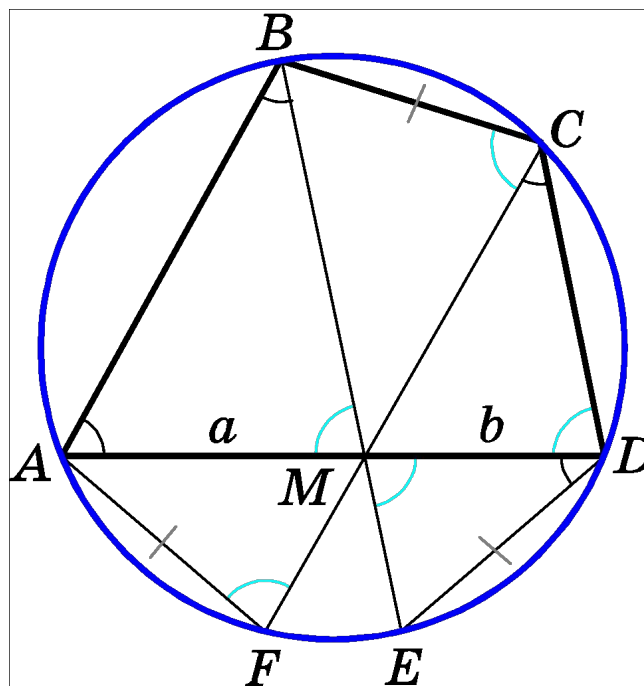
Способ 1





Решение.

Способ II



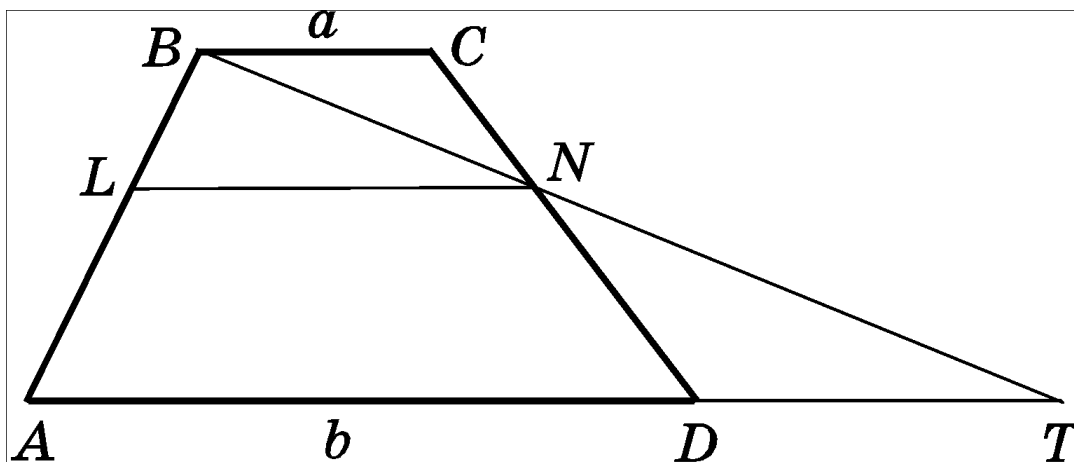


Задача 4

В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = a$ и $AD = b$ проведен отрезок $LN = ab$ с концами на боковых сторонах. Докажите, что он разделил трапецию на две подобные.



Решение.



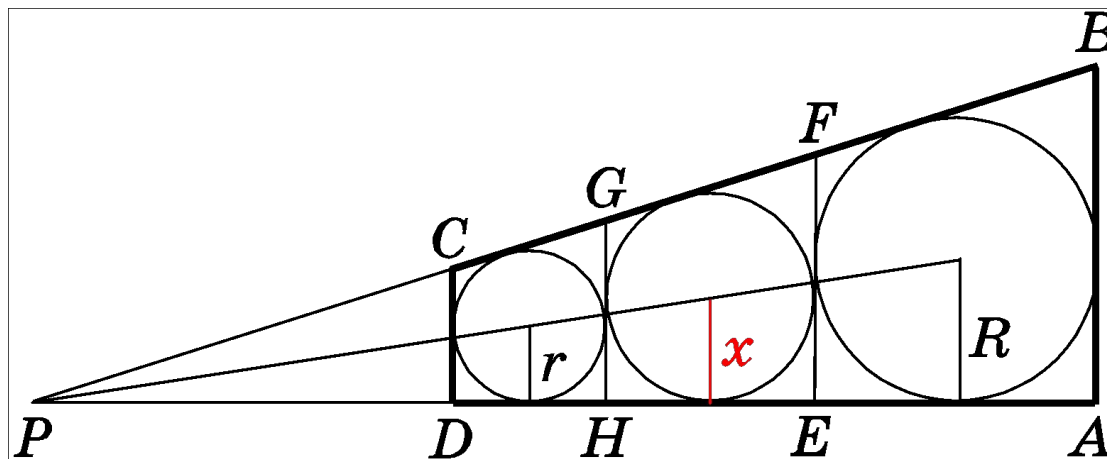


Задача 5

Трапеция разделена на три трапеции прямыми, параллельными основаниям. Известно, что в каждую из трех получившихся трапеций можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, вписанной в среднюю трапецию, если радиусы окружностей, вписанных в две крайние, равны R и r .



Решение.



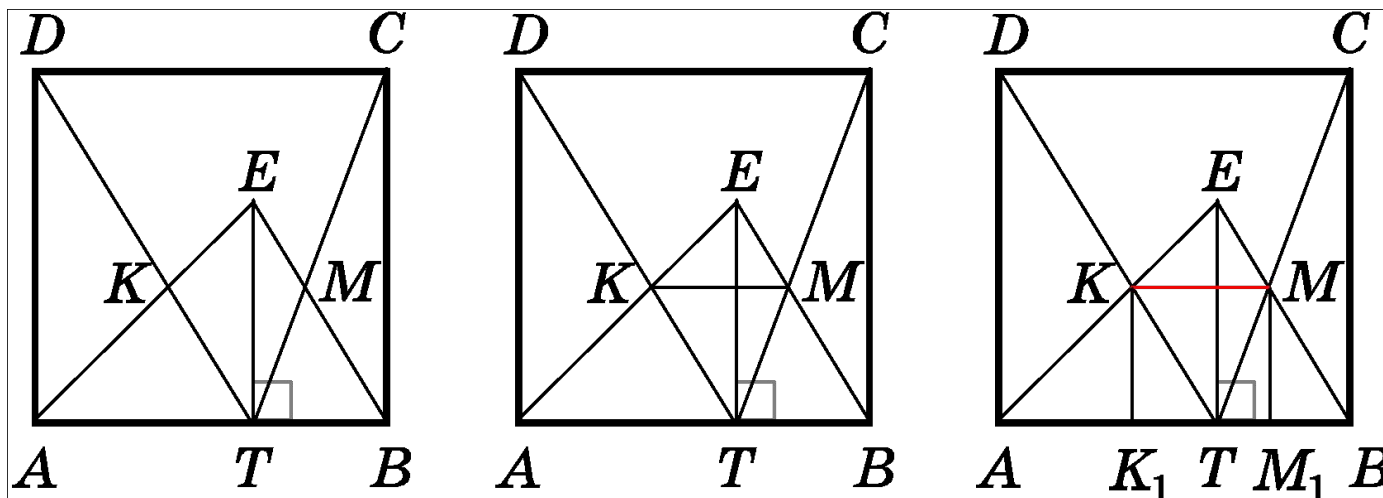


Задача 6

Внутри квадрата $ABCD$ взята точка E , ET – высота треугольника ABE , K – точка пересечения прямых DT и AE , M – точка пересечения прямых CT и BE . Докажите, что отрезок KM является стороной квадрата, вписанного в треугольник ABE .



Решение.



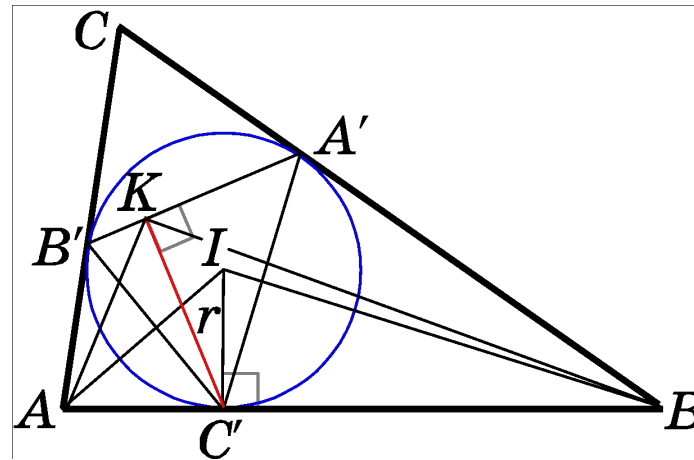


Задача 7

Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон BC , AC и AB в точках A' , B' и C' соответственно. Точка K – проекция точки C' на прямую $A'B'$. Докажите, что KC' – биссектриса угла AKB .



Решение.





Задача 8

Докажите, что существует такой невыпуклый шестиугольник, у которого каждый угол равен либо 90° , либо 270° , что его можно разрезать на два подобных ему и неравных между собой шестиугольника.



Решение.

